CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ $y=ax^2\,(a\neq 0)$

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

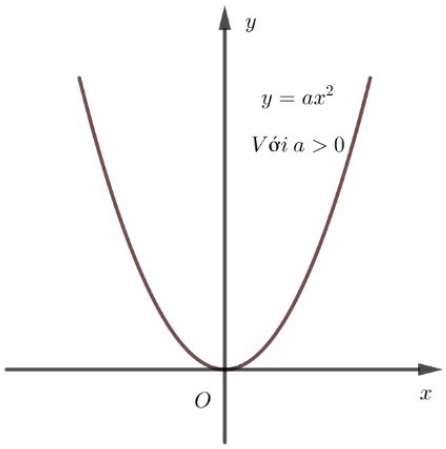
1. Hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$: Hàm số xác định với mọi số thực x.

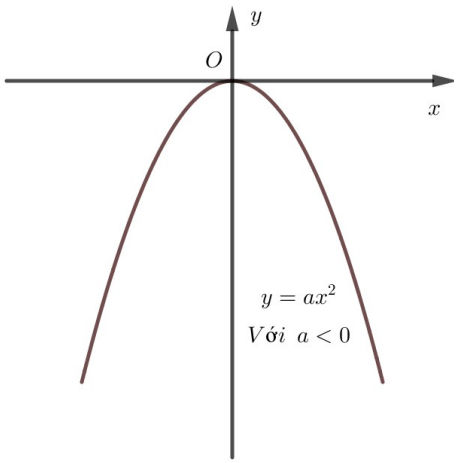
2. Đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$.

- Đồ thị hàm số là một đường cong, gọi là đường Parabol.
- Có đỉnh là gốc tọa độ O(0;0).
- Có trục đối xứng là Oy.
- Nằm phía trên trục hoành nếu $a>0$.
- Nằm phía trên trục hoành nếu $a<0$.
- Vẽ đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$.

+ Lập bảng ghi một số cặp giá trị tương ứng của x và y.

+ Trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn các cặp điểm $(x;y)$ trong bảng giá trị trên và nối chúng lại để được một đường cong là đồ thị của hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$.





3. Giá trị của hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$.

- Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất $y=0$ tại $x=0$ nếu $a>0$.
- Hàm số đạt giá trị lớn nhất $y=0$ tại $x=0$ nếu $a<0$.

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: Vẽ đồ thị hàm số, tính biến thiên của hàm số

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Trong các hàm số sau đây hàm số nào có dạng $y=ax^2(a\neq 0)$?

A. $y=0x^2$. **B.** $y=2x$. **C.** $y=\dfrac{2}{x^2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2. [NB] Đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ có dạng

A. Đường thẳng **B.** Đường gấp khúc. **C.** Đường cong Parabol. **D.** Đường tròn.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. [NB] Nhận xét nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$

A. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.
B. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
C. Đồ thị hàm số là một đường cong không đi qua gốc tọa độ.
D. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. [NB] Trong các hàm số sau đây hàm số nào có dạng $y=ax^2(a\neq 0)$?

A. $y=x^2.\frac{-1}{2}$. **B.** $y=\frac{x^2}{0}$. **C.** $y=\frac{2}{x^2}$. **D.** $y=2^2x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5. [NB] Nhận xét nào sau đây là đúng về đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$?

A. Đồ thị hàm số nhận Ox làm trục đối xứng.
B. Đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành.
C. Đồ thị hàm số là một đường cong không đi qua gốc tọa độ.
D. Đồ thị hàm số có đỉnh là gốc tọa độ và nằm phía dưới trục hoành.

Lời giải

Chọn D

Câu 6. [TH] Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=2x^2$?

A. $A(1;2)$. **B.** $B(1;4)$. **C.** $C(1;\frac{1}{2})$. **D.** $D(1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7. [TH] Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=-2x^2$?

A. $A(-1;2)$. **B.** $B(-1;-2)$. **C.** $C(1;2)$. **D.** $D(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x=-1$ vào hàm số ta được $y=-2.(-1)^2=-2$

Câu 8. [TH] Điểm $A(1;4)$ thuộc đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y=2x^2$. **B.** $y=4x^2$. **C.** $y=-2x^2$. **D.** $y=-4x^2$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x=1$ vào hàm số $y=4x^2$ ta được $y=4.(1)^2=4$

Câu 9. [TH] Điểm $B(-\frac{1}{2};\frac{1}{4})$ thuộc đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y=\frac{1}{2}x^2$. **B.** $y=\frac{-1}{2}x^2$. **C.** $y=-x^2$. **D.** $y=x^2$.

Lời giải

Chọn D

Thay $x=\frac{-1}{2}$ vào hàm số $y=x^2$ ta được $y=1.(\frac{-1}{2})^2=\frac{1}{4}$

Câu 10. **[VD]** Trong các điểm sau $A(1;2),\ B(-1;-1),C(10;-200),\ D(\sqrt{10};-10)$ có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $(P)\ y=-x^2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

+) Thay tọa độ điểm $B(-1;-1)$ vào hàm số $y=-x^2$ ta được $-1=-1$ (luôn đúng) nên $B\in(P)$

+) Thay tọa độ đlêm $D(\sqrt{10};10)$ vào hàm số $y=-x^2$ ta được $10=10$ (luôn đúng) nên $D\in(P)$

Câu 11. **[VD]** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là parabol (P). Xác định m để điểm $A(\sqrt{2};m)$ nằm trên parabol (P).

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=\sqrt{2},y=m$ vào hàm số $y=\frac{1}{4}x^2$ ta được $m=\frac{1}{4}.(\sqrt{2})^2=\frac{1}{2}$

Câu 12. **[VDC]** Cho parabol $(P)\ y=-\sqrt{5}x^2$. Xác định m để điểm $A(\sqrt{5m};-2\sqrt{5})$ nằm trên parabol (P).

A. $m=\frac{5}{2}$. **B.** $m=-\frac{5}{2}$. **C.** $m=\frac{2}{5}$. **D.** $m=-\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Thay $x=\sqrt{5m};\ y=-2\sqrt{5}$ vào hàm số $y=-\sqrt{5}x^2$ ta được:

$-2\sqrt{5}=-\sqrt{5}.\left(\sqrt{5m}\right)^2$

$-5\sqrt{5}m=-2\sqrt{5}$

$m=\frac{2}{5}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI :

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho parabol $y=-\frac{1}{2}x^2$. Xác định m để điểm $B(m;-2)$ nằm trên parabol.

a) $m=\frac{1}{2}$.

b) $m=2$.

c) $m=-2$.

d) $m=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) Đ** **d) S**

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=-x^2$ đi qua điểm

a) $A(1;-1)$.

b) $B(-1;-1)$.

c) $C(1;1)$.

d) $D(-1;1)$.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) S**

Câu 3. Điểm $M(\sqrt{2};1)$ thuộc đồ thị hàm số

a) $y=-x^2$.

b) $y=-\dfrac{1}{2}x^2$.

c) $y=\dfrac{1}{2}x^2$.

d) $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2$.

Lời giải

a) S **b) S** **c) Đ** **d) S**

Câu 4. Diện tích của đường tròn bán kính R được tính bởi công thức $S=\pi R^2,\ (\pi=3,14)$

a) Nếu R giảm $\dfrac{1}{2}$ lần thì S giảm $\dfrac{1}{4}$ lần.

b) Nếu R tăng gấp 5 lần thì S tăng gấp 10 lần.

c) Nếu $R=\dfrac{1}{2}$ thì $S=\dfrac{1}{4}\pi$.

d) Nếu $S=3$ thì $R=\dfrac{3}{\pi}$.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Đồ thị hàm số $y=-x^2$ nhận trục nào làm trục đối xứng?

Lời giải

Đáp án: Trục Oy.

Câu 2. [NB] Điều kiện của a để đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ nằm phía trên trục hoành là

Lời giải

Đáp án: $a>0$.

Câu 3. [TH] Cho hàm số $y=(2-5m)x^2$ với $m\neq\frac{2}{5}$. Tìm m để đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành.

Lời giải

Đáp án: $m>\frac{2}{5}$.

Câu 4. [TH] Cho hàm số $y=(-2m+1).x^2$. Tìm giá trị của m để đồ thị đi qua điểm $A(-2;4)$

Lời giải

Đáp án: $m=0$.

Câu 5. [VD] Cho hàm số $y=\frac{2m-3}{3}x^2$. Tìm giá trị của m để đồ thị đi qua điểm $B(-3;5)$.

Lời giải

Đáp án: $m=\frac{7}{3}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

*** Kiểm tra tọa độ 1 điểm thuộc đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq0)$ hay không? Tìm hệ số a, tham số m của hàm số $y=ax^2(a\neq0)$**

Phương pháp giải:

Thay hoành đ ca đim đó vào hàm s

Nu giá tr ca hàm s bng vi tung đ ca nó thì đim đó thuc đ th hàm s.

Nu giá tr ca hàm s không bng vi tung đ ca nó thì đim đó không thuc đ th hàm s.

*** Vẽ đồ thị của hàm số $y=ax^2(a\neq0)$.**

Phương pháp giải:

Bước 1. Lập bảng các giá trị đặc biệt tương ứng giữa x và y của hàm số $y=ax^2(a\neq0)$

Bc 2. Biu din các đim đc

bit trên mt phng ta đ và v đ

Ví dụ 1 [NB]:

Cho hàm số $y=0,4x^2$. Các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị hàm số: $A(-2;1,6)$; $B(3;3,5)$; $C(\sqrt{5};0,2)$?

Lời giải

- Điểm $A(-2;1,6)$. Thay $x=-2$ vào hàm số ta có: $y=0,4(-2)^2=1,6$, do đó điểm A thuộc đồ thị hàm số $y=0,4x^2$

- Điểm $B(3;3,5)$. Thay $x=3$ vào hàm số ta có: $y=0,4.3^2=3,6\neq3,5$ do đó điểm B không thuộc đồ thị hàm số $y=0,4x^2$

- Điểm $C(\sqrt{5};0,2)$. Thay $x=\sqrt{5}$ vào hàm số ta có: $y=0,4.\left(\sqrt{5}\right)^2=2\neq0,2$ do đó điểm C không thuộc đồ thị hàm số $y=0,4x^2$

Ví dụ 2 [TH]: Cho hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$. Các điểm $A(2;6)$, $B\left(-\sqrt{2};3\right)$, $C(-4;-24)$, $D\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{3}{4}\right)$ có thuộc đồ thị hàm số không?

Lời giải

+) Thay tọa độ điểm $A(2;6)$ vào công thức hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$ ta có:

$6=\frac{3}{2}.2^2$

$6=6$ (T/M).

Vậy điểm $A(2;6)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$.

+) Thay tọa độ điểm $B(-\sqrt{2};3)$ vào công thức hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$ ta có:

$3=\frac{3}{2}.(-\sqrt{2})^2$

$3=\frac{3}{2}.2$ (T/M).

Vậy điểm $B(-\sqrt{2};3)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$.

+) Thay tọa độ điểm $C(-4;-24)$ vào công thức hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$ ta có:

$24=\frac{3}{2}.(-4)^2$

$-24=24$ (vô lý).

Vậy điểm $C(-4;-24)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$.

+) Thay tọa độ điểm $D\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{3}{4}\right)$ vào công thức hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$ ta có

$\frac{3}{4}=\frac{3}{2}.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ (T/M).

Vậy điểm $D\left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{3}{4}\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{3}{2}x^2$.

Ví dụ 3 [TH]: Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{2}$ có tung độ bằng 2?

Lời giải

Vì điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{2}$ có tung độ bằng 2 nên thay $y=2$ vào công thức $y=\frac{x^2}{2}$ ta được:

$2=\frac{x^2}{2}$

$x=\pm 2$

Vậy có hai điểm thuộc đồ thị hàm số có cùng tung độ bằng 2 là $(2;2)$ và $(-2;2)$

Ví dụ 4 [VD]: Cho hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$. Xác định hệ số a trong các trường hợp sau:

a) Đồ thị của nó đi qua điểm $A(3;12)$.

b) Đồ thị của nó đi qua điểm $A(-2;3)$.

Lời giải

a) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hàm số, ta có:

$12 = a.3^2$

$a = \frac{4}{3}$

Vậy $a = \frac{4}{3}$.

b) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm B nên tọa độ điểm B thỏa mãn hàm số, ta có:

$3 = a.(-2)^2$

$a = \frac{3}{4}$

Vậy $a = \frac{3}{4}$.

Ví dụ 5 [VD]:

Cho hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$

a) Xác định hệ số a, biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;2)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị của a vừa tìm được.

Lời giải

a) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm A nên tọa độ điểm A thỏa mãn hàm số, ta có:

$2 = a.2^2$

$a = \frac{1}{2}$

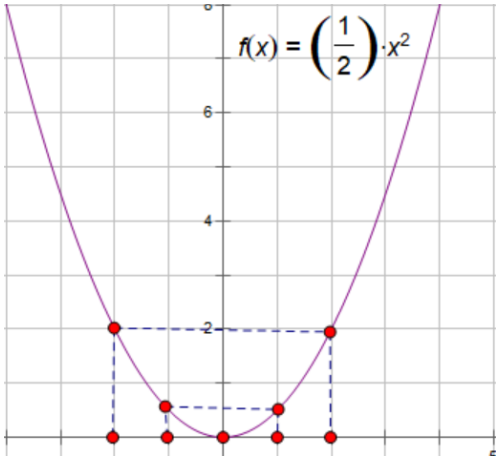
Vậy $a = \frac{1}{2}$

b) Với $a = \frac{1}{2}$ ta có hàm số sau: $y = \frac{1}{2}x^2$

Lập bảng giá trị tương ứng của x và y

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

+ Vẽ đồ thị:



Oxy, cho hàm số $y=f(x)=(m+2)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số trên đi qua các điểm:

a) $A(-1;3)$.

b) $B(\sqrt{2};-1)$.

Hướng dẫn

a) Để đồ thị hàm số $y=f(x)=(m+2)x^2$ đi qua điểm $A(-1;3)$

Ta có: $3=(m+2).(-1)^2$

$3=m+2$

$m=1$

Vậy với $m=1$ thì đồ thị hàm số $y=f(x)=(m+2)x^2$ đi qua điểm $A(-1;3)$

b) Để đồ thị hàm số $y=f(x)=(m+2)x^2$ đi qua điểm $B(\sqrt{2};-1)$

Ta có: $-1=(m+2).(\sqrt{2})^2$

$-1=(m+2).2$

$2m+4=-1$

$2m=-5$

$m=-\frac{5}{2}$

Vậy với $m=-\frac{5}{2}$ thì đồ thị hàm số $y=f(x)=(m+2)x^2$ đi qua điểm $B(\sqrt{2};-1)$

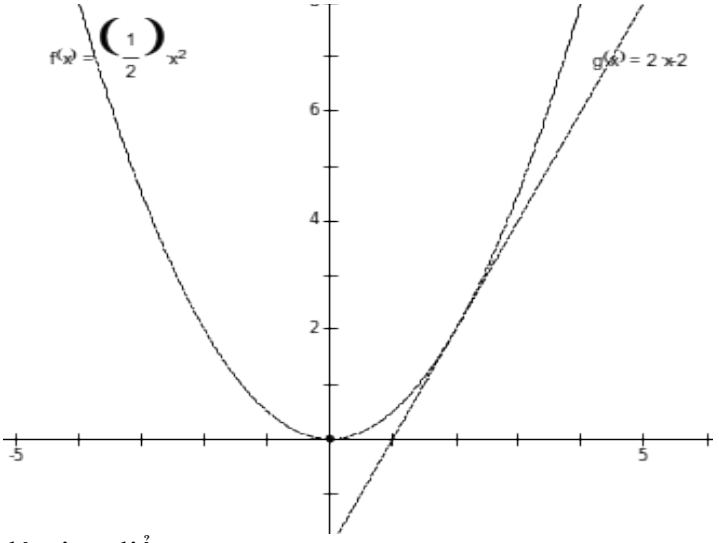
Bài 2. [TH] Cho hai hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ và $y=2x-2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị.

Hướng dẫn

a) Vẽ đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm:

$\frac{1}{2}x^2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 = 4x - 4 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Thay $x = 2$ vào hàm số $y = 2x - 2$ ta được:

$y = 2.2 - 2 = 2$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị là $(2;2)$

Bài 3. [VD]

a) Xác định a biết rằng đồ thị hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ đi qua điểm $A(-2;1)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số (P) vừa tìm được ở câu a.

c) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng $y = x - 1$ bằng phép tính.

Hướng dẫn

a) Thay tọa độ điểm $A(-2;1)$ vào công thức hàm số $y = ax^2$ ta được: $1 = a.(-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$

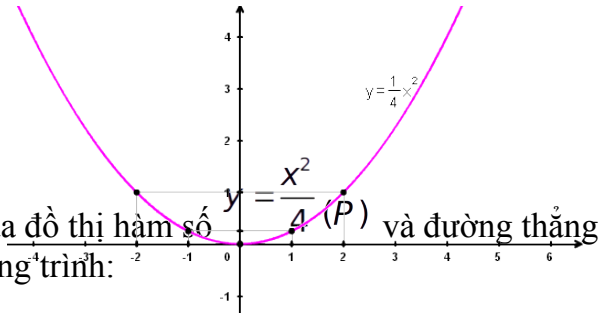
b) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4} (P)$

Bảng giá trị

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \frac{x^2}{4}$	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4} (P)$ là một Parabol có bề lõm quay lên trên và đi qua các điểm

Có tọa độ $O(0;0)$; $B'\left(1;\frac{1}{4}\right)$; $B\left(-1;\frac{1}{4}\right)$; $A(2;1)$; $A'(-2;1)$;



c) Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4} (P)$ và đường thẳng $y = x - 1 (d)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=\dfrac{x^2}{4} \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x^2}{4} \\ \dfrac{x^2}{4}=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{x^2}{4} & (1) \\ x^2-4x+4=0 & (2) \end{cases}$$

Giải phương trình: $x^2-4x+4=0$ (2) có nghiệm $x=2$.

+) Với $x=2 \Rightarrow y=2^2-4.2+4=0$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^2$ (P) và đường thẳng $y=-x+2$ (d) cắt nhau tại điểm $A(2;0)$.

Bài 4. [VD]

Cho hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ có đồ thị parabol (P).

a) Xác định a để (P) đi qua điểm $A(-\sqrt{2};4)$.

b) Với giá trị a vừa tìm được ở trên, hãy:

+) Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ.

+) Tìm các điểm trên (P) có tung độ bằng 2.

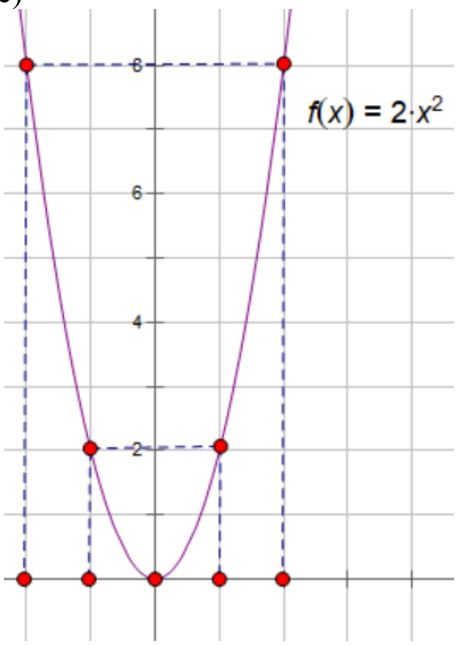
+) Tìm các điểm trên (P) cách đều hai trục tọa độ.

Lời giải

a) Từ $A(-\sqrt{2};4)\in(P)$, tìm được $a=2$.

b) Với $a=2$ suy ra hàm số là $y=2x^2(P)$

i) Đồ thị hàm số $y=2x^2$ (hình vẽ)



ii) Cho $y=2$ ta tìm được $x=\pm 1$.

Vậy các điểm cần tìm là $(1;2)$ và $(-1;2)$

iii) Có $M(x_0;y_0)\in(P)\Rightarrow y_0=2x_0^2$.

M cách đều Ox, Oy nên ta có

$|x_0|=|y_0|$

$x_0=\pm 2x_0^2$.

Tìm được $x_0 = 0 \text{ suy ra } y_0 = 0$

Hoặc $x_0 = \pm\frac{1}{2} \text{ suy ra } y_0 = \frac{1}{2}$

Vậy các điểm cần tìm là $M_1(0;0),\ M_2\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ và $M_3\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right)$

DẠNG 2: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ $y=ax^2\ (a\neq 0)$

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Hàm số $y=\frac{1}{4}x^2$ đạt giá trị là bao nhiêu khi $x=2$?

A. 1. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Với $x=2$. Ta có: $y=\frac{1}{4}.2^2=1$.

Câu 2. [NB] Hàm số $y=-7x^2$ đạt giá trị là bao nhiêu khi $x=-3$?

A. $a=21$. **B.** $a=-21$. **C.** $a=63$. **D.** $a=-63$.

Lời giải

Chọn D

Với $x=-3$. Ta có: $y=-7.(-3)^2=-63$.

Câu 3. [NB] Với $a=5$ thì hàm số $y=ax^2$ có giá trị bằng bao nhiêu khi $x=-2$?

A. 5. **B.** -10. **C.** 20. **D.** -20.

Lời giải

Chọn C

Với $x=-2,\ a=5$. Ta có: $y=5.(-2)^2=20$.

Câu 4. [NB] Với $a=-9\sqrt{7}$ thì hàm số $y=ax^2$ có giá trị bằng bao nhiêu khi $x=-\sqrt{2}$?

A. $-9\sqrt{14}$. **B.** $18\sqrt{7}$. **C.** $9\sqrt{14}$. **D.** $-18\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D

Với $a=-9\sqrt{7},\ x=-\sqrt{2}$. Ta có: $y=-9\sqrt{7}.\left(-\sqrt{2}\right)^2=-18\sqrt{7}$.

Câu 5. [TH] Xác định a biết hàm số $y=ax^2$ nhận giá trị bằng -1 khi $x=2$.

A. $a=1$. **B.** $a=\frac{1}{4}$. **C.** $a=-\frac{1}{4}$. **D.** $a=4$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=ax^2$ nhận giá trị bằng -1 khi $x=2$ nên $-1=a.2^2$.

Do đó, $a=-\frac{1}{4}$.

Câu 6. [TH] Tìm giá trị của m để hàm số $y=(2m-1)x^2$ nhận giá trị bằng 4 khi $x=-1$.

A. $m=\frac{2}{5}$. **B.** $m=-\frac{2}{5}$. **C.** $m=-\frac{5}{2}$. **D.** $m=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=(2m-1)x^2$ nhận giá trị bằng 4 khi $x=-1$ nên $4=(2m-1).(-1)^2$.

$\Rightarrow 2m-1=4$

$\Rightarrow 2m=5$

Vậy $m=\dfrac{5}{2}$.

Câu 7. [TH] Hàm số $y=(2-3m)x^2$ nhận giá trị bằng $4\sqrt{3}$ khi $x=2$ thì giá trị của m là:

A. $\dfrac{2-\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2-\sqrt{3}$. **C.** $2+\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2+\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=(2-3m)x^2$ nhận giá trị bằng $4\sqrt{3}$ khi $x=2$ nên $4\sqrt{3}=(2-3m).2^2$.

$\Rightarrow 2-3m=\sqrt{3}$

$\Rightarrow 3m=2-\sqrt{3}$

Vậy $m=\dfrac{2-\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. [TH] Tìm giá trị của hàm số $y=ax^2$ tại $x=-3$ biết hàm số có giá trị là $-8\sqrt{3}$ khi $x=2$.

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $-18\sqrt{3}$. **D.** $-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=ax^2$ nhận giá trị bằng $-8\sqrt{3}$ khi $x=2$ nên $-8\sqrt{3}=a.2^2$.

$\Rightarrow a=-2\sqrt{3}$

Do đó hàm số là $y=-2\sqrt{3}x^2$.

Giá trị của hàm số tại $x=-3$ là $y=-2\sqrt{3}.(-3)^2=-18\sqrt{3}$.

Câu 9. [VD] Hình lăng trụ đứng tứ giác có đáy là hình vuông cạnh $a\ (\text{cm})$ và chiều cao $6\ \text{cm}$ thì công thức tính thể tích V của lăng trụ theo a là:

A. $6a^2$. **B.** $36a$. **C.** $6a$. **D.** $6+a$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính thể tích của hình lăng trụ đứng tứ giác là $V=S.h$ với S là diện tích đáy và h là chiều cao.

Diện tích đáy hình lăng trụ đứng tứ giác là hình vuông cạnh $a\ (\text{cm})$ nên $S=a^2$.

Do đó, công thức tính thể tích hình lăng trụ đứng tứ giác đó là $V=a^2.h=a^2.6=6a^2$.

Câu 10. [VD] Công thức tính diện tích toàn phần $S\ (\text{cm}^2)$ của hình lập phương cạnh $a\ (\text{cm})$ là:

A. $6a$. **B.** $4a^2$. **C.** $6a^2$. **D.** a^2.

Lời giải

Chọn C

Công thức tính diện tích toàn phần $S\ (\text{cm}^2)$ của hình lập phương cạnh $a\ (\text{cm})$ là: $S=6a^2$.

Câu 11. [VD] Điều kiện của m để hàm số $y=(5m-2)x^2\left(m\neq\frac{2}{5}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$ là:

A. $m<\frac{5}{2}$. **B.** $m<\frac{2}{5}$. **C.** $m>\frac{5}{2}$. **D.** $m>\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=(5m-2)x^2\left(m\neq\frac{2}{5}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$ khi $a<0$.

$\Rightarrow 5m-2<0$

$\Rightarrow 5m<2$

$\Rightarrow m<\frac{2}{5}$.

Vậy $m<\frac{2}{5}$ thì hàm số $y=(5m-2)x^2\left(m\neq\frac{2}{5}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$.

Câu 12. [VDC] Một vật rơi tự do từ độ cao $100m$ so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật rơi phụ thuộc và thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s=4,9t^2$. Hỏi sau bao lâu kể từ khi bắt đầu rơi, vật này chạm đất?

A. $t\approx 4,3$(giây). **B.** $t\approx 4,7$(giây). **C.** $t\approx 4$(giây). **D.** $t\approx 4,5$(giây).

Lời giải

Chọn D

Vật này chạm đất khi vật di chuyển được quãng đường là $100m$.

Khi đó, $100=4,9t^2$

$\Rightarrow t^2=100:4,9$

$\Rightarrow t\approx 4,5$ (giây)

Vậy sau $4,5$giây kể từ khi bắt đầu rơi, vật này chạm đất.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI:

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y=-0,5x^2$. Chỉ ra trong các câu hỏi sau, câu nào đúng ghi Đ, câu nào sai ghi S.

a) Giá trị của hàm số tại $x=-3$ là $y=-4,5$..

b) Giá trị của hàm số tại $x=-2$ là $y=-2$

c) Giá trị của hàm số tại $x=-1$ là $y=-4,5$

d) Giá trị của hàm số tại $x=0$ là $y=0$.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

Câu 2. Cho hàm số $y=3\sqrt{2}x^2$. Chỉ ra trong các câu hỏi sau, câu nào đúng ghi Đ, câu nào sai ghi S.

a) Giá trị của hàm số tại $x=1+\sqrt{2}$ là $y=9\sqrt{2}+12$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y=0$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y=0$.

d) Giá trị của hàm số tại $x=8\sqrt{3}$ và giá trị của hàm số tại $x=-8\sqrt{3}$ là bằng nhau.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) Đ**

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$. Chỉ ra trong các câu hỏi sau, câu nào đúng ghi Đ, câu nào sai ghi S.

a) Với $a=1$ thì hàm số có giá trị bằng 1 khi $x=1$.

b) Với $a=-3$ thì hàm số có giá trị bằng 9 khi $x=1$.

c) Với $a>0$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

d) Với $a<0$ thì hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) Đ**

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ nhận giá trị bằng $4\sqrt{3}$ tại $x=2$.

a) Hệ số a của hàm số là $\sqrt{3}$.

b) Giá trị của hàm số tại $x=-6$ là $36\sqrt{3}$.

c) Hàm số đạt giá trị là $5\sqrt{3}$ tại $x=5$.

d) Hàm số đạt giá trị là $7\sqrt{3}$ tại $x=\sqrt{7}$ hoặc $x=-\sqrt{7}$.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho hàm số $y=f(x)=-8x^2$. Giá trị của hàm số tại $x=-\sqrt{5}$ là bao nhiêu?

Lời giải

Với $x=-\sqrt{5}$ thì $y=-8\left(-\sqrt{5}\right)^2=-40$.

Đáp án: $y=-40$.

Câu 2. [NB] Tìm hệ số a biết hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ có giá trị bằng $9\sqrt{3}$ khi $x=3$.

Lời giải

Với $x=3$ thì hàm số $y=ax^2$ có giá trị bằng $9\sqrt{3}$ nên $9\sqrt{3}=a.3^2$

$\Rightarrow a=9\sqrt{3}:9=\sqrt{3}$.

Đáp án: $a=\sqrt{3}$.

Câu 3. [TH] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(4\sqrt{5}-7\right)x^2$.

Lời giải

Vì $x^2\geq 0$ với mọi x và $\left(4\sqrt{5}-7\right)>0$ nên $\left(4\sqrt{5}-7\right)x^2\geq 0$ với mọi x.

Dấu "$=$" xảy ra khi $x=0$.

Vậy hàm số $y=\left(4\sqrt{5}-7\right)x^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=0$.

Đáp án: Hàm số $y=\left(4\sqrt{5}-7\right)x^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=0$.

Câu 4. [TH] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left(2\sqrt{7}-9\right)x^2$.

Lời giải

Vì $x^2\ge 0$ với mọi x và $\left(2\sqrt{7}-9\right)<0$ nên $\left(2\sqrt{7}-9\right)x^2\le 0$ với mọi x.
Dấu "=" xảy ra khi $x=0$.
Vậy hàm số $y=\left(2\sqrt{7}-9\right)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 khi $x=0$.

Đáp án: Hàm số $y=\left(2\sqrt{7}-9\right)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 khi $x=0$.

Câu 5. [VD] Tìm các giá trị của m để hàm số $y=\left(9m-\sqrt{3}\right)x^2\left(m\ne\frac{\sqrt{3}}{9}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $y=0$ khi $x=0$?

Lời giải

Hàm số $y=\left(9m-\sqrt{3}\right)x^2\left(m\ne\frac{\sqrt{3}}{9}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $y=0$ khi $x=0$ khi $9m-\sqrt{3}>0$.
$\Rightarrow 9m>\sqrt{3}$
$\Rightarrow m>\frac{\sqrt{3}}{9}$.
Vậy $m>\frac{\sqrt{3}}{9}$ thì hàm số $y=\left(9m-\sqrt{3}\right)x^2\left(m\ne\frac{\sqrt{3}}{9}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $y=0$ khi $x=0$.

Đáp án: $m>\frac{\sqrt{3}}{9}$.

Câu 6. [VDC] Một vật rơi tự do từ độ cao $550m$ so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật rơi phụ thuộc và thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s=4,9t^2$. Sau 10 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

Lời giải

Sau 10 giây, vật này di chuyển được quãng đường là: $s=4,9.10^2=490(m)$.
Do đó, sau 10 giây, vật này cách mặt đất là: $550-490=60(m)$.

Đáp án: $60(m)$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Mun tính giá tr ca mt hàm s ti mt đim , ta thay $x=x_0$ vào hàm s. $x=x_0$

Mun bit hàm s đt giá tr ti giá tr nào ca , ta thay vào hàm s. $y=y_0$ x $y=y_0$

Mun tìm khi bit hàm a $y=y_0$ $x=x_0$ $x=x_0$ $y=y_0$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Cho hàm số $y=f(x)=x^2$. Tính các giá trị $f(-3);\ f\left(\sqrt{2}\right);\ f(0);\ f(1,2)$.

Lời giải

$f(-3)=(-3)^2=9$;

$f(\sqrt{2})=(\sqrt{2})^2=2$;

$f(0)=0^2=0$;

$f(1,2)=(1,2)^2=1,44$.

Ví dụ 2 [TH]:

Tìm hệ số a biết hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ có giá trị bằng 4 khi $x=1$.

Lời giải

Thay $x=1, y=4$ vào hàm số $y=ax^2$, ta có: $4=a.1^2\Rightarrow a=4$.

Vậy $a=4$ thì hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ có giá trị bằng 4 khi $x=1$.

Ví dụ 3 [TH]:

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2}{5}x^2$.

Lời giải

Vì $x^2\geq 0$ với mọi x và $\frac{2}{5}>0$ nên $\frac{2}{5}x^2\geq 0$ với mọi x.
Dấu " = " xảy ra khi $x=0$.

Vậy hàm số $y=\frac{2}{5}x^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=0$.

Ví dụ 4 [VD]:

Tìm các giá trị của *m* để hàm số $y=(2m+3)x^2\left(m\neq -\frac{3}{2}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$?

Lời giải

Hàm số $y=(2m+3)x^2\left(m\neq -\frac{3}{2}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$ khi $a<0$

$\Rightarrow 2m+3<0$

$\Rightarrow 2m<-3$

$\Rightarrow m<-\frac{3}{2}$.

Vậy $m<-\frac{3}{2}$ thì hàm số $y=(2m+3)x^2\left(m\neq -\frac{3}{2}\right)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$.

$y=f(x)=-\frac{3}{2}x^2$. Hoàn thành bảng giá trị sau:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	?	?	?	?	?	?	?

Hướng dẫn

x	-3	-2	-1	0	1	2	3

y	$-\frac{27}{2}$	-6	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-6	$-\frac{27}{2}$

Bài 2. [NB] Cho hàm số $y=f(x)=2x^2$. Tính các giá trị $f(-1);\ f(\sqrt{3});\ f(0);\ f(5)$.

Hướng dẫn

$f(-1)=2.(-1)^2=2;$

$f(\sqrt{3})=2.(\sqrt{3})^2=6;$

$f(0)=2.0^2=0;$

$f(5)=2.5^2=50.$

Bài 3. [NB] Cho hàm số $y=f(x)=-3x^2$. Tính các giá trị $f(1);\ f(-\sqrt{2});\ f(0);\ f(-3)$.

Hướng dẫn

$f(1)=-3.1^2=-3;$

$f(-\sqrt{2})=-3.(-\sqrt{2})^2=-6;$

$f(0)=-3.0^2=0;$

$f(-3)=-3.(-3)^2=-27.$

Bài 4. [TH] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(9\sqrt{2}-3)x^2$.

Hướng dẫn

Vì $x^2\geq 0$ với mọi x và $(9\sqrt{2}-3)>0$ nên $9x^2\geq 0$ với mọi x.

Dấu $"="$ xảy ra khi $x=0.$

Vậy hàm số $y=(9\sqrt{2}-3)x^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=0.$

Bài 5. [TH] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=(-3\sqrt{2}-1)x^2$.

Hướng dẫn

Vì $x^2\geq 0$ với mọi x và $(-3\sqrt{2}-1)<0$ nên $(-3\sqrt{2}-1)x^2\leq 0$ với mọi x.

Dấu $"="$ xảy ra khi $x=0.$

Vậy hàm số $y=(-3\sqrt{2}-1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 khi $x=0.$

Bài 6. [VD] Tìm các giá trị của *m* để hàm số $y=(m+5)x^2\ (m\neq -5)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$?

Hướng dẫn

Hàm số $y=(m+5)x^2\ (m\neq -5)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0$ khi $a<0$

$\Rightarrow m+5<0$

$\Rightarrow m<-5.$

Vậy $m<-5$ thì hàm số $y=(m+5)x^2\ (m\neq -5)$ đạt giá trị lớn nhất là $y=0$ khi $x=0.$

Bài 7. [VD] Tìm các giá trị của *m* để hàm số $y=(2m+3)x^2\left(m\neq-\frac{3}{2}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $y=0$ khi $x=0$?

Hướng dẫn

Hàm số $y=(2m+3)x^2\left(m\neq-\frac{3}{2}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $y=0$ khi $x=0$ khi $a>0$

$\Rightarrow 2m+3>0$

$\Rightarrow 2m>-3$

$\Rightarrow m>-\frac{3}{2}$.

Vậy $m>-\frac{3}{2}$ thì hàm số $y=(2m+3)x^2\left(m\neq-\frac{3}{2}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $y=0$ khi $x=0$.

Bài 8. [VD] Tìm các giá trị a để hàm số $y=f(x)=-\frac{2}{5}x^2$ thỏa mãn: $f(a)=3a$.

Hướng dẫn

Thay $x=a;\ y=3a$ vào hàm số ta có: $3a=-\frac{2}{5}a^2$

$\Rightarrow 15a=-2a^2$

$\Rightarrow 2a^2+15a=0$

$\Rightarrow a(2a+15)=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 2a+15=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-\frac{15}{2} \end{array}\right.$

- Với $a=0$ thì $x=0;\ y=0$

- Với $a=-\frac{15}{2}$ thì $x=-\frac{15}{2};\ y=-\frac{45}{2}$

Vậy $a=0$ hoặc $a=-\frac{15}{2}$.

Bài 9. [VD] Một vật rơi tự do từ độ cao $98m$ so với mặt đất. Quãng đường chuyển động $s(m)$ của vật rơi phụ thuộc và thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s=4,9t^2$.

a) Sau 3 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Hỏi sau bao lâu kể từ khi bắt đầu rơi, vật này chạm đất?

Hướng dẫn

a) Sau 3 giây, vật này di chuyển được quãng đường là: $s=4,9.3^2=44,1(m).$

Do đó, sau 3 giây, vật này cách mặt đất là: $98-44,1=53,9(m).$

b) Vật này chạm đất khi vật di chuyển được quãng đường là $98m$.

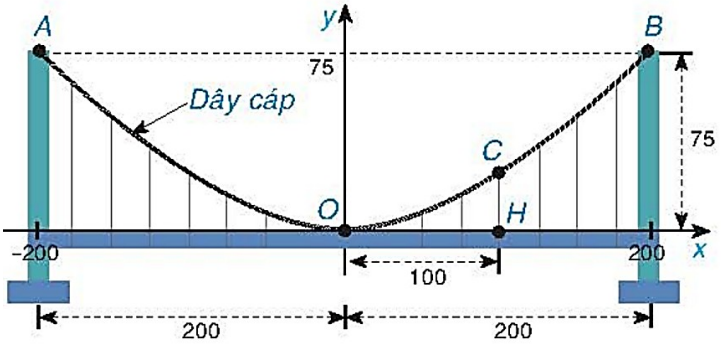
Khi đó, $98=4,9t^2$

$\Rightarrow t^2=98:4,9=20$

$\Rightarrow t = \sqrt{20} \approx 4,47$ (giây)

Vậy sau $4,47$ giây kể từ khi bắt đầu rơi, vật này chạm đất.

Bài 10. [VD] Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao $75m$ so với mặt của cây cầu và cách nhau $400m$. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ như hình dưới đây và được treo trên các đỉnh tháp. Tìm chiều cao CH của dây cáp biết điểm H cách tâm O của cây cầu $100m$ (giả sử mặt của cây cầu là bằng phẳng).



Hướng dẫn

Điểm cao nhất của cầu là điểm $B(200;\ 75)$. Thay $x = 200;\ y = 75$ vào hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$, ta có:

$$75 = a.200^2$$
$$\Rightarrow a = 75 : 200^2$$
$$\Rightarrow a = \frac{3}{1600} = 0,001875.$$

Khi đó, hàm số là $y = 0,001875x^2$.

Chiều cao của dây cáp là giá trị của hàm số $y = 0,001875x^2$ tại $x = 100$.

Vậy chiều cao CH của dây cáp là $0,001875.100^2 = 18,75(m)$.

DẠNG 3: Xác định hàm số thỏa mãn tính chất điều kiện cho trước

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. **[NB]** Xác định hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$. Biết đồ thị đi qua điểm $A(2;4)$.

A. $y=x^2$. **B.** $y=2x^2$. **C.** $y=4x^2$. **D.** $y=-x^2$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=2;y=4$ vào hàm số ta được $y=x^2$

$4=2^2$

$4=4$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^2$ đi qua điểm $A(2;4)$

Câu 2. **[NB]** Với giá trị nào của a để đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ đi qua điểm $A\left(-1;\frac{-1}{4}\right)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{-1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x=-1;y=\frac{-1}{4}$ vào hàm số ta được $a=\frac{-1}{4}$.

Câu 3. **[NB]** Với giá trị nào của a để đồ thị hàm số $y=ax^2(a\neq 0)$ đi qua điểm $B\left(2;\frac{-1}{4}\right)$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{-1}{4}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{-1}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Thay $x=2;y=\frac{-1}{4}$ vào hàm số ta được $a=\frac{-1}{16}$.

Câu 4. **[NB]** Xác định hàm số $y=ax^2$. Biết đồ thị đi qua điểm $A\left(-\frac{1}{2};-2\right)$.

A. $y=\frac{1}{8}x^2$. **B.** $y=\frac{-1}{8}x^2$. **C.** $y=-8x^2$. **D.** .

Lời giải

Chọn C

Thay $x=\frac{-1}{2};y=-2$ vào hàm số ta được :

$-2=a.(\frac{-1}{2})^2$

$-2=a.\frac{1}{4}$

$a=-8$

Vậy đồ thị hàm số $y=-8x^2$ đi qua điểm $A\left(-\frac{1}{2};-2\right)$.

Câu 5. [TH] Cho hàm số $y=(2m+2)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x;y)$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x-y=1\\2x-y=3\end{cases}$

A. $m=\frac{7}{4}$. **B.** $m=\frac{1}{4}$. **C.** $m=\frac{7}{8}$. **D.** $m=\frac{-7}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Giải hệ phương trình $\begin{cases}x-y=1\\2x-y=3\end{cases}$ ta được $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ Vậy $A(2;1)$

Thay $x=2;y=1$ vào hàm số ta được $m=-\frac{7}{8}$

Câu 6. [TH] Cho hàm số $y=(-3m+1)x^2$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(x;y)$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}4x-3y=-2\\x-2y=-3\end{cases}$

A. $m=\frac{1}{3}$. **B.** $m=\frac{-1}{3}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn B

Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-3y=-2\\x-2y=-3\end{cases}$ ta được $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Vậy $A(1;2)$

Thay $x=1;y=2$ vào hàm số ta được $m=\frac{-1}{3}$.

Câu 7. [VD] Điểm thuộc đồ thị hàm số $y=5x^2$ biết điểm đó có hoành độ bằng -2 là:

A. $(-2;20)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(2;-5)$. **D.** $(-2;-5)$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=-2$ vào hàm số ta được $y=20$.

Câu 8. [VD] Điểm thuộc đồ thị hàm số $y=-2x^2$ biết điểm đó có tung độ bằng -2 là:

A. $(-2;1)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $y=-2$ vào hàm số ta được $x=\pm 1$.

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^2$ có tung độ bằng 3 là:

a) $(3;3)$.

b) $(-3;3)$.

c) $\left(\frac{1}{3};3\right)$.

d) $\left(-\frac{1}{3};3\right)$.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) S**

Câu 2. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{-1}{3}x^2$ có hoành độ bằng 2 là:

a) $\left(2;\frac{-1}{3}\right)$.

b) $\left(2;\frac{1}{3}\right)$.

c) $\left(2;\frac{-4}{3}\right)$.

d) $\left(2;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

a) S **b) S** **c) Đ** **d) S**

Câu 3. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{-1}{2}x^2$ có tung độ bằng -3 là:

a) $(6;-3)$.

b) $(\sqrt{6};-3)$.

c) $(-6;-3)$.

d) $(-\sqrt{6};-3)$.

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

Câu 4. Điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{-1}{2}x^2$ có hoành độ bằng -3 là.

a) $\left(-3;\frac{-1}{2}\right)$.

b) $\left(-3;\frac{1}{2}\right)$.

c) $\left(-3;\frac{-9}{2}\right)$.

d) $\left(-3;\frac{9}{2}\right)$.

Lời giải

a) S **b) S** **c) Đ** **d) S**

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Cho hàm số $y=-x^2$. Điểm thuộc đồ thị hàm số và có tung độ bằng $\frac{-1}{9}$ thì hoành độ bằng

Lời giải

Đáp án: $\pm\frac{1}{3}$.

Câu 2. [NB] Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^2$. Điểm thuộc đồ thị hàm số và có hoành độ bằng $\frac{-1}{2}$ thì tung độ bằng:

Lời giải

Đáp án: $\frac{1}{6}$.

Câu 3. [TH] Cho hàm số $y=\sqrt{3}x^2$. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số và có tung độ gấp đôi hoành độ.

Lời giải

Đáp án: Gọi điểm $M(x;y)$ là điểm cần tìm. Vì M có tung độ gấp đôi hoành độ nên: $M(x;2x)$

Thay tọa độ điểm M vào hàm số ta được:

$2x=\sqrt{3}x^2$

$+)x=0;y=0$

$+)x=\frac{2\sqrt{3}}{3};y=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn điều kiện.

Câu 4. [TH]Cho hàm số $y=\frac{-2}{5}x^2$. Điểm thuộc đồ thị hàm số khác gốc tọa độ $O(0;0)$ và có tung độ gấp ba lần hoành độ thì có hoành độ bằng:

Lời giải

Đáp án: Gọi điểm $M(x;y)$ là điểm cần tìm. Vì M có tung độ gấp ba lần hoành độ nên: $M(x;3x)$

Thay tọa độ điểm M vào hàm số ta được:

$3x=\frac{-2}{5}x^2$

$+)x=0;y=0$

$+)x=\frac{-15}{2};y=\frac{-45}{2}$

Vậy điểm M hoành độ bằng $\frac{-15}{2}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Mun xác đnh hàm s bit đ th $y=ax^2\ (a\neq 0)$ $M(x_0;y_0)$
hàm s đi qua đim , ta thay vào
x **hàm s đ tìm** a.

$y=ax^2\ (a\neq 0)$

$M(x_0;y_0)$ $x=x_0;\ y=y_0$ a.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]:

Xác định hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(1;4)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $M(1;4)$ vào hàm số $y=ax^2$, ta có: $4=a.1^2\Rightarrow a=4$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=4x^2$.

Ví dụ 2 [TH]:

Xác định hàm số $y=(4m-5)x^2\ \left(m\neq\frac{5}{4}\right)$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;8)$.

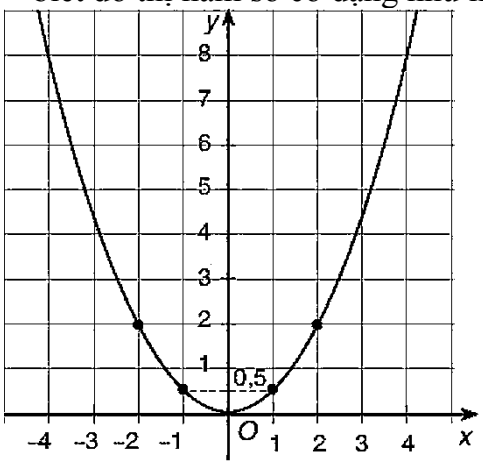
Lời giải

Thay tọa độ điểm $A(-1;8)$ vào hàm số $y=(4m-5)x^2$, ta có: $8=(4m-5).(-1)^2$
$\Rightarrow 4m-5=8$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=8x^2$.

Ví dụ 3 [TH]:

Xác định hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ biết đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;2)$. Thay tọa độ điểm $A(2;2)$ vào hàm số $y=ax^2$, ta có: $2=a.2^2$.

$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = \frac{1}{2}x^2$.

Ví dụ 4 [VD]: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 (a \neq 0)$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2x + 6$. Xác định hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1.

Lời giải

Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -1 nên -1 là một nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $ax^2 = 2x + 6$.

Thay $x = -1$ vào phương trình trên, ta có: $a(-1)^2 = 2.(-1) + 6$

$\Rightarrow a = 4$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = 4x^2$.

$y = ax^2 (a \neq 0)$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $N(-2;-12)$.

Hướng dẫn

Thay tọa độ điểm $N(-2;-12)$ vào hàm số $y = ax^2$, ta có: $-12 = a.(-2)^2 \Rightarrow a = -3$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = -3x^2$.

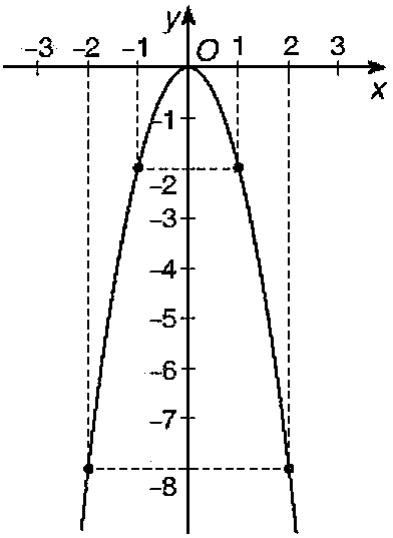
Bài 2. [NB] Xác định hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;4\sqrt{3})$.

Hướng dẫn

Thay tọa độ điểm $M(2;4\sqrt{3})$ vào hàm số $y = ax^2$, ta có: $4\sqrt{3} = a.2^2 \Rightarrow a = \sqrt{3}$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = \sqrt{3}x^2$.

Bài 3. [TH] Xác định hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ biết đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



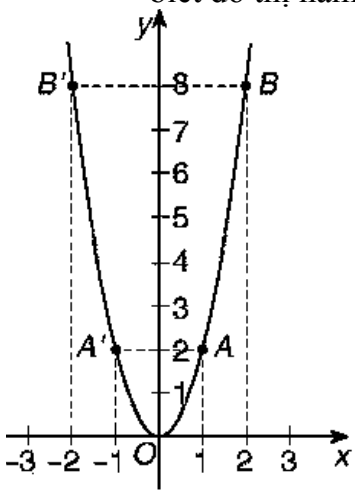
Hướng dẫn

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-2).$ Thay tọa độ điểm $A(1;-2)$ vào hàm số $y=ax^2$, ta có: $-2=a.1^2.$

$\Rightarrow a=-2.$

Vậy hàm số cần tìm là $y=-2x^2.$

Bài 4. [TH] Xác định hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ biết đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



Hướng dẫn

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;2).$ Thay tọa độ điểm $A(1;2)$ vào hàm số $y=ax^2$, ta có: $2=a.1^2.$

$\Rightarrow a=2.$

Vậy hàm số cần tìm là $y=2x^2.$

Bài 5 [VD] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y=ax^2\ (a\neq 0)$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=5x-4.$ Xác định hàm số $y=ax^2\ (a\neq 0)$ để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng $-2.$

Lời giải

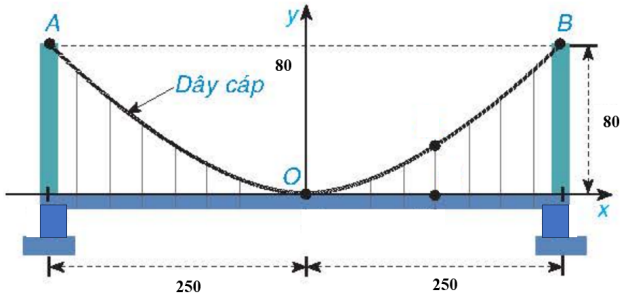
Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 nên -2 là một nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $ax^2 = 5x - 4.$

Thay $x = -2$ vào phương trình trên, ta có: $a(-2)^2 = 5.(-2) - 4$

$\Rightarrow a = -\frac{7}{2}.$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -\frac{7}{2}x^2.$

Bài 6. [VD] Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao $80m$ so với mặt của cây cầu và cách nhau $500m.$ Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$ như hình vẽ và được treo trên các đỉnh tháp. Hãy xác định hàm số đó.



Hướng dẫn

Điểm cao nhất của cầu là điểm $A(-250;\ 80)$ và $B(250;\ 80)$. Thay $x = 250;\ y = 80$ vào hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$, ta có: $80 = a.250^2$

$\Rightarrow a = 80 : 250^2$

$\Rightarrow a = \frac{4}{3125} = 0,00128.$

Khi đó, hàm số là $y = 0,00128x^2.$

Bài 7. [VD] Một cổng vòm được thiết kế dạng parabol $y = ax^2 (a \neq 0)$. Biết chiều rộng của chân cổng là $AB = 6m$ và chiều cao của cổng là $OI = 4,5m.$ Xác định hàm số $y = ax^2$.

Hướng dẫn

Gọi $O(0;\ 0)$ là đỉnh của Parabol (P): $y = ax^2 (a \neq 0)$.

Vì chiều rộng của chân cổng là $AB = 6m$ và chiều cao của cổng là $OI = 4,5m$ nên (P) đi qua điểm $A(-3;-4,5)$ và $B(3;-4,5)$.

Thay tọa độ điểm $A(-3;-4,5)$ vào hàm số $y = ax^2$ ta có: $-4,5 = a.(-3)^2$.

$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}.$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2.$

Bài 8 [VDC] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y=ax^2\,(a\neq 0)$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=3$. Xác định hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$ để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A,\ B$ sao cho $S_{\Delta AOB}=12$ (đơn vị diện tích).

Hướng dẫn

Gọi H là giao điểm của đường thẳng (d) với trục tung thì $H(0;3)$.

Để đồ thị của hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$ cắt đường thẳng (d) có phương trình $y=3$ thì $a>0$.

Vì đồ thị của hàm số $y=ax^2\,(a\neq 0)$ đối xứng qua trục Oy nên tam giác AOB là tam giác cân tại O nhận OH là đường cao tương ứng với đáy AB và H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Gọi $A(-x_0;3)$ và $B(x_0;3)$ thì $AB=2x_0$.

Ta có: $S_{\Delta AOB}=12\Rightarrow \frac{1}{2}OH.AB=12$.

$\Rightarrow \frac{1}{2}.3.2x_o=12$

$\Rightarrow x_0=4$.

Vậy $A(-4;3)$.

Thay $x=-4;\ y=3$ vào hàm số $y=ax^2\,(a>0)$, ta có: $3=a.(-4)^2\Rightarrow a=\frac{3}{16}$.

Vậy hàm số cần tìm là: $y=\frac{3}{16}x^2$.

CHUYÊN ĐỀ 2:PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

(ghi lại nội dung chính của bài/ của chương: dạng liệt kê, bảng hoặc sơ đồ tư duy)

1. Định nghĩa

Phương trình bậc hai một ẩn x là phương trình có dạng $ax^2+bx+c=0(a,b,c\hat{I}\ ¡;a^1\ 0)$

2. Cách giải

Phương trình $ax^2+bx+c=0(a,b,c\hat{I}\ ¡;a^1\ 0)$

*) Khi $c=0$ phương trình có dạng: $ax^2+bx=0$

$x(ax+b)=0$

$x=0$ hoặc $ax+b=0$

*) Khi $b=0$ phương trình có dạng: $ax^2+c=0$

$ax^2=-c$

$x^2=\frac{-c}{a}$

Nếu $\frac{-c}{a}^3\ 0$ thì phương trình có nghiệm $x=\pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

Nếu $\frac{-c}{a}<0$ thì phương trình vô nghiệm

*) Khi $a;b;c \neq 0$ giải phương trình bằng công thức nghiệm

Công thức nghiệm tổng quát	Công thức nghiệm thu gọn
$\Delta = b^2 - 4ac$ Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ Nếu $\Delta > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$b' = \frac{b}{2}$ $\Delta' = (b')^2 - ac$ Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b'}{a}$ Nếu $\Delta' > 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$ $x_2 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: Nhận biết phương trình bậc hai. Xác định các hệ số a,b,c của phương trình bậc hai

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + 2 = 0$, hệ số a của phương trình là:

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 2. [NB] Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc hai một ẩn?

A. $x^2 - \sqrt{x} + 1 = 0$. **B.** $2x^2 - 2018 = 0$. **C.** $x + \frac{1}{x} - 4 = 0$. **D.** $2x - 1 = 0$.

Câu 3. [NB] Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn x?

A. $2021x - 4 = 0$ **B.** $3x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ **C.** $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$ **D.** $x^2 - x + 5 = 0$

Câu 4. [NB] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + 2 = 0$, hệ số c của phương trình là:

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 5. [TH] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(2m+1)x + 2m = 0$, hệ số b của phương trình là:

A. $m+1$. **B.** $2m+1$. **C.** $2m$. **D.** $-2(2m+1)$.

Câu 6. [TH] Giá trị của m để phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x là

A. $m \neq 0$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $m \neq 0$ và $m \neq \pm 1$.

Lời giải

Chọn A

Vì phương trình bậc hai một ẩn x là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0 (a,b,c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$

Câu 7. [TH] Giá trị của m để phương trình $\frac{m-2}{2m+3}x^2 - (m-3)x + m + 4 = 0$ là phương trình bậc hai một ẩn x là

A. $m \neq 2$. **B.** $m \neq -\frac{3}{2}$. **C.** $m \neq 2$ và $m \neq -\frac{3}{2}$. **D.** $m \neq 2$, $m \neq 3$ và $m \neq -4$.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình bậc hai một ẩn x là phương trình có dạng $ax^2+bx+c=0(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$

nên $\frac{m-2}{2m+3}\neq 0$

$m-2\neq 0$ và $2m+3\neq 0$

$m\neq 2$ và $m\neq -\frac{3}{2}$

Câu 8. [TH] Giá trị của m để phương trình $\sqrt{m-2}x^2-(m+3)x+m+4=0$ là phương trình bậc hai một ẩn x là

A. $m\neq 2$. **B.** $m\geq 2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình bậc hai một ẩn x là phương trình có dạng $ax^2+bx+c=0(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$

nên $\sqrt{m-2}\neq 0$

$m-2>0$

$m>2$

Câu 9. [VD] Cho phương trình bậc hai ẩn x sau $\frac{7}{2m-3}x+5(m-1)x+4=0$. Tìm m để hệ số a là số nguyên dương?

A. $\{2;5\}$. **B.** $\{1;2;5\}$. **C.** $\{1;5\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

Đê phương trình có hệ số a là số nguyên dương thì $a>0$ và $a\in\mathbb{Z}$

nên $\frac{7}{2m-3}>0$ và $\frac{7}{2m-3}\in\mathbb{Z}$

$2m-3>0$ và $7\vdots 2m-3$

$2m-3\in\{1;7\}$

Nếu $2m-3=1$

$m=2$

Nếu $2m-3=7$

$m=5$

Câu 10. [VD] Cho phương trình $\frac{5}{m-2}x^2+\frac{2}{m}x-3m=0$. Số các giá trị nguyên của m để hệ số b là số nguyên

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đê phương trình có hệ số b là số nguyên thì $\frac{2}{m}\in\mathbb{Z}$

$2\vdots m$

$m\in\{\pm 1;\pm 2\}$

Vì $\frac{5}{m-2} \neq 0$

$m-2 \neq 0$

$m \neq 2$

Vậy $m \in \{-2;-1;1\}$

Câu 11. [VD] Cho phương trình $\sqrt{5-m}x^2+\sqrt{m+1}x-9=0$, số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Để phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x thì

$5-m>0$ và $m+1 \neq 0$

$m<5$ và $m \neq -1$

m là số nguyên nên $m \in \{-1;0;1;2;3;4\}$

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $\frac{\sqrt{7-m}}{\sqrt{m+3}}x^2+2(m-2)x+15=0$, giá trị của m để phương trình đã cho là phương trình bậc hai một ẩn x?

A. $m \neq 7$ và $m \neq -3$. **B.** $m<7$. **C.** $m>-3$. **D.** $-3<m<7$.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x thì

$7-m>0$ và $m+3>0$

$m<7$ và $m>-3$

Vậy $-3<m<7$

2. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho phương trình $3x^2-11x-1=0$. Xác định các hệ số $a;b;c$ của phương trình

Lời giải

Đáp án: $a=3;b=-11;c=-1$

Câu 2. [NB] Cho phương trình $x^2-(m+2)x+m+1=0$. Xác định các hệ số $a;b;c$ của phương trình

Lời giải

Đáp án: $a=1;b=-(m+2);c=m+1$

Câu 3. [TH] Tìm m để phương trình $mx^2-2x-1=0$ là phương trình bậc hai một ẩn x.

Lời giải

Đáp án: $m \neq 0$

Câu 4. [TH] Tìm m để phương trình $(m-1)x^2-mx-1=0$ là phương trình bậc hai một ẩn x.

Lời giải

Đáp án: $m \neq 1$

Câu 5. [VD] Cho phương trình $\frac{3}{7-m}x^2+3mx+2=0$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của m để hệ số a của phương trình là số không âm.

Lời giải

Đáp án: 6 giá trị của m

Để hệ số a của phương trình là số không âm

$\frac{3}{7-m} \geq 0$

$7-m>0$

$m<7$

m là số nguyên dương

$m \in \{1;2;3;4;5;6\}$

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $\sqrt{2m-3}x^2+(3m+1)x-2=0$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên của m để hệ số a của phương trình là số nhỏ hơn 3.

Lời giải

Đáp án: 4 giá trị của m

Để hệ số a của phương trình là số là số nhỏ hơn 3.

$\sqrt{2m-3}<3$

$2m-3 \geq 0$ và $\sqrt{2m-3}<3$

$m \geq \frac{3}{2}$ và $2m-3<9$

$m \geq \frac{3}{2}$ và $m<6$

m là số nguyên nên $m \in \{2;3;4;5\}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN **(GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)**

Phương pháp giải:

x $ax^2+bx+c=0(a,b,c$ Î ¡ ;a ¹ $0)$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Xác định các hệ số $a;b;c$ của các phương trình sau

a) $x^2+5x+2=0$ b) $-x^2+2x+4=0$ c) $-3x^2+6x-19=0$

Lời giải

Phương trình	a	b	c
a) $x^2+5x+2=0$	1	5	2
b) $-x^2+2x+4=0$	-1	2	4
c) $-3x^2+6x-19=0$	-3	6	-19

Ví dụ 2 [TH]: Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(m+5)x^2+3x-4m=0$ b) $(7-m)x^2+2(m+1)x-5=0$

c) $(5-m)x^2+7mx+8=0$ d) $(m^2+3)x^2+4(m+2)x-2m-3=0$

Lời giải

a) $(m+5)x^2+3x-4m=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $m+5 \neq 0$

$m \neq -5$

b) $(7-m)x^2+2(m+1)x-5=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $7-m \neq 0$

$m \neq 7$

c) $(5-m)x^2+7mx+8=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $5-m \neq 0$

$m \neq 5$

d) $(m^2+3)x^2+4(m+2)x-2m-3=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $m^2+3 \neq 0$

$m^2 \neq -3 (t/m)$

Ví dụ 3 [VD]: Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(m+5)(m-4)x^2+3x-4m=0$

b) $\frac{m+3}{m-4}x^2+2(m+1)x-5=0$

c) $(2m+3)(5-m)x^2+7mx+8=0$

d) $(m-3)x^3-(m^2+3)x^2+4(m+2)x-2m-3=0$

Lời giải

a) $(m+5)(m-4)x^2+3x-4m=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $(m+5)(m-4) \neq 0$

$m \neq -5$ và $m \neq -4$

b) $\frac{m+3}{m-4}x^2+2(m+1)x-5=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $\frac{m+3}{m-4} \neq 0$

$m \neq -3$ và $m \neq 4$

c) $(2m+3)(5-m)x^2+7mx+8=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $(2m+3)(5-m) \neq 0$

$m \neq \frac{-3}{2}$ và $m \neq 5$

d) $(m-3)x^3-(m^2+3)x^2+4(m+2)x-2m-3=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn thì $m-3=0$ và $m^2+3 \neq 0$

$m=3$ và $m^2 \neq -3 (t/m)$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Xác định các hệ số $a;b;c$ của các phương trình sau

a) $2x^2+3x+12=0$ b) $-3x^2-5x+7=0$ c) $-6x^2+26x-9=0$

Lời giải

Phương trình	a	b	c
a) $2x^2+3x+12=0$	2	3	12
b) $-3x^2-5x+7=0$	-3	-5	7
c) $-6x^2+26x-9=0$	-6	26	-9

Bài 2. [TH] Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(m-2)x^2+5x+14m=0$ b) $(1-m)x^2-2(m+1)x-3=0$

c) $(-5-m^2)x^2+(7+m)x+8=0$ d) $(m+3)x^2+3(m+2)x-2m+3=0$

Lời giải

a) $(m-2)x^2+5x+14m=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $m-2\neq 0$

$m\neq 2$

b) $(1-m)x^2-2(m+1)x-3=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $1-m\neq 0$

$m\neq 1$

c) $(-5-m^2)x^2+(7+m)x+8=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $-5-m^2\neq 0$

$m^2\neq -5(t/m)$

d) $(m+3)x^2+3(m+2)x-2m+3=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $m+3\neq 0$

$m\neq -3$

Bài 3. [VD] Tìm điều kiện của m để phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn

a) $(2m+6)(m-5)x^2-2x-7m=0$ b) $\dfrac{m+2}{m-3}x^2-2(m-1)x+8=0$

c) $(3m+2)(4-m)x^2+9mx-7=0$ d) $(m^2-25)x^3-(m+5)x^2+4(m-4)x+2m-3=0$

Lời giải

a) $(2m+6)(m-5)x^2-2x-7m=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $(2m+6)(m-5)\neq 0$

$m\neq -3$ và $m\neq 5$

b) $\dfrac{m+2}{m-3}x^2-2(m-1)x+8=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $\dfrac{m+2}{m-3}\neq 0$

$m\neq -2$ và $m\neq 3$

c) $(3m+2)(4-m)x^2+9mx-7=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn $(3m+2)(4-m)\neq 0$

$m\neq \dfrac{-2}{3}$ và $m\neq 4$

d) $(m^2-25)x^3-(m+5)x^2+4(m-4)x+2m-3=0$

Để phương trình là phương trình bậc hai một ẩn thì $m^2-25=0$ và $-(m+5)\neq 0$

$m=\pm 5$ và $m\neq -5$

Vậy $m=5$

DẠNG 2: Giải phương trình bậc hai

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ

NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Biệt thức Δ' của phương trình $4x^2 - 6x - 1 = 0$ có giá trị bằng:

A. 13. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $4x^2 - 6x - 1 = 0$ có $\Delta' = (-3)^2 - 4.(-1) = 13$

Câu 2. [NB] Biệt thức Δ' của phương trình $4x^2 - 2mx - 1 = 0$ có giá trị bằng:

A. $m^2 + 16$. **B.** $-m^2 + 4$. **C.** $m^2 - 16$. **D.** $m^2 + 4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $4x^2 - 2mx - 1 = 0$ có $\Delta' = (-m)^2 - 4.(-1) = m^2 + 4$

Câu 3. [NB] Phương trình nào sau đây là vô nghiệm:

A. $x^2 + x + 2 = 0$. **B.** $x^2 - 2x = 0$. **C.** $(x^2 + 1)(x - 2) = 0$. **D.** $(x^2 - 1)(x + 1) = 0$.

Lời giải

Chọn A

-Xét phương trình $x^2 + x + 2 = 0$ có $\Delta = 1^2 - 4.1.2 = -7 < 0$. Vậy phương trình đáp án A vô nghiệm.

-Xét phương trình $x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0$ hoặc $x - 2 = 0$

$x = 0$ hoặc $x = 2$

-Xét phương trình $(x^2 + 1)(x - 2) = 0$

$x^2 + 1 = 0$ hoặc $x - 2 = 0$

$x^2 = -1$ (loại) hoặc $x = 2$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$

-Xét phương trình $(x^2 - 1)(x + 1) = 0$

$x^2 - 1 = 0$ hoặc $x + 1 = 0$

$x = \pm 1$ hoặc $x = -1$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \pm 1$

Câu 4.[NB] Nghiệm của phương trình $x^2 + 2024x - 2025 = 0$ là

A. $x = -1$ hoặc $x = -2025$. **B.** $x = 1$ hoặc $x = -2025$.

C. $x = -1$ hoặc $x = 2025$. **D.** $x = 1$ hoặc $x = 2025$.

Lời giải

Chọn D

-Xét phương trình $x^2 + 2024x - 2025 = 0$

HD HS dùng máy tính:

Câu 5.[NB] Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có biệt thức $D = b^2 - 4ac > 0$, khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm là:

A. $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$. **B.** $x_1 = \dfrac{b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \dfrac{b - \sqrt{D}}{2a}$.

C. $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a}$. **D.** $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{a}; x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{a}$.

Câu 6.[NB] Cho phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ có biệt thức $D=b^2-4ac=0$, khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm là:

A. $x_1=x_2=\frac{b}{2a}$. **B.** $x_1=-\frac{b}{2a};x_2=\frac{b}{2a}$.

C. $x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a};x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$. **D.** $x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$

Câu 7. [TH] Phương trình nào sau đây có nghiệm kép?

A. $-x^2-4x+4=0$. **B.** $x^2-4x-4=0$. **C.** $x^2-4x+4=0$. **D.** $x^2-3x+2=0$.

Câu 8. [TH] Phương trình nào sau đây có nghiệm ?

A. $x^2-x+1=0$. **B.** $3x^2-x+8=0$. **C.** $3x^2-x-8=0$. **D.** $-3x^2-x-8=0$.

Câu 9.[TH] Phương trình $x^2-4x-2=0$ có biệt thức Δ bằng:

A. 24. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 10. [TH] Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt?

A. $9x^2-12x+4=0$. **B.** $x^2-6x+9=0$. **C.** $x^2-2x+2=0$. **D.** $4x^2+4x-1=0$.

Hướng dẫn

Áp dụng công thức nghiệm thu gọn

Câu 9. [VD] Tính biệt thức D từ đó tìm nghiệm của phương trình $9x^2-15x+3=0$.

A. $D=117$ và phương trình có nghiệm kép.

B. $D=-117$ và phương trình vô nghiệm.

C. $D=117$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt.

D. $D=-117$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Hướng dẫn

Áp dụng công thức nghiệm tổng quát

Câu 10. [VD] Tính biệt thức D từ đó tìm nghiệm (nếu có) của phương trình $x^2-2\sqrt{2}x+2=0$.

A. $D=0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1=x_2=\sqrt{2}$.

B. $D<0$ và phương trình vô nghiệm.

C. $D=0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1=x_2=-\sqrt{2}$.

D. $D>0$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=-\sqrt{2};x_2=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

Áp dụng công thức nghiệm thu gọn

Câu 11.[VD]. Tính biệt thức D từ đó tìm nghiệm (nếu có) của phương trình $\sqrt{3}x^2+\left(\sqrt{3}-1\right)x-1=0$.

A. $D>0$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1;x_2=\frac{-\sqrt{3}}{3}$.

B. $D<0$ và phương trình vô nghiệm.

C. $D=0$ và phương trình có nghiệm kép $x_1=x_2=-\sqrt{3}$.

D. $D>0$ và phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{\sqrt{3}}{3};x_2=-1$.

Hướng dẫn

Áp dụng công thức nghiệm tổng quát

Câu 12. [VD] Phương trình $5x^2+10=0$ có tập nghiệm là

A. $S=f$. **B.** $S=\{\sqrt{2}\}$. **C.** $S=\{-\sqrt{2}\}$. **D.** $S=\{\sqrt{2};-\sqrt{2}\}$.

Hướng dẫn

Áp dụng giải phương trình khuyết hệ số b

Câu 13.[VD] Biết phương trình $3x^2-7x+4=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$. Giả sử $x_1<x_2$; khi đó biểu thức $\frac{x_1}{x_2}$ có giá trị là:

A. $-\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

-Xét phương trình $3x^2-7x+4=0$

$\Delta=(-7)^2-4.3.4=1$

Phương trình có hai nghiệm $x_1=\frac{7-\sqrt{1}}{2.3}=1$; $x_1=\frac{7+\sqrt{1}}{2.3}=\frac{4}{3}$

$\frac{x_1}{x_2}=\frac{1}{\frac{4}{3}}=\frac{3}{4}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $x^2-5x+6=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình có $D=1$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=2;x_2=3$.

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác dấu.

d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số tự nhiên liên tiếp.

e) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=-3;x_2=-2$.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) Đ** **e) S**

Phương trình $x^2-5x+6=0$.

$D=(-5)^2-4.1.6=1$. Vậy câu a đúng

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=\frac{5-1}{2.1}=2;x_2=\frac{5+1}{2.1}=3$. Vậy câu b đúng

Câu c sai

Câu d đúng

Câu e sai

Câu 2. Cho phương trình $x^2-6x+5=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình có $D'=4$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=1;x_2=5$.

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác dấu.

d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -5; x_2 = -1$.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) S**

Phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$.

$D' = (-3)^2 - 1.5 = 4$. Vậy câu a đúng

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{3-2}{1} = 1; x_2 = \frac{3+2}{1} = 5$. Vậy câu b đúng

Câu c sai

Câu d sai

Câu 3. Cho phương trình $x^2 - 6x + 9 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình có $D' = -27$.

b) Phương trình đã cho vô nghiệm

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác dấu.

d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

e) Phương trình có $D' = 0$

f) Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 3$.

Lời giải

a) S **b) S** **c) S** **d) S** **e) Đ** **f) Đ**

Phương trình $x^2 - 6x + 9 = 0$.

$D' = (-3)^2 - 1.9 = 0$. Vậy câu a sai

Phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{3}{1} = 3$.

Câu b,c,d sai

Câu e, f đúng

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Phương trình đã cho vô nghiệm.

c) Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.

d) Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn $|x_1 - x_2| = 9$.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) Đ**

Phương trình $x^2 + 5x - 14 = 0$.

$D = 5^2 - 4.1.(-14) = 81$.

Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-5-\sqrt{81}}{2.1} = -7; x_2 = \frac{-5+\sqrt{81}}{2.1} = 2$.

Vậy câu a đúng

Câu b sai

Câu c đúng

$|x_1 - x_2| = |-7-2| = 9$

Vậy câu d đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Phương trình $x^2 - 8x + 5 = 0$ có biệt thức Δ' bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $\Delta' = 11$

Phương trình $x^2 - 8x + 5 = 0$ có biệt thức $\Delta' = (-4)^2 - 1.5 = 11$

Câu 2. [NB] Phương trình $x^2 - 3x + 5 = 0$ có biệt thức Δ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $\Delta = -11$

Phương trình $x^2 - 3x + 5 = 0$ có biệt thức $\Delta = (-3)^2 - 4.1.5 = -11$

Câu 3. [TH] Phương trình $x^2 + 21x + 20 = 0$ có nghiệm bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $x = -20$ hoặc $x = -1$

Phương trình $x^2 + 21x + 20 = 0$

$\Delta = 21^2 - 4.1.20 = 361; \sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-21 - 19}{2.1} = -20; \quad x_2 = \dfrac{-21 + 19}{2.1} = -1$

Câu 4. [TH] Phương trình $x^2 - 10x + 16 = 0$ có nghiệm nhỏ bằng bao nhiêu nghiệm lớn?

Lời giải

Đáp án: $x_1 = 4x_2$

Phương trình $x^2 - 10x + 16 = 0$

$\Delta' = (-5)^2 - 1.16 = 9; \sqrt{\Delta'} = \sqrt{9} = 3$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-5 - 3}{1} = -8; \quad x_2 = \dfrac{-5 + 3}{1} = -2$

$x_1 = 4x_2$

Câu 5. [VD] Phương trình $3x^2 - 8x + 5 = 0$ có nghiệm $x_1 < x_2$, Tính $\dfrac{x_1}{x_2}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{3}{5}$

Phương trình $3x^2 - 8x + 5 = 0$

$\Delta' = (-4)^2 - 3.5 = 1; \sqrt{\Delta'} = \sqrt{1} = 1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{4 - 1}{3} = 1; \quad x_2 = \dfrac{4 + 1}{3} = \dfrac{5}{3}$

$\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{1}{\frac{5}{3}} = \dfrac{3}{5}$

Câu 6. [VD] Tìm nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{4x}{5} - \dfrac{1}{12} = 0$.

Lời giải

Đáp án: $x=\frac{-5}{2}$ hoặc $x=\frac{1}{10}$

Phương trình $\frac{x^2}{3}+\frac{4x}{5}-\frac{1}{12}=0$

$\Delta'=\left(\frac{2}{5}\right)^2-\frac{1}{3}\cdot\frac{-1}{12}=\frac{169}{900};\sqrt{\Delta'}=\sqrt{\frac{169}{900}}=\frac{13}{30}$

$$x_1=\frac{\frac{-2}{5}-\frac{13}{30}}{\frac{1}{3}}=\frac{-5}{2};\quad x_2=\frac{\frac{-2}{5}+\frac{13}{30}}{\frac{1}{3}}=\frac{1}{10}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN **(GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)**

Phương pháp giải:

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Giải phương trình

a) $x^2-8x=0$ b) $3x^2+18x=0$ c) $x^2-5=0$ d) $-3x^2-15=0$

Lời giải

a) $x^2-8x=0$

$(x-8)x=0$

$x-8=0$ hoặc $x=0$

$x=8$ hoặc $x=0$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;8\}$

b) $3x^2+18x=0$

$3x(x+6)=0$

$3x=0$ hoặc $x+6=0$

$x=0$ hoặc $x=-6$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-6;0\}$

c) $x^2-5=0$

$x^2=5$

$x=\pm\sqrt{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$

d) $-3x^2-15=0$

$x^2=-5$ (không thoả mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\phi$

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình

a) $x^2-6x+3=0$ b) $3x^2+4x-5=0$ c) $x^2+3x-4=0$ d) $-5x^2-7x+3=0$

Lời giải

a) $x^2-6x+3=0$

$\Delta'=(-3)^2-13=6$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{6}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{3-\sqrt{6}}{1}=3-\sqrt{6}$; $x_2=\dfrac{3+\sqrt{6}}{1}=3+\sqrt{6}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{3-\sqrt{6};3+\sqrt{6}\right\}$

b) $3x^2+4x-5=0$

$\Delta'=2^2-3(-5)=19$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{19}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{-2-\sqrt{19}}{3}$; $x_2=\dfrac{-2+\sqrt{19}}{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{-2-\sqrt{19}}{3};\dfrac{-2+\sqrt{19}}{3}\right\}$

c) $x^2+3x-4=0$

$\Delta=3^2-4.1(-4)=25$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{25}=5$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{-3-5}{2}=-4$; $x_2=\dfrac{-3+5}{2.1}=1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-4;1\right\}$

d) $-5x^2-7x+3=0$

$\Delta=(-7)^2-4.(-5).3=109$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{109}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{7-\sqrt{109}}{2.(-5)}=\dfrac{-7+\sqrt{109}}{10}$; $x_2=\dfrac{7+\sqrt{109}}{2.(-5)}=\dfrac{-7-\sqrt{109}}{10}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{-7+\sqrt{109}}{10};\dfrac{-7-\sqrt{109}}{10}\right\}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình

a) $3x^2-5x-8=0$ b) $5x^2-\dfrac{10}{7}x+\dfrac{5}{40}=0$ c) $5x^2-3x+15=0$ d) $x^2-4x+1=0$

Lời giải

a) $3x^2-5x-8=0$

$\Delta=(-5)^2-4.3.(-8)=121$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{121}=11$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{5-11}{2.3}=-1$; $x_2=\dfrac{5+11}{2.3}=\dfrac{8}{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-1;\dfrac{8}{3}\right\}$

b) $5x^2 - \frac{10}{7}x + \frac{5}{40} = 0$

$\Delta' = \left(\frac{-5}{7}\right)^2 - 5.\frac{5}{40} = \frac{-45}{392} < 0$

Phương trình vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \phi$

c) $5x^2 - 3x + 15 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4.5.15 = -291 < 0$

Phương trình vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \phi$

d) $x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Delta' = (-2)^2 - 1.1 = 3$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{3}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} = 2 - \sqrt{3}$; $x_2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{1} = 2 + \sqrt{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}\right\}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình

a) $3x^2 + 7x + 2 = 0$

b) $\frac{3x^2}{4} + \frac{6}{5}x - \frac{3}{10} = 0$

c) $(5 - \sqrt{2})x^2 - 10x + 5 + \sqrt{2} = 0$

d) $(x - 1)(x + 2) = 70$

Lời giải

a) $3x^2 + 7x + 2 = 0$

$\Delta = 7^2 - 4.3.2 = 25$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-7 - 5}{2.3} = -2$; $x_2 = \frac{-7 + 5}{2.3} = \frac{-1}{3}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-2; \frac{-1}{3}\right\}$

b) $\frac{3x^2}{4} + \frac{6}{5}x - \frac{3}{10} = 0$

$\Delta' = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{3}{4}.\left(\frac{-3}{10}\right) = \frac{117}{200}$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{\frac{117}{200}} = \frac{3\sqrt{26}}{20}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{\frac{-3}{5} - \frac{3\sqrt{26}}{20}}{\frac{3}{4}} = -\frac{4 + \sqrt{26}}{5}$; $x_2 = \frac{\frac{-3}{5} + \frac{3\sqrt{26}}{20}}{\frac{3}{4}} = \frac{-4 + \sqrt{26}}{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{4+\sqrt{26}}{5};\frac{-4+\sqrt{26}}{5}\right\}$

c) $(5-\sqrt{2})x^2-10x+5+\sqrt{2}=0$

$\Delta'=(-5)^2-(5-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})=2$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{2}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}=1$; $x_2=\frac{5+\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}=\frac{27+10\sqrt{2}}{23}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{1;\frac{27+10\sqrt{2}}{23}\right\}$

d) $(x-1)(x+2)=70$

$x^2+x-72=0$

$\Delta=1^2-4.1.(-72)=289$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{289}=17$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-1-17}{2.1}=-9$; $x_2=\frac{-1+17}{2.1}=8$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-9;8\}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải phương trình

a) $x^2-5x=0$ b) $4x^2+16x=0$ c) $x^2-25=0$ d) $13x^2+65=0$

Lời giải

a) $x^2-5x=0$

$(x-5)x=0$

$x-5=0$ hoặc $x=0$

$x=5$ hoặc $x=0$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;5\}$

b) $4x^2+16x=0$

$4x(x+4)=0$

$4x=0$ hoặc $x+4=0$

$x=0$ hoặc $x=-4$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-4;0\}$

c) $x^2-25=0$

$x^2=25$

$x=\pm5$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-5;5\}$

d) $13x^2+65=0$

$x^2=-5$ (không thoả mãn)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\phi$

Bài 2. [TH] Giải phương trình

a) $x^2+4x+2=0$ b) $5x^2+6x-11=0$ c) $2x^2+5x+3=0$ d) $-4x^2-5x+1=0$

Lời giải

a) $x^2+4x+2=0$

$\Delta'=2^2-1.2=2$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{2}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-2-\sqrt{2}}{1}=-2-\sqrt{2}$; $x_2=\frac{-2+\sqrt{2}}{1}=-2+\sqrt{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-2-\sqrt{2};-2+\sqrt{2}\right\}$

b) $5x^2+6x-11=0$

$\Delta'=3^2-5.(-11)=64$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{64}=8$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-3-8}{5}=-\frac{11}{5}$; $x_2=\frac{-3+8}{5}=1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{11}{5};1\right\}$

c) $2x^2+5x+3=0$

$\Delta=5^2-4.2.3=1$

$\sqrt{\Delta}=1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-5-1}{2.2}=\frac{-3}{2}$; $x_2=\frac{-5+1}{2.2}=-1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{-3}{2};-1\right\}$

d) $-4x^2-5x+1=0$

$\Delta=(-5)^2-4.1.(-4)=41$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{41}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{5-\sqrt{41}}{2.(-4)}=\frac{-5+\sqrt{41}}{8}$ $x_2=\frac{5+\sqrt{41}}{2.(-4)}=-\frac{5+\sqrt{41}}{8}$;

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{-5+\sqrt{41}}{8};-\frac{5-\sqrt{41}}{8}\right\}$

Bài 3. [TH] Giải phương trình

a) $3x^2+7x+8=0$ b) $3x^2-\frac{10}{7}x+\frac{5}{6}=0$ c) $5x^2-6x-3=0$ d) $x^2+4x+3=0$

Lời giải

a) $3x^2+7x+8=0$

$\Delta=7^2-4.3.8=-47<0$

Phương trình vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\phi$

b) $3x^2-\frac{10}{7}x+\frac{5}{6}=0$

$\Delta'=\left(\frac{-5}{7}\right)^2-3.\frac{5}{6}=-\frac{195}{98}<0$

Phương trình vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\phi$

c) $5x^2-6x-3=0$

$\Delta'=(-3)^2-5.(-3)=24$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{3-2\sqrt{6}}{5}$; $x_2=\frac{3+2\sqrt{6}}{5}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{3-2\sqrt{6}}{5};\frac{3+2\sqrt{6}}{5}\right\}$

d) $x^2+4x+3=0$

$\Delta'=2^2-1.3=1$

$\sqrt{\Delta'}=1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-2-1}{1}=-3$; $x_2=\frac{-2+1}{1}=-1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-3;-1\}$

Bài 4. [VD] Giải phương trình

a) $3x^2+\sqrt{29}x-2=0$

b) $\frac{4x^2}{3}+\frac{12}{5}x-\frac{7}{15}=0$

c) $(3-\sqrt{2})x^2-6x+3+\sqrt{2}=0$

d) $(x-2)(x+3)=10$

Lời giải

a) $3x^2+\sqrt{29}x-2=0$

$\Delta=\left(\sqrt{29}\right)^2-4.3.(-2)=53$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{53}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-\sqrt{29}-\sqrt{53}}{2.3}=-\frac{\sqrt{29}+\sqrt{53}}{6}$;

$x_2=\frac{-\sqrt{29}+\sqrt{53}}{2.3}=\frac{-\sqrt{29}+\sqrt{53}}{6}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{\sqrt{29}+\sqrt{53}}{6};\frac{-\sqrt{29}+\sqrt{53}}{6}\right\}$

b) $\frac{4x^2}{3}+\frac{12}{5}x-\frac{7}{15}=0$

$\Delta' = \left(\frac{6}{5}\right)^2 - \frac{4}{3}\cdot\left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{464}{225}$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{\frac{464}{225}} = \frac{4\sqrt{29}}{15}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-\frac{6}{5} - \frac{4\sqrt{29}}{15}}{\frac{4}{3}} = -\frac{9+2\sqrt{29}}{10}$;

$x_2 = \frac{-\frac{6}{5} + \frac{4\sqrt{29}}{15}}{\frac{4}{3}} = \frac{-9+2\sqrt{29}}{10}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-\frac{9+2\sqrt{29}}{10}; \frac{-9+2\sqrt{29}}{10}\right\}$

c) $(3-\sqrt{2})x^2 - 6x + 3 + \sqrt{2} = 0$

$\Delta' = (-3)^2 - (3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2}) = 2$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{2}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = 1$; $x_2 = \frac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{11+6\sqrt{2}}{7}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{1; \frac{11+6\sqrt{2}}{7}\right\}$

d) $(x-2)(x+3) = 10$

$x^2 + x - 16 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.1.(-16) = 65$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{65}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-1-\sqrt{65}}{2.1} = -\frac{1+\sqrt{65}}{2}$; $x_2 = \frac{-1+\sqrt{65}}{2.1} = \frac{-1+\sqrt{65}}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-\frac{1+\sqrt{65}}{2}; \frac{-1+\sqrt{65}}{2}\right\}$

DẠNG 3: Phương trình quy về phương trình bậc hai

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Phương trình nào là phương trình trùng phương

A. $3x^4 - 4x + 2 = 0$. **B.** $\frac{1}{2}y^4 + 3y^2 - 2 = 0$. **C.** $x^4 - 3x^3 - 2 = 0$ **D.** $5x^2 - 12x + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định nghĩa phương trình trùng phương

Câu 2. [NB] Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{2}y-\frac{3y}{y+2}+\frac{2y}{4y+8}=5y-3$ là

A. mọi $y\in\mathbb{R}$. **B.** $y\neq 0$. **C.** $y\neq -2$. **D.** $y\neq -8$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\frac{1}{2}y-\frac{3y}{y+2}+\frac{2y}{4y+8}=5y-3$

$\frac{1}{2}y-\frac{3y}{y+2}+\frac{2y}{4(y+2)}=5y-3$

có ĐKXĐ $y+2\neq 0$

$y\neq -2$

Câu 3. [NB] Trong các phương trình sau, phương trình nào đưa được về dạng phương trình bậc hai một ẩn

A. $\frac{1}{2}x(x-3)+5x-4=x\left(\frac{1}{2}x+4\right)-7x$. **B.** $(2x-1)^2=4(x+2)^2$.

C. $\sqrt{x-3}=2x+1$. **D.** $\frac{x}{2x+1}-5x+6=\frac{x}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn C

-Xét phương trình $\frac{1}{2}x(x-3)+5x-4=x\left(\frac{1}{2}x+4\right)-7x$

$\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+5x-4=\frac{1}{2}x^2+4x-7x$

$\frac{13}{2}x-4=0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.

-Xét phương trình $(2x-1)^2=4(x+2)^2$

$4x^2-4x+1=4x^2-8x+4$

$4x-3=0$ là phương trình bậc nhất một ẩn

-Xét phương trình $\sqrt{x-3}=2x+1$

ĐKXĐ: $x-3\geq 0$ và $2x+1\geq 0$

$x\geq 3$ và $x\geq -\frac{1}{2}$

$x-3=4x^2+4x+1$

$4x^2+3x+4=0$ là phương trình bậc hai một ẩn

-Xét phương trình $\frac{x}{2x+1}-5x+6=\frac{x}{2x+1}$

ĐKXĐ: $2x+1\neq 0$

$x\neq -\frac{1}{2}$

$-5x+6=0$ là phương trình bậc nhất một ẩn.

Câu 4. [NB] Trong các phương trình sau, phương trình nào **không** đưa được về dạng phương trình bậc hai một ẩn

A. $x^4-5x^2+6=0$. **B.** $(2x-1)^2=3(x+2)^2-5x+9$.

C. $|2x-5|=|2x+1|$. **D.** $\frac{x}{2x+1}-5x+6=\frac{3x-7}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $|2x-5|=|2x+1|$

$4x^2-20x+25=4x^2+4x+1$

$-24x-24=0$ là phương trình bậc nhất một ẩn

Câu 5. [TH] Phương trình $x^4-6x^2-7=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $x^4-6x^2-7=0$

Đặt $x^2=t(t\geq 0)$ phương trình đã cho trở thành

$t^2-6t-7=0$

Có $ac=1.(-7)<0$ nên phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt trái dấu

Vậy phương trìn ẩn x có hai nghiệm là hai số đối nhau

Câu 6. [TH] Phương trình $2x^4-9x^2+7=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $2x^4-9x^2+7=0$

Đặt $x^2=t(t\geq 0)$ phương trình đã cho trở thành

$2t^2-9t+7=0$

$\Delta=(-9)^2-4.2.7=35$

$t_1=\frac{9-\sqrt{35}}{4}$ (t/m) $t_2=\frac{9+\sqrt{35}}{4}$ (t/m)

Phương trình ẩn x có 4 nghiệm.

Câu 7. [TH] Phương trình $\frac{2x}{x-2}-\frac{5}{x-3}=\frac{-9}{x^2-5x+6}$ có số nghiệm là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\frac{2x}{x-2}-\frac{5}{x-3}=\frac{-9}{x^2-5x+6}$

$\frac{2x}{x-2}-\frac{5}{x-3}=\frac{-9}{(x-2)(x-3)}$

ĐKXĐ: $x-2\neq 0$ và $x-3\neq 0$

$x\neq 2$ và $x\neq 3$

$\frac{2x(x-3)}{(x-2)(x-3)}-\frac{5(x-2)}{(x-2)(x-3)}=\frac{-9}{(x-2)(x-3)}$

$2x^2-6x-5x+10+9=0$

$2x^2-11x+19=0$

$\Delta = (-11)^2 - 4.2.19 = -31 < 0$ nên phương trình đã cho vô nghiệm

Câu 8. [TH] Phương trình $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-4}=0$ có số nghiệm là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-4}=0$

ĐKXĐ: $x-1\neq 0$; $x+1\neq 0$ và $x-4\neq 0$

$x\neq 1$; $x\neq -1$ và $x\neq 4$

$$\frac{(x+1)(x-4)}{(x-1)(x+1)(x-3)}+\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)(x-3)}+\frac{1(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x-3)}=0$$

$$x^2-3x-4+x^2-5x+4+x^2-1=0$$

$$3x^2-8x-1=0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3.(-1) = 19$$

$x_1=\frac{4-\sqrt{19}}{3}$ (t/m ĐKXĐ) $x_2=\frac{4+\sqrt{19}}{3}$ (t/m ĐKXĐ)

Vậy tập nghiệm phương trình là $S=\left\{\frac{4-\sqrt{91}}{3};\frac{4+\sqrt{19}}{3}\right\}$

Câu 9.[TH] Nếu phương trình $ax^4+bx^2+c=0(a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ thì

A. $x_1+x_2=\frac{-b}{a}$. B. $x_1+x_2=\frac{-b}{2a}$. C. $x_1+x_2=0$. D. $x_1.x_2=\frac{c}{a}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $ax^4+bx^2+c=0(a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ thì $x_1;x_2$ là hai số đối nhau nên $x_1+x_2=0$

Câu 10. [VD] Phương trình $(x+1)^4-5(x+1)^2-84=0$ có tổng các nghiệm là?

A. $-\sqrt{12}$. **B.** -2. **C.** -1. **D.** $2\sqrt{12}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $(x+1)^4-5(x+1)^2-84=0$

Đặt $(x+1)^2=t(t\geq 0)$ phương trình đã cho trở thành $t^2-5t-84=0$

$$\Delta = (-5)^2 - 4.1.(-84) = 361$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{361}=19$$

Phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt $t_1;t_2$ thì

$t_1=\frac{5-19}{2.1}=-7$ (không thoả mãn) ; $t_2=\frac{5+19}{2.1}=12$ (t/m)

Thay vào ta có $(x+1)^2=12$

$x+1=\pm\sqrt{12}$

$x=-1\pm2\sqrt{3}$

Tổng hai nghiệm là $x_1+x_2=\left(-1-2\sqrt{3}\right)+\left(-1+2\sqrt{3}\right)=-2$

Câu 11. [VD] Phương trình $(2x+1)^4-8(2x+1)^2-9=0$ có tổng các nghiệm là:

A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $(2x+1)^4-8(2x+1)^2-9=0$

Đặt $(2x+1)^2=t(t\ge0)$ phương trình đã cho trở thành $t^2-8t-9=0$

$\Delta'=(-4)^2-1.(-9)=25$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{25}=5$

Phương trình ẩn t có hai nghiệm phân biệt $t_1;t_2$ thì

$t_1=\dfrac{4-5}{1}=-1$ (không thoả mãn) ; $t_2=\dfrac{4+5}{1}=9$ (t/m)

Thay vào ta có $(2x+1)^2=9$

$2x+1=\pm3$

$x=-2$ hoặc $x=1$

Tổng hai nghiệm là $x_1+x_2=-2+1=-1$

Câu 12. [VD] Tổng các nghiệm của phương trình $(x+1)(x+4)(x^2+5x+6)=48$ là:

A. $-\dfrac{5}{4}$. **B.** -5. **C.** $-\dfrac{5}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $(x+1)(x+4)(x^2+5x+6)=48$

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=48$

Đặt $x^2+5x+4=t$ phương trình đã cho trở thành

$t(t+2)=48$

$t^2+2t-48=0$

$\Delta'=1^2-1.(-48)=49$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{49}=7$

$t_1=\dfrac{-1-7}{1}=-8$; $t_2=\dfrac{-1+7}{1}=6$

Trường hợp 1: $t=-8$ thì $x^2+5x+4=-8$

$x^2+5x+12=0$

$\Delta=5^2-4.1.12=-23<0$

Phương trình trên vô nghiệm

Trường hợp 2: $t=6$ thì $x^2+5x+4=6$

$x^2+5x-2=0$

$\Delta=5^2-4.1.(-2)=33$

Phương trình có 2 nghiệm $x_1=\dfrac{-5-\sqrt{33}}{2}=-\dfrac{5+\sqrt{33}}{2}$ và $x_1=\dfrac{-5+\sqrt{33}}{2}$

Tổng các nghiệm $x_1+x_2=-\dfrac{5+\sqrt{33}}{2}+\dfrac{-5+\sqrt{33}}{2}=-5$

Câu 13.[VD] Phương trình $\left(\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}\right):\left(\dfrac{1+x}{1-x}-1\right)=\dfrac{3}{14-x}$ có nghiệm là:

A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $\left(\dfrac{1+x}{1-x}-\dfrac{1-x}{1+x}\right):\left(\dfrac{1+x}{1-x}-1\right)=\dfrac{3}{14-x}$

ĐKXĐ: $\begin{cases}1-x\neq 0\\1+x\neq 0\\14-x\neq 0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x\neq 1\\x\neq -1\\x\neq 14\end{cases}$

$\dfrac{(1+x)^2-(1-x)^2}{(1-x)(1+x)}:\dfrac{1+x-(1-x)}{1-x}=\dfrac{3}{14-x}$

$\dfrac{4x}{(1-x)(1+x)}.\dfrac{1-x}{2x}=\dfrac{3}{14-x}$

$\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{3}{14-x}$

$2(14-x)=3(x+1)$

$28-2x=3x+3$

$28-3=3x+2x$

$25=5x$

$x=5$ (t/m ĐKXĐ)

Vậy nghiệm của phương trình là $x=5$

Câu 14.[VD] Tổng các nghiệm của phương trình $x(x+1)(x+2)(x+3)=8$ là:

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x(x+1)(x+2)(x+3)=8$

$\left[x(x+3)\right]\left[(x+1)(x+2)\right]=8$

$(x^2+3x)(x^2+3x+3)-8=0$

Đặt $x^2+3x=t$, phương trình đã cho trở thành $t(t+3)-8=0$

$t^2+3t-8=0$

$\Delta=3^2-4.1.(-8)=41$

$t_1=\dfrac{-3-\sqrt{41}}{2.1}=-\dfrac{3+\sqrt{41}}{2}$; $t_2=\dfrac{-3+\sqrt{41}}{2.1}=\dfrac{-3+\sqrt{41}}{2}$

Trường hợp 1: $t_1=-\dfrac{3+\sqrt{41}}{2}$ nên $x^2+3x=-\dfrac{3+\sqrt{41}}{2}$

$$x^2+3x+\frac{3+\sqrt{41}}{2}=0$$

$$\Delta=3^2-4.1.\frac{3+\sqrt{41}}{2}=3-2\sqrt{41}<0$$

Phương trình vô nghiệm.

Trường hợp 2: $t_2=\frac{-3+\sqrt{41}}{2}$ nên $x^2+3x=\frac{-3+\sqrt{41}}{2}$

$$x^2+3x-\frac{-3+\sqrt{41}}{2}=0$$

$$\Delta=3^2-4.1.\frac{-3+\sqrt{41}}{2}=15-2\sqrt{41}>0$$

Vậy tổng các nghiệm là $x_1+x_2=\frac{-3}{1}=-3$

Câu 15.[VDC] Hai nghiệm của phương trình $\frac{x}{x+1}-10\frac{x+1}{x}=3$ là $x_1>x_2$. Tính $3x_1+4x_2$.

A. -3. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\frac{x}{x+1}-10\frac{x+1}{x}=3$

ĐKXĐ: $\begin{cases}x+1\neq 0\\ x\neq 0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 0\end{cases}$

$$\frac{x^2}{x(x+1)}-\frac{10(x+1)^2}{x(x+1)}=\frac{3x(x+1)}{x(x+1)}$$

$$x^2-10x^2-20x-10-3x^2-3x=0$$

$$-12x^2-23x-10=0$$

$$12x^2+23x+10=0$$

$$\Delta=23^2-4.12.10=49>0$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{49}=7$$

$x_1=\frac{-23+7}{2.12}=\frac{2}{3}$ (t/m)

$x_2=\frac{-23-7}{2.12}=\frac{-5}{4}$ (t/m)

$$3x_1+4x_2=3.\frac{2}{3}+4.\frac{-5}{4}=-3$$

Câu 16.[VDC] Số nghiệm của phương trình $\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}+\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}=2$ là?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}+\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}=2$

ĐKXĐ: $\begin{cases} 4x-1>0 \\ 2x\neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{4} \\ x\neq 0 \end{cases} \rightarrow x>\frac{1}{4}$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có $\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}+\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}\geq 2\sqrt{\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}\cdot\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}}$

$$\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}+\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}\geq 2$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{2x}{\sqrt{4x-1}}=\frac{\sqrt{4x-1}}{2x}$

$$4x^2=4x-1$$
$$4x^2-4x+1=0$$
$$(2x-1)^2=0$$
$$2x-1=0$$
$$2x=1$$
$$x=\frac{1}{2}\ (\text{t/m})$$

Vậy số nghiệm của phương trình là 1

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $ax^4+bx^2+c=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tổng các nghiệm(nếu có) của phương trình luôn bằng 0.

b) Phương trình chỉ có hai nghiệm phân biệt khi $ac<0$.

c) Phương trình chỉ có hai nghiệm phân biệt thì hai nghiệm là hai số đối nhau.

d) Khi $ac>0$ phương trình có 4 nghiệm.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) Đ** **d) S**

- Xét phương trình $ax^4+bx^2+c=0$

Đặt $x^2=t\left(t\geq 0\right)$, phương trình đã cho trở thành

$at^2+bt+c=0$

Số nghiệm của phương trình ẩn x phụ thuộc vào số nghiệm không âm của phương trình ẩn t

Câu 2. Cho phương trình $x^4-7x^2+12=0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Phương trình có ba nghiệm phân biệt.

c) Tổng các nghiệm(nếu có) của phương trình luôn bằng 0.

d) Tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-2;-\sqrt{3};\sqrt{3};2\right\}$.

Lời giải

a) S **b) S** **c) Đ** **d) Đ**

Xét phương trình $x^4-7x^2+12=0$

Đặt $x^2=t\left(t\geq 0\right)$, phương trình đã cho trở thành

$t^2-7t+12=0$

$D=\left(-7\right)^2-4.1.12=1>0$

$\sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$

$t_1 = \dfrac{7 - 1}{2.1} = 3$

$t_2 = \dfrac{7 + 1}{2.1} = 4$

Trường hợp 1: $t_1 = 3$ thì $x^2 = 3$

$x = \pm\sqrt{3}$

Trường hợp 2: $t_2 = 4$ thì $x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

Câu 3. Cho phương trình $(x^2 - 3x + 2)(2x^2 + 5) = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

c) Tổng các nghiệm(nếu có) của phương trình luôn bằng 3.

d) Tích các nghiệm của phương trình là $\dfrac{5}{2}$.

e) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{1;2\}$.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S** **e) Đ**

Xét phương trình $(x^2 - 3x + 2)(2x^2 + 5) = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ hoặc $2x^2 + 5 = 0$

$x = 1$ hoặc $x = 2$ $\qquad x^2 = -\dfrac{5}{2}$ (không t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1;2\}$.

Câu 4. Cho phương trình $\dfrac{3x - 5}{x + 5} + x^2 = 25 - \dfrac{5 - 3x}{x + 5}$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x \neq 5$.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

d) Tích các nghiệm của phương trình là -25.

e) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

Lời giải

a) S **b) S** **c) S** **d) Đ**

Xét phương trình $\dfrac{3x - 5}{x + 5} + x^2 = 25 - \dfrac{5 - 3x}{x + 5}$

ĐKXĐ : $x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$

$\dfrac{3x - 5}{x + 5} + x^2 = 25 + \dfrac{3x - 5}{x + 5}$

$x^2 = 25$

$x_1 = 5$ (t/m)

$x_2 = -5$ (ko t/m)

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho phương trình $2x^4 + 5x^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Đáp án: Phương trình có 0 nghiệm

Xét phương trình $2x^4 + 5x^2 + 3 = 0$

Đặt $x^2 = t(t \ge 0)$, phương trình đã cho trở thành

$2t^2 + 5t + 3 = 0$

$a - b + c = 2 - 5 + 3 = 0$

$t_1 = -1$ (ko t/m); $t_2 = \dfrac{-3}{2}$ (ko t/m)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

Câu 2. [NB] Cho phương trình $(x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Đáp án: Có 2 nghiệm

Xét phương trình $(x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$

$x^2 - 4 = 0$ hoặc $x^2 + 3 = 0$

$x^2 = 4$ hoặc $x^2 = -3$

$x = \pm 2$ hoặc $x^2 = -3$ (ko t/m)

Câu 3. [TH] Nghiệm của phương trình $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $S = \{-1;1\}$

Xét phương trình $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$

Đặt $x^2 = t(t \ge 0)$, phương trình đã cho trở thành

$t^2 + 5t - 6 = 0$

$\Delta = 5^2 - 4.1.(-6) = 49 > 0$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$

$t_1 = \dfrac{-5-7}{2.1} = -6$ (ko t/m)

$t_2 = \dfrac{-5+7}{2.1} = 1$ (t/m)

$\rightarrow x^2 = 1$

$x = \pm 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-1;1\}$

Câu 4. [TH] Phương trình $(x^2 + 7x + 6)(3x^2 + 27) = 0$ có nghiệm là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: nghiệm của phương trình là $x = -1$ hoặc $x = -6$

Xét phương trình $(x^2 + 7x + 6)(3x^2 + 27) = 0$

$x^2 + 7x + 6 = 0$ hoặc $3x^2 + 27 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$ hoặc $x^2=-9$(ko t/m)

Vậy nghiệm của phương trình là $x=-1$ hoặc $x=-6$

Câu 5. [VD] Phương trình $\frac{x+2}{x-5}+3=\frac{6}{2-x}$ có nghiệm là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $S=\left\{\frac{-1}{4};4\right\}$

Xét phương trình $\frac{x+2}{x-5}+3=\frac{6}{2-x}$

ĐKXĐ : $\left\{\begin{array}{l} x+5\neq 0 \\ 2-x\neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\neq -5 \\ x\neq 2 \end{array}\right.$

$$\frac{(x+2)(2-x)}{(x-5)(2-x)}+\frac{3(x-5)(2-x)}{(x-5)(2-x)}=\frac{6(x-5)}{(x-5)(2-x)}$$

$$4-x^2+3(-x^2+7x-10)=6x-30$$

$$4-x^2-3x^2+21x-30-6x+30=0$$

$$-4x^2+15x+4=0$$

$$\Delta=15^2-4.(-4).4=289$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{289}=17$$

$x_1=\frac{-15+17}{2.(-4)}=-\frac{1}{4}$ (t/m)

$x_2=\frac{-15-17}{2.(-4)}=4$ (t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S=\left\{\frac{-1}{4};4\right\}$

Câu 6. [VDC] Số nghiệm của phương trình $\frac{3x}{\sqrt{6x-1}}+\frac{\sqrt{6x-1}}{3x}=2$ là?

Lời giải

Đáp án: Vậy số nghiệm của phương trình là 1

Xét phương trình $\frac{3x}{\sqrt{6x-1}}+\frac{\sqrt{6x-1}}{3x}=2$

ĐKXĐ: $\left\{\begin{array}{l} 6x-1>0 \\ 3x\neq 0 \end{array}\right. \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x>\frac{1}{6} \\ x\neq 0 \end{array}\right. \rightarrow x>\frac{1}{6}$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có $\frac{3x}{\sqrt{6x-1}}+\frac{\sqrt{6x-1}}{3x}\geq 2\sqrt{\frac{3x}{\sqrt{6x-1}}.\frac{\sqrt{6x-1}}{3x}}$

$$\frac{3x}{\sqrt{6x-1}}+\frac{\sqrt{6x-1}}{3x}\geq 2$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{3x}{\sqrt{6x-1}}=\frac{\sqrt{6x-1}}{3x}$

$9x^2=6x-1$

$9x^2-6x+1=0$

$(3x-1)^2=0$

$3x-1=0$

$3x=1$

$x=\frac{1}{3}$ (t/m)

Vậy số nghiệm của phương trình là 1

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN **(GV chép phần bài tập tự luyện trên file đáp án vào)**

Phương pháp giải:

$ax^4+bx^2+c=0$ $x^2=t(t\ge 0)$

$at^2+bt+c=0$ t x

Phng trình tích

$x^4-5x^2+4=0$ b) $2x^4-3x^2+2=0$ c) $3x^4+10x^2+3=0$

Lời giải

a) $x^4-5x^2+4=0$

Đặt $x^2=t(t\ge 0)$, phương trình đã cho trở thành

$t^2-5t+4=0$

$D=(-5)^2-4.1.4=9$

$\sqrt{D}=\sqrt{9}=3$

$t_1=\frac{5-3}{2.1}=1$ (t/m); $t_2=\frac{5+3}{2.1}=4$ (t/m)

Trường hợp 1: $t_1=1$ thì $x^2=1$

$x=\pm 1$

Trường hợp 2: $t_2=4$ thì $x^2=4$

$x=\pm\sqrt{4}$

$x=\pm 2$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\{\pm 2;\pm 1\}$

b) $2x^4-3x^2+2=0$

Đặt $x^2=t(t\ge 0)$, phương trình đã cho trở thành

$2t^2-3t+2=0$

$D=(-3)^2-4.2.2=-5<0$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

c) $3x^4+10x^2+3=0$

Đặt $x^2 = t\left(t \geq 0\right)$, phương trình đã cho trở thành

$3t^2 + 10t + 3 = 0$

$D' = 5^2 - 3.3 = 16$

$\sqrt{D'} = \sqrt{16} = 4$

$t_1 = \frac{-5-4}{3} = -3$ (ko t/m); $t_2 = \frac{-5+4}{3} = \frac{-1}{3}$ (ko t/m)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

Ví dụ 2 [TH]: Giải phương trình

a) $(3x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 0$ b) $(2x^2 + x - 4)^2 - (2x - 1)^2 = 0$ c) $(x^2 - 3x + 1)^2 = (2x + 3)^2$

Lời giải

a) $(3x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 0$

$3x^2 - 5x + 1 = 0$ hoặc $x^2 - 4 = 0$

Trường hợp 1: $3x^2 - 5x + 1 = 0$

$D = (-5)^2 - 4.3.1 = 13$

$\sqrt{D} = \sqrt{13}$

$x_1 = \frac{5-\sqrt{13}}{2.3} = \frac{5-\sqrt{13}}{6}$; $x_2 = \frac{5+\sqrt{13}}{2.3} = \frac{5+\sqrt{13}}{6}$

Trường hợp 2: $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-2; 2; \frac{5-\sqrt{13}}{6}; \frac{5+\sqrt{13}}{6}\right\}$.

b) $(2x^2 + x - 4)^2 - (2x - 1)^2 = 0$

$\left[(2x^2 + x - 4) - (2x - 1)\right]\left[(2x^2 + x - 4) + (2x - 1)\right] = 0$

$(2x^2 - x - 3)(2x^2 + 3x - 5) = 0$

$2x^2 - x - 3 = 0$ hoặc $2x^2 + 3x - 5 = 0$

Trường hợp 1: $2x^2 - x - 3 = 0$

$D = (-1)^2 - 4.2.(-3) = 25$

$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$

$x_1 = \frac{1-5}{2.2} = -1$; $x_2 = \frac{1+5}{2.2} = \frac{3}{2}$

Trường hợp 2: $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$D = 3^2 - 4.2.(-5) = 49$

$\sqrt{D} = \sqrt{47} = 7$

$x_3 = \frac{-3-7}{2.2} = -\frac{5}{2}$; $x_4 = \frac{-3+7}{2.2} = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{5}{2};-1;1;\frac{3}{2}\right\}$.

c) $(x^2-3x+1)^2=(2x+3)^2$

$(x^2-3x+1)^2-(2x+3)^2=0$

$\left[(x^2-3x+1)-(2x+3)\right]\left[(x^2-3x+1)+(2x+3)\right]=0$

$(x^2-5x-2)(x^2-x+4)=0$

$x^2-5x-2=0$ hoặc $x^2-x+4=0$

Trường hợp 1: $x^2-5x-2=0$

$D=(-5)^2-4.1.(-2)=33$

$\sqrt{D}=\sqrt{33}$

$x_1=\frac{5-\sqrt{33}}{2.1}=\frac{5-\sqrt{33}}{2}$; $x_2=\frac{5+\sqrt{33}}{2.1}=\frac{5+\sqrt{33}}{2}$

Trường hợp 2: $x^2-x+4=0$

$D=(-1)^2-4.1.4=-15<0$

Phương trình trên vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{5-\sqrt{33}}{2};\frac{5+\sqrt{33}}{2}\right\}$.

Ví dụ 3 [TH]: Giải phương trình

a) $\frac{4}{x+1}=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)(x+2)}$

b) $\frac{x(x-7)}{3}-1=\frac{x}{2}-\frac{x-4}{3}$

c) $\frac{14}{x^2-9}=1-\frac{1}{3-x}$

d) $\frac{2x}{x+1}=\frac{x^2-x+8}{(x+1)(x-4)}$

Lời giải

a) $\frac{4}{x+1}=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)(x+2)}$

ĐKXĐ : $\begin{cases}x+1\neq 0\\ x+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq -2\end{cases}$

$4(x+2)=-x^2-x+2$

$4x+8+x^2+x-2=0$

$x^2+5x+6=0$

$\Delta=5^2-4.1.6=1$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{1}=1$

$x_1=\frac{-5+1}{2.1}=-2$ (ko t/m)

$x_2 = \frac{-5-1}{2.1} = -3$ (t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-3\}$

b) $\frac{x(x-7)}{3} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{x-4}{3}$

ĐKXĐ : $x \in \mathbb{R}$

$2x(x-7) - 6 = 3x - 3(x-4)$

$2x^2 - 14x - 6 - 3x + 3x - 12 = 0$

$2x^2 - 14x - 18 = 0$

$\Delta' = (-7)^2 - 2.(-18) = 85$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{85}$

$x_1 = \frac{7+\sqrt{85}}{2}$ (t/m)

$x_2 = \frac{7-\sqrt{85}}{2}$ (t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{\frac{7-\sqrt{85}}{2}; \frac{7+\sqrt{85}}{2}\right\}$

c) $\frac{14}{x^2-9} = 1 - \frac{1}{3-x}$

$\frac{14}{(x-3)(x+3)} = 1 + \frac{1}{x-3}$

ĐKXĐ : $\begin{cases} x+3 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq 3 \end{cases}$

$\frac{14}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{1(x+3)}{(x-3)(x+3)}$

$14 = x^2 - 9 + x + 3$

$x^2 + x - 20 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.1.(-20) = 81$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9$

$x_1 = \frac{-1+9}{2.1} = 4$ (t/m)

$x_2 = \frac{-1-9}{2.1} = -5$ (t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-5; 4\}$

d) $\frac{2x}{x+1} = \frac{x^2-x+8}{(x+1)(x-4)}$

ĐKXĐ : $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$

$2x(x-4) = x^2 - x + 8$

$2x^2 - 8x - x^2 + x - 8 = 0$

$x^2 - 7x - 8 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4.1.(-8) = 81$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9$

$x_1 = \dfrac{7+9}{2.1} = 8$ (t/m)

$x_2 = \dfrac{7-9}{2.1} = -1$ (ko t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{8\}$

Ví dụ 4 [VD]: Giải phương trình

a) $(x-1)(x+5)(x-3)(x+7) = 297$ b) $(x+3)^4 - (x+5)^4 = 0$ c) $\sqrt{x-5} = x-7$

Lời giải

a) $(x-1)(x+5)(x-3)(x+7) = 297$

$\left[(x-1)(x+5)\right]\left[(x-3)(x+7)\right] = 297$

$(x^2+4x-5)(x^2+4x-21) = 297$

Đặt $x^2+4x-5 = t$, phương trình đã cho trở thành

$t(t-16) = 297$

$t^2 - 16t - 297 = 0$

$\Delta' = (-8)^2 - 1.(-297) = 361$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$

$t_1 = \dfrac{8+19}{1} = 27$

$t_2 = \dfrac{8-19}{1} = -11$

Trường hợp 1: $t_1 = 27$ thì $x^2+4x-5 = 27$

$x^2+4x-32 = 0$

$\Delta' = 2^2 - 1.(-32) = 36$

$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{36} = 6$

$x_1 = \dfrac{-2-6}{1} = -8$; $x_2 = \dfrac{-2+6}{1} = 4$

Trường hợp 2: $t_1 = -11$ thì $x^2+4x-5 = -11$

$x^2+4x+6 = 0$

$\Delta' = 2^2 - 1.6 = -2 < 0$

Phương trình trên vô nghiệm

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\{-8;4\}$

b) $(x+3)^4-(x+5)^4=0$

$\left[(x+3)^2\right]^2-\left[(x+5)^2\right]^2=0$

$\left[(x+3)^2-(x+5)^2\right]\left[(x+3)^2+(x+5)^2\right]=0$

$(x^2+6x+9-x^2-10x-25)(x^2+6x+9+x^2+10x+25)=0$

$(-4x-16)(2x^2+16x+34)=0$

$(-4)(x+4)2(x^2+8x+17)=0$

$(x+4)(x^2+8x+17)=0$

$x+4=0$ hoặc $x^2+8x+17=0$

Trường hợp 1: $x+4=0$

$x=-4$

Trường hợp 2: $x^2+8x+17=0$

$\Delta'=4^2-1.17=-1<0$

Phương trình vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-4\}$

c) $\sqrt{x-5}=x-7$

ĐKXĐ: $\begin{cases}x-5\ge 0\\x-7\ge 0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x\ge 5\\x\ge 7\end{cases}\rightarrow x\ge 7$

$x-5=x^2-14x+49$

$x^2-15x+54=0$

$\Delta=(-15)^2-4.1.54=9$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=3$

$x_1=\dfrac{15-3}{2.1}=6$ (ko t/m)

$x_2=\dfrac{15+3}{2.1}=9$ (t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{9\}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Giải phương trình

a) $4x^4+8x^2-12=0$

b) $12x^4-5x^2+30=0$

c) $\dfrac{2x-5}{x-1}=\dfrac{3x}{x-2}$

d) $(4x^2-25)(2x^2-7x-9)=0$

Lời giải

a) $4x^4+8x^2-12=0$

Đặt $x^2=t\left(t\ge 0\right)$, phương trình đã cho trở thành

$4t^2+8t-12=0$

$D' = 4^2 - 4.(-12) = 64$

$\sqrt{D'} = \sqrt{64} = 8$

$t_1 = \frac{-4-8}{4} = -3$ (ko t/m); $t_2 = \frac{-4+8}{4} = 1$ (t/m)

$t = 1$ thì $x^2 = 1$

$x = \pm 1$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{\pm 1\}$

b) $12x^4 - 5x^2 + 30 = 0$

Đặt $x^2 = t(t \geq 0)$, phương trình đã cho trở thành

$12t^2 - 5t + 30 = 0$

$D = (-5)^2 - 4.12.30 = -1415 < 0$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

c) $\frac{2x-5}{x-1} = \frac{3x}{x-2}$

ĐKXĐ : $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$

$(2x-5)(x-2) = 3x(x-1)$

$2x^2 - 4x - 5x + 10 - 3x^2 + 3x = 0$

$-x^2 - 8x + 10 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - (-1).10 = 26$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{26}$

$x_1 = \frac{4-\sqrt{26}}{-1} = -4 + \sqrt{26}$ (t/m)

$x_2 = \frac{4+\sqrt{26}}{-1} = -4 - \sqrt{26}$ (t/m)

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{-4+\sqrt{26}; -4-\sqrt{26}\}$

d) $(4x^2 - 25)(2x^2 - 7x - 9) = 0$

$4x^2 - 25 = 0$ hoặc $2x^2 - 7x - 9 = 0$

Trường hợp 1: $4x^2 - 25 = 0$

$x^2 = \frac{25}{4}$

$x = \pm\frac{5}{2}$

Trường hợp 2: $2x^2 - 7x - 9 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4.2.(-9) = 121$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{121} = 11$

$x_1 = \frac{7 - 11}{2.2} = -1$; $x_2 = \frac{7 + 11}{2.2} = \frac{9}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{-\frac{5}{2}; -1; \frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right\}$

Bài 2. [TH] Giải phương trình

a) $5x^4 - 5x^2 + \frac{7}{10} = 0$

b) $8x^4 - x^2 - 7 = 0$

c) $\frac{2x}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{5}{x^2 - 5x + 6}$

d) $(2x^2 - 3)^2 - 4(x - 1)^2 = 0$

Lời giải

a) $5x^4 - 5x^2 + \frac{7}{10} = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, phương trình đã cho trở thành

$5t^2 - 5t + \frac{7}{10} = 0$

$D = (-5)^2 - 4.5.\frac{7}{10} = 11$

$\sqrt{D} = \sqrt{11}$

$t_1 = \frac{-5 - \sqrt{11}}{2.5} = -\frac{5 + \sqrt{11}}{10}$ (ko t/m); $t_2 = \frac{-5 + \sqrt{11}}{2.5} = \frac{-5 + \sqrt{11}}{10}$ (ko t/m)

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

b) $8x^4 - x^2 - 7 = 0$

Đặt $x^2 = t (t \geq 0)$, phương trình đã cho trở thành

$8t^2 - t - 7 = 0$

$D = (-1)^2 - 4.8.(-7) = 225$

$\sqrt{D} = \sqrt{225} = 15$

$t_1 = \frac{1 - 15}{2.8} = \frac{-7}{8}$ (ko t/m); $t_2 = \frac{1 + 15}{2.8} = 1$ (t/m)

$t = 1$ thì $x^2 = 1$

$x = \pm 1$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{\pm 1\}$

c) $\frac{2x}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{5}{x^2 - 5x + 6}$

$\frac{2x}{x-2} - \frac{5}{x-3} = \frac{5}{(x-2)(x-3)}$

ĐKXĐ: $\begin{cases} x - 2 \neq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$

$$\frac{2x(x-3)}{(x-2)(x-3)}-\frac{5(x-2)}{(x-2)(x-3)}=\frac{5}{(x-2)(x-3)}$$

$2x^2-6x-5x+10-5=0$

$x^2-11x+6=0$

$\Delta=(-11)^2-4.1.6=97$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{97}$

$x_1=\frac{11-\sqrt{97}}{2.1}=\frac{11-\sqrt{97}}{2}$ (t/m)

$x_1=\frac{11+\sqrt{97}}{2.1}=\frac{11+\sqrt{97}}{2}$ (t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{11-\sqrt{97}}{2};\frac{11+\sqrt{97}}{2}\right\}$

d) $(2x^2-3)^2-4(x-1)^2=0$

$\left[(2x^2-3)-4(x-1)\right]\left[(2x^2-3)+4(x-1)\right]=0$

$(2x^2-3-4x+4)(2x^2-3+4x-4)=0$

$(2x^2-4x+1)(2x^2+4x-7)=0$

$2x^2-4x+1=0$ hoặc $2x^2+4x-7=0$

Trường hợp 1: $2x^2-4x+1=0$

$\Delta'=(-2)^2-2.1=2$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{2}$

$x_1=\frac{2-\sqrt{2}}{2}$; $x_2=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

Trường hợp 2: $2x^2+4x-7=0$

$\Delta'=2^2-2.(-7)=18$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$x_1=\frac{-2-3\sqrt{2}}{2}=-\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$; $x_2=\frac{-2+3\sqrt{2}}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{2-\sqrt{2}}{2};\frac{2+\sqrt{2}}{2};-\frac{2+3\sqrt{2}}{2};\frac{-2+3\sqrt{2}}{2}\right\}$

Bài 3. [VD] Giải phương trình

a) $x(x+1)(x+2)(x+3)=8$ b) $3x^3+3x^2+5x+5=0$ c) $\left(\frac{2+x}{2-x}-\frac{2-x}{2+x}\right):\left(\frac{2+x}{2-x}+1\right)=\frac{2}{3x}$

Lời giải

a) $x(x+1)(x+2)(x+3)=8$

$\left[x(x+3)\right]\left[(x+1)(x+2)\right]=8$

$(x^2+3x)(x^2+3x+2)=8$

Đặt $x^2+3x=t$, phương trình đã cho trở thành

$t(t+2)=8$

$t^2+2t-8=0$

$\Delta'=1^2-1.(-8)=9$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{9}=3$

$t_1=\frac{-1-3}{1}=-4$

$t_2=\frac{-1+3}{1}=2$

Trường hợp 1: $t_1=-4$ nên $x^2+3x=-4$

$x^2+3x+4=0$

$\Delta=3^2-4.1.4=-7<0$

Phương trình vô nghiệm

Trường hợp 2: $t_2=2$ nên $x^2+3x=2$

$x^2+3x-2=0$

$\Delta=3^2-4.1.(-2)=17>0$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{17}$

$x_1=\frac{-3-\sqrt{17}}{2.1}=-\frac{3+\sqrt{17}}{2}$

$x_2=\frac{-3+\sqrt{17}}{2.1}=-\frac{3-\sqrt{17}}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{3+\sqrt{17}}{2};-\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right\}$

b) $3x^3+3x^2+5x+5=0$

$3x^2(x+1)+5(x+1)=0$

$(3x^2+5)(x+1)=0$

$3x^2+5=0$ hoặc $x+1=0$

$x^2=-\frac{5}{3}$ (ko t/m) hoặc $x=-1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1\}$

c) $\left(\frac{2+x}{2-x}-\frac{2-x}{2+x}\right):\left(\frac{2+x}{2-x}+1\right)=\frac{2}{3x}$

ĐKXĐ: $\begin{cases}2-x\neq 0\\2+x\neq 0\\x\neq 0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x\neq -2\\x\neq 0\end{cases}$

$\frac{(2+x)^2-(2-x)^2}{(2-x)(2+x)}:\frac{2+x+2-x}{2-x}=\frac{2}{3x}$

$$\frac{4x}{(2-x)(2+x)}.\frac{2-x}{4}=\frac{2}{3x}$$

$$\frac{x}{x+2}=\frac{2}{3x}$$

$$x.3x=2(x+2)$$

$$3x^2-2x-4=0$$

$$\Delta'=(-1)^2-3.(-4)=13$$

$$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{13}$$

$x_1=\frac{1-\sqrt{13}}{3}$ (t/m)

$x_2=\frac{1+\sqrt{13}}{3}$ (t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{1-\sqrt{13}}{3};\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right\}$

Bài 4. [VD] Giải phương trình

a) $x^2-3x+2=(1-x)\sqrt{3x-2}$ b) $5(x+2)\sqrt{x-1}=x^2+7x+10$

c) $\sqrt{x^2+x+1}=3-x$ d) $\sqrt{2x^2+6x+1}=x+2$

Lời giải

a) $x^2-3x+2=(1-x)\sqrt{3x-2}$

ĐKXĐ: $3x-2\geq 0\rightarrow x\geq\frac{2}{3}$

$$(x-1)(x-2)=(1-x)\sqrt{3x-2}$$

$$(x-1)(x-2)+(x-1)\sqrt{3x-2}=0$$

$$(x-1)\left(x-2+\sqrt{3x-2}\right)=0$$

$x-1=0$ hoặc $x-2+\sqrt{3x-2}=0$

$x=1$ hoặc $\sqrt{3x-2}=2-x$

Khi $\sqrt{3x-2}=2-x$

ĐK: $2-x\geq 0\rightarrow x\leq 2$

Vậy ĐK $\frac{2}{3}\leq x\leq 2$

$$3x-2=4-4x+x^2$$

$$x^2-7x+6=0$$

$$\Delta=(-7)^2-4.1.6=25$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{25}=5$$

$x_1=\frac{7-5}{2.1}=1$ (t/m)

$x_1=\frac{7+5}{2.1}=6$ (ko t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1\}$

b) $5(x+2)\sqrt{x-1}=x^2+7x+10$

ĐKXĐ: $x-1\geq 0\rightarrow x\geq 1$

$5(x+2)\sqrt{x-1}=(x+2)(x+5)$

$5(x+2)\sqrt{x-1}-(x+2)(x+5)=0$

$(x+2)\left[5\sqrt{x-1}-(x+5)\right]=0$

$x+2=0$ hoặc $5\sqrt{x-1}-(x+5)=0$

$x=-2$ (ko t/m) hoặc $5\sqrt{x-1}=x+5$

Khi $5\sqrt{x-1}=x+5$

ĐK: $x+5\geq 0\rightarrow x\geq -5$

Kết hợp với ĐK ban đầu ta có ĐK $x\geq 1$

$25(x-1)=x^2+10x+25$

$x^2-35x+50=0$

$\Delta=(-35)^2-4.1.50=1025$

$\sqrt{\Delta}=\sqrt{1025}=5\sqrt{41}$

$x_1=\dfrac{35-5\sqrt{41}}{2.1}=\dfrac{35-5\sqrt{41}}{2}$ (t/m)

$x_1=\dfrac{35+5\sqrt{41}}{2.1}=\dfrac{35+5\sqrt{41}}{2}$ (t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{35+5\sqrt{41}}{2};\dfrac{35-5\sqrt{41}}{2}\right\}$

c) $\sqrt{x^2+x+1}=3-x$

ĐKXĐ: $x^2+x+1\geq 0\rightarrow\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\geq 0\,(\forall x\in\mathbb{R})$

$x^2+x+1=9-6x+x^2$

$7x=8$

$x=\dfrac{8}{7}$ (t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{8}{7}\right\}$

d) $\sqrt{2x^2+6x+1}=x+2$

ĐKXĐ: $\begin{cases}2x^2+6x+1\geq 0\\ x+2\geq 0\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq\dfrac{-3+\sqrt{7}}{2}\\ x\leq\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}\end{array}\right.\rightarrow x\geq\dfrac{-3+\sqrt{7}}{2}\\ x\geq -2\end{cases}$

$\sqrt{2x^2+6x+1}=x+2$

$2x^2+6x+1=x^2+4x+4$

$x^2+2x-3=0$

$\Delta'=1^2-1.(-3)=4$

$\sqrt{\Delta'}=\sqrt{4}=2$

$x_1=\frac{-1-2}{1}=-3$ (ko t/m)

$x_2=\frac{-1+2}{1}=1$ (t/m)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1\}$

DẠNG 3: Giải và biện luận phương trình bậc hai

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương trình dạng $ax+b=0$

- Trường hợp 1: $a\neq 0$ thì PT có nghiệm duy nhất $x=-\frac{b}{a}$
- Trường hợp 2: $a=0$ thì PT có dạng $0x+b=0$ (*)

Nếu $b=0$ thì PT (*) vô số nghiệm $x\in\mathbb{R}$

Néu $b\neq 0$ thì PT (*) vô nghiệm

2. Phương trình dạng $ax^2+bx+c=0$

- Trường hợp 1: $a\neq 0$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta=b^2-4ac$

Nếu $\Delta>0$ thì PT có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a};\ x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Nếu $\Delta=0$ thì PT có nghiệm kép $x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$

Nếu $\Delta<0$ thì PT vô nghiệm

- Trường hợp 2: $a=0$ thì PT có dạng $ax+b=0$

B. BÀI TẬP

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN

Câu 1. [NB] Phương trình $x^2-x-2m=0$ có nghiệm thì m có giá trị là:

A. $m\leq-\frac{1}{8}$. **B.** $m\geq-\frac{1}{8}$. **C.** $m<\frac{1}{8}$. **D.** $m>\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2-x-2m=0$ là PT bậc hai có nghiệm khi $\Delta\geq 0$

Câu 2. [NB] Phương trình $x^2-x-m=0$ có nghiệm kép thì m có giá trị là:

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $m\leq\frac{1}{4}$. **D.** $m\geq-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2-x-m=0$ là PT bậc hai có nghiệm kép khi $\Delta=0$

Câu 3. [NB] Phương trình $x^2-4x-m^2=0$ có hai nghiệm phân biệt thì m có giá trị là:

A. $m>4$. **B.** $m>\pm 2$. **C.** $m>2$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2-4x-m^2=0$ là PT bậc hai có nghiệm kép khi $\Delta'>0$ suy ra $4+m^2>0$

Câu 4. [NB] Phương trình $3x^2-2x+m=0$ vô nghiệm thì m có giá trị là:

A. $m<-\frac{1}{3}$ **B.** $m<\frac{1}{3}$. **C.** $m>\frac{1}{3}$. **D.** $m>-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $3x^2-2x+m=0$ là PT bậc hai có nghiệm kép khi $\Delta'<0$

Câu 5. [TH] Khi $m=1$ thì phương trình $(m-1)x^2+2x+1=0$

A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm . **D.** Vô nghiệm .

Lời giải

Chọn B

Thay $m=1$ vào phương trình đã cho ta được $2x+1=0$ là PT bậc nhất một ẩn nên có nghiệm duy nhất

Câu 6. [TH] Khi $m<-2$ thì phương trình $x^2-(m-2)x+4=0$

A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm . **D.** Vô nghiệm .

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2-(m-2)x+4=0$ là PT bậc hai có $\Delta=(m-2)^2-4.1.4=(m-2)^2-16$

Khi $m<-2$

thì $m-2<-4$

$|m-2|<4$

$|m-2|^2<16$

$(m-2)^2-16<0$

$\Delta<0$

Câu 7. [TH] Khi $m<-\frac{1}{960}$ thì phương trình $48x^2+x-5m=0$

A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm **D.** Vô nghiệm .

Lời giải

Chọn D

Phương trình $48x^2+x-5m=0$ là PT bậc hai có $\Delta=1^2-4.48.(-5m)=1+960m$

Khi $m<-\frac{1}{960}$

thì $960m<-1$

$960m+1<0$

$\Delta<0$

Câu 8. [TH] Khi $-2<m<6$ thì phương trình $x^2-(m-2)x+4=0$

A. Có hai nghiệm phân biệt **B.** Có nghiệm **C.** Vô số nghiệm **D.** Vô nghiệm

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2-(m-2)x+4=0$ là PT bậc hai có $\Delta=(m-2)^2-4.1.4=(m-2)^2-16$

Khi $-2<m<6$

thì $-4<m-2<4$

$|m-2|<4$

$|m-2|^2<16$

$(m-2)^2-16<0$

$\Delta<0$

Câu 9. [VD] Phương trình $x^2+(m+3)x+m+1=0$ có nghiệm $x=2$ thì

A. $m=\frac{11}{3}$ **B.** $m=-\frac{11}{3}$ **C.** $m>\frac{11}{3}$. **D.** $m>-\frac{11}{3}$

Lời giải

Chọn B

Thay $x=2$ vào phương trình đã cho ta được $2m+11=0$ rồi giải PT thu được

Câu 10. [VD]] Phương trình $kx^2+2k^2x+1=0$ không có nghiệm $x=2$ thì

A. $k=\frac{1}{2}$ **B.** $k=-\frac{1}{2}$ **C.** $k\neq\frac{1}{2}$. **D.** $k\neq-\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn D

Thay $x=2$ vào phương trình đã cho ta được $4k+4k^2+1\neq0$

$(2k+1)^2\neq0$

$2k+1\neq0$

$k\neq-\frac{1}{2}$

Câu 11. [VD] Tập nghiệm của phương trình $(k-1)x^2+3kx+2k+1=0$ có một phần tử khi

A. $k\in\{-2;1\}$ **B.** $k\in\{-2;-1\}$ **C.** $k\in\{2;1\}$. **D.** $k\in\{2;-1\}$

Lời giải

Chọn A

Xét khi $k=1$ ta được phương trình $3x+3=0$ là PT bậc nhất nên tập nghiệm có một phần tử

Xét khi $k\neq1$ thì phương trình là PT bậc hai, tập nghiệm có một phần tử khi PT $(k-1)x^2+3kx+2k+1=0$ có nghiệm kép $\Delta=0$

$(3k)^2-4(k-1)(2k+1)=0$

$k^2+4k+4=0$

$(k+2)^2=0$

$k=-2$

$k \in \{-2;1\}$

Kết hợp cả hai trường hợp ta được

Câu 12. [VDC] Phương trình $(x^2-3x+m)(x-1)=0$ có ba nghiệm phân biệt khi:

A. $m<\frac{9}{4}$ **B.** $m\neq 2$ **C.** $m<\frac{9}{4};\ m\neq 2$ **D.** $m>\frac{9}{4};\ m\neq 2$

Lời giải

Chọn C

Phương trình $(x^2-3x+m)(x-1)=0$ là PT tích nên $(x-1)=0$ hoặc $(x^2-3x+m)=0$ (*)

PT đã cho có ba nghiệm phân biệt khi PT (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1 (là nghiệm của PT $x-1=0$)

PT (*) là PT bậc hai có hai nghiệm phân biệt khác 1 khi

$$\begin{cases}\Delta=3^2-4.1.m>0\\ 1^2-3.1+m\neq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}m<\frac{9}{4}\\ m\neq 2\end{cases}$$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Tập nghiệm của một phương trình bậc hai bất kì có thể có:

a) Một phần tử

b) Hai phần tử

c) Không có phần tử nào

d) Nhiều hơn hai phần tử

Lời giải

Vì số nghiệm của một PT không thể nhiều hơn số bậc của PT nên

a) Đ b) Đ c) Đ d) S

Câu 2. Với mọi $m\in\mathbb{R}$ thì phương trình $x^2+2mx+3m^2+2=0$

a) Vô nghiệm

b) Có hai nghiệm phân biệt

c) Có nghiệm kép

d) Vô số nghiệm

Lời giải

Vì PT $x^2+2mx+3m^2+2=0$ là PT bậc hai có $\Delta'=m^2-4.1.(3m^2+2)=-(11m^2+8)$

Mà $-(11m^2+8)<0$ với $m\in\mathbb{R}$, do đó $\Delta'<0$ với $m\in\mathbb{R}$ nên

a) Đ b) S c) S d) S

Câu 3. Phương trình $(m^2+1)x^2-2(m+3)x+1=0$

a) Vô nghiệm khi $m<-\frac{4}{3}$

b) Có hai nghiệm phân biệt khi $m>-\frac{4}{3}$

c) Có nghiệm kép khi $m=-\frac{4}{3}$

d) Vô số nghiệm khi $m > \frac{4}{3}$

Lời giải

Câu 3. Phương trình $(m^2+1)x^2 - 2(m+3)x + 1 = 0$ là PT bậc hai có $\Delta' = (m+3)^2 - (m^2+1).1 = 6m+8$

Xét dấu của Δ' ta được

a) Đ b) Đ c) Đ d) S

Câu 4. Khi $m = 0$ thì phương trình $mx^2 + 2m^2x + 1 = 0$

a) Vô nghiệm

b) Có hai nghiệm phân biệt

c) Có nghiệm kép

d) Vô số nghiệm

Lời giải

Thay $m = 0$ vào PT đã cho rồi giải PT thu được

a) Đ b) S c) S d) S

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [NB] Nhẩm nghiệm của phương trình $x^2 + (1+2m)x - 2(m+1) = 0$ ta được nghiệm là gì?

Lời giải

$x_1 = 1;\ x_2 = -2(m+1)$ Vì phương trình là phương trình bậc hai có $a+b+c = 0$

Câu 2. [NB] Nhẩm nghiệm của phương trình $x^2 + (1+2m)x - 2(m+1) = 0$ ta được nghiệm là gì?

Lời giải

$x_1 = -1;\ x_2 = 2 - m$ Vì phương trình là phương trình bậc hai có $a - b + c = 0$

Câu 3. [TH] Phương trình $x^2 + 2x - m^2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi nào?

Lời giải

$m \neq 0$ Vì phương trình là phương trình bậc hai có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0$

Câu 4. [TH] Phương trình $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi nào?

Lời giải

$m > -\frac{5}{4};\ m \neq 1$ Vì phương trình là phương trình bậc hai khi, khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$

Câu 5. [VD] Với giá trị nguyên nào của m thỏa mãn $-3 \le m \le 5$ thì phương trình $mx^2 - mx + 1 = 0$ có nghiệm?

Lời giải

$m = 0$ PT vô nghiệm

$m \neq 0$ PT có nghiệm khi $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 4 \end{array}\right.$

Vì m nguyên thỏa mãn $-3 \le m \le 5$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 4; 5\}$

Câu 6. [VDC] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $(d): y = 2x + m$ tiếp xúc với $(P): y = (m-1)x^2 + 2mx + 3m - 1$?

Lời giải

PT hoành độ giao điểm của (d) và (P) $(m-1)x^2+2(m-1)x+2m-1=0 \quad (*)$

Để đường thẳng $(d): y=2x+m$ tiếp xúc với $(P): y=(m-1)x^2+2mx+3m-1$ thì PT hoành độ giao điểm của (d) và (P) có nghiệm kép

$$\Rightarrow \begin{cases} m-1\neq 0 \\ \Delta'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=0$$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Bc 1: Gii phng trình trong trng hp h s ca bng x^2 0

Bc 2: Gii phng trình trong trng hp h s ca khác x^2 0

Bc 3: Kt lun nghim ca phng trình trong c hai trng hp trên

$mx^2-2(m-1)x+(m+1)=0 \quad (1)$ với m là tham số.

a) Giải phương trình khi $m=0$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Viết hai nghiệm đó.

c) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó

d) Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm

Lời giải

a) Giải phương trình khi $m=0$

Khi $m=0$ thì phương trình có dạng $2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

Vậy khi $m=0$ thì phương trình có một nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Viết hai nghiệm đó.

Có $\Delta'=(m-1)^2-m(m-1)=1-3m$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 1-3m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m<\frac{1}{3} \end{cases}$

Khi đó các nghiệm của phương trình là: $x_1=\frac{m-1+\sqrt{1-3m}}{m}; \quad x_2=\frac{m-1-\sqrt{1-3m}}{m}$

c) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó

Để phương trình (1) có nghiệm kép thì $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 1-3m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$

$$x_1 = x_2 = \frac{m-1}{m} = \frac{\frac{1}{3}-1}{\frac{1}{3}} = -2$$

Khi đó nghiệm kép của phương trình là:

d) Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm

Theo câu a) khi $m = 0$ phương trình có nghiệm duy nhất

Vậy để phương trình (1) vô nghiệm thì $\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1-3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}$

Ví dụ 2 [TH]: Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$ có nghiệm

Lời giải

Nếu $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì phương trình có dạng $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Vậy khi $m = 1$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Nếu $m - 1 \Leftrightarrow 0 \Leftrightarrow m \Leftrightarrow 1$ thì phương trình là phương trình bậc 2 có

$\Delta = 3^2 - 4(m-1)(-1) = 4m + 5$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{4}$

Ví dụ 3 [TH]: Giải và biện luận phương trình $x^2 + 3x + m - 5 = 0$

Lời giải

Phương trình $x^2 + 3x + m - 5 = 0$ là phương trình bậc hai có $\Delta = 29 - 4m$

Nếu $\Delta > 0$ tức là $29 - 4m > 0 \Leftrightarrow -4m > -29 \Leftrightarrow m < \frac{29}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{29 - 4m}}{2}$; $x_2 = \frac{-3 - \sqrt{29 - 4m}}{2}$

Nếu $\Delta = 0$ tức là $29 - 4m = 0 \Leftrightarrow -4m = -29 \Leftrightarrow m = \frac{29}{4}$ thì phương trình có nghiệm kép

$x_1 = x_2 = \frac{-3}{2}$

Nếu $\Delta < 0$ tức là $29 - 4m < 0 \Leftrightarrow -4m < -29 \Leftrightarrow m < \frac{29}{4}$ thì phương trình vô nghiệm

Ví dụ 4 [VD]: Giải và biện luận phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 3mx - 6 = 0$

Lời giải

$m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Trường hợp 1:

Nếu $m=2$ thì phương trình có dạng $6x-6=0$ nên phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$

Nếu $m=-2$ thì phương trình có dạng $-6x-6=0$ nên phương trình có nghiệm duy nhất $x=-1$

Trường hợp 2: $m^2-4\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 2$ thì phương trình là phương trình bậc hai có $\Delta=9m^2+24(m^2-4)=33m^2-96$

+) Nếu $\Delta>0$ tức là $m>\frac{4\sqrt{2}}{11}$ hoặc $m<-\frac{4\sqrt{2}}{11}$ thì PT có hai nghiệm phân biệt

$x_1=\frac{-3m+\sqrt{33m^2-96}}{2(m^2-4)};\quad x_2=\frac{-3m-\sqrt{33m^2-96}}{2(m^2-4)}$

+) Nếu $\Delta=0$ tức là $m=\pm\frac{4\sqrt{2}}{11}$

Khi $m=\frac{4\sqrt{2}}{11}$ PT có nghiệm kép $x_1=x_2=\frac{-3m}{2(m^2-4)}=\frac{33\sqrt{2}}{226}$

Khi $m=-\frac{4\sqrt{2}}{11}$ PT có nghiệm kép $x_1=x_2=\frac{-3m}{2(m^2-4)}=-\frac{33\sqrt{2}}{226}$

+) Nếu $\Delta<0$ tức là $-\frac{4\sqrt{2}}{11}<m<\frac{4\sqrt{2}}{11}$ thì PT vô nghiệm

KL: Vậy

Nếu $m=2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$

Nếu $m=-2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=-1$

+) Nếu $m>\frac{4\sqrt{2}}{11};\ m\neq 2$ hoặc $m<-\frac{4\sqrt{2}}{11};\ m\neq -2$ thì PT có hai nghiệm phân biệt

$x_1=\frac{-3m+\sqrt{33m^2-96}}{2(m^2-4)};\quad x_2=\frac{-3m-\sqrt{33m^2-96}}{2(m^2-4)}$

+) Nếu $m=\frac{4\sqrt{2}}{11}$ PT có nghiệm kép $x_1=x_2=\frac{-3m}{2(m^2-4)}=\frac{33\sqrt{2}}{226}$

+) Nếu $m=-\frac{4\sqrt{2}}{11}$ PT có nghiệm kép $x_1=x_2=\frac{-3m}{2(m^2-4)}=-\frac{33\sqrt{2}}{226}$

+) Nếu $-\frac{4\sqrt{2}}{11}<m<\frac{4\sqrt{2}}{11}$ thì PT vô nghiệm

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Tìm m để mỗi PT ẩn x sau có nghiệm

a) $x^2 + 2(m - 2)x + 2m^2 - 4m - 5 = 0$

Hướng dẫn

$$\Delta' = (m - 2)^2 - (2m^2 - 4m - 5) = -m^2 + 9$$

PT đã cho là PT bậc hai có

PT có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Rightarrow -m^2 + 9 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$

b) $-2x^2 + 3x + m^2 - 1 = 0$

c) $-x^2 + 2(2 - m)x - 2 = 0$

Bài 2. [TH] Giải và biện luận các phương trình ẩn x

1) $x^2 + (2m - 3)x + m^2 - 2m = 0$

Hướng dẫn

$$\Delta = (2m - 3)^2 - 4(m^2 - 2m) = 9 - 4m$$

PT đã cho là PT bậc hai có

Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{3 - 2m + \sqrt{9 - 4m}}{2}; \quad x_2 = \frac{3 - 2m - \sqrt{9 - 4m}}{2}$$

Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow 9 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{4}$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{3 - 2\frac{9}{4}}{2} = -\frac{3}{4}$

Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow 9 - 4m < 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ thì PT vô nghiệm

2) $x^2 + (2m - 7)x - 2m = 0$

Hướng dẫn

$$\Delta = (2m - 7)^2 - 4.1.(-2m) = (2m - 5)^2 + 24 > 0$$ với $\forall m$

PT đã cho là PT bậc hai có

Suy ra với $\forall m$ thì PT luôn có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{7 - 2m + \sqrt{(2m - 5)^2 + 24}}{2}; \quad x_2 = \frac{7 - 2m - \sqrt{(2m - 5)^2 + 24}}{2}$$

3) $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - m = 0$

Hướng dẫn

$$\Delta = (2m - 1)^2 - 4.1.(m^2 - m) = 1 > 0$$ với $\forall m$

PT đã cho là PT bậc hai có

Suy ra với $\forall m$ thì PT luôn có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{1 - 2m + 1}{2} = 1 - m; \quad x_2 = \frac{1 - 2m - 1}{2} = -m$$

4) $x^2 - (m + 1)x + m = 0$

Hướng dẫn

PT đã cho là PT bậc hai có $a+b+c=0$ với $\forall m$

Nên PT luôn có hai nghiệm $x_1=1;\ x_2=m$ với $\forall m$

$x^2-2mx+2m-1=0$

5)

Hướng dẫn

PT đã cho là PT bậc hai có $a+b+c=0$ với $\forall m$

Nên PT luôn có hai nghiệm $x_1=1;\ x_2=2m-1$ với $\forall m$

$x^2-2(m-4)x+m^2=0$

6)

Hướng dẫn

$$\Delta'=(m-4)^2-1.m^2=16-8m$$

PT đã cho là PT bậc hai có

Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow m<2$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt

$x_1=m-4+\sqrt{16-8m};\ x_2=m-4-\sqrt{16-8m}$

Nếu $\Delta'=0\Leftrightarrow m=2$ thì PT có nghiệm kép $x_1=x_2=-6$

Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow m>2$ thì PT vô nghiệm

Bài 3. [VD] Giải và biện luận các phương trình ẩn x

$mx^2+(2m-1)x+m=0$

1)

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m=0$ thì PT có dạng $-x=0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x=0$

Trường hợp 2: $m\neq 0$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta=(2m-1)^2-4.m.m=1-4m$

Nếu $\Delta>0\Leftrightarrow m<\frac{1}{4}$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt

$x_1=\frac{1-2m+\sqrt{1-4m}}{2m};\ x_2=\frac{1-2m-\sqrt{1-4m}}{2m}$

Nếu $\Delta=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$ thì PT có nghiệm kép $x_1=x_2=\frac{1-2.\frac{1}{4}}{2.\frac{1}{4}}=1$

Nếu $\Delta<0\Leftrightarrow m>\frac{1}{4}$ thì PT vô nghiệm

$mx^2+10x-m+10=0$

2)

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m=0$ thì PT có dạng $10x+10=0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x=-1$

Trường hợp 2: $m\neq 0$ thì PT là PT bậc hai có $a-b+c=0$

nên PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = -1;\ x_2 = \dfrac{10-m}{m}$

3) $(m-1)x^2 + 2x - 1 = 0$

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = 1$ thì PT có dạng $2x - 1 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{1}{2}$

Trường hợp 2: $m \neq 1$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = 1^2 - (m-1)(-1) = m$

Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{m}}{m-1};\ x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{m}}{m-1}$

Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = 0$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 1$

Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < 0$ thì PT vô nghiệm

4) $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m + 5 = 0;\ m \neq 2$

Hướng dẫn

Với $m \neq 2$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = 11 - 5m$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{11}{5}$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \dfrac{m-1+\sqrt{11-5m}}{m-2};\ x_2 = \dfrac{m-1-\sqrt{11-5m}}{m-2}$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{5}$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \dfrac{\frac{11}{5}-1}{\frac{11}{5}-2} = 6$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{11}{5}$ thì PT vô nghiệm

5) $(m-3)x^2 - 2mx + m - 6 = 0$

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = 3$ thì PT có dạng $-6x - 3 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -\dfrac{1}{2}$

Trường hợp 2: $m \neq 3$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = m^2 - (m-3)(m-6) = 9m - 18$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 2$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{m+\sqrt{9m-18}}{m-3};\ x_2 = \dfrac{m-\sqrt{9m-18}}{m-3}$

Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{4}$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \dfrac{1-2.\frac{1}{4}}{2.\frac{1}{4}} = 1$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 2$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{m}{m-3} = \frac{2}{2-3} = -2$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 2$ thì PT vô nghiệm

$(m-2)x^2 - (2m-1)x + m + 1 = 0$

6)

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = 2$ thì PT có dạng $3x + 3 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -1$

Trường hợp 2: $m \neq 2$ thì PT là PT bậc hai có $a + b + c = 0$

Nên PT có 2 nghiệm $x_1 = 1;\ x_2 = \frac{m+1}{m-2}$

$(m-2)x^2 - 2(m+1)x + m - 5 = 0$

7)

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = 2$ thì PT có dạng $-6x - 3 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -\frac{1}{2}$

Trường hợp 2: $m \neq 2$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = (m+1)^2 - (m-2)(m-5) = 9m - 9$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{m+1+\sqrt{9m-9}}{m-2};\ x_2 = \frac{m+1-\sqrt{9m-9}}{m-2}$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{m+1}{m-2} = -2$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì PT vô nghiệm

$(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0;\quad m \neq -1$

8)

Hướng dẫn

Với $m \neq -1$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = m^2 - (m+1)(m-2) = m + 2$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -2$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{m+\sqrt{m+2}}{m+1};\ x_2 = \frac{m-\sqrt{m+2}}{m+1}$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -2$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{m}{m+1} = 2$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -2$ thì PT vô nghiệm

$(m-1)x^2 + 3x + 5 = 0$

9)

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = 1$ thì PT có dạng $3x + 5 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -\frac{5}{3}$

Trường hợp 2: $m \neq 1$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta = 9 - 4(m-1).5 = 29 - 4m$

Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{29}{4}$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-3+\sqrt{29-4m}}{m-1}$; $x_2 = \frac{-3+\sqrt{29-4m}}{m-1}$

Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{29}{4}$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-3}{\frac{29}{4}-1} = -\frac{12}{25}$

Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{29}{4}$ thì PT vô nghiệm

10) $(k-1)x^2 + 3kx + 2k + 1 = 0$

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $k = 1$ thì PT có dạng $3x + 3 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -1$

Trường hợp 2: $k \neq 1$ thì PT là PT bậc hai có $a - b + c = 0$

Nên PT có 2 nghiệm $x_1 = -1;\ x_2 = \frac{-(2k+1)}{k-1}$

Bài 4 [VD] Giải và biện luận các phương trình ẩn x

1) $(m^2-1)x^2 + 6(m-1)x + 9 = 0$

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = \pm 1$

Nếu $m = 1$ thì PT có dạng $0x + 9 = 0$ nên PT vô nghiệm

Nếu $m = -1$ thì PT có dạng $-12x + 9 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{4}$

Trường hợp 2: $m \neq \pm 1$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = \left[3(m-1)\right]^2 - (m^2-1).9 = 18 - 18m$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1; m \neq -1$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \frac{-3(m-1)+3\sqrt{2-2m}}{m^2-1}$; $x_2 = \frac{-3(m-1)-3\sqrt{2-2m}}{m^2-1}$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 1$ thì PT vô nghiệm (theo cmt)

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì PT vô nghiệm

2) $(2m^2+5m+2)x^2 - 4mx + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (m+2)(2m+1)x^2 - 4mx + 2 = 0$

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $m = -2$ thì PT có dạng $8x + 2 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -\frac{1}{4}$

Trường hợp 2: $m = -\frac{1}{2}$ thì PT có dạng $2x + 2 = 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $x = -1$

Trường hợp 3: $m \neq -\frac{1}{2}; m \neq -2$ thì PT là PT bậc hai có

$\Delta' = (2m)^2 - (2m^2 + 5m + 2).2 = -10m - 4$

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{5}$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \frac{2m + \sqrt{-10m - 4}}{2m^2 + 5m + 2}; \quad x_2 = \frac{2m - \sqrt{-10m - 4}}{2m^2 + 5m + 2}$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{2}{5}$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{2m}{2m^2 + 5m + 2} = -\frac{5}{2}$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{5}$ thì PT vô nghiệm

3) $ax^2 - 2(a+b)x + a + 2b = 0$

Hướng dẫn

Trường hợp 1: $a = 0$ thì PT có dạng $bx = b$

Nếu $b = 0$ thì PT nghiệm đúng với $\forall x$

Nếu $b \neq 0$ thì PT có nghiệm duy nhất $x = 1$

Trường hợp 2: $a \neq 0$ thì PT là PT bậc hai có $\Delta' = b^2 \geq 0$

Nếu $\Delta' = 0$ tức là $b = 0$ thì PT có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{a+b}{a}$

Nếu $\Delta' > 0$ tức là $b \neq 0$ thì PT có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{a+2b}{a}$

KL: Vậy

Nếu $a = b = 0$ thì PT có nghiệm với $\forall x$

Nếu $a = 0; b \neq 0$ thì PT có nghiệm duy nhất $x = 1$

Nếu $a \neq 0; b = 0$ thì PT có nghiệm duy kép $x_1 = x_2 = \frac{a+b}{a}$

Nếu $a \neq 0; b \neq 0$ thì PT có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{a+2b}{a}$

Bài 5 [VD] Cho PT ẩn x: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x - 3 = 0$ Tìm m để tập nghiệm của PT chỉ có một phần tử

Hướng dẫn

Tập nghiệm của PT chỉ có một phần tử nếu thỏa mãn ít nhất một trong các trường hợp sau:

Trường hợp 1: PT đã cho là PT bậc nhất một ẩn

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1=0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$

Trường hợp 2: PT đã cho là PT bậc hai có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{6}$$

KL: Vậy tập nghiệm của PT chỉ có một phần tử khi $m \in \left\{-1; -\frac{7}{6}\right\}$

CHUYÊN ĐỀ: ĐỊNH LÍ VIETE VÀ ỨNG DỤNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định lý Viet:

Cho phương trình $ax^2+bx+c=0$ (1) với x là ẩn; a,b,c là các số cho trước, với $a \neq 0$

Định lý Viete thuận: Nếu phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2 thì $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1,x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$

Định lý Viete đảo:

Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là nghiệm của phương trình $x^2-Sx+P=0$ Điều kiện để có hai số đó là $\Delta = S^2-4P \geq 0$

Chú ý: Trước khi sử dụng định lý Viete, chúng ta cần kiểm tra điều kiện phương trình có nghiệm, nghĩa là $\Delta \geq 0$.

2. Một số ứng dụng cơ bản của định lý Vi-et

2.1. Tính giá trị biểu thức nghiệm

– Nếu x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ thì:

+) $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}$ và $x_1.x_2=\dfrac{c}{a}$.

– Nếu $a+b=S$ và $a.b=P$ thì a,b là nghiệm của phương trình $x^2-Sx+P=0$.

– Ứng dụng hệ thức Vi- ét vào giải phương trình:

+) Nếu $a+b+c=0$ thì phương trình có 1 nghiệm là $x=1$, nghiệm còn lại $x=\dfrac{c}{a}$.

+) Nếu $a-b+c=0$ thì phương trình có 1 nghiệm là $x=-1$, nghiệm còn lại $x=-\dfrac{c}{a}$.

2.2. Tìm giá trị của tham số thỏa mãn các điều kiện cho trước giữa các nghiệm của phương trình

Biểu thức đối xứng giữa các nghiệm x_1,x_2 của phương trình $ax^2+bx+c=0$ là biểu thức có giá trị không thay đổi khi ta hoán vị x_1 và x_2.

Ví dụ: $x_1^2+x_2^2$; $x_1^3+x_2^3$ ...

*) Một số gợi ý để biểu diễn biểu thức đối xứng giữa x_1,x_2 qua tổng và tích các nghiệm số.

❶ $x_1^2+x_2^2=x_1^2+2x_1x_2+x_2^2-2x_1x_2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=S^2-2P$

❷ $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{S}{P}$

❸ $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\dfrac{S^2-2P}{P}$

❹ $\dfrac{1}{x_1^2}+\dfrac{1}{x_2^2}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2x_2^2}=\dfrac{S^2-2P}{P^2}$

❺ $x_1^3+x_2^3=x_1^3+3x_1^2x_2+3x_1x_2^2+x_2^3-3x_1^2x_2-3x_1x_2^2=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=S^3-3SP$

❻ $\dfrac{1}{x_1^3}+\dfrac{1}{x_2^3}=\dfrac{x_1^3+x_2^3}{x_1^3x_2^3}=\dfrac{S^3-3SP}{P^3}$

2.3. Tìm hai số khi biết tổng và tích hai nghiệm của phương trình

B. BÀI TẬP

DẠNG 1: Tính giá trị biểu thức nghiệm

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2-7x+4=0$. Giá trị của tổng x_1+x_2 là:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $-\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải:

Chọn B

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-7}{3}=\frac{7}{3}$

Câu 2. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-5x+3=0$. Giá trị của tích $x_1\cdot x_2$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** -5. **D.** -3.

Lời giải:

Chọn B

$x_1.x_2=\frac{c}{a}=\frac{3}{1}=3$

Câu 3. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-3x+m-1=0$. Giá trị của tổng x_1+x_2 là

A. -3. **B.** $m-1$. **C.** 3. **D.** $1-m$.

Lời giải:

Chọn C

$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-3}{1}=3$

Câu 4. [NB] Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-13x+m=0$. Giá trị của tích $x_1.x_2$ là

A. 13. **B.** -13. **C.** $-m$. **D.** m.

Lời giải:

Chọn D

$x_1.x_2=\frac{c}{a}=\frac{m}{1}=m$

Câu 5. [TH] Cho phương trình $x^2-x+2m+1=0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x=1$ nghiệm còn lại của phương trình là

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải:

Chọn A

Thay $x=1$ vào phương trình $x^2-x+2m+1=0$ ta được

$1^2-1+2m+1=0$

$2m+1=0$

$m=-\frac{1}{2}$

Theo định lý Viete, ta có

$x_1.x_2=\frac{2m+1}{1}=\frac{0}{1}=0$

Hay $1.x_2=0$

$x_2=0$

Câu 6. [TH] Cho phương trình $x^2-x+3m+1=0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x=2$. Nghiệm còn lại của phương trình là

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải:

Chọn B

Thay $x=2$ vào phương trình $x^2-x+3m+1=0$ ta được

$2^2-2+3m+1=0$

$2+3m+1=0$

$3m=-3$

$m=-1$

Theo định lý Viete, ta có

$x_1.x_2=\frac{3m+1}{1}=\frac{3.(-1)+1}{1}=-2$

Hay $2.x_2=-2$

$x_2=-1$

Câu 7. [TH] Biết phương trình $x^2+x+m^2-9=0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x=-1$,tổng các giá trị của m là

A. 4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải:

Chọn D

Thay $x=-1$ vào phương trình $x^2+x+m^2-9=0$ ta được

$(-1)^2+(-1)+m^2-9=0$

$m^2-9=0$

$m=3$ hoặc $m=-3$

Tổng các giá trị của m là $S=3+(-3)=0$

Câu 8. [TH] Cho phương trình $x^2-3x+m=0$ có một nghiệm là -2. Khi $m=-10$, nghiệm còn lại của phương trình là :

A. -3. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -10.

Lời giải:

Chọn C

Khi $m=-10$

Theo định lý Viete, ta có

$x_1.x_2=\frac{m}{1}=\frac{-10}{1}=-10$

Hay $(-2).x_2=-10$

$x_2=5$

Câu 9. [VD] Cho phương trình $x^2 - 4x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ là

A. 24. **B.** -24. **C.** 28. **D.** 136.

Lời giải:

Chọn D

Phương trình $x^2 - 4x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Theo định lý Viete, ta có

$x_1 + x_2 = 4; x_1.x_2 = -6$

$A = x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1.x_2.(x_1 + x_2)$

$A = 4^3 - 3.(-6).4 = 136$

Câu 10. [VD] Cho phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1}$

A. $\frac{23}{10}$. **B.** $\frac{-3}{10}$. **C.** $\frac{-23}{20}$. **D.** $\frac{-23}{10}$.

Lời giải:

Chọn D

Phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Theo định lý Viete, ta có

$x_1 + x_2 = -3; x_1.x_2 = -10$

$A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1} = \frac{x_1(x_1 + 2) + x_2.(x_2 + 2)}{x_1.x_2}$

$A = \frac{x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2}{x_1.x_2} = \frac{(x_1^2 + x_2^2) + (2x_1 + 2x_2)}{x_1.x_2}$

$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 + 2(x_1 + x_2)}{x_1.x_2}$

$A = \frac{(-3)^2 - 2(-10) + 2(-3)}{-10}$

$A = \frac{-23}{10}$

Câu 11. [VD] Cho phương trình $x^2 - 4mx + 4m^2 - 2 = 0 \ (1)$ có hai nghiệm phân biệt là $x_1; x_2$, khi đó giá trị của biểu thức $P = x_1^2 + 4mx_2 - 12m^2 - 6$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 5.

Lời giải:

Chọn C

Phương trình $x^2 - 4mx + 4m^2 - 2 = 0 \ (1)$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Theo định lý Viete, ta có

$x_1 + x_2 = 4m; x_1.x_2 = 4m^2 - 2$

$P = x_1^2 + 4mx_2 - 12m^2 - 6$

$P = x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 - 12m^2 - 6$

$P = x_1^2 + x_1.x_2 + x_2^2 - 12m^2 - 6$

$P = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 + x_1.x_2 - 12m^2 - 6$

$P=(x_1+x_2)^2-x_1.x_2-12m^2-6$

$P=(4m)^2-(4m^2-2)-12m^2-6$

$P=-4$

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$, với m là tham số. Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là $x_1;x_2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$ là

A. -12. **B.** 0. **C.** -11. **D.** -10.

Lời giải:

Chọn A

Ta có $\Delta'=\left[-(m+1)\right]^2-(m^2+2)=2m-1$

Phương trình $x^2-2(m+1)x-m^2+2=0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 khi

$\Delta'\geq 0$ hay $2m-1\geq 0\Leftrightarrow m\geq\frac{1}{2}$ (*)

Theo định lý Viete, ta có

$x_1+x_2=2(m+1);x_1.x_2=m^2+2$

$A=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$

$A=m^2+2-2.2(m+1)-6=m^2-4m-8$

$A=(m^2-4m+4)-12$

$A=(m-2)^2-12\geq -12$

Dấu "=" xảy ra khi $m-2=0$ hay $m=2$ (Thỏa mãn điều kiện (*))

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là -12

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$

a) $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$.

b) $x_1.x_2=-\frac{c}{a}$.

c) $x_1+x_2-x_1.x_2=-\frac{b}{a}-\frac{c}{a}$.

d) $x_1+x_2+x_1.x_2=\frac{b}{a}-\frac{c}{a}$.

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ có

- Tổng $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ nên a đúng

- Tích $x_1.x_2=\frac{c}{a}$ nên b sai

- $x_1+x_2-x_1.x_2=-\frac{b}{a}-\frac{c}{a}$ nên c đúng

- $x_1+x_2+x_1.x_2=-\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$ nên d sai

Câu 2. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-(m-8)x+12m-1=0$ (m là tham số)

a) $x_1+x_2=8-m$.

b) $x_1.x_2=12m-1$.

c) $x_1+x_2+x_1.x_2=11m-7$.

d) $2.(x_1+x_2)+x_1.x_2=14m-17$.

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

phương trình $x^2-(m-8)x+12m-1=0$ có: $a=1;b=-(m-8);c=12m-1$

- Tổng $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-(m-8)}{1}=m-8$ nên a sai

- Tích $x_1.x_2=\frac{c}{a}=\frac{12m-1}{1}=12m-1$ nên b đúng

- $x_1+x_2-x_1.x_2=-\frac{b}{a}-\frac{c}{a}=m-8-(12m-1)=-11m-7$ nên c sai

- $2.(x_1+x_2)+x_1.x_2=2(m-8)+(12m-1)=14m-17$ nên d đúng

Câu 3. Cho phương trình $2x^2-(m-1)x-m+3=0$ (với m là tham số) có một nghiệm $x=1$

a) Thay $x=1$ vào phương trình ta được $m=3$.

b) Khi $m=3$ nghiệm còn lại của phương trình là $x=2$.

c) Khi $m=-3$, tổng 2 nghiệm của phương trình là $x_1+x_2=-2$

d) Khi $m=2$, tích 2 nghiệm của phương trình là $x_1.x_2=0$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

phương trình $2x^2-(m-1)x-m+3=0$ có nghiệm khi

- Thay $x=1$ vào phương trình ta được

$$2.1^2-(m-1).1-m+3=0$$
$$-2m+6=0$$
$$m=3$$ nên a đúng

- Khi $m=3$

Theo định lý Viete $x_1.x_2=\frac{-m+3}{2}=\frac{-(-3)+3}{2}=3$

Hay $1.x_2=3 \Rightarrow x_2=3$ nên b sai

- Khi $m=-3$

Theo định lý Viete $x_1+x_2=\dfrac{m-1}{2}=\dfrac{-3-1}{2}=-2$ nên c đúng

- Khi $m=2$

Theo định lý Viete $x_1.x_2=\dfrac{-m+3}{2}=\dfrac{-2+3}{2}=\dfrac{1}{2}$ nên d sai

Câu 4. Cho phương trình: $x^2-mx+m+3=0$ (1) (với ẩn là x) có 2 nghiệm x_1,x_2

a) Khi $m=-2$ thì $x_1+x_2=-2;x_1.x_2=1$

b) $x_1^2+x_2^2=m^2-2m-6$

c) $x_1^3-x_2^3=m^3-3m^2-9$

d) Khi $x_1=-3$ thì $x_2=-1$

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) S**

Phương trình $x^2-mx+m+3=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 khi

$\Delta=b^2-4ac=m^2-4(m+3)=m^2-4m-12\ge 0$

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m+3\end{cases}$

- Khi $m=-2$ thì $x_1+x_2=m=-2;x_1.x_2=m+3=(-2)+3=1$ nên a đúng

- $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(m)^2-2(m+3)=m^2-2m-6$ nên b đúng

- $x_1^3-x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=m^3-3m^2-9m$ nên c sai

- Khi $x_1=-3$

Thay $x_1=-3$ vào phương trình (1), ta được: $(-3)^2-m(-3)+m+3=0\Leftrightarrow m=-3$

Với $m=-3$ ta có $x_1x_2=m+3(-3)+3=0$

hay $(-3).x_2=0\Rightarrow x_2=0$

Vậy $x_1=-3$ thì nghiệm còn lại $x_2=0$ nên d sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-3x+2=0$. Tính tổng $S=x_1+x_2$ và tích $P=x_1x_2$.

Lời giải:

$S=3,P=2$

Phương trình $x^2-3x+2=0$ có $a+b+c=1+(-3)+2=0$ nên có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}S=x_1+x_2=3\\P=x_1x_2=2\end{cases}$

Vậy $S=3,P=2$.

Câu 2. [NB] Phương trình $3x^2+2x-21=0$ có một nghiệm là -3. Hãy tìm nghiệm kia.

Lời giải

$x_2=\dfrac{7}{3}$

Vì $x_1 = -3$ là một nghiệm của phương trình $3x^2 + 2x - 21 = 0$.
Theo định lý Vi-ét, ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-2}{3} - x_1 = \frac{-2}{3} - (-3) = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}.$$

Câu 3. [TH] Biết phương trình: $3x^2 - 2(m-3)x + 5 = 0$ có nghiệm $x_1 = \frac{1}{3}$ tìm nghiệm x_2, giá trị của m tương ứng.

Lời giải

$x_2 = 5, m = 11.$

$$3x^2 - 2(m-3)x + 5 = 0$$

Ta có:

$a = 3$, $b = -2(m-3)$, $c = 5$.

Theo định lý Vi-ét, ta có: $x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$. Mà $x_1 = \frac{1}{3}$ nên suy ra: $x_2 = \frac{5}{3} : x_1 = \frac{5}{3} : \frac{1}{3} = 5.$ Cũng theo hệ thức Vi-ét, ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2(m-3)}{3}$$

$$\frac{1}{3} + 5 = \frac{2(m-3)}{3}$$

$$16 = 2m - 6$$

$$m = 11$$

Vậy $x_2 = 5, m = 11.$

Câu 4. **[TH]** Cho phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình. Hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1 + x_2 - x_1x_2$.

Lời giải

$A = 2$

Phương trình $3x^2 - 6x + 2 = 0$ có $a = 3$, $b = -6$, $c = 2$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4.3.2 = 12 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Ta có $A = x_1 + x_2 - x_1x_2 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$.

Vậy $A = 2$.

Câu 5. [VD] Cho phương trình: $3x^2 - x - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$.

Lời giải

$A = \frac{19}{27}$

Phương trình $3x^2 - x - 2 = 0$ có $a = 3, b = -1, c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.(3).(-2) = 25 > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng Định lý Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{3}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3}$.

$$A = x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2\right]$$

$$= \frac{1}{3}.\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3.\frac{-2}{3}\right] = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{9} + 2\right) = \frac{1}{3}.\frac{19}{9} = \frac{19}{27}.$$

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$

Lời giải

GTNN $A = \frac{11}{3}$

phương trình $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 khi

$\Delta = \left[-(m-1)\right]^2 - 4(-m^2 + m - 2) = 5m^2 - 6m + 9 \geq 0$ với mọi giá trị của m

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m^2 + m - 2 \end{cases}$.

$A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2$

$A = (m-1)^2 - 2(-m^2 + m - 2) = 3m^2 - 4m + 5$

$A = 3\left(m^2 - \frac{4}{3}m + \frac{4}{9}\right) + 5 - \frac{4}{3} = 3\left(m - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{11}{3} \geq \frac{11}{3}$

Dấu "=" xảy ra khi $m - \frac{2}{3} = 0$ hay $m = \frac{2}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{11}{3}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Giả sử phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ cho biết một nghiệm $x_1 = m$. Tìm nghiệm còn lại x_2 ta làm như sau: Dùng định lý Viete $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$. Thay $x_1 = m$ vào hệ thức, ta có $x_2 = -\frac{b}{a} - x_1 = -\frac{b}{a} - m$ hoặc ta dùng hệ thức $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$. Thay $x_1 = m$ vào hệ thức, ta có $x_2 = \left(\frac{c}{a}\right) : x_1 = \left(\frac{c}{a}\right) : m$.

+ Điều kiện để PT có nghiệm: $\Delta \geq 0$;

+ Tính $S = x_1 + x_2; P = x_1.x_2$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Không giải phương trình, dùng hệ thức Vi-ét hãy tính tổng và tích các nghiệm của mỗi
phương trình:

a) $3x^2 - 11x + 4 = 0$;

b) $x^2 - 3\sqrt{7}x + 2\sqrt{3} = 0$;

c) $5x^2 - 8x + 3,2 = 0$;

d) $7x^2 - 4x + 1 = 0.$

Lời giải

a) Ta có: $3x^2 - 11x + 4 = 0$

$a = 3,\ b = -11,\ c = 4.$

$\Delta = b^2 - 4ac = 11^2 - 4.3.4 = 121 - 48 = 73 > 0.$

$\Delta > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2.$

Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{11}{3};\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}.$

b) Ta có: $x^2 - 3\sqrt{7}x + 2\sqrt{3} = 0$

$a = 1,\ b = -3\sqrt{7},\ c = 2\sqrt{3}.$

$\Delta = b^2 - 4ac = \left(-3\sqrt{7}\right)^2 - 4.1.2\sqrt{3} = 63 - 8\sqrt{3} > 0.$

$\Delta > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2.$

Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = 3\sqrt{7};\ x_1 x_2 = 2\sqrt{3}.$

c) Ta có: $5x^2 - 8x + 3,2 = 0$

$a = 5,\ b = -8,\ c = 3,2.$

$\Delta' = b'^2 - ac = (-4)^2 - 5.3,2 = 16 - 16 = 0.$ Phương trình có kép $x_1 = x_2.$

Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = \frac{8}{5};\ x_1 x_2 = \frac{3,2}{5} = 0,64.$

d) Ta có: $7x^2 - 4x + 1 = 0.$

$a = 7,\ b = -4,\ c = 1.$

$\Delta' = b'^2 - ac = (-2)^2 - 7.1 = 4 - 7 = -3 < 0.$

$\Delta < 0$ nên phương trình vô nghiệm, do đó không tồn tại tổng hai nghiệm và tích hai nghiệm

Ví dụ 2 [TH]: Cho phương trình: $x^2 - \sqrt{2}x - 2 + \sqrt{3} = 0$. Không giải phương trình, hãy tính:

a) $x_1^2 + x_2^2$

b) $x_1^3 + x_2^3$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

Lời giải

Phương trình $x^2 - \sqrt{2}x - 2 + \sqrt{3} = 0$ có $a = 1,\ b = -\sqrt{2},\ c = -2 + \sqrt{3}.$

$\Delta = b^2 - 4ac = \left(-\sqrt{2}\right)^2 - 4.1.\left(-2 + \sqrt{3}\right) = 10 - 4\sqrt{3} > 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1,\ x_2.$

Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \sqrt{2} \\ x_1 x_2 = \sqrt{3} - 2 \end{cases}.$

a) $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=2-2(\sqrt{3}-2)=6-2\sqrt{3}$

b) $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]=\sqrt{2}(2-3\sqrt{3}+6)=\sqrt{2}(8-3\sqrt{3})$

c) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2}=-\sqrt{2}(\sqrt{3}+2)$

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình: $-3x^2-5x-2=0$. Với $x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình, không giải phương trình, hãy tính:

a) $M=x_1+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+x_2;$ b) $N=\frac{1}{x_1+3}+\frac{1}{x_2+3};$

Lời giải

Ta có $\Delta=1>0$ nên PT đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2

Áp dụng định lý Vi-ét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-5}{3}\\x_1.x_2=\frac{2}{3}\end{cases}$

a) $M=x_1+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+x_2=(x_1+x_2)+\left(\frac{x_1+x_2}{x_1.x_2}\right)$

$M=\left(\frac{-5}{3}\right)+\frac{\frac{-5}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{-25}{6}$

b) $N=\frac{1}{x_1+3}+\frac{1}{x_2+3}=\frac{(x_1+3)+(x_2+3)}{(x_1+3)(x_2+3)}$

$N=\frac{(x_1+x_2)+6}{x_1.x_2+3.(x_1+x_2)+9}$

$N=\frac{\frac{-5}{3}+6}{\frac{2}{3}+3.\left(\frac{-5}{3}\right)+9}=\frac{13}{14}$

Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình: $x^2-mx+m+3=0$ (1) (với ẩn là x)

Gọi $x_1;x_2$ là các nghiệm của phương trình. Tính $x_1^2+x_2^2;\ x_1^3+x_2^3$ theo m

Lời giải

Phương trình: $x^2-mx+m+3=0$ (1)

Ta có: $a=1,\ b=-m,\ c=m+3.$

$\Delta=b^2-4ac=m^2-4(m+3)=m^2-4m-12$

Phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2\Leftrightarrow\Delta\ge0$

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m+3\end{cases}$

$*\ x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(m)^2-2(m+3)=m^2-2m-6$

$*\ x_1^3 - x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = m^3 - 3m^2 - 9m$

$x^2 - 5x + 3 = 0\ (1)$. Gọi $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính : $2(x_1 + x_2)$

HD:

Phương trình (1) có : $a = 1,\ b = -5,\ c = 3$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 12 = 13 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình luôn có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Theo định lý Viét ta có: $x_1 + x_2 = 5;\ x_1 \cdot x_2 = 3$

$2(x_1 + x_2) = 2.5 = 10$.

Bài 2. [TH] Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình: $x^2 - 2x - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = 3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2$

HD:

Ta có $a = 1,\ b = -2,\ c = -1$.

Vì $a.c = -1 < 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$

$A = 3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2\ 3.2 - 2.(-1) = 8$.

Bài 3. [VD] Cho phương trình $x^2 + (m-2)x + m - 3 = 0$ (ẩn x, tham số m) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 Tính theo m biểu thức $A = 1 - x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$

HD

Ta có: $\Delta = (m-2)^2 - 4(m-3) = m^2 - 4m + 4 - 4m + 12 = m^2 - 8m + 16 = (m-4)^2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$ hay $\Leftrightarrow (m-4)^2 > 0 \Rightarrow m \neq 4$

Theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -(m-2) \\ x_1x_2 = m - 3 \end{cases}$

Theo đề bài, ta có:

$A = 1 - x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$

$= 1 - (x_1^2 + x_2^2) + 4x_1x_2$

$= 1 - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_2$

$= 1 - (x_1 + x_2)^2 + 6x_1x_2$

$= 1 - (m-2)^2 + 6(m-3)$

$= 1 - m^2 + 4m - 4 + 6m - 18$

$= -m^2 + 10m - 21$

Bài 4 [VDC] Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m - 1 = 0\ (*)$ với m là tham số. Tính theo m để giá trị của biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

HD

Ta có: $\Delta' = (-1)^2 - 1.(m-1) = 2 - m$

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$

Vậy $m \leq 2$.

Theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

Theo đề bài, ta có:

$A = x_1^3 + x_2^3$

$= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2 x_2 - 3x_1 x_2^2$

$= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)$

$= 2^3 - 3(m-1).2$

$= 8 - 6m + 6$

$= 14 - 6m$

Vì $m \leq 2$ nên $-6m \geq -12$

$\Rightarrow A = 14 - 6m \geq 14 - 12$

$\Rightarrow A \geq 2$

Dấu "=" xảy ra khi $m = 2$.

Vậy GTNN của A là $2 \Leftrightarrow m = 2$

DẠNG 2: Tìm giá trị của tham số thỏa mãn các điều kiện cho trước giữa các nghiệm của phương trình

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB]: Giá trị của m để $mx^2-2(m+1)x+m+3=0$ là phương trình bậc hai nhận $x=-2$ là nghiệm.

A. $m=-\frac{7}{9}$. **B.** $m=-\frac{7}{5}$. **C.** $m=-\frac{7}{8}$. **D.** $m=-\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $mx^2-2(m+1)x+m+3=0$ là phương trình bậc hai khi $m\neq 0$

Thay $x=-2$ vào phương trình, ta được

$m(-2)^2-2(m+1)(-2)+m+3=0$

$4m+4m+4+m+3=0$

$9m=-7$

$m=-\frac{7}{9}$

Câu 2. [NB] Tìm các giá trị của m để phương trình $x^2-5x+m+4=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=23$.

A. $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2-5x+m+4=0$ có $a=1\neq 0$ và $\Delta=25-4(m+4)=9-4m$

Phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 khi $\Delta\geq 0$

hay $9-4m\geq 0$

$m\leq\frac{9}{4}$

Theo định lý Viete ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1.x_2=m+4\end{cases}$

Xét $x_1^2+x_2^2=23$ hay $(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=23$

$25-2m-8=23$

$m=-3(TM)$

Vậy $m=-3$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. [NB] Cho phương trình $x^2-2x+m+1=0$. Xác định m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn hệ thức: $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-\frac{1}{3}$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2-2x+m+1=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 khi $\Delta'\geq 0$

Hay $(-1)^2-(m+1)\geq 0$

$-m\geq 0$

$m\leq 0$ (*)

Theo định lý Viete ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1.x_2=m+1\end{cases}$

Theo đề bài $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$

$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1.x_2}=4$

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4x_1x_2$

$(x_1+x_2)^2-6x_1x_2=0$

Hay $2^2-6(m+1)=0$

$m=-\frac{1}{3}$ (Thỏa mãn (*))

Câu 4. [NB] Cho phương trình $x^2+x-3=0$ có một nghiệm $x=m$ (với m là tham số) tích các giá trị của m là

A. 2. **B.** -1. **C.** -3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Thay $x=m$ vào phương trình $x^2+x-3=0$ ta được

$m^2+m-3=0$ là phương trình bậc hai có $\Delta=1^2-4.1.(-3)=13>0$

Theo định lý Viete, ta có $m_1.m_2=-3$

Câu 5. [TH] Cho biết phương trình $x^2-(2m-n)x+2m+3n-1=0$ (m,n là tham số) có hai nghiệm $x_1;x_2$. Giá trị của m,n để $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1+x_2=-1$ và $x_1^2+x_2^2=13$ là

A. $m=n=-1$. **B.** $m=n=-2$. **C.** $m=n=2$. **D.** $m=n=-3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2-(2m-n)x+2m+3n-1=0$ có 2 nghiệm $x_1;x_2$ khi $\Delta\geq 0$

Hay $\left[(2m-n)\right]^2-4.(2m+3m-1)\geq 0$ (*)

Theo định lý Viete $\begin{cases}x_1+x_2=2m-n\\x_1.x_2=2m+3n-1\end{cases}$

Theo đề bài $x_1+x_2=-1$ nên $2m-n=-1$ (1)

$x_1^2+x_2^2=13$

$(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2=13$

$(-1)^2-2x_1.x_2=13$

$x_1.x_2=-6$

Hay $2m+3n-1=-6$

$2m+3n=-5\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}2m-n=-1\\2m+3n=-5\end{cases}$

Giải hệ phương trình ta được $m=n=-1$ (Thỏa mãn (*))

Câu 6. [TH] Cho phương trình $x^2-mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ để $x_1^2+x_2^2=7$. Tổng các giá trị của m bằng.

A. 2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2-mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khi $\Delta>0$

Hay $(-m)^2-4(m-2)>0$

$m^2-4m+8>0$ với mọi giá trị của $m\in\mathbb{R}$

Theo định lý Viete $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m-2\end{cases}$

$x_1^2+x_2^2=7$

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7$

$m^2-2(m-2)=7$

$m^2-2m+4-7=0$

$m^2-2m-3=0$

$m=-1$ hoặc $m=3$

Tổng các giá trị của m bằng $(-1)+3=2$

Câu 7. [TH] Tổng các giá trị của m để phương trình bậc hai: $x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn hệ thức: $x_1x_2+15=3(x_1+x_2)$

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khi $\Delta'>0$

Hay $(m+1)^2-(m^2-1)>0$

$m^2+2m+1-m^2+1>0$

$2m+2>0$

$m>-1$ (*)

Theo định lý Viete $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+1)\\x_1x_2=m^2-1\end{cases}$

$x_1x_2+15=3(x_1+x_2)$

$m^2-1+15=3.2(m+1)$

$m^2-6m+8=0$

$m=2$ hoặc $m=4$ (thỏa mãn (*))

Tổng các giá trị của m bằng $2+4=6$

Câu 8. [TH] Gọi T là tập hợp các giá trị của m để phương trình $x^2-mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1^2x_2+x_1x_2^2=3$. Tổng các giá trị tuyệt đối của tập hợp T bằng.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2-mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khi $\Delta>0$

Hay $(-m)^2-4(m-2)>0$

$m^2-4m+8>0$ với mọi giá trị của $m\in\mathbb{R}$

Theo định lý Viete $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1.x_2=m-2\end{cases}$

$x_1^2x_2+x_1x_2^2=3$

$x_1x_2.(x_1+x_2)=3$

$(m-2).m=3$

$m^2-2m-3=0$

$m=-1$ hoặc $m=3$

Ta có $T=\{-1;3\}$

Tổng các giá trị tuyệt đối của tập hợp T bằng $|-1|+|3|=4$

Câu 9. [VD] Tìm giá trị của m để phương trình $x^2-2(m-2)x+2m-5=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1(1-x_2)+x_2(1-x_1)<4$.

A. $m>1$. **B.** $m<0$. **C.** $m>2$. **D.** $m<3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2-2(m-2)x+2m-5=0$ có $a=1\neq0$ và

$\Delta'=(m-2)^2-2m+5=m^2-6m+9=(m-3)^2\geq0$ với mọi giá trị của m

Nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2m-4\\x_1.x_2=2m-5\end{cases}$

Xét $x_1(1-x_2)+x_2(1-x_1)<4$

$(x_1+x_2)-2x_1x_2-4<0$

$2m-4-2(2m-5)-4<0$

$-2m+2<0$

$m>1$

Vậy $m>1$ là giá trị cần tìm.

Câu 10. [VD] Tìm giá trị của m để phương trình $x^2+(4m+1)x+2(m-4)=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ và biểu thức $A=(x_1-x_2)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2+(4m+1)x+2(m-4)=0$ có $a=1\neq0$ và

$\Delta = (4m+1)^2 - 8(m-4) = 16m^2 + 33 > 0$ với mọi giá trị của m

Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4m - 1 \\ x_1 . x_2 = 2m - 8 \end{cases}$

Xét $A = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16m^2 + 33 \geq 33$

Dấu "=" xảy ra khi $m = 0$

Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.

Câu 11. [VD] Cho phương trình $x^2 - 2(m+4)x + m^2 - 8 = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$. Thỏa mãn $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = \frac{-1}{3}$. **B.** $m = \frac{1}{3}$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2 - 2(m+4)x + m^2 - 8 = 0$ có $a = 1 \neq 0$ và $\Delta' = (m+4)^2 - (m^2 - 8) = 8m + 24$

Phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ Khi $\Delta \geq 0 \; hay \; 8m + 24 \geq 0 \Rightarrow m \geq -3.$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 2(m+4); x_1x_2 = m^2 - 8$

$A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 2(m+4) - 3(m^2 - 8) = -3m^2 + 2m + 32$

Ta có:

$= -3\left(m^2 - \frac{2}{3}m - \frac{32}{3}\right) = -3\left(m - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{97}{3}$.

Nhận thấy $A \leq \frac{97}{3}$ và dấu "=" xảy ra khi $m - \frac{1}{3} = 0$ hay $m = \frac{1}{3}(TM)$

Vậy giá trị lớn nhất của A là $\frac{97}{3}$ khi $m = \frac{1}{3}$.

Câu 12. [VDC] Cho phương trình: $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Giá trị của m để biểu thức: $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$ đạt giá trị lớn nhất là

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$

có $\Delta = 4m^2 - 4.2(m^2 - 2) = 4m^2 - 8m^2 + 16 = -4m^2 + 16$

Phương trình có 2 nghiệm khi $\Delta \geq 0$

hay $-4m^2 \geq -16$

$m^2 \leq 4$

$-2 \le m \le 2$

Theo định lý Viete, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ 2x_1x_2 = m^2 - 2 \end{cases}$

$A = |x_1 + x_2 + 2x_1x_2 - 4|$

$A = |-m + m^2 - 2 - 4| = |(m+2)(3-m)|$

Vì $-2 \le m \le 2$ nên $m + 2 \ge 0$ và $3 - m > 0$

Do đó $A = (m+2)(3-m) = -m^2 + m + 6 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \le \frac{25}{4}$

Vậy giá trị lớn nhất của A là $\frac{25}{4}$, đạt được khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2}$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $x^2 - 2mx - (m^2 + 4) = 0$ (1), trong đó m là tham số có 2 nghiệm x_1, x_2

a) Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b) Biểu thức $x_1^2 + x_2^2 = 20$ khi $m = 2$

c) Số các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$ là 0

d) Tổng các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$ là 0

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

Cho phương trình $x^2 - 2mx - (m^2 + 4) = 0$ (1), trong đó m là tham số

Ta có: $a = 1$, $b = -2m$, $c = -(m^2 + 4)$.

$\Delta = (-2m)^2 + 4(m^2 + 4) > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m nên a đúng

Theo định lý Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -m^2 - 4 \end{cases}$.

$x_1^2 + x_2^2 = 20$.

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$

$(2m)^2 - 2(-m^2 - 4) = 20$

$4m^2 + 2m^2 + 8 = 20$

$6m^2 - 12 = 0$

$m = \sqrt{2}$ hoặc $m = -\sqrt{2}$ nên b sai

- Có 2 giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$ nên c sai

- Tổng các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 20$ là $m_1 + m_2 = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ nên d đúng

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

a) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $m < \frac{9}{4}$

b) Giá trị của m để $|x_1|+|x_2|=4$ là $m=1$

c) Giá trị của m để $3x_1+4x_2=6$ là $m=-1$

d) Giá trị của m để $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=-3$ là $m=1$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

Phương trình $x^2-5x+m+4=0$ có $\Delta=5^2-4(m+4)=9-4m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta>0$ hay $m<\frac{9}{4}$ (*) nên a đúng

Theo định lý Viete ta có $\begin{cases}x_1+x_2=5\\x_1.x_2=m+4\end{cases}$

- ta có $|x_1|+|x_2|=4$

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2|x_1x_2|=16$

$2|m+4|=2m-1$

Tìm được $m\in\varnothing$ nên b sai

- Ta có $3x_1+4x_2=6$

$3(x_1+x_2)+x_2=6$

$x_2=-9$

Vì $x=-9$ là nghiệm của phương trình nên ta có $(-9)^2-5.(-9)+m+4=0$.

Tìm được $m=-3\pm\sqrt{13}$ (Thỏa mãn (*)) nên c sai

- Ta có $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=-3$

$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1.x_2}=-3$

$\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2}{x_1.x_2}=-3$

Hay $\frac{5^2-2.(m+4)}{m+4}=3$

$25-2m-8=3(m+4)$

Tìm được $m=1$ (Thỏa mãn (*)) nên d đúng

Câu 3. Cho phương trình $x^2-mx+2m-5=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2

a) Có hai giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2-3x_1x_2=2$

b) Tổng các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=2$ là 4

c) Tổng các giá trị tuyệt đối của m để phương trình (1) có nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=2$ là 4

d) Giá trị dương của m để phương trình (1) có nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=30$ là $m=3\left(1+\sqrt{6}\right)$

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

Phương trình $x^2 - mx + 2m - 5 = 0$ (1)

Có $\Delta = m^2 - 4.(2m - 5) = m^2 - 8m + 20 > 0$ với mọi giá trị của m Î i

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viete, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1, x_2 = 2m + 5 \end{cases}$

- Ta có

$x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 2$

$m - 3(2m + 5) = 2$

$-5m - 15 = 2$

$m = -\frac{17}{5}$

Vậy có một giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 2$ nên a sai

- Ta có

$x_1^2 + x_2^2 = 2$

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2$

$m^2 - 2(2m + 5) = 2$

$m^2 - 4m - 12 = 0$

Suy ra $m = 6$ hoặc $m = -2$

Tổng các giá trị của m là $6 + (-2) = 4$ nên b đúng

Tổng các giá trị tuyệt đối của m là $|6| + |-2| = 8$ nên c sai

- Ta có

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 30$

$(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 30$

$m^2 - 3(2m + 5) = 30$

$m^2 - 6m - 45 = 0$

Phương trình $m^2 - 6m - 45 = 0$ có $\Delta' = (-3)^2 - 1.(-45) = 54 > 0$

Suy ra $m_1 = 3 - 3\sqrt{6}$ hoặc $m_2 = 3 + 3\sqrt{6}$

Vì $m > 0$ nên $m = 3 + 3\sqrt{6} = 3(1 + \sqrt{6})$. Vậy d đúng

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + (m + 2)x + m - 1 = 0$ (1) (m là tham số).

a) Phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm cuả phương trình (1) thì giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = m^2 - m + 9$

c) Biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = 1$

d) Giá trị lớn nhất của A là $\frac{35}{4}$

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) S**

Phương trình $x^2+(m+2)x+m-1=0$ (1)

- Ta có: $\Delta=(m+2)^2-4(m-1)=m^2+4m+4-4m+4=m^2+8>0$ với mọi giá trị của m

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m nên a đúng

Theo định lý Viete ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-(m+2)\\x_1x_2=m-1\end{cases}$

- Theo đề bài

$A=x_1^2+x_2^2-3x_1x_2$

$=(x_1+x_2)^2-5x_1x_2$

$=(m+2)^2-5(m-1)$

$=m^2+4m+4-5m+5$

$=m^2-m+9$

Vậy b đúng

$A=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+9$

$=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{35}{4}$

Vì $\left(m-\frac{1}{2}\right)^2\ge 0$ nên $A=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{35}{4}\ge\frac{35}{4}$

Dấu "=" xảy ra khi $m-\frac{1}{2}=0$ hay $m=\frac{1}{2}$ nên c sai

GTNN của A là $\frac{35}{4}$ khi $m=\frac{1}{2}$

Vậy d sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho phương trình $x^2-6x+m=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1-x_2=4$.

Lời giải:

$m=5$

Ta có $\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4m=36-4m$

PT có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta\ge 0 \Leftrightarrow 36-4m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 9$

Theo định lý Viete ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=6 \quad (1)\\x_1.x_2=m \quad (2)\end{cases}$

Theo yêu cầu của bài ra: $x_1-x_2=4 \quad (3)$

Từ (1) và (3) $\Rightarrow \begin{cases}x_1+x_2=6\\x_1-x_2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_1=10\\x_1+x_2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=5\\x_2=1\end{cases}$ thay vào (2) $\Rightarrow m=5.1=5$ (thỏa mãn)

Vậy $m=5$ là giá trị cần tìm.

Câu 2. [NB] Cho phương trình: $x^2-mx-1=0$ (1) (m là tham số). Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1+x_2|=5$.

Lời giải:

$m=\pm 5$

Vì $ac=-1<0\ \forall m$ nên phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$.

Theo định lý Viét, ta có $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=m$

Theo đề bài: $|x_1+x_2|=5\Leftrightarrow |m|=5\Leftrightarrow m=\pm 5$

Vậy $m=\pm 5$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. [TH] Cho phương trình $x^2+3x+m-2=0$. Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1=2x_2$.

Lời giải:

$m=4$

Ta có: $\Delta=3^2-4(m-2)=-4m+17$

Phương trình có 2 nghiệm $x_1,x_2\Leftrightarrow \Delta\ge 0\Leftrightarrow -4m+17\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{17}{4}$

Theo định lý Viete ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-3\\ x_1x_2=m-2\end{cases}$

Theo đề bài ta có: $x_1=2x_2$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x_1+x_2=-3\\ x_1=2x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=-2\\ x_2=-1\end{cases}$

$\Rightarrow m-2=x_1x_2=(-2).(-1)=2$

$\Rightarrow m=4$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m=4$.

Câu 4. [TH] Cho phương trình $x^2+4x-2m=0$. Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $|x_1-x_2|=4$.

Lời giải:

$m=0.$

Ta có: $\Delta'=2^2-1.(-2m)=4+2m$.

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ thì ta có: $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-2$ (*)

Theo địnhlý Viete, ta có: $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-4$ và $x_1x_2=-2m$

$|x_1-x_2|=4$

$(x_1-x_2)^2=16$

$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16$

$4^2+8m=16$

$m=0$ (Thỏa mãn (*))

Vậy $m=0.$

Câu 5. [VD] Tìm m để phương trình $x^2+3mx+2m^2+m-1=0$ có hai nghiệm nguyên dương.

Lời giải:

$\begin{cases} m < -1 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases}$

phương trình $x^2 + 3mx + 2m^2 + m - 1 = 0$ (*) có

$\Delta = (3m)^2 - 4.(2m^2 + m - 1)$

$\Delta = 9m^2 - 8m^2 - 4m + 4 = m^2 - 4m + 4$

$\Delta = (m-2)^2 \geq 0$ với mọi giá trị của $m \in \mathbb{R}$

Do đó, phương trình (*) luôn có nghiệm

$x_1 = \dfrac{-3m - \sqrt{(m-2)^2}}{2.1} = \dfrac{-3m - |m-2|}{2}$

$x_2 = \dfrac{-3m + \sqrt{(m-2)^2}}{2.1} = \dfrac{-3m + |m-2|}{2}$

+) Nếu $m - 2 > 0$ hay $m > 2$ thì $|m-2| = m-2$ khi đó

$x_1 = \dfrac{-3m - (m-2)}{2} = -2m + 1;\ x_2 = \dfrac{-3m + (m-2)}{2} = -m - 1$

+) Nếu $m - 2 < 0$ hay $m < 2$ thì $|m-2| = -(m-2)$ khi đó

$x_1 = \dfrac{-3m + (m-2)}{2} = -m - 1;\ x_2 = \dfrac{-3m - (m-2)}{2} = -2m + 1$

Như vậy, trong trường hợp $m > 2$ hay $m < 2$, phương trình luôn có hai nghiệm là $-m-1$ và $-2m+1$

Để phương trình có 2 nghiệm nguyên dương thì

$\begin{cases} -m - 1 > 0 \\ -2m + 1 > 0 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases}$

$\begin{cases} m < -1 \\ m < \dfrac{1}{2} \\ m \in \mathbb{R} \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} m < -1 \\ m \in \mathbb{R} \end{cases}$

Vậy $m < -1$ và $m \in \mathbb{R}$

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $x^2 - 5x + m + 2 = 0$ (1) (m là tham số).

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Tìm m để biểu thức $P = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - x_1^2 x_2^2 - 4$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải:

$m = \dfrac{1}{2}$

Phương trình $x^2 - 5x + m + 2 = 0$ (1)

Ta có: $\Delta = (-5)^2 - 4(m+2) = 25 - 4m - 8 = 17 - 4m$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Hay $17 - 4m > 0 \Rightarrow m < \dfrac{17}{4}$

Vậy $m<\frac{17}{4}$.

Theo định lý Viete ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=5\\x_1x_2=m+2\end{cases}$

Theo đề bài, ta có:

$$P=x_1^2x_2+x_1x_2^2-x_1^2x_2^2-4$$
$$=x_1x_2(x_1+x_2)-(x_1x_2)^2-4$$
$$=(m+2).5-(m+2)^2-4$$
$$=5m+10-m^2-4m-4-4$$
$$=-m^2+m+2$$
$$=-(m^2-m)+2$$
$$=-\left[\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right]+2$$
$$=-\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}+2$$
$$=-\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$$

Vì $\left(m-\frac{1}{2}\right)^2\ge 0,\forall m$ nên $-\left(m-\frac{1}{2}\right)^2\le 0,\forall m$

$$\Rightarrow P=-\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}\le\frac{9}{4},\forall m$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy GTLN của P là $\frac{9}{4}$ khi $m=\frac{1}{2}$.

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- Tìm tham số để phương trình có nghiệm $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta\ge 0\ (\Delta'\ge 0)\end{cases}$(*)
- Theo định lý Viete ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{b}{a}=S\ (1)\\x_1x_2=\frac{c}{a}=P\ (2)\end{cases}$
- Kết hợp với điều kiện T để tìm tham số.
- Chọn các giá trị của m có thỏa mãn điều kiện (*) rồi kết luận.

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho phương trình bậc hai: $x^2-2mx-2=0$. (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1+x_2+x_1x_2=5$.

Lời giải

a) Cho phương trình: $x^2-2mx-2=0$ (m là tham số)

Ta có: $\Delta = 4m^2 + 8 > 0$ với mọi giá trị $m \in \mathbb{R}$

Vậy phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b) $x^2 - 2mx - 2 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -2 \end{cases}$$

Ta có: $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 5$

$2m - 2 = 5$

$m = \frac{7}{2}$

Vậy $m = \frac{7}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 5$.

Ví dụ 2 [TH]: Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 2m - 5 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2.

b) Tìm m đế phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $3x_1 + 3x_2 = -\frac{1}{2} x_1 \cdot x_2$.

Lời giải

$x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 2m - 5 = 0$

$(a = 1; b = 2(m+1); b' = m+1; c = -2m - 5)$

Ta có: $\Delta = b'^2 - ac = (m+1)^2 - 1(-2m - 5) = m^2 + 2m + 1 + 2m + 5 = m^2 + 4m + 6 = (m+2)^2 + 2 > 0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \forall m$.

b) Vì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

Theo định lý Viete, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 . x_2 = -2m - 5 \end{cases}$

Ta có: $3x_1 + 3x_2 = -\frac{1}{2} x_1 . x_2$

$3(x_1 + x_2) = -\frac{1}{2} x_1 x_2$

$3.2(m+1) = \frac{1}{2}(-2m - 5)$

$12m + 12 = -2m - 5$

$m = -\frac{17}{14}$ (nhận)

Vậy $m = -\frac{17}{14}$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình ẩn x: $x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0$

a) Chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

b) Tìm m để $(x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2 = -1$.

Lời giải

a) Ta có $\Delta = (m+2)^2 - 4(m+1) = m^2 \geq 0$ với mọi m.

Vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

b) Theo định lý Viete ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$

Ta có $(x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2 = -1$

$(m+2)^2 - 5.(m+1) = -1$

$m^2 + 4m + 4 - 5m - 5 + 1 = 0$

$m^2 - m = 0$

$m = 0$ hoặc $m = 1$

Vậy $m \in \{0;1\}$.

Ví dụ 4 [VD]: . Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) (với x là ẩn số, m là tham số). Xác định các giá trị của *m* để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn điều kiện: $x_1^2 + 2(m-1)x_2 = m^2 + 1$.

Lời giải

Phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ có

$\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3 = 4 - 2m$

Để phương trình (1) có hai nghiệm khi: $\Delta' \geq 0$

hay $4 - 2m \geq 0$

$m \leq 2$

Khi đó theo định lý Viete, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 . x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$

Thay vào $x_1^2 + 2(m-1)x_2 = m^2 + 1$. ta được

$x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = m^2 + 1$

$(x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = m^2 + 1$

$[2(m-1)]^2 - (m^2 - 3) = m^2 + 1$

$2m^2 - 8m + 6 = 0$

$m = 1$ hoặc $m = 3$

$m = 3$ (không thỏa mãn điều kiện $m \leq 2$), $m = 1$ (thỏa mãn điều kiện $m \leq 2$)

Vậy với $m = 1$ thì phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m-1)x_2 = m^2 + 1$.

$x^2 - 8x + m = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức sau: $x_1 - x_2 = 2$

HD

Vì $a = 1$ khác 0 nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 điều kiện là:

$\Delta' \geq 0$ hay $(-4)^2 - 1.m \geq 0$

$16 - m \geq 0$

$m \leq 16$ (*)

-Theo định lý Viete ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \ (1) \\ x_1 x_2 = m \ (2) \end{cases}$

Do phương trình có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2$ (3), kết hợp (1) và (3) ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x_1 = 10 \\ x_1 + x_2 = 8 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Thay $x_1 = 5; x_2 = 3$ vào (2) ta có: $m = 5.3 \Leftrightarrow m = 15$ (thỏa mãn điều kiện (*)).

Vậy $m = 15$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2$.

Bài 2. [TH] Không giải phương trình $2x^2 + mx - 4 = 0$(1). Chứng tỏ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 rồi tìm giá trị m để $2x_1^2 + 2x_2^2 - 5x_1 x_2 = 20.$

HD:

Phương trình $2x^2 + mx - 4 = 0$.

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4.2.(-4) = m^2 + 32 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lý Viete ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-m}{2} \\ x_1 . x_2 = -2 \end{cases}$

Theo đề bài ta có: $2x_1^2 + 2x_2^2 - 5x_1 x_2 = 20.$

$2(x_1 + x_2)^2 - 9x_1 x_2 = 20.$

$2\left(\dfrac{-m}{2}\right)^2 - 9(-2) = 20.$

$m^2 + 36 = 40$

$m^2 = 4$

$m = 2$ hoặc $m = -2$

Vậy $m \in \{-2; 2\}$

Bài 3. [VD] Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (*). Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $A = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

HD:

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - 4m = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$.

Vì $\Delta' = (m-1)^2 \geq 0$ với mọi giá trị của m nên phương trình luôn có hai nghiệm.

Áp dụng định lý Viete ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 . x_2 = 4m \end{cases}$

Ta có: $A = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 x_2 = 2(x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2 = 8(m+1)^2 - 20m$

$=8m^2-4m+8=8\left(m-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{15}{2}\geq\frac{15}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $m=\frac{1}{4}$.

Vậy $\min A=\frac{15}{2}\Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$.

Bài 4. [VD] Cho phương trình $x^2-(m+2)x+2m=0$ (1) với x là ẩn số, m là tham số.

Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $(x_1+x_2)^2-x_1x_2\leq 3$.

HD:

phương trình $x^2-(m+2)x+2m=0$ có

$\Delta=(m+2)^2-4.2m=(m-2)^2\geq 0$ với mọi giá trị của m

Để phương trình có nghiệm phân biệt thì $m-2\neq 0$ hay $m\neq 2$

Theo định lý Viete, ta có : $\begin{cases}x_1+x_2=m+2\\x_1.x_2=2m\end{cases}$

Do đó $(x_1+x_2)^2-x_1x_2\leq 3$

$m^2+2m+4\leq 3$

$(m+1)^2\leq 0$

Suy ra $m+1=0$ hay $m=-1$ (thỏa mãn điều kiện $m\neq 2$)

Vậy $m=-1$

DẠNG 3: Tìm hai số khi biết tổng và tích hai nghiệm của phương trình

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB]: Hai số có $S=x_1+x_2=-3; P=x_1.x_2=-5$ là nghiệm của phương trình

A. $x^2+3x-5=0$. **B.** $x^2-3x-5=0$. **C.** $x^2+3x+5=0$. **D.** $x^2-3x+5=0$.

Lời giải

Chọn A

Hai số có tổng $S=-3;$ tích $P=-5$ là nghiệm của phương trình $x^2+3x-5=0$

Câu 2. [NB] Hai số có $S=x_1+x_2=9; P=x_1.x_2=18$ là nghiệm của phương trình

A. $x^2-9x-18=0$. **B.** $x^2+9x+18=0$. **C.** $x^2-18x+9=0$. **D.** $x^2-9x+18=0$.

Lời giải

Chọn D

Hai số có tổng $S=9;$ tích $P=18$ là nghiệm của phương trình $x^2-9x+18=0$

Câu 3. [NB] Điều kiện tồn tại hai số thực có tổng là S, tích bằng P là:

A. $S^2+4P>0$. **B.** $S^2-4P\ge 0$. **C.** $S^2+4P\ge 0$. **D.** $S^2-4P>0$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện tồn tại hai số thực có tổng là S, tích bằng P là phương trình $x^2-Sx+P=0$ có nghiệm Tức là $D=S^2-4P^3 0$

Câu 4. [NB] Hai số x_1,x_2 có tổng là S và tích là P (Điều kiện $S^2-4P\ge 0$). Thì x_1,x_2 là nghiệm của phương trình ?

A. $x^2+Sx+P=0$. **B.** $x^2+Sx-P=0$. **C.** $x^2-Sx+P=0$. **D.** $x^2-Sx-P=0$.

Lời giải

Chọn C

Nếu hai số có tổng bằng S và tích bằng P thì hai số đó là hai nghiệm của phương trình $x^2-Sx+P=0$ (ĐK: $S^2-4P\ge 0$)

Câu 5. [TH] Hai số u và v thỏa mãn $u+v=7; u.v=12; u<v$ là:

A. $u=3, v=4$. **B.** $u=-3, v=-4$. **C.** $u=-3, v=4$. **D.** $u=3, v=-4$.

Lời giải

Chọn A

Hai số u,v là nghiệm của phương trình $x^2-7x+12=0$

Tính được $x_1=3; x_2=4$

Vì $u<v$ nên $u=3, v=4$

Câu 6. [TH] Hai số u và v thỏa mãn $u+v=8; u.v=15; u>v$ là:

A. $u=3, v=-5$. **B.** $u=5, v=3$. **C.** $u=-3, v=-5$. **D.** $u=5, v=-3$.

Lời giải

Chọn B

Hai số u,v là nghiệm của phương trình $x^2-8x+15=0$

Tính được $x_1=3; x_2=5$

Vì $u>v$ nên $u=5, v=3$

Câu 7. [TH] Gọi S và P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2+7x+12=0$. Khi đó $S+P$ bằng:

A. -5. **B.** 5. **C.** 12. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

S và P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2+7x+12=0$

Nên $S=-7;P=12$

Do đó $S+P=-7+12=5$

Câu 8. [TH]. Gọi S và P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2-x-6=0$. Khi đó $S-P$ bằng:

A. -5. **B.** -6. **C.** 7. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

S và P lần lượt là tổng và tích hai nghiệm của phương trình $x^2-x-6=0$

Nên $S=1;P=-6$

Do đó $S-P=1-(-6)=7$

Câu 9. [VD] Cho hai số x,y thỏa mãn $x+y=2$ và $xy=-24$ với $x>y$. Khi đó tỉ số $(x-y):xy$ bằng

A. $2:3$. **B.** $5:6$. **C.** $6:(-4)$. **D.** $5:(-12)$.

Lời giải

Chọn D

Hai số x,y là nghiệm của phương trình $X^2-2X-24=0$

Tính được $X_1=-4;X_2=6$

Vì $x>y$ nên $x=6,y=-4$

Do đó $(x-y):xy=(6-(-4)):(6.(-4))=10:(-24)=5:(-12)$

Câu 10. [VD] Cho hai số x,y thỏa mãn $x+y=-5$ và $xy=6$ với $x<y$. Khi đó giá trị của biểu thức $A=x^2-2y+y^2$ bằng

A. 19. **B.** 17. **C.** 7. **D.** -19.

Lời giải

Chọn A

Hai số x,y là nghiệm của phương trình $X^2+5X+6=0$

Tính được $X_1=-2;X_2=-3$

Vì $x<y$ nên $x=-3,y=-2$

Do đó $A=x^2-2y+y^2=(-2)^2-2.(-3)+(-3)^2=19$

Câu 11. [VD] Hai số u và v thỏa mãn $u-v=10;u.v=24$ là:

A. $u=12,v=2$. **B.** $u=-2,v=-12$.

C. $u=2,v=12$. **D.** $u=12,v=2$ hoặc $u=-2,v=-12$.

Lời giải

Chọn D

Từ $u-v=10$ ta có $u=10+v$

Thay u vào $u.v=24$ ta được

$(v+10).v=24$

$v^2+10v-24=0$

Giải phương trình ta được $v_1=2;v_2=-12$

- Với $v=2$ ta được $u=12$
- Với $v=-12$ ta được $u=-2$

Vậy $u=12,v=2$ hoặc $u=-2,v=-12$

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $x^2+5x-3m=0$ (m là tham số) có 2 nghiệm là x_1,x_2. Phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{2}{x_1^2}$ và $\frac{2}{x_2^2}$ là

A. $9m^2X^2+2(6m+25)X+4=0$.

B. $9m^2X^2-2(6m+25)X+4=0$.

C. $9m^2X^2+2(6m+25)X-4=0$.

D. $9m^2X^2-2(6m+25)X-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta=25+12m\ge 0$ hay $m\ge-\frac{25}{12}$

$S=\frac{2}{x_1^2}+\frac{2}{x_2^2}=\frac{2(x_1^2+x_2^2)}{(x_1x_2)^2}=\frac{50+12m}{9m^2}$

Và $P=\frac{2}{x_1^2}.\frac{2}{x_2^2}=\frac{4}{(x_1x_2)^2}=\frac{9}{9m^2}$.

Với ĐK $0\ne m\ge\frac{25}{12}$ thì ta có $\frac{2}{x_1^2}$ và $\frac{2}{x_2^2}$ là hai nghiệm của phương trình bậc hai $X^2-\frac{50+12}{9m^2}X+\frac{4}{9m^2}=0$ $hay: 9m^2X^2-2(6m+25)X+4=0.$

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hai số u,v thỏa mãn $S=u+v=7;P=u.v=-18$

a) u,v là nghiệm của phương trình $x^2-7x-18=0$

b) Khi $u>v$ thì $u-v=-7$

c) Khi $u>v$ thì $u-2v=13$

d) Khi $u>v$ thì $u:v=9:2$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

- Hai số u,v thỏa mãn $S=u+v=7;P=u.v=-18$ và $S^2-4P=121>0$ nên u,v là nghiệm của phương trình $x^2-7x-18=0$

Vậy a đúng

Phương trình $x^2-7x-18=0$ có 2 nghiệm $x_1=9;x_2=-2$

Vì $u>v$ nên $u=9;v=-2$

- $u-v=9-(-2)=11$ nên b sai

- $u-2v=9-2.(-2)=13$ nên c đúng

- $u:v=9:(-2)$ nên d sai

Câu 2. Cho hai số u,v, đặt $S=u+v;P=u.v$

a) Khi $S=3;P=2$ thì $u=1,v=2$ hoặc $u=2,v=1$

b) Khi $S=9;P=20$ và $u<v$ thì $u-v=-2$

c) Khi $S=2a;P=a^2$ thì $u=-v$

d) Khi $u=2+\sqrt{3};v=2-\sqrt{3}$ thì u,v là nghiệm của phương trình $x^2-4x+1=0$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

- Khi $S=3;P=2$ thì u,v là nghiệm của phương trình $x^2-3x+2=0$

Ta được $x_1=1;x_2=2$

Do đó $u=1,v=2$ hoặc $u=2,v=1$ nên a đúng

- Khi $S=9;P=20$ thì u,v là nghiệm của phương trình $x^2-9x+20=0$

Ta được $x_1=4;x_2=5$

Vì $u<v$ nên $u=4;v=5$ và $u-v=4-5=-1$ nên b sai

- Khi $S=2a;P=a^2$ thì u,v là nghiệm của phương trình $x^2-2ax+a^2=0$

Ta được $x_1=x_2=a$

Do đó $u=v=a$ nên c sai

- Khi $u=2+\sqrt{3};v=2-\sqrt{3}$ thì $S=u+v=4;P=u.v=1$

u,v là nghiệm của phương trình $x^2-4x+1=0$ nên d đúng

Câu 3. Cho hai số x,y thỏa mãn $x>y>0$, đặt $S=x+y;P=x.y$

a) Khi $x+y=9;x^2+y^2=41$ thì $S-P=5$

b) Khi $x+y=9;x^2+y^2=41$ thì $S+2P=49$

c) Khi $x-y=5;xy=36$ thì $2S-P=26$

d) Khi $x-y=5;xy=36$ thì $S:P=13:36$

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) S** **d) Đ**

*) Khi $x+y=9;x^2+y^2=41$

Ta có $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=9^2-2xy=41$ thì $x.y=20$

Khi đó $S=x+y=9;P=x.y=20$

- $S-P=9-20=-11$ nên a sai

- $S+2P=9+2.20=49$ nên b đúng

*) Khi $x-y=5;xy=36$

Ta có $x-y=5$ thì $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=5^2$

$x+y=\sqrt{25+4xy}=\sqrt{25+4.36}=13$

Khi đó $S=x+y=13;P=x.y=36$

- $2S-P=2.13-36=-10$ nên c sai

- $S:P=13:36$ nên d đúng

Câu 4. Cho hai số x_1, x_2

a) Khi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 7x + 3 = 0$ thì phương trình bậc hai ẩn y có hai nghiệm $y_1 = 2x_1 - x_2$ và $y_1 = 2x_2 - x_1$ là $y^2 - 7y - 71 = 0$

b) Khi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 + 11x + 5 = 0$ thì phương trình bậc hai ẩn y có hai nghiệm $y_1 = -x_1$ và $y_1 = -x_2$ là $y^2 + 11y + 5 = 0$

c) Khi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 1 = 0$ thì phương trình bậc hai ẩn y có hai nghiệm $y_1 = x_1 + 2$ và $y_1 = x_2 + 2$ là $y^2 - 7y + 9 = 0$

d) Khi $x_1 = \frac{1}{10 - \sqrt{72}}, x_2 = \frac{1}{10 + \sqrt{72}}$ thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - \frac{5}{7}x - \frac{1}{28} = 0$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

*) Phương trình $x^2 - 7x + 3 = 0$ có $\Delta = 37 > 0$ nên có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 . x_2 = 3 \end{cases}$

Với 2 nghiệm $y_1 = 2x_1 - x_2$ và $y_1 = 2x_2 - x_1$, ta có

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = (2x_1 - x_2) + (2x_2 - x_1) = x_1 + x_2 = 7 \\ y_1 . y_2 = (2x_1 - x_2).(2x_2 - x_1) = 5x_1 . x_2 - 2(x_1^2 + x_2^2) = 9x_1 . x_2 - 2(x_1 + x_2)^2 = -71 \end{cases}$$

y_1, y_2 là nghiệm của phương trình $y^2 - 7y - 71 = 0$ nên a đúng

*) Phương trình $x^2 + 11x + 5 = 0$ có $\Delta = 91 > 0$ nên có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -11 \\ x_1 . x_2 = 5 \end{cases}$

Với 2 nghiệm $y_1 = -x_1$ và $y_1 = -x_2$, ta có

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = (-x_1) + (-x_2) = -(x_1 + x_2) = 11 \\ y_1 . y_2 = (-x_1).(-x_2) = x_1 . x_2 = 5 \end{cases}$$

y_1, y_2 là nghiệm của phương trình $y^2 - 11y + 5 = 0$ nên b sai

*) Phương trình $x^2 - 3x - 1 = 0$ có $\Delta = 13 > 0$ nên có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 . x_2 = -1 \end{cases}$

Với 2 nghiệm $y_1 = x_1 + 2$ và $y_1 = x_2 + 2$, ta có

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = (x_1 + 2) + (x_2 + 2) = x_1 + x_2 + 4 = 7 \\ y_1 . y_2 = (x_1 + 2).(x_2 + 2) = x_1 . x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 9 \end{cases}$$

y_1, y_2 là nghiệm của phương trình $y^2 - 7y + 9 = 0$ nên c đúng

*) Khi $x_1 = \frac{1}{10 - \sqrt{72}}, x_2 = \frac{1}{10 + \sqrt{72}}$ ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{1}{10-\sqrt{72}}+\dfrac{1}{10+\sqrt{72}}=\dfrac{10+\sqrt{72}+10-\sqrt{72}}{10^2-72}=\dfrac{5}{7} \\ x_1.x_2=\dfrac{1}{10-\sqrt{72}}.\dfrac{1}{10+\sqrt{72}}=\dfrac{1}{28} \end{cases}$$

Vậy thì x_1,x_2 là nghiệm của phương trình $x^2-\dfrac{5}{7}x+\dfrac{1}{28}=0$ nên d sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Hai số có $S=x_1+x_2=7;P=x_1x_2=12$ là nghiệm của phương trình nào?

Lời giải:

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1;y_2$ là : $Y^2-7Y+12=0$

Câu 2. [NB] Hãy tìm hiệu của tổng các nghiệm và tích các nghiệm của phương trình sau: $4x^2-3x-5=0.$

Lời giải:

Ta có $\Delta=(-3)^2-4.4.(-5)=9+80=89>0$. do đó phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2.

-Theo định lý Viete có $x_1+x_2=\dfrac{3}{4}x_1.x_2=\dfrac{-5}{4}$.

- Vậy hiệu của tổng các nghiệm và tích các nghiệm của phương trình là $\dfrac{3}{4}-\left(\dfrac{-5}{4}\right)=2$.

Câu 3. [TH] Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2+\sqrt{3}$ và $2-\sqrt{3}$.

Lời giải:

$x^2-4x+1=0$

Ta có $(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$ và $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$

Do đó $2+\sqrt{3}$ và $2-\sqrt{3}$ là nghiệm của phương trình sau: $x^2-4x+1=0$

Câu 4. [TH] Tìm phương trình bậc hai biết nó nhận 7 và -11 là nghiệm.

Lời giải:

$x^2+4x-77=0$

Ta có $7+(-11)=-4$ và $7.(-11)=-77$

Do đó 7 và -11 là nghiệm của phương trình $x^2+4x-77=0$

Câu 5. [VD] Tìm $u-2v$ biết rằng $u+v=14;uv=40$ và $u<v$.

Lời giải:

$u-2v=-16$

Ta có $S=u+v=14,P=uv=40$. Nhận thấy $S^2=196>160=4P$ nên u,v là hai nghiệm của phương trình

$x^2-14x+40=0$

$(x-4)(x-10)=0$

$x=4$ hoặc $x=10$

Vậy $u=4;v=10$ (vì $u<v$) nên $u-2v=4-2.10=-16$.

Câu 6. [VDC] Tìm hai số u và v biết $u^2+v^2=13,uv=6$

Lời giải:

$(u,v)\in\{(2;3),(3;2),(-2;-3),(-3;-2)\}$

Ta có $(u+v)^2 = u^2+v^2+2uv = 13+2.6 = 25$

Do đó $u+v=5$ hoặc $u+v=-5$

* Với $u+v=5$ ta có u,v là hai nghiệm của phương trình sau:

$x^2-5x+6=0$

$x_1=2; x_2=3$

* Với $u+v=-5$ ta có u,v là hai nghiệm của phương trình sau:

$y^2+5y+6=0$

$y_1=-2; y_2=-3$

Vậy $(u,v)\in\{(2;3),(3;2),(-2;-3),(-3;-2)\}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

- Bài toán: Tìm hai số u và v biết: $u+v=S; u.v=P$
- Cách giải:

+ Kiểm tra điều kiện để tồn tại hai số v: Nếu $S^2<4P$ thì không tồn tại hai số u và v, nếu $S^2 \geq 4P$ thì tồn tại hai số u và v

+ Trong trường hợp tồn tại, hai số cần tìm là nghiệm của phương trình

$$x^2-Sx+P=0$$

Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là x_1,x_2 cho trước:

- **Bước 1:** Tính $S=\frac{-b}{a}=x_1+x_2$; $P=\frac{c}{a}=x_1x_2$
- **Bước 2:** Phương trình bậc hai nhận hai nghiệm x_1,x_2 là $x^2-Sx+P=0$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Hãy lập các phương trình biết $S=y_1+y_2; P=y_1.y_2$ (với $S^2-4P \geq 0$) trong mỗi trường hợp sau:

a. $S=5, P=6$

b. $S=-4, P=3$.

c. $S=4, P=-12$.

d. $S=4, P=-7$.

Hướng dẫn:

a. $S=5, P=6$

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $y^2-5y+6=0$.

b. $S=-4, P=3$.

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $y^2+4y+3=0$.

c. $S=4, P=-12$

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $y^2-4y-12=0$.

d. $S=4, P=-7$

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $y^2-4y-7=0$.

Ví dụ 2 [TH]: Tìm hai số u,v trong các trường hợp sau:

a. $u+v=8; u.v=12$

b. $u+v=32; u.v=231$

c. $u+v=-7;u.v=12$

d. $u+v=3;u.v=5$

Lời giải:

a. $u+v=8;u.v=12$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2-8x+12=0$

$\Delta'=(-4)^2-1.12=4$. $\sqrt{\Delta}=2$. Tìm được $x_1=2;x_2=6$

Vậy hai số u,v cần tìm là $u=2;v=6$ hoặc $u=6;v=2$

b. $u+v=32;u.v=231$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2-32x+231=0$

$\Delta'=(-16)^2-1.231=25>0$. $\sqrt{\Delta'}=\sqrt{25}=5$. Tìm được $x_1=21;\ x_2=11$

Vậy hai số u,v cần tìm là $u=21;v=11$ hoặc $u=11;v=21$.

c. $u+v=-7;u.v=12$.

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2+7x+12=0$

$\Delta'=(7)^2-4.1.12=49-48=1$. $\sqrt{\Delta}=1$. Tìm được $x_1=-3;x_2=-4$

Vậy hai số u,v cần tìm là $u=-3;v=-4$ hoặc $u=-4;v=-3$

d. $u+v=3;u.v=5$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2-3x+5=0$

$\Delta=(3)^2-4.1.5=-11<0$. Phương trình trên vô nghiệm. Do đó không tồn tại hai số u,v.

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình $x^2-7x+q=0$, biết hiệu hai nghiệm bằng 11. Tìm q và hai nghiệm của phương trình

Lời giải

Gọi $x_1,x_2(x_1>x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $x^2-7x+q=0$

Khi đó $D=49-4q>0$ hay $q<\frac{49}{4}$

Và $x_1-x_2=11$ (1)

Theo định lý Viete, ta có $x_1+x_2=7$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $x_1=9;x_2=-2$

Do đó $q=x_1.x_2=9.(-2)=-18$

Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình $x^2+x-2=0$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình trên trục số?

Lời giải:

- Xét phương trình $x^2+x-2=0$ có $\Delta=(1)^2-4.1(-2)=9>0$
- Theo định lý Viete có $x_1+x_2=1;x_1.x_2=-2$.
- Khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình trên trục số là

$$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{(1)^2-4.(-2)}=3$$

Bài 1. [NB] . Hãy lập các phương trình biết $S=x_1+x_2; P=x_1.x_2$ với $(S^2-4P\geq 0)$ trong mỗi trường hợp sau:

a. $S=7; P=10$

b. $S=4; P=3$.

c. $S=8; P=12$

d. $S=-4; P=-7$

HD:

a. $S=7; P=10$

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $Y^2-7Y+10=0$.

b. $S=4; P=3$.

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $Y^2-4Y+3=0$.

c. $S=8; P=12$

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $Y^2-8Y+12=0$.

d. $S=-4; P=-7$

Phương trình bậc hai có hai nghiệm $y_1; y_2$ là : $Y^2+4Y-7=0$.

Bài 2. [TH] Tìm hai số u,v trong các trường hợp sau:

a. $u+v=8;\ u.v=15$

b. $u+v=18;\ u.v=17$

c. $u+v=14;\ u.v=-15$

d. $u+v=-4;\ u.v=7$

HD:

a. $u+v=8;\ u.v=15$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2-8x+15=0$

$\Delta'=(-4)^2-1.15=1$. Tìm được $x_1=5; x_2=3$.

Vậy hai số u,v cần tìm là: $u=3,v=5$ hoặc $u=5,v=3$.

b. $u+v=18;\ u.v=17$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2-18x+17=0$

$\Delta'=(-9)^2-1.17=64$. Tìm được $x_1=17; x_2=1$.

Vậy hai số u,v cần tìm là: $u=1,v=17$ $u=1,v=17$ hoặc $u=17,v=1$.

c. $u+v=14;\ u.v=-15$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2-14x-15=0$

$\Delta'=(-7)^2+1.15=64$. Tìm được $x_1=15; x_2=-1$.

Vậy hai số u,v cần tìm là: $u=-1,v=15$ hoặc $u=15,v=-1$.

d. $u+v=-4;\ u.v=7$

Hai số u,v là nghiệm của phương trình: $x^2+4x+7=0$

$\Delta'=2^2-1.7=-3<0$. Phương trình vô nghiệm.

Vậy không tồn tại hai số u,v thoả mãn điều kiện của đề bài.

Bài 3. [VD] Cho phương trình $3x^2+4x-2=0$. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình trên trục số?

HD:

- Xét phương trình $3x^2+4x-2=0$ có $a.c=-6<0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm.
- Theo hệ thức Viét có $x_1+x_2=\frac{-4}{3};\ x_1.x_2=\frac{-2}{3}$.
- Khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình trên trục số là

$$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\left(\frac{-4}{3}\right)^2-4.\left(\frac{-2}{3}\right)}=\frac{2\sqrt{10}}{3}$$

DẠNG 4: Tìm hệ thức độc lập giữa các nghiệm không phụ thuộc vào tham số

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [VD] Cho phương trình $x^2+2(m+1)x+2m=0$ (m là tham số). Hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m là

A. $(x_1+x_2)+x_1x_2=-2$.
B. $2(x_1+x_2)+x_1x_2=0$.
C. $(x_1+x_2)+2x_1x_2=-1$.
D. $(x_1+x_2)-x_1x_2=-2$.

Lời giải:

Chọn A

$\Delta'=(m+1)^2-2m$

$=m^2+2m+1-2m$

$=m^2+1>0$ (với mọi giá trị $m\in\mathbb{R}$)

Phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2

Theo định lý Viete, ta có :

$\begin{cases}x_1+x_2=-2(m+1)\\x_1.x_2=2m\end{cases}$ $\begin{cases}x_1+x_2=-2m-2\ (1)\\x_1.x_2=2m\qquad(2)\end{cases}$

Lấy $(1)+(2)$ ta được $(x_1+x_2)+x_1x_2=-2$ không phụ thuộc vào m

Câu 2. [VD] Cho phương trình $2x^2+(2m-1)x+m-1=0$ (m là tham số). Hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m.

A. $(x_1+x_2)-4x_1x_2=-4$.
B. $2(x_1+x_2)+4x_1x_2=0$.
C. $2(x_1+x_2)+4x_1x_2=-1$.
D. $(x_1+x_2)-x_1x_2=2$.

Lời giải:

Chọn C

$\Delta=(2m-1)^2-4.2(m-1)$

$=4m^2-4m+1-8m+8$

$=4m^2-12m+9=(2m-3)^2\geq 0$ (với mọi giá trị $m\in\mathbb{R}$)

Phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2

Theo định lý Viete, ta có :

$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{-(2m-1)}{2}\\x_1.x_2=\dfrac{m-1}{2}\end{cases}$ $\begin{cases}2(x_1+x_2)=-2m+1\ (1)\\4x_1.x_2=2m-2\qquad(2)\end{cases}$

Lấy $(1)+(2)$ ta được $2(x_1+x_2)+4x_1x_2=-1$ không phụ thuộc vào m

Câu 3. [VD] Cho phương trình $(m+2)x^2-(m+4)x+2-m=0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m.

A. $3(x_1+x_2)-x_1x_2=4$.
B. $(x_1+x_2)+2x_1x_2=0$.
C. $2(x_1+x_2)-x_1x_2=3$.
D. $(x_1+x_2)+x_1x_2=2$.

Lời giải:

Chọn C

phương trình $(m+2)x^2-(m+4)x+2-m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 khi

$$\begin{cases} m+2\neq 0 \\ \Delta=[-(m+4)]^2-4(m+2)(2-m)\geq 0 \end{cases}$$

Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{m+4}{m+2} \\ x_1.x_2=\dfrac{2-m}{m+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1+x_2=1+\dfrac{2}{m+2} \\ x_1.x_2=-1+\dfrac{4}{m+2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x_1+x_2)=2+\dfrac{4}{m+2} \quad (1) \\ x_1.x_2=-1+\dfrac{4}{m+2} \quad (2) \end{cases}$$

Lấy $(1)-(2)$ ta được $2(x_1+x_2)-x_1x_2=3$ không phụ thuộc vào m

Câu 4. [VD] Cho phương trình $x^2-2(2m+1)x+3-4m=0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m.

A. $x_1+x_2-x_1x_2=4$.
B. $x_1+x_2+x_1x_2=5$.
C. $x_1+x_2-x_1x_2=3$.
D. $x_1+x_2+x_1x_2=2$.

Lời giải:

Chọn B

phương trình $x^2-2(2m+1)x+3-4m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 khi

$\Delta'=[-(2m+1)]^2-4(3-4m)\geq 0$

Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=2(2m+1) \\ x_1.x_2=3-4m \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1+x_2=4m+2 \quad (1) \\ x_1.x_2=3-4m \quad (2) \end{cases}$$

Lấy $(1)+(2)$ ta được $x_1+x_2+x_1x_2=5$ không phụ thuộc vào m

Câu 5. [VDC] Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m=0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m.

A. $(x_1+x_2)^2-x_1x_2-(x_1+x_2)=5$.
B. $(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-4(x_1+x_2)=8$.
C. $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2-2(x_1+x_2)=6$.
D. $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2-2(x_1+x_2)=8$.

Lời giải:

Chọn A

phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 khi

$\Delta' = [-(m-1)]^2 - 4(m^2-3m) \geq 0$

Theo định lý Viete, ta có:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1.x_2 = m^2 - 3m \end{cases}$

$\begin{cases} (x_1 + x_2)^2 = 4(m-1)^2 \\ x_1.x_2 = m^2 - 3m \end{cases}$

$\begin{cases} (x_1 + x_2)^2 = 4m^2 - 8m + 4 \quad (1) \\ 4x_1.x_2 = 4m^2 - 12m \quad (2) \end{cases}$

Lấy $(1)-(2)$ ta được $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4m + 4 \quad (3)$

Mặt khác từ: $x_1 + x_2 = 2m - 2$ ta được $2(x_1 + x_2) = 4m - 4$ hay $2(x_1 + x_2) + 4 = 4m$.

Thay vào (3) ta được:

$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 2(x_1 + x_2) + 4 + 4$

Hay $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 8$ không phụ thuộc vào m

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

b) Hệ thức $4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 5$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m

c) Không tìm được hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m

d) Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = -7$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

Phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 2m - 1 = 0$ (*) có

$\Delta' = [-(m-3)]^2 - 1.(-2m-1)$

$= m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0$ với mọi giá trị của m

Vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m nên a đúng

Theo định lý Viete, ta có

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-3) \\ x_1.x_2 = -2m - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 6 \quad (1) \\ x_1.x_2 = -2m - 1 \quad (2) \end{cases}$

Lấy $(1)+(2)$ ta được $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = -7$ m

Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = -7$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (*) không phụ thuộc vào m

Vậy b,c sai; d đúng

Câu 2. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - (m-1)x - m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Ta luôn lập được hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (*) không phụ thuộc vào m

b) Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = 1$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

c) Hệ thức $x_1 + x_2 - x_1.x_2 = -7$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

d) Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = 2$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

Lời giải

a) Đ **b) Đ** **c) S** **d) S**

Phương trình $2x^2 - (m-1)x - m + 3 = 0$ (*) có

$$\Delta = \left[-(m-1)\right]^2 - 4.2.(-m+3)$$
$$= m^2 + 6m - 23$$

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta \geq 0$

Hay $m^2 + 6m - 23 \geq 0$

$m \geq -3 + 4\sqrt{2}$ hoặc $m \leq -3 - 4\sqrt{2}$

Vậy với $m \geq -3 + 4\sqrt{2}$ hoặc $m \leq -3 - 4\sqrt{2}$ phương trình luôn có nghiệm x_1, x_2

Theo định lý Viete, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{-m+3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x_1 + x_2) = m - 1 \quad (1) \\ 2x_1.x_2 = -m + 3 \quad (2) \end{cases}$$

Lấy $(1)+(2)$ ta được $2(x_1 + x_2) + 2x_1.x_2 = 2$

Suy ra $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = 1$

Hệ thức $x_1 + x_2 + x_1.x_2 = 1$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (*) không phụ thuộc vào m

Vậy b,c sai; a,d đúng

Câu 4. Cho phương trình bậc hai $mx^2 - (3m-2)x + 2m - 5 = 0$ (*) (với ẩn là x) có 2 nghiệm x_1, x_2

a) Hệ thức $5(x_1 + x_2) + x_1.x_2 = 1$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

b) Hệ thức $2x_1x_2 + 5(x_1 + x_2) = -11$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

c) Hệ thức $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) = 11$ không là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

d) Hệ thức $2x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) = -11$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

Lời giải

a) S **b) S** **c) Đ** **d) Đ**

Phương trình $mx^2-(3m-2)x+2m-5=0$ (*) là phương trình bậc hai khi $a\neq 0$ hay $m\neq 0$

có

$\Delta=\left[-(3m-2)\right]^2-4m.(2m-5)$

$=m^2+8m+4$

Phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 khi $\Delta\geq 0$

Hay $m^2+8m+4\geq 0$

$m\geq -4+2\sqrt{3}$ hoặc $m\leq -4-2\sqrt{3}$

Vậy với $m\geq -4+2\sqrt{3}$ và $m\neq 0$ hoặc $m\leq -4-2\sqrt{3}$ phương trình có hai nghiệm x_1,x_2

Theo định lý Viete, ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{3m-2}{m}\\ x_1.x_2=\dfrac{2m-5}{m}\end{cases}\qquad \begin{cases}x_1+x_2=3-\dfrac{2}{m}\\ x_1.x_2=2-\dfrac{5}{m}\end{cases}\qquad \begin{cases}\dfrac{1}{m}=\dfrac{3-(x_1+x_2)}{2}\ (1)\\ \dfrac{5}{m}=\dfrac{2-x_1.x_2}{5}\ (2)\end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta được $\dfrac{3-(x_1+x_2)}{2}=\dfrac{2-x_1.x_2}{5}$

$5\left[3-(x_1+x_2)\right]=2(2-x_1x_2)$

$2x_1x_2-5(x_1+x_2)=-11$

Hệ thức $2x_1x_2-5(x_1+x_2)=-11$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (*) không phụ thuộc vào m

Vậy 1,b sai; c ,d đúng

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [VD] Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m-3=0$ (m là tham số). Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho mà không phụ thuộc vào m.

Lời giải:

$x_1+x_2-2x_1x_2=4$

phương trình $x^2-2(m-1)x+m-3=0$ có

$\Delta'=\left[-(m-1)\right]^2-1.(m-3)$

$=m^2-3m+4=\left(m-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}>0$ với mọi giá trị của m

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2

Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\ x_1.x_2=m-3\end{cases}$$

$$\begin{cases}x_1+x_2=2m-2\ (1)\\ 2x_1.x_2=2m-6\ (2)\end{cases}$$

Lấy (1) – (2) ta được $x_1+x_2-2x_1x_2=4$ không phụ thuộc vào m

Câu 2. [VD] Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-m-1=0$ (1), với m là tham số

Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2, hãy lập một hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m

Lời giải

$x_2 = \frac{7}{3}$

phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (1) có $\Delta' = (-m)^2 - 1.(m^2 - m - 1) = m + 1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0$

Hay $m + 1 > 0$ suy ra $m > -1$

Theo định lý Viete, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m^2 - m - 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} = m & (1) \\ x_1.x_2 = m^2 - m - 1 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta được $x_1.x_2 = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 - \frac{x_1 + x_2}{2} - 1$ không phụ thuộc vào giá trị của m

Câu 3. [VD] Biết rằng phương trình $x^2 - (2a - 1)x - 4a - 3 = 0$ luôn có hai nghiệm $x_1; x_2$ với mọi a. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc a.

Lời giải

$x_2 = 5, m = 11.$

$3x^2 - 2(m - 3)x + 5 = 0$

Ta có:

$a = 3$, $b = -2(m - 3)$, $c = 5$.

Theo định lý Vi-ét, ta có: $x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$. Mà $x_1 = \frac{1}{3}$ nên suy ra: $x_2 = \frac{5}{3} : x_1 = \frac{5}{3} : \frac{1}{3} = 5.$ Cũng theo hệ thức Vi-ét, ta có:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2(m - 3)}{3}$

$\frac{1}{3} + 5 = \frac{2(m - 3)}{3}$

$16 = 2m - 6$

$m = 11$

Vậy $x_2 = 5, m = 11.$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Để tìm hệ thức giữa các nghiệm x_1, x_2 của phương trình bậc hai không phụ thuộc tham số ta làm như sau:

B1: Tìm điều kiện để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2

B2: Dùng định lý Viete, tìm: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

B3: Biến đổi kết quả không chứa tham số nữa

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1: Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ với mọi m. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

Lời giải

phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ có

$\Delta=\left[-(m+5)\right]^2-4.(3m+6)$

$=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq 0$ với mọi giá trị của m

Phương trình luôn có hai nghiệm $x_1;x_2$ với mọi giá trị của m

Theo định lý Viete, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m+5\\x_1.x_2=3m+6\end{cases}$

$\begin{cases}3(x_1+x_2)=3m+15 \quad (1)\\x_1.x_2=3m+6 \quad (2)\end{cases}$

Lấy $(1)-(2)$ ta được $3(x_1+x_2)-x_1.x_2=9$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

Ví dụ 2 : Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-3=0$

a, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$

b, Tìm hệ thức liên hệ giữa $x_1;x_2$ không phụ thuộc vào m

Lời giải

a, Phương trình $x^2-2(m-1)x+2m-3=0$

$\Delta'=\left[-(m-1)\right]^2-1.(2m-3)$

$=m^2-4m+4=(m-2)^2$

phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khi $\Delta'>0$

hay $(m-2)^2>0$

$m-2\neq 0$

$m\neq 2$

Vậy với $m\neq 2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2

b, Với $m\neq 2$ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Theo định lý Viete, ta có:

$\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\x_1.x_2=m-3\end{cases}$

$\begin{cases}x_1+x_2=2m-2 \quad (1)\\2x_1.x_2=2m-6 \quad (2)\end{cases}$

Lấy $(1)-(2)$ ta được $x_1+x_2-2x_1.x_2=4$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

Ví dụ 3 : Cho phương trình bậc hai $(m-4)x^2-2(m-2)x+m-1=0$ (m là tham số). Khi phương trình có nghiệm, tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình đã cho không phụ thuộc vào m.

Lời giải

a, Phương trình $(m-4)x^2 - 2(m-2)x + m - 1 = 0$ là phương trinhg bậc hai khi $a \neq 0$ hay $m - 4 \neq 0$ suy ra $m \neq 4$

$\Delta' = \left[- (m - 2) \right]^2 - (m - 4)(m - 1) = m$

phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khi $\Delta' > 0$ hay $m > 0$

Vậy với $m > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{2(m - 2)}{m - 4} \\ x_1 . x_2 = \dfrac{m - 1}{m - 4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 + \dfrac{4}{m - 4} \quad (1) \\ x_1 . x_2 = 1 + \dfrac{3}{m - 4} \quad (2) \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{x_1 + x_2 - 2}{4} = \dfrac{1}{m - 4} \quad (1) \\ \dfrac{x_1 . x_2 - 1}{3} = \dfrac{1}{m - 4} \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có $\dfrac{x_1 + x_2 - 2}{4} = \dfrac{x_1 . x_2 - 1}{3}$

$3(x_1 + x_2 - 2) = 4.(x_1 . x_2 - 1)$

$3(x_1 + x_2) - 4x_1 . x_2 = 2$

Vậy $3(x_1 + x_2) - 4x_1 . x_2 = 2$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Hãy lập một hệ thức liên hệ giữa các nghiệm của phương trình không phụ thuộc giá trị của m.

HD:

Phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m + 1 = 0$ có

$\Delta' = \left[- (m - 1) \right]^2 - 1.(- 2m + 1) = m^2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0$

Hay $m^2 > 0$

$m \neq 0$

Với $m \neq 2$ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m - 1) \\ x_1 . x_2 = - 2m + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \quad (1) \\ x_1 . x_2 = - 2m + 1 \quad (2) \end{cases}$$

Lấy $(1) + (2)$ ta được $x_1 + x_2 + x_1 . x_2 = - 1$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$.

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

HD:

a) Phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ có

$\Delta = (-m)^2 - 1.(m-1) = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi giá trị của m

Phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m

b) Với với mọi giá trị của m phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m & (1) \\ x_1.x_2 = m - 2 & (2) \end{cases}$$

Lấy $(1) - (2)$ ta được $x_1 + x_2 - x_1.x_2 = 2$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

Bài 3. Cho phương trình $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m

HD

Phương trình $x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0$ có

$\Delta = (m-2)^2 - 4.(m+1) = m^2 - 8m$

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta \geq 0$

Hay $m^2 - 8m \geq 0$

$m \leq 0$ hoặc $m \geq 8$

Với $m \leq 0$ hoặc $m \geq 8$

phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 2 \\ x_1.x_2 = m + 1 \end{cases}$$

Lấy $(1) - (2)$ ta được $x_1 + x_2 - x_1.x_2 = -3$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

Bài 4 Cho phương trình $x^2 - 2mx + 6m^2 - 11 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Viết hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc giá trị của m

HD

Phương trình $x^2 - 2mx + 6m^2 - 11 = 0$ có

$\Delta' = (-m)^2 - 1.(6m^2 - 11) = -5m^2 + 11$

Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khi $\Delta' \geq 0$

Hay $-5m^2 + 11 \geq 0$

$0 \leq m \leq \frac{11}{5}$

Với $0 \leq m \leq \frac{11}{5}$ phương trình có hai nghiệm x_1, x_2. Theo định lý Viete, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = 6m^2 - 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_1 + x_2)^2 = 4m^2 \\ x_1.x_2 = 6m^2 - 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{(x_1+x_2)^2}{4}=m^2 \\ \dfrac{x_1.x_2+11}{6}=m^2 \end{cases}$$

Suy ra $\dfrac{(x_1+x_2)^2}{4}=\dfrac{x_1.x_2+11}{6}$

$6.(x_1+x_2)^2=4(x_1.x_2+11)$

$6.(x_1+x_2)^2-4x_1.x_2=44$

Vậy $6.(x_1+x_2)^2-4x_1.x_2=44$ là hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc giá trị của m

DẠNG 5: Xét dấu hai nghiệm của phương trình bậc hai

PHẦN I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. TRẮC NGHIỆM CHỌN ĐÁP ÁN (soạn khoảng 12 câu theo các mức độ NB: 4 câu; TH: 4 câu; VD: 3 câu; VDC: 1 câu)

Câu 1. [NB]: Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$(*) có hai nghiệm $x_1;x_2,(x_1\le x_2)$. Đặt S là tổng hai nghiệm, P là tích hai nghiệm. Phương trình (*) có hai nghiệm dương khi nào?

A. $P>0;\ S>0$. **B.** $P<0$. **C.** $P>0;\ S<0$. **D.** $P<0;\ S<0$.

Lời giải

Chọn A

phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$(*) có hai nghiệm có hai nghiệm dương

tức là $x_1>0;x_2>0$

Khi đó $P=x_1.x_2>0;\ S=x_1+x_2>0$

Câu 2. [NB] Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$(*) có hai nghiệm $x_1;x_2,(x_1\le x_2)$. Đặt S là tổng hai nghiệm, P là tích hai nghiệm. Phương trình (*) có hai nghiệm âm khi nào?

A. $P<0$. **B.** $P>0;\ S<0$. **C.** $P<0;\ S<0$. **D.** $P>0;\ S>0$.

Lời giải

Chọn B

phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$(*) có hai nghiệm có hai nghiệm âm

tức là $x_1<0;x_2<0$

Khi đó $P=x_1.x_2>0;\ S=x_1+x_2<0$

Câu 3. [NB] Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$(*) có hai nghiệm. Phương trình (*) có hai nghiệm khác dấu khi nào?

A. $b^2-4ac\ge 0$. **B.** $a.c>0$. **C.** $a.c<0$. **D.** $b^2-4ac>0$.

Lời giải

Chọn C

phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$(*) có hai nghiệm có hai nghiệm khác dấu khi $a.c<0$

Câu 4. [NB] Phương trình nào sau đây luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi tham số m?

A. $x^2+2(m+1)x+m^2+1=0$. **B.** $x^2+2(m+1)x+m^2-1=0$.

C. $x^2+2(m+1)x+1=0$. **D.** $x^2+2(m+1)x-m^2-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2+2(m+1)x-m^2-1=0$ có $a=1;b=2(m+1);c=-m^2-1$

Nên $a.c=1.(-m^2-1)=-(m^2+1)<0$ với mọi giá trị $m\in R$

Câu 5. [TH] Giá trị của m để phương trình $x^2-2(m-3)x+8-4m=0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m<2$ và $m\ne 1$. **B.** $m<3$. **C.** $m<2$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn A

$$x^2-2(m-3)x+8-4m=0$$

Phương trình

$(a=1;b'=-(m-3);c=8-4m)$.

Ta có $\Delta' = (m-3)^2 - (8-4m) = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$;

$S = x_1 + x_2 = 2(m-3); P = x_1.x_2 = 8-4m$

Vì $a = 1 \neq 0$ nên phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} (m-1)^2 > 0 \\ 2(m-3) < 0 \\ 8-4m > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m \neq 1 \\ m < 3 \\ m < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m < 2 \end{cases}$

Vậy $m < 2$ và $m \neq 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 6. [TH] Gọi B là tập hợp các giá trị số tự nhiên của m để phương trình $x^2 - 4x + 3m - 11 = 0$ có hai nghiệm trái dấu. Số các phần tử của B bằng.

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2 - 4x + 3m - 11 = 0$ có $a = 1 \neq 0$

Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi $a.c < 0$

Hay $1.(3m-11) < 0$

$$m < \frac{11}{3}$$

Vì B là tập hợp các giá trị số tự nhiên của m nên $B = \{0;1;2;3\}$

B có 4 phần tử

Câu 7. [TH] Giá trị của m để phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3(m-2) = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

A. $m < 0$. **B.** $m > 1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + 3(m-2) = 0 (a = m; b = -2(m-2); c = 3(m-2))$

Ta có $\Delta' = (m-2)^2 - 3m(m-2) = -2m^2 + 2m + 4 = (4-2m)(m+1)$

$P = x_1.x_2 = \frac{3(m-2)}{m}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ (4-2m)(m+1) > 0 \\ \dfrac{3(m-2)}{m} > 0 \end{cases}$$

$\begin{cases} m \neq 0 \\ -1 < m < 2 \\ m > 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m \neq 0 \\ -1 < m < 2 \\ m < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow -1 < m < 0$

Vậy $-1 < m < 0$ là giá trị cần tìm.

Câu 8. [TH] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên của m để phương trình $x^2-(m+3)x+3m-17=0$ có hai nghiệm trái dấu. Tích các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 150. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2-(m+3)x+3m-17=0$ có $a=1 \neq 0$

Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi $a.c<0$

Hay $1.(3m-17)<0$

$$m < \frac{17}{3}$$

Vì S là tập hợp các giá trị số tự nhiên của m nên $S=\{0;1;2;3;4;5\}$

Tích các phần tử của S bằng $0.1.2.3.4.5=0$

Câu 9. [VD] Số các giá trị nguyên của m để phương trình: $x^2-6x+2m+1=0$ có hai nghiệm dương phân biệt là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2-6x+2m+1=0 (a=1; b'=-3; c=2m+1)$

Ta có $\Delta'=9-2m-1=8-2m$ $S=x_1+x_2=6; P=x_1.x_2=2m+1$.

Vì $a=1 \neq 0$ nên phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 8-2m > 0 \\ 6 > 0 \\ 2m+1 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m < 4 \\ m > -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} < m < 4$

Mà $m \in Z$ nên $m \in \{0;1;2;3\}$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m

Câu 10. [VD] Giá trị của m để phương trình $2x^2+(2m-1)x+m-1=0$ có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối nhưng trái dấu nhau là:

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $2x^2+(2m-1)x+m-1=0$ có hai nghiệm trái dấu nhau khi

$a.c<0$ hay $2(m-1)<0 \quad m<1$ (*)

Phương trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối nhưng trái dấu nhau

Khi $S=x_1+x_2=0$

Hay $\frac{-(2m-1)}{2}=0$ (theo định lý Viete)

$2m-1=0$ hay $m=\frac{1}{2}$ (thỏa mãn (*))

Câu 11. [VD] Cho phương trình $x^2+(3m-1)x+m^2=0$ (với m là tham số). Giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2+(3m-1)x+m^2=0$ có $a=1\neq 0$ và $\Delta=(3m-1)^2-4m^2=5m^2-6m+1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ Khi $\Delta\geq 0$ hay $5m^2-6m+1>0$

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1+x_2=1-3m; x_1x_2=m^2$

Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi

$\begin{cases} D>0 \\ x_1+x_2<0 \\ x_1.x_2>0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} 5m^2-6m+1>0 \\ 1-3m<0 \\ m^2>0 \end{cases}$ $\begin{cases} (m-1)(5m-1)>0 \\ m>\frac{1}{3} \\ m\neq 0 \end{cases}$ suy ra $m>1$

M là giá trị nguyên nhỏ nhất nên $m=2$

Câu 12. [VDC] Cho phương trình $x^2-(2m-3)x+m^2-3m=0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $1<x_1<x_2<6$.

A. $m<6$. **B.** $m>4$. **C.** $-4\leq m\leq 6$. **D.** $4<m<6$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $x^2-(2m-3)x+m^2-3m=0$ có $a=1\neq 0$ và $\Delta=(2m-3)^2-4(m^2-3m)=9>0\ \forall m$

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$

Áp dụng định lý Vi – ét ta có: $x_1+x_2=2m-3; x_1x_2=m^2-3m$.

Ta có: $1<x_1<x_2<6$

$$\begin{cases}(x_1-1)(x_2-1)>0\\ x_1+x_2>1\\ (x_1-6)(x_2-6)>0\\ x_1+x_2<12\end{cases}$$

suy ra

$$\begin{cases}x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0\\ x_1+x_2>1\\ x_1x_2-6(x_1+x_2)+36>0\\ x_1+x_2<12\end{cases}$$

$$\begin{cases}m^2-3m-2m+3+1>0\\ 2m-3>1\\ m^2-3m-6(2m-3)+36>0\\ 2m-3<12\end{cases}$$

$$\begin{cases}m^2-5m+4>0\\ 2m>4\\ m^2-15m+54>0\\ 2m<15\end{cases}$$

$$\begin{cases}m<1 \ \ hoac \ \ m>4\\ m>2\\ m<6 \ \ hoac \ \ m>9\end{cases} \Rightarrow 4<m<6$$

$$m<\frac{15}{2}$$

1

Vậy $4<m<6$ là giá trị cần tìm

2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (Soạn khoảng 4 câu): Các khẳng định đúng sai được sắp xếp theo thứ tự từ dễ đến khó, các khẳng định về cùng một nội dung hỏi.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, em chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho phương trình $x^2-4x+\sqrt{3}=0$ (1)

a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

b) Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu

c) Phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt

d) Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

Phương trình $x^2-4x+\sqrt{3}=0$ (1) có

$\Delta'=(-2)^2-\sqrt{3}=4-\sqrt{3}>0$

Do đó, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nên a đúng

Theo định lí Viete

$x_1+x_2=4>0$

$x_1.x_2=\sqrt{3}>0$

Phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt

Nên b, c sai; d đúng

Câu 2. Cho các phương trình $3x^2+7x+2=0$; $2x^2+13x+8=0$; $5x^2+3x-1=0$; $4x^2+11x+8=0$

a) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt là $3x^2+7x+2=0$

b) Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt là $2x^2+13x+8=0$

c) Phương trình có hai nghiệm khác dấu là $5x^2+3x-1=0$

d) Phương trình có nghiệm kép âm là $4x^2+11x+8=0$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) S** **d) Đ**

- Phương trình $3x^2+7x+2=0$ có $\Delta=7^2-4.3.2=25>0$

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt và

Theo định lý Viete $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{7}{3}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{2}{3}>0 \end{cases}$

Nên phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Vậy a đúng.

- Phương trình $2x^2+13x+8=0$ có $\Delta=13^2-4.2.8=105>0$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt và

Theo định lý Viete $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{13}{2}<0 \\ x_1.x_2=4>0 \end{cases}$

Nên phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

Vậy b sai.

- Phương trình $5x^2+3x-1=0$ có

$a.c=5.(-1)=-5<0$

Nên phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Vậy c đúng.

- Phương trình $4x^2+11x+8=0$ có $\Delta=11^2-4.4.8=-7<0$

Nên phương trình vô nghiệm

Vậy d sai.

Câu 3. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m+1=0$ (1)

a) Phương trình có nghiệm phân biệt cùng dấu khi $m>-1$;

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu khi $m<-1$

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm khi $-1<m<0$

d) Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương khi $-1<m<3$

Lời giải

a) S **b) Đ** **c) Đ** **d) S**

Phương trình $x^2-2(m-1)x+m+1=0$ (1)

Có $\Delta'=m^2-3m$

- Phương trình có nghiệm cùng dấu khi $\begin{cases} \Delta'>0 \\ P=x_1.x_2>0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} m^2-3m>0 \\ m+1>0 \end{cases}$

$\begin{cases} m<0 \text{ hoac } m>3 \\ m>-1 \end{cases}$ $\Rightarrow -1<0<m$ hoặc $m>3$ nên a sai

- Phương trình có 2 nghiệm phân biệt trái dấu khi $a.c<0$ hay $m+1<0$ suy ra $m<-1$

Vậy b đúng

- Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm khi $\begin{cases} D'>0 \\ S=x_1+x_2<0 \\ P=x_1.x_2>0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} m^2-3m>0 \\ 2(m-1)<0 \\ m+1>0 \end{cases}$ $\begin{cases} m<0 \text{ hoac } m>3 \\ m<1 \\ m>-1 \end{cases}$ $\Rightarrow -1<m<0$ nên c đúng

- Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương khi $\begin{cases} D'>0 \\ S=x_1+x_2>0 \\ P=x_1.x_2>0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} m^2-3m>0 \\ 2(m-1)>0 \\ m+1>0 \end{cases}$

$\begin{cases} m<0 \text{ hoac } m>3 \\ m>1 \\ m>-1 \end{cases}$ $\Rightarrow m>3$ nên d sai

Câu 4. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x-m=0$ (1)

a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi $m>0$

b) Phương trình (1) có nghiệm kép có giá trị âm khi $m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

c) Phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt khi $m<\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$

d) Phương trình (1) có hai nghiệm là hai cạnh của một tam giác cân khi $m=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

a) Đ **b) S** **c) Đ** **d) S**

Phương trình $x^2-2(m+1)x-m=0$ (1) có

$D'=(m+1)^2-1.(-m)=m^2+2m+1+m=m^2+3m+1$

- Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi $a.c<0$ hay $1.(-m)<0$ suy ra $m>0$ nên a đúng

- Phương trình (1) có nghiệm kép là giá trị âm khi $\begin{cases} D'=0 \\ x_1=x_2<0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} m^2+3m+1=0 & (*) \\ m+1<0 & (**) \end{cases}$

Từ (*) $m=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

Từ (**) $m<-1$

Vậy ta có $m=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ nên b sai

- Phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt khi $\begin{cases} D'>0 \\ x_1+x_2<0 \\ x_1.x_2>0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} m^2+3m+1>0 & (*) \\ 2(m+1)<0 & (**) \\ -m>0 & (***) \end{cases}$

Từ (*) $m<\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m>\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

Từ (**) $m<-1$

Từ (***) $m<0$

Vậy ta có $m<\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ nên c đúng.

- Phương trình (1) có hai nghiệm là hai cạnh của một tam giác cân khi Phương trình (1) có nghiệm kép là giá trị dương

$\begin{cases} D'=0 \\ x_1=x_2>0 \end{cases}$

Hay $\begin{cases} m^2+3m+1=0 & (*) \\ m+1>0 & (**) \end{cases}$

Từ (*) $m=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

Từ (**) $m>-1$

Vậy ta có $m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$ nên d sai

3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN (soạn khoảng 6 câu)

Câu 1. [NB] Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m+1=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu

Lời giải:

$m<-1$

Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi

$ac<0$ hay $1.(m+1)<0$

$m<-1$

Câu 2. [NB] Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2-2(m-1)x-m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

Lời giải:

$m > 2$

Phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m + 2 = 0 (a = 1; b = -2(m-1); c = -m+2)$

Nên phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow 1.(-m+2) < 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vậy $m > 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 3. [TH] Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x + 8 - 4m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm

Lời giải:

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt cùng âm khi

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} 4m^2 - 8m + 4 > 0 \\ 2(m-3) < 0 \\ 8 - 4m > 0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$

Câu 4. [TH] Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1). Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương

Lời giải:

$m > \frac{5}{2}$

Phương trình có hai nghiệm dương khi

$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} (m-1)^2 - (2m-5) \geq 0 \\ 2(m-1) > 0 \\ 2m - 5 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m^2 - 4m + 6 > 0 \\ m > 1 \\ m > \frac{5}{2} \end{cases}$ suy ra $m > \frac{5}{2}$

Vậy $m > \frac{5}{2}$ là giá trị cần tìm

Câu 5. [VD] Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1

Lời giải:

$m < 1$ và $m \neq -1$

phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1

hay $\begin{cases} x_1 < 1 \\ x_2 < 1 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x_1 - 1 < 0 \\ x_2 - 1 < 0 \end{cases}$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1 thì

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \\ x_1 + x_2 < 2 \end{cases}$ $\begin{cases} (m-1)^2 + 4m > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 < 2 \end{cases}$

$\begin{cases}(m+1)^2>0\\-2m+2>0\\m-3<0\end{cases}\begin{cases}m\neq -1\\m<1\\m<3\end{cases}$ hay $\begin{cases}m\neq -1\\m<1\end{cases}$

Vậy với $m<1$ và $m\neq -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1.

Câu 6. [VDC] Cho phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $0\le x_1\le x_2\le 2$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{8a^2-6ab+b^2}{4a^2-2ab+ac}$

Lời giải:

$P_{\max}=3$

Phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ có hai nghiệm x_1,x_2

Theo định lý Viete, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\x_1x_2=\dfrac{c}{a}\end{cases}$

Khi đó $P=\dfrac{8a^2-6ab+b^2}{4a^2-2ab+ac}=\dfrac{8-6\dfrac{b}{a}+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}{4-2\dfrac{b}{a}+\dfrac{c}{a}}=\dfrac{8+6(x_1+x_2)+(x_1+x_2)^2}{4+2(x_1+x_2)+x_1x_2}$

Do $0\le x_1\le x_2\le 2$ nên $x_1^2\le x_1x_2, x_2^2\le 4$

do đó $x_1^2+x_2^2\le x_1x_2+4$

$(x_1+x_2)^2\le 3x_1x_2+4$

Vậy $P\le\dfrac{8+6(x_1+x_2)+3x_1x_2+4}{4+2(x_1+x_2)+x_1x_2}=3$

Đẳng thức xảy ra khi $x_1=x_2=2$ hoặc $x_1=0,x_2=2$

Hay $\begin{cases}-\dfrac{b}{a}=4\\\dfrac{c}{a}=4\end{cases}$ $c=-b=4a$

hoặc $\begin{cases}-\dfrac{b}{a}=2\\c=0\end{cases}$ $\begin{cases}b=-2a\\c=0\end{cases}$

Vậy, $P_{\max}=3$ khi $c=-b=4a$ hoặc $\begin{cases}b=-2a\\c=0\end{cases}$

PHẦN II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp giải:

Xét phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$. Khi đó:

1. Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $P<0$ hay $a.c<0$

2. Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dấu khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta>0\\P>0\end{cases}$.

3. Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta>0\\P>0.\\S>0\end{cases}$

4. Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta>0\\P>0.\\S<0\end{cases}$

5. Phương trình có hai nghiệm trái dấu mà nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases}P>0\\S<0\end{cases}.$

Chú ý: Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $D>0$; Phương trình có hai nghiệm khi $D\ge 0$

BÀI TẬP MẪU

Ví dụ 1 [NB]: Cho các phương trình sau:

a) $2x^2-3x+1=0$

b) $x^2+5x+1=0$

c) $2x^2-13x+7=0$

d) $2x^2-3x-3=0$

Hãy xét dấu các nghiệm của các phương trình trên

Lời giải

a) Phương trình $2x^2-3x+1=0$ là phương trình bậc hai có $D=(-3)^2-4.2.1=1>0$

nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{3}{2}>0\\x_1.x_2=\dfrac{1}{2}>0\end{cases}$$

Vậy phương trình $2x^2-3x+1=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

b) Phương trình $x^2+5x+1=0$ là phương trình bậc hai có $D=5^2-4.1.1=21>0$

nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và

$$\begin{cases}x_1+x_2=-5<0\\x_1.x_2=1>0\end{cases}$$

Vậy phương trình $x^2+5x+1=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng âm.

c) Phương trình $2x^2-13x+7=0$ là phương trình bậc hai có $D=(-13)^2-4.2.7=113>0$

nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{13}{2}>0\\x_1.x_2=\dfrac{7}{2}>0\end{cases}$$

Vậy phương trình $2x^2-13x+7=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

d) Phương trình $2x^2-3x-3=0$ là phương trình bậc hai có $a.c=2.(-3)=-6<0$

nên phương trình $2x^2-3x-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Ví dụ 2 [TH]: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2x^2 - 3(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

Lời giải

Phương trình $2x^2 - 3(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi $a.c < 0$

Hay $2.(m^2 - 2m - 3) < 0$ suy ra $-1 < m < 3$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{0;1;2\}$

Vậy tổng các giá trị nguyên của m là $0+1+2=3$

Ví dụ 3 [TH]: Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$

Tìm giá trị m để phương trình có một nghiệm lớn hơn và một nghiệm nhỏ hơn 1.

Lời giải

Phương trình bậc hai $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$ có

$\Delta' = (m-1)^2 - 1.(-m-1) = m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$ với mọi giá trị của $m \in \mathbb{R}$

Do đó phương trình $x^2 + 2(m-1)x - (m+1) = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viete, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-1) \\ x_1.x_2 = -(m+1) \end{cases}$

phương trình có một nghiệm lớn hơn và một nghiệm nhỏ hơn 1.

Giả sử $\begin{cases} x_1 < 1 \\ x_2 > 1 \end{cases}$ thì $\begin{cases} x_1 - 1 < 0 \\ x_2 - 1 > 0 \end{cases}$

Khi đó $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0$

$x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$

$-(m+1) + 2(m-1) + 1 < 0$

$m - 2 < 0$

$m < 2$

Ví dụ 4 [VD]: Cho phương trình: $2x^2 - 3x + m - 1 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\frac{7}{2}$.

Lời giải

phương trình: $2x^2 - 3x + m - 1 = 0$ có $\Delta = (-3)^2 - 4.2.(m-1) = 17 - 8m$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt dương

$$\begin{cases} 17 - 8m > 0 \\ \frac{3}{2} > 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{17}{8} \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{17}{8} \quad (*)$$

Theo định lý Viete, ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \dfrac{3}{2} \\ P = x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \end{cases}$

Ta có $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có cạnh huyền là $\dfrac{7}{2}$. Khi đó theo định lý Pitago

$x_1^2 + x_2^2 = \left(\dfrac{7}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow S^2 - 2P = \dfrac{49}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{9}{4} - (m-1) = \dfrac{49}{4}$

$\Leftrightarrow m = -9$ (loại).

Vậy không có giá trị m thỏa mãn điều kiện bài toán.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. [NB] Cho các phương trình sau:

a) $3x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $x^2 + 5x + 3 = 0$

c) $2x^2 - 11x + 4 = 0$

d) $-3x^2 - 3x + 10 = 0$

Hãy xét dấu các nghiệm của các phương trình trên

HD

a) Phương trình $3x^2 - 3x + 1 = 0$ là phương trình bậc hai có $\Delta = (-3)^2 - 4.3.1 = -3 < 0$ nên phương trình vô nghiệm.

b) Phương trình $x^2 + 5x + 3 = 0$ là phương trình bậc hai có $\Delta = 5^2 - 4.1.3 = 13 > 0$

nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 < 0 \\ x_1.x_2 = 3 > 0 \end{cases}$

Vậy phương trình $x^2 + 5x + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng âm.

c) Phương trình $2x^2 - 11x + 4 = 0$ là phương trình bậc hai có $\Delta = (-11)^2 - 4.2.4 = 89 > 0$

nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và

$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{11}{2} > 0 \\ x_1.x_2 = 2 > 0 \end{cases}$

Vậy phương trình $2x^2 - 11x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

d) Phương trình $-3x^2 - 3x + 10 = 0$ là phương trình bậc hai có $a.c = (-3).10 = -30 < 0$

nên phương trình $-3x^2 - 3x + 10 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Bài 2. [TH] Cho phương trình bậc hai: $(m+2)x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm dương nhỏ hơn giá trị tuyệt đối của nghiệm âm

HD:

Phương trình: $(m+2)x^2-2(m+1)x+m-4=0$ là phương trình bậc hai khi $a=m+2\neq 0$ hay $m\neq -2$

Phương trình có hai nghiệm trái dấu x_1,x_2 khi $a.c<0$

Hay $(m+2).(m-4)<0$

$-2<m<4$ (1)

Mà nghiệm dương nhỏ hơn giá trị tuyệt đối của nghiệm âm

Nên $x_1+x_2<0$ hay $\frac{2(m+1)}{m+2}<0$ suy ra $-2<m<-1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $-2<m<-1$ là giá trị cần tìm.

Bài 3. [TH] Cho phương trình $x^2+(2m-1)x+m^2-2m+2=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

HD Phương trình $x^2+(2m-1)x+m^2-2m+2=0$ ó

$\Delta=(2m-1)^2-4(m^2-2m+2)=4m-8$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương khi

$$\begin{cases} D>0 \\ x_1+x_2>0 \\ x_1.x_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-8>0 \\ -(2m-1)>0 \\ m^2-2m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ m<\frac{1}{2} \\ m\in \text{¡} \end{cases} \Leftrightarrow m\in \text{Æ}$$

Vậy không có giá trị nào của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Bài 4. [VD]

Cho phương trình bậc hai: $x^2+2(m-1)x-(m+1)=0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm nhỏ hơn 2

HD: Phương trình bậc hai $x^2+2(m-1)x-(m+1)=0$ có

$\Delta'=(m-1)^2-1.(-m-1)=m^2-m+2=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$ với mọi giá trị của $m\in$ ¡

Do đó phương trình $x^2+2(m-1)x-(m+1)=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2

Theo định lý Viete, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-2(m-1) \\ x_1.x_2=-(m+1) \end{cases}$

phương trình có hai nghiệm nhỏ hơn 2 hay $\begin{cases} x_1<2 \\ x_2<2 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x_1-2<0 \\ x_2-2<0 \end{cases}$

Do đó $\begin{cases}(x_1-2)(x_2-2)>0\\(x_1-2)+(x_2-2)<0\end{cases}$

$\begin{cases}x_1x_2-2(x_1+x_2)+4>0\\x_1+x_2<4\end{cases}$

$\begin{cases}-(m+1)+4(m-1)+4>0\\-2(m-1)<4\end{cases}$

$\begin{cases}3m-1>0\\m-1>-2\end{cases}$

$\begin{cases}m>\frac{1}{3}\\m>-1\end{cases}$ suy ra $m>\frac{1}{3}$

Vậy $m>\frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm

Bài 5. [VD] Cho phương trình $x^2-(m+2)x+m+1=0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{5}$?

HD:

$\Delta=\left[-(m+2)\right]^2-4.1.(m+1)=m^2\geq 0$

Để phương trình có 2 nghiệm dương

$\begin{cases}m+2>0\\m+1>0\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}m>-2\\m>-1\end{cases}$ hay $m>-1$ (*)

Theo định lý Viete, ta có: $\begin{cases}S=x_1+x_2=m+2\\P=x_1.x_2=m+1\end{cases}$

x_1,x_2 là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$. Khi đó theo định lí Pythagore, ta có

$x_1^2+x_2^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$

$(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2=5$

$(m+2)^2-2(m+1)=5$

$m^2+2m+2=5$

Suy ra $m=1$ (thỏa mãn (*)) hoặc $m=-3$ (Không thỏa mãn (*))

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.