

Câu 1 (5,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn P
- Tìm x để $P = \frac{-1}{2}$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi $x > 1$

Câu 2 (6 điểm)

- Tìm đa thức f(x) biết rằng: f(x) chia cho $x+2$ dư 10, f(x) chia cho $x-2$ dư 22, f(x) chia cho x^2-4 được thương là $-5x$ và còn dư
- Chứng minh rằng với mọi số nguyên a thì $a^3 + 5a$ chia hết cho 6.
- Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy - 2012x - 2013y - 2014 = 0$

Câu 3 (3,0 điểm)

- Cho $a+b+c=0$ và $abc \neq 0$, tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + c^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$$

- Cho 2 số a và b thỏa mãn $a \geq 1$; $b \geq 1$. Chứng minh :

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}$$

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có AC cắt BD tại O. M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC (M khác B, C). Tia AM cắt đường thẳng CD tại N. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE = CM$.

- Chứng minh: $\triangle OEM$ vuông cân.
- Chứng minh: $ME \parallel BN$.
- Từ C kẻ $CH \perp BN$ ($H \in BN$). Chứng minh rằng ba điểm O, M, H thẳng hàng.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Môn thi: Toán 8
Năm học: 2013 – 2014
 Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

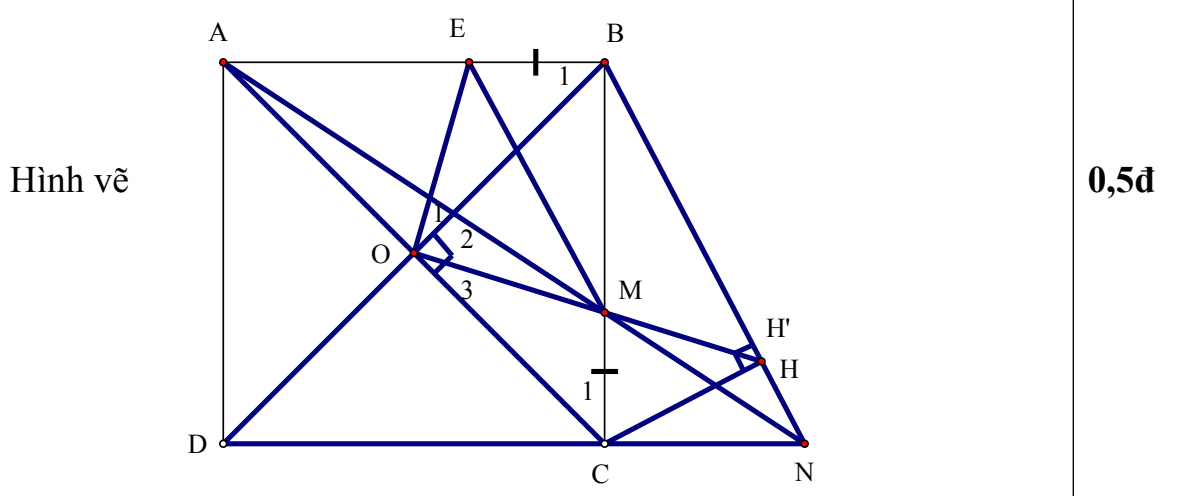
Câu	Ý	Đáp án	Điểm	
Câu 1 (5 điểm)	a 2 d	ĐKXĐ : $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$	0,5đ	
		Không có đk $x \neq -1$ trừ 0,25đ		
		$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left(\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} + \frac{2-x^2}{x(x-1)} \right)$	0,5đ	
		$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x^2 - 1 + x + 2 - x^2}{x(x-1)}$	0,5đ	
			$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1} = \frac{x^2}{x-1}$	0,5đ
	b 2 d	$P = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow P = \frac{x^2}{x-1} = \frac{-1}{2}$ với $x \in \text{ĐKXĐ}$	0,25đ	
		$\Rightarrow 2x^2 = -x + 1$	0,25đ	
		$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$	0,25đ	
		$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - x - 1 = 0$	0,25đ	
		$\Leftrightarrow (2x-1)(x+1) = 0$	0,25đ	
		$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (TM ĐKXĐ) Hoặc $x = -1$ (không TM ĐKXĐ) (Nếu không loại $x = -1$ trừ 0,25 điểm)	0,5đ	
		Vậy $P = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$	0,25đ	
	c 1 d	$P = \frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2 - 1 + 1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1) + 1}{x-1} = x + 1 + \frac{1}{x-1}$	0,25đ	
		$P = x + 1 + \frac{1}{x-1} = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 2$	0,25đ	
Vì $x > 1$ nên $x - 1 > 0$ và $\frac{1}{x-1} > 0$. Áp dụng bất đẳng thức Cossi cho 2 số dương $x - 1$ và $\frac{1}{x-1}$ ta có: $x - 1 + \frac{1}{x-1} \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} = 2$		0,25đ		
Dấu “=” xảy ra khi $x - 1 = \frac{1}{x-1}$ $\Rightarrow (x-1)^2 = 1$ $\Rightarrow x - 1 = 1$ (vì $x - 1 > 0$) $\Rightarrow x = 2$ (TM) \Rightarrow Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4 khi $x = 2$		0,25đ		
Câu 2	a	Giả sử $f(x)$ chia cho $x^2 - 4$ được thương là $-5x$ và còn dư là $ax + b$.	0,5đ	
	2	Khi đó: $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (-5x) + ax + b$		

		Theo đề bài, ta có: $\begin{cases} f(2) = 22 \\ f(-2) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 22 \\ -2a + b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 16 \end{cases}$	0,5đ
		Do đó: $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (-5x) + 3x + 16$	0,5đ
		Vậy đa thức $f(x)$ cần tìm có dạng: $f(x) = -5x^3 + 23x + 16$.	0,5đ
b 2 đ		$a^3 + 5a = a^3 - a + 6a$	0,5đ
		$= a(a^2 - 1) + 6a$	0,25đ
		$= (a-1)a(a+1) + 6a$	0,25đ
		* $(a-1)a(a+1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên tồn tại 1 bội của 2 suy ra chia hết cho 2	0,25đ
		* $(a-1)a(a+1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp nên tồn tại 1 bội của 3 suy ra chia hết cho 3	0,25đ
		Vì $(2;3) = 1$ nên $(a-1)a(a+1)$ chia hết cho 6	0,25đ
		* $6a$ chia hết cho 6 Vậy $a^3 + 5a$ chia hết cho 6	0,25đ
c 2 đ		$x^2 + xy - 2012x - 2013y - 2014 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + xy + x - 2013x - 2013y - 2013 = 1$ $\Leftrightarrow x(x + y + 1) - 2013(x + y + 1) = 1 \Leftrightarrow (x - 2013)(x + y + 1) = 1$	0,5đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2013 = 1 \\ x + y + 1 = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2013 = -1 \\ x + y + 1 = -1 \end{cases}$	1,0đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2014 \\ y = -2014 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2012 \\ y = -2014 \end{cases}$	0,25đ
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2014 \\ y = -2014 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2012 \\ y = -2014 \end{cases}$	0,25đ
Câu 3(3,0)	a	$P = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + c^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$	
		$= \frac{1}{b^2 + c^2 - (b+c)^2} + \frac{1}{a^2 + c^2 - (a+c)^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - (a+b)^2}$	0,5đ
		$= \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac} + \frac{1}{-2ab}$	0,5đ
		$= \frac{a+b+c}{-2abc} = 0$	0,5đ
	b	$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} - \frac{2}{1+ab} = \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+ab} \right) + \left(\frac{1}{1+b^2} - \frac{1}{1+ab} \right)$	0,25đ
		$= \frac{ab - a^2}{(1+a^2)(1+ab)} + \frac{ab - b^2}{(1+b^2)(1+ab)}$	0,25đ
		$= \frac{a(b-a)(1+b^2) + b(a-b)(1+a^2)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)} = \frac{(b-a)(a+ab^2 - b - a^2b)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)}$	0,25đ
		$= \frac{(b-a)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)}$	0,5đ

Do $a \geq 1; b \geq 1$ nên $\frac{(b-a)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)} \geq 0 \Rightarrow$

$$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} - \frac{2}{1+ab} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2}{1+ab}$$

0,25



0,5đ

Câu 4 (6 điểm)

Xét $\triangle OEB$ và $\triangle OMC$ 0,25đ

Vì ABCD là hình vuông nên ta có $OB = OC$ 0,5đ

Và $\hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 45^\circ$ 0,5đ

$BE = CM$ (gt) 0,25đ

Suy ra $\triangle OEB = \triangle OMC$ (c.g.c) 0,25đ

$\Rightarrow OE = OM$ và $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_3$ 0,5đ

Lại có $\hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_3 = \hat{BOC} = 90^\circ$ vì tứ giác ABCD là hình vuông 0,25đ

$\hat{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 = \hat{EOM} = 90^\circ$ kết hợp với $OE = OM \Rightarrow \triangle OEM$ vuông cân tại O 0,5đ

Từ (gt) tứ giác ABCD là hình vuông $\Rightarrow AB = CD$ và $AB \parallel CD$ 0,5đ

+ $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel CN \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{BM}{MC}$ (Theo ĐL Ta-lét) (*) 0,5đ

Mà $BE = CM$ (gt) và $AB = CD \Rightarrow AE = BM$ thay vào (*) 0,5đ

Ta có: $\frac{AM}{MN} = \frac{AE}{EB} \Rightarrow ME \parallel BN$ (theo ĐL đảo của đl Ta-lét) 0,5đ

Gọi H' là giao điểm của OM và BN

Từ $ME \parallel BN \Rightarrow \hat{\theta}_{ME} = \hat{\theta}_{H'E}$ (cặp góc so le trong)

Mà $\hat{\theta}_{ME} = 45^\circ$ vì $\triangle OEM$ vuông cân tại O

$\Rightarrow \hat{MH'B} = 45^\circ = \hat{C}_1$ 0,25đ

$\Rightarrow \triangle OMC \sim \triangle BMH'$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{OM}{OB} = \frac{MH'}{MC}$, kết hợp $\hat{\theta}_{MB} = \hat{\theta}_{MH'}$ (hai góc đối đỉnh) 0,25đ

$\Rightarrow \triangle OMB \sim \triangle CMH'$ (c.g.c) $\Rightarrow \hat{\theta}_{BM} = \hat{MH'C} = 45^\circ$ 0,25đ

Vậy $\hat{BH'C} = \hat{BH'M} + \hat{MH'C} = 90^\circ \Rightarrow CH' \perp BN$

Mà $CH \perp BN$ ($H \in BN$) $\Rightarrow H \equiv H'$ hay 3 điểm O, M, H thẳng hàng 0,25đ