**HỌC KÌ II – HÌNH HỌC - TUẦN 7 – TIẾT49 – LUYỆN TẬP TỨ GIÁC NỘI TIẾP (Trên cơ bản)**

1. **TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. Định nghĩa**: *Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn đgl* ***tứ giác nội tiếp*** *đường tròn.*

**2. Định lí**

*+ Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng .*

*+ Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng  thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.*

**3. Một số dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp**

*+ Tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn là tứ giác nội tiếp đường tròn.*

*+ Tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng  thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn.*

*+ Tứ giác ABCD có hai đỉnh C và D sao cho  thì tứ giác ABCD nội tiếp được.*

*+ Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện.*

***Chú ý:*** *+ Trong các tứ giác đã học thì hình chữ nhật, hình vuông, hình thang cân nội tiếp được đường tròn.*

+ *Tr­êng hîp ph¶i chøng minh 5 ®iÓm trë lªn cïng n»m trªn mét ®­êng trßn, ta chän 3 ®iÓm nµo ®ã cè ®Þnh, chän ®iÓm thø 4 råi chøng minh cho 4 ®iÓm nµy n»m trªn mét ®­êng trßn. Sau ®ã l¹i chøng minh 3 ®iÓm cè ®Þnh trªn cïng víi ®iÓm thø n¨m n»m trªn mét ®­êng trßn vµ cø tiÕp tôc nh­ thÕ cho ®Õn ®iÓm cuèi cïng.*

1. **BÀI TẬP**

**Bài 1:**  Cho tam giác nhọn,  là đường cao. Đường tròn tâm  đường kính  cắt cạnh tại  là giao điểm của đường thẳng và đường thẳng . Kẻ tiếp tuyến  của đường tròn  với  là tiếp điểm.

**a/ Chứng minh tứ giác  là tứ giác nội tiếp.**

b/ Chứng minh rằng .

c/ Giả sử tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  thuộc đường thẳng đi qua  và vuông góc với đường thẳng  Chứng minh rằng .

**Bài 2:**  Cho tam giác  nội tiếp đường tròn tâm  Đường phân giác của góc  cắt  tại  cắt đường tròn  tại  và cắt tiếp tuyến của  kẻ từ  tại  Gọi  là giao điểm của  và  Chứng minh:



2) Tứ giác  nội tiếp đường tròn.

.

**Bài 3:**  Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm). Đường thẳng CO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E; đường thẳng BE cắt AO tại F; H là giao điểm của AO và BC.

a) Chứng minh: AE.AD = AH.AO = AB2 và chứng minh: tứ giác ODEH nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: HE vuông góc với BF.

c) Chứng minh: .

**Bài 4:** Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn  Các đường cao  và  của tam giác cắt nhau tại .

1) Chứng minh rằng  là một tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh 

3) Cho điểm  di động trên cung lớn  của đường tròn  Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác  có bán kính không đổi.

**Bài 5:** Cho tam giác ABC có đường phân giác BN. Từ A kẻ một tia vuông góc với tia BN, cắt BC tại H. Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng bốn điểm A, O, H, C nằm trên một đường tròn.

1. **MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Cho tam giác  Hai đường cao và  cắt nhau tại  Gọi  là điểm đối xứng của  qua trung điểm  của 

a) Chứng minh rằng tứ giác  nội tiếp được đường tròn. Xác định tâm  của đường tròn đó.

b) Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là  Chứng minh rằng năm điểm  cùng nằm trên một đường tròn.

**Bài 2:** Cho tam giác  Dựng ra ngoài tam giác đó các tam giác đều  và  Chứng minh rằng:

a) Ba đường tròn ngoại tiếp ba tam giác đều nói trên cùng đi qua một điểm.

b) Ba đường thẳng  cùng đi qua một điểm.

**Bài 3:** Cho tứ giác  nội tiếp đường tròn  hai đường chéo  cắt nhau tại  Vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác  Tiếp tuyến của đường tròn này tại  cắt  lần lượt tại . Chứng minh rằng:

a) b) Tứ giác  nội tiếp.

**HƯỚNG DẪN GIẢI :**

**Bài 1:**  Cho tam giác nhọn,  là đường cao. Đường tròn tâm  đường kính  cắt cạnh tại  là giao điểm của đường thẳng và đường thẳng . Kẻ tiếp tuyến  của đường tròn  với  là tiếp điểm.

**a/ Chứng minh tứ giác  là tứ giác nội tiếp.**

b/ Chứng minh rằng .

c/ Giả sử tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  thuộc đường thẳng đi qua  và vuông góc với đường thẳng  Chứng minh rằng .

A

B

C

O

K

H

D

M

I

J

|  |
| --- |
| **Hướng dẫn:**  a/  là đường cao của  nên . |
| Trong hình tròn   là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên . |
| Suy ra |
| Vậy tứ giác DCKH là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng các góc đối bằng 180o). |

**Bài 2:**  Cho tam giác  nội tiếp đường tròn tâm  Đường phân giác của góc  cắt  tại  cắt đường tròn  tại  và cắt tiếp tuyến của  kẻ từ  tại  Gọi  là giao điểm của  và  Chứng minh:



**2) Tứ giác  nội tiếp đường tròn.**

.

|  |
| --- |
|  |
| **Hướng dẫn:**  2) . Xét đường tròn (O)  Có  ( góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến vàdây cung cùng chắn  )  Mà  (cmt)  hay |
| Tứ giác  có :  hai đỉnh  cùng nhìn cạnh  dưới hai góc bằng nhau nên tứ giác  nội tiếp đường tròn. |

**Bài 3:**  Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm). Đường thẳng CO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E; đường thẳng BE cắt AO tại F; H là giao điểm của AO và BC.

**a) Chứng minh: AE.AD = AH.AO = AB2 và** **chứng minh: tứ giác ODEH nội tiếp đường tròn.**

b) Chứng minh: HE vuông góc với BF.

c) Chứng minh: 

|  |
| --- |
| **Hướng dẫn:**  a) Chứng minh:  và chứng minh: tứ giác  nội tiếp đường tròn. |
| Chỉ ra được |
| Chỉ ra được |
|  |
| Chứng minh được đồng dạng |
| Kết luận được tứ giác ODEH nội tiếp đường tròn |

**Bài 4:** Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn  Các đường cao  và  của tam giác cắt nhau tại .

**1) Chứng minh rằng  là một tứ giác nội tiếp.**

2) Chứng minh 

**3) Cho điểm  di động trên cung lớn  của đường tròn  Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác  có bán kính không đổi.**

|  |
| --- |
|  |
| **Hướng dẫn:**  1) Xét tứ giác  ta có  = 900 (vì  = 900 (vì |
| hai đỉnh  cùng nhìn cạnh  dưới một góc vuông |
| Vậy là một tứ giác nội tiếp. |
| 2) Ta có  (= 900), BD  AC (giả thiết)  hay  Tương tự ta có  tứ giác  là hình bình hành. |
| Gọi  là trung điểm của , ta có  là trung điểm của  là đường trung bình của (không đổi). |
| Xét tứ giác ta có += 1800  tứ giác  nội tiếp. |
| Ta có  là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  nên  cũng là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  Vì  không đổi nên đường tròn ngoại tiếp tam giác có bán kính không đổi. |

**Bài 5:** Cho tam giác ABC có đường phân giác BN. Từ A kẻ một tia vuông góc với tia BN, cắt BC tại H. Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng bốn điểm A, O, H, C nằm trên một đường tròn.

**Hướng dẫn**



Ta phân biệt hai trường hợp

* + - H và O nằm cùng phía với AC ( H2a )
    - H và O nằm khác phía với AC ( H2b )
* ***Cách 1***

AH cắt BN ở I. Kẻ AH vuông góc với đường phân giác CM và cắt CM ở K. Dể thấy IK là đường trung bình của tam giác AHH. Từ đó, ta có  bằng ( hoặc bù ) . Tứ giác AKOI nội tiếp ( ) nên  = . Từ đó suy ra ĐPCM.

* ***Cách 2***

Nối OA và OH. Dễ thấy BN là đường trung trực của tam giác ABH

 , nhưng . Do đó , ta suy ra ĐPCM.

* ***Cách 3***

Tam giác ABI vuông nên 

Suy ra bằng (hoặc) 

Suy ra ĐPCM

* ***Cách 4***

 hoặc    
 ( vì O là tâm đường tròn nội tiếp )

Do đó  bằng ( hoặc ) 

Suy ra ĐPCM.

1. **MỘT SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1:** Cho tam giác  Hai đường cao và  cắt nhau tại  Gọi  là điểm đối xứng của  qua trung điểm  của 

a) Chứng minh rằng tứ giác  nội tiếp được đường tròn. Xác định tâm  của đường tròn đó.

b) Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là  Chứng minh rằng năm điểm  cùng nằm trên một đường tròn.

*HD: a) BHCD là hình bình hành . O là trung điểm của AD.*

*b) .*

**Bài 2:** Cho tam giác  Dựng ra ngoài tam giác đó các tam giác đều  và  Chứng minh rằng:

a) Ba đường tròn ngoại tiếp ba tam giác đều nói trên cùng đi qua một điểm.

b) Ba đường thẳng  cùng đi qua một điểm.

*HD: a) Gọi O là giao điểm thứ hai của hai đường tròn (ABF) và (ACE)*

* BODC nội tiếp đường tròn (BCD) cũng đi qua O.*

*b)  A, O, D thẳng hàng. Tương tự B, O, E thẳng hàng; C, O, F thẳng hàng Ba đường thẳng AD, BE, CF đồng qui.*

**Bài 3:** Cho tứ giác  nội tiếp đường tròn  hai đường chéo  cắt nhau tại  Vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác  Tiếp tuyến của đường tròn này tại  cắt  lần lượt tại . Chứng minh rằng:

a) b) Tứ giác  nội tiếp.

*HD: a)  MN // CD b) .*