ĐỀ THI THPT QUỐC GIA
MÃ ĐỀ 106
NĂM HỌC 2020-2021
THỜI GIAN: 90 PHÚT

Câu 1: [2H2-1.1-1] Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 45π. **C.** 75π. **D.** 25π.

Câu 2: [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng toạ độ, điểm $M\left(-4\,;3\right)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây hai số phức nào dưới đây

A. $z_4=4+3i$. **B.** $z_1=-4+3i$. **C.** $z_2=4-3i$. **D.** $z_3=-4-3i$.

Câu 3: [2D2-4.1-1] Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là

A. $\left[0;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 4: [2D1-4.1-1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 5: [2D4-2.1-1] Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $-2-6i$. **B.** $2+6i$. **C.** $4-2i$. **D.** $4+2i$.

Câu 6: [2H3-3.2-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1\,;5\,;-2\right)$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}\left(3\,;-6\,;1\right)$. Phương trình của d là.

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$.

Câu 7: [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $\dfrac{8}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 8: [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: [2D1-5.4-1] Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 0.

Câu 10: **[2D2-2.2-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 11: **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(\log_5 2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$

Câu 12: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int\limits_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int\limits_0^3 4f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 36.

Câu 13: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0 **B.** -1 **C.** 3 **D.** 1

Câu 14: **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;-4;1)$ **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$ **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;4;1)$ **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;4;-1)$

Câu 15: **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_2(5x)=3$ là:

A. $x=\frac{8}{5}$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\frac{9}{5}$. **D.** $x=8$.

Câu 16: **[2H2-2.1-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=16\pi R^2$.

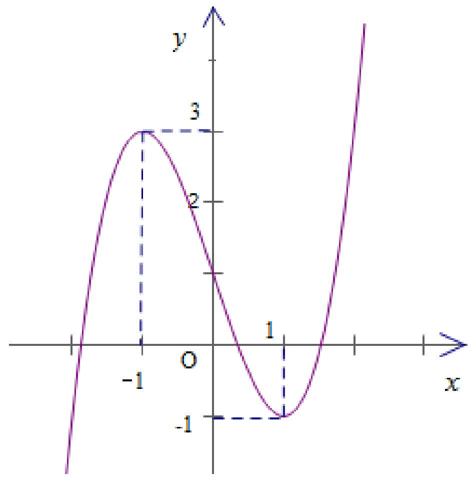
Câu 17: **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[5]{a}$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$

Câu 18: **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(-2;1;-4)$. **C.** $(2;-1;4)$. **D.** $(2;1;4)$.

Câu 19: **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 20: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=e^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{x-4}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+C$.

C. $\int f(x)dx=e^x+4x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x-4x+C$.

Câu 21: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_1^4 f(x)dx=4$ và $\int_1^4 g(x)dx=-3$ thì $\int_1^4[f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **C.** -7. **D.** -1.

Câu 22: **[1D3-4.3-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** -8. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 23: **[1D2-2.1-1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3=\frac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $A_n^3=\frac{3!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3=\frac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\frac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 24: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+2x+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+2x+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$

Câu 25: **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

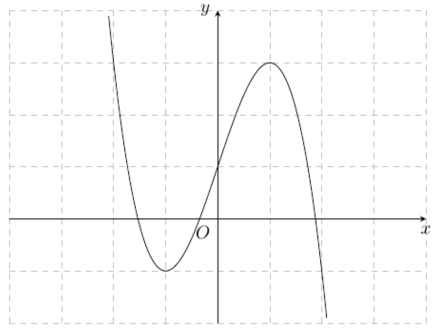
A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

Câu 26: **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 27: **[2D1-5.1-2]** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4+4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 28: **[2H1-3.2-1]** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3$.

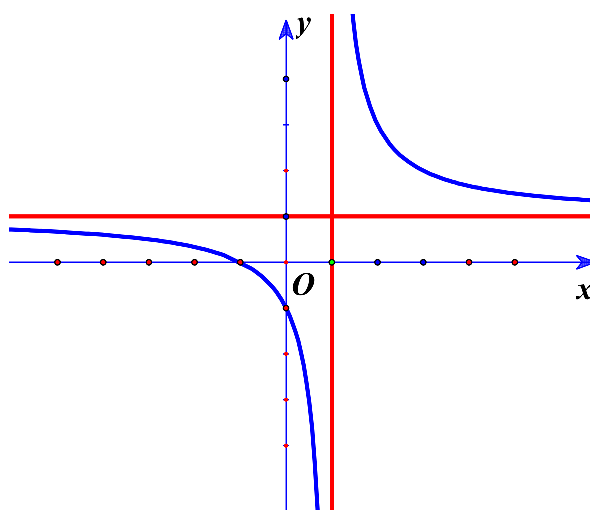
Câu 29: **[2D3-2.1-2]** Nếu $\int\limits_0^2 f(x)dx=4$ thì $\int\limits_0^2 \left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 30: **[2D2-3.2-2]** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^3+b=32$. **B.** $a^3b=25$. **C.** $a^3b=32$. **D.** $a^3+b=25$.

Câu 31: **[2D1-5.1-2]** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

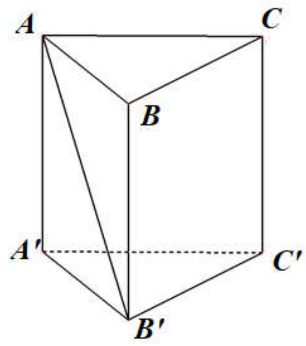


A. $y'>0,\forall x\in R$. **B.** $y'<0,\forall x\in R$. **C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 1$.

Câu 32: **[2D4-2.1-2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp z là

A. $\overline{z}=3-4i$. **B.** $\overline{z}=3+4i$. **C.** $\overline{z}=-3+4i$. **D.** $\overline{z}=-3-4i$.

Câu 33: **[2H1-3.4-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau .



Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 34: **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Câu 35: **[2H3-2.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 36: **[2H3-2.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+2y+z-11=0$. **B.** $2x+2y+z-2=0$.

C. $4x+2y+z-17=0$. **D.** $4x+2y+z-4=0$.

Câu 37: **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

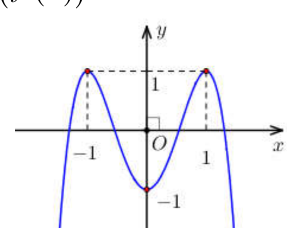
Câu 38: **[2H1-3.4-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4a$. **B.** $4\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 39: **[2D2-6.2-3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

A. 26. **B.** 24 **C.** Vô số. **D.** 25.

Câu 40: **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là



A. 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 41: **[2D3-2.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 \text{ khi } x\ge 1\\ 3x^2+1 \text{ khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 18. **B.** 9. **C.** 20. **D.** 24.

Câu 42: **[2H3-3.7-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **C.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$.

Câu 43: **[2D3-3.1-3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 7$. **D.** $\ln 10$.

Câu 44: **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $48\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 45: **[2D4-5.2-4]** Xét các số phức z; w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng:

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 46: **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{18x}$?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 21.

Câu 47: **[2H2-1.2-4]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $2\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48: **[2D4-4.3-4]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=6$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|x^3+7x|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 50: **[2H3-3.8-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;1-3\right)$ và $B\left(1;-3;2\right)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $\left|AM-BN\right|$ bằng:

A. $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{91}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{65}$.

-------- HẾT--------

HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	D	D	C	A	B	B	C	C	D	B	D	D	A	C	C	C	A	C	B	B	C	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	A	A	C	C	B	D	D	C	B	A	A	A	B	A	C	B	D	C	A	B	A	A	D

Câu 1: **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 45π. **C.** 75π. **D.** 25π.

Lời giải

Thể tích khối trụ: $V=\pi r^2 h=\pi.5^2.3=75\pi$.

Câu 2: **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng toạ độ, điểm $M\left(-4\,;3\right)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây hai số phức nào dưới đây

A. $z_4=4+3i$. **B.** $z_1=-4+3i$. **C.** $z_2=4-3i$. **D.** $z_3=-4-3i$.

Lời giải

Điểm $M\left(-4\,;3\right)$ là diểm biểu diễn số phức $z_1=-4+3i$.

Câu 3: **[2D2-4.1-1]** Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là

A. $\left[0;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là $\mathbb{R}$

Câu 4: **[2D1-4.1-1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=-2$.

Câu 5: **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $-2-6i$. **B.** $2+6i$. **C.** $4-2i$. **D.** $4+2i$.

Lời giải

$z+w=3+2i+1-4i=4-2i$.

Câu 6: [2H3-3.2-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-6;1)$. Phương trình của d là.

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(3;-6;1)$ và đi qua điểm $M(1;5;-2)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 7: [2H1-3.2-1] Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{8}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$ là:

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.8a^2.a=\frac{8}{3}a^3$

Câu 8: [2D1-2.2-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y=f(x)$ đổi dấu khi qua $x=-2; x=-1; x=2; x=4$. Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 9: [2D1-5.4-1] Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 0.

Lời giải

Gọi $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ và trục tung, ta có:

$x_0=0\Rightarrow y_0=-5$

Câu 10: [2D2-2.2-1] Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **B.** $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1} = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 11: **[2D2-6.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

A. $(-\infty;\log_5 2)$. **B.** $(\log_5 2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$

Lời giải

Ta có: $2^x > 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $(\log_2 5;+\infty)$

Câu 12: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^3 4f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 36.

Lời giải

Ta có: $\int_0^3 f(x)dx = 3 \Rightarrow \int_0^3 4f(x)dx = 4\int_0^3 f(x)dx = 4.3 = 12$.

Câu 13: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0 **B.** -1 **C.** 3 **D.** 1

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu là $y = 1$.

Câu 14: **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_2} = (2;-4;1)$ **B.** $\overrightarrow{n_4} = (-2;4;1)$ **C.** $\overrightarrow{n_1} = (2;4;1)$ **D.** $\overrightarrow{n_3} = (2;4;-1)$

Lời giải

Chọn D;

Câu 15: **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là:

A. $x = \frac{8}{5}$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = \frac{9}{5}$. **D.** $x = 8$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$

$\log_2(5x) = 3 \Leftrightarrow 5x = 2^3 \Leftrightarrow 5x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}$.

Câu 16: **[2H2-2.1-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=16\pi R^2$.

Lời giải

Công thức diện tích S của mặt cầu bán kính R là: $S=4\pi R^2$

Câu 17: **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$

Lời giải

Ta có $\log_a \sqrt[5]{a}=\log_a a^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}\log_a a=\frac{1}{5}$.

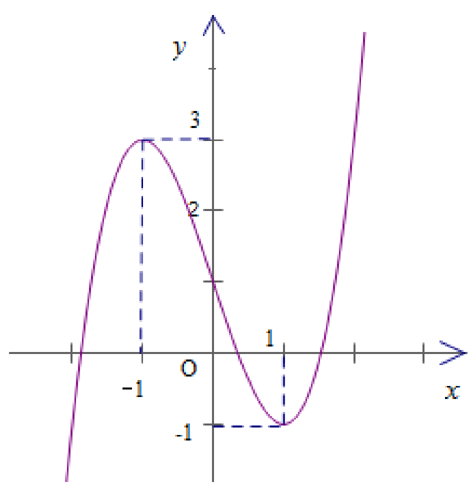
Câu 18: **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(-2;1;-4)$. **C.** $(2;-1;4)$. **D.** $(2;1;4)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA}=(2-0;-1-0;4-0)$ hay $\overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$.

Câu 19: **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 20: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=e^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{x-4}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+C$.

C. $\int f(x)dx=e^x+4x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x-4x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + 4)dx = e^x + 4x + C$.

Câu 21: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 4$ và $\int_1^4 g(x)dx = -3$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **C.** -7. **D.** -1.

Lời giải

$$\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = 4 - (-3) = 7.$$

Câu 22: **[1D3-4.3-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** -8. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{10}{2} = 5$.

Câu 23: **[1D2-2.1-1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $A_n^3 = \frac{3!}{(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$.

Lời giải

Ta có: $A_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$.

Câu 24: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 2x + C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 2x + C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 2x + C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x^2 + 2)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 2x + C$

Câu 25: **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính $R = 2$.

Phương trình của mặt cầu (S) là: $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$

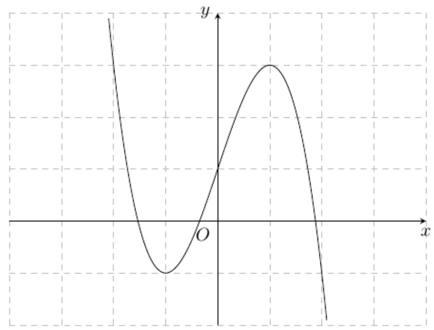
Câu 26: **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z = 4 - 2i$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Phần thực của số phức $z = 4 - 2i$ là 4

Câu 27: **[2D1-5.1-2]** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ nên chọn B;

Câu 28: **[2H1-3.2-1]** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Ta có $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 29: **[2D3-2.1-2]** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx = 2\int_0^2 f(x)dx - \int_0^2 dx = 2.4 - 2 = 6$.

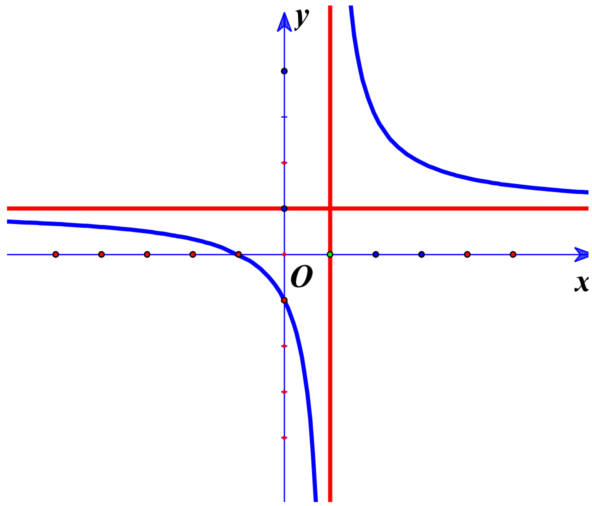
Câu 30: **[2D2-3.2-2]** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^3 + b = 32$. **B.** $a^3 b = 25$. **C.** $a^3 b = 32$. **D.** $a^3 + b = 25$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32$.

Câu 31: **[2D1-5.1-2]** Biết hàm số $y = \frac{x + a}{x - 1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\in R$. **B.** $y'<0,\forall x\in R$. **C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 1$.

Lời giải

Ta có TXĐ: $D=R\setminus\{1\}$ và $y'=\dfrac{-1-a}{(x-1)^2}\neq 0,\forall x\neq 1$ và đồ thị là đường đi xuống trên từng khoảng xác định nên hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

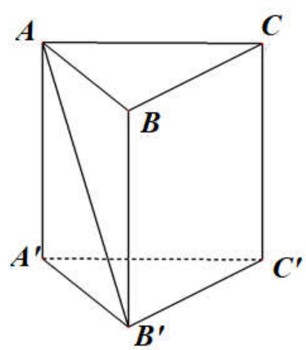
Câu 32: **[2D4-2.1-2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp z là

A. $\overline{z}=3-4i$. **B.** $\overline{z}=3+4i$. **C.** $\overline{z}=-3+4i$. **D.** $\overline{z}=-3-4i$.

Lời giải

Ta có: $z=\dfrac{4+3i}{i}=\dfrac{(4+3i).(-i)}{-i^2}=\dfrac{-4i-3i^2}{1}=3-4i$. Suy ra $\overline{z}=3+4i.$

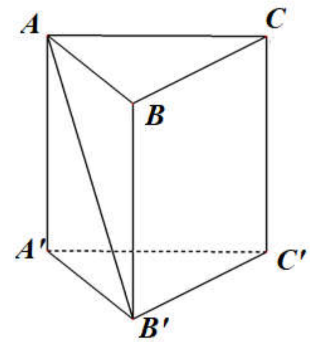
Câu 33: **[2H1-3.4-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau .



Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Ta có $BB'//CC'$.

Suy ra $\left(\widehat{AB',CC'}\right)=\left(\widehat{AB',BB'}\right)$.

Tứ giác $ABB'A'$ là hình vuông nên $\widehat{AB'B}=45°$.

Vậy $\left(\widehat{AB',CC'}\right)=\left(\widehat{AB',BB'}\right)=\widehat{AB'B}=45°$.

Câu 34: **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega)=C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố " cả 3 quả bóng lấy ra đều là màu đỏ" $\Rightarrow n(A)=C_5^3$.

Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_5^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{22}$.

Câu 35: **[2H3-2.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có VTCP: $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(3;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Câu 36: **[2H3-2.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+2y+z-11=0$. **B.** $2x+2y+z-2=0$.

C. $4x+2y+z-17=0$. **D.** $4x+2y+z-4=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;0)$ nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ là VTPT có dạng:

$2(x-1)+2(y-0)+1(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0$.

Câu 37: [2D1-3.1-2] Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=f(x)=x^3+3x^2+1$.

$\Rightarrow y'=f'(x)=3x^2+6x$.

$+ f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

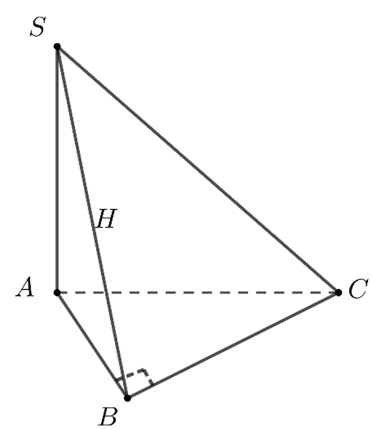
Ta có $f(-1)=3$, $f(0)=1$ và $f(2)=21$.

Nên $\min\limits_{x\in[-1;2]} f(x)=1$ khi $x=0$.

Câu 38: [2H1-3.4-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4a$. **B.** $4\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC\perp AB\ (gt) \\ BC\perp SA\ (do\ SA\perp(ABC)) \\ Trong\ mp(SAB): AB\cap SA=A \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)$ tại B.

Suy ra $d(C,(SAB))=CB$.

Xét ΔABC vuông cân tại B có: $BC=AB=4a$.

Vậy $d(C,(SAB))=4a$.

Câu 39: [2D2-6.2-3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

A. 26. **B.** 24 **C.** Vô số. **D.** 25.

Lời giải

Điều kiện: $x > -25$.

$$\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2}-4^x\ge 0\\ \log_3(x+25)-3\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2}-4^x\le 0\\ \log_3(x+25)-3\ge 0\end{cases}\end{array}\right..$$

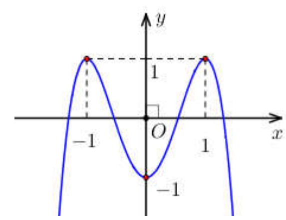
Trường hợp 1: $\begin{cases}2^{x^2}-4^x\ge 0\\ \log_3(x+25)-3\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2x\ge 0\\ x+25\le 27\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 2\end{array}\right.\\ x\le 2\end{cases}.$

Vì $x > -25$ nên ta có: $\begin{cases}-25 < x\le 0\\ x=2\end{cases}$ mà $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-24,-23,\dots,-1,0,2\}$ (1).

Trường hợp 2: $\begin{cases}2^{x^2}-4^x\le 0\\ \log_3(x+25)-3\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2x\le 0\\ x+25\ge 27\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases} \Leftrightarrow x=2\ (2).$

Từ (1) và (2) ta có 26 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$.

Câu 40: **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f(x)\right)=0$ là

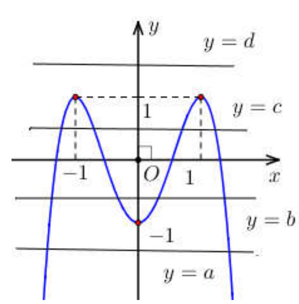


A. 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị ta thấy $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt theo thứ tự a,b,c,d.

Ta có: $f\left(f(x)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)=a, a\in(-\infty;-1)\\ f(x)=b, b\in(-1;0)\\ f(x)=c, c\in(0;1)\\ f(x)=d, d\in(1;+\infty)\end{array}\right..$



Dựa vào đồ thị ta thấy:

Phương trình $f(x)=a$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=b$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=c$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=d$ vô nghiệm trên $\mathbb{R}$.

Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có 10 nghiệm thực phân biệt.

Câu 41: **[2D3-2.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 \; khi \; x\geq 1\\ 3x^2+1 \; khi \; x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 18. **B.** 9. **C.** 20. **D.** 24.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1(3x^2+1)dx=2=F(1)-F(0)\Rightarrow F(1)=2+F(0)=4$

Trên khoảng $(-\infty;1)$, ta có: $\int f(x)dx=\int(3x^2+1)dx=x^3+x+C$

Mà $F(0)=2\Rightarrow C=2\Rightarrow F(x)=x^3+x+2$.

Trên nửa khoảng $[1;+\infty)$, ta có: $\int f(x)dx=\int(2x+2)dx=x^2+2x+C$

Mà $F(1)=4\Rightarrow C=1\Rightarrow F(x)=x^2+2x+1$.

Do đó: $F(-1)+2F(2)=0+2.9=18$.

Câu 42: **[2H3-3.7-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **C.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$.

Lời giải

Gọi $A(0;0;1)$, $B(1;-1;3)$ là hai điểm thuộc đường thẳng d và A',B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B lên (P).

Dễ thấy $A\in(P)$ nên $A\equiv A'$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua B và vuông góc với (P)

Có $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(1;2;-2)$

Đường thẳng Δ đi qua $B(1;-1;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;2;-2)$ có dạng: $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1+2t\\ z=3-2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

Tọa độ điểm B' là tọa độ giao điểm của Δ và (P), tức là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=3-2t \\ x+2y-2z+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{14}{9} \\ y=\dfrac{1}{9} \\ z=\dfrac{17}{9} \end{cases} \Rightarrow B'\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{17}{9}\right)$$

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên (P)

$\Rightarrow \overrightarrow{u_{d'}} = \overrightarrow{A'B'} = \left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{8}{9}\right)$ hay $\overrightarrow{u_{d'}} = (14;1;8)$

PTCT của đường thẳng d' đi qua $A'(0;0;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_{d'}} = (14;1;8)$ có dạng: $\dfrac{x}{14} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{8}$

.

Câu 43: **[2D3-3.1-3]** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $\ln 7$. **D.** $\ln 10$.

Lời giải

Ta có $f'''(x) = 6$.

Khi đó $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6$.

Giả sử x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ là hai điểm cực trị của hàm số $g(x)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ và -5 và 2 là hai giá trị cực trị của hàm số $g(x)$ nên $\begin{cases} g(x_1) = 2 \\ g(x_2) = -5 \end{cases}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là:

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow g(x)+6 = f(x) \Leftrightarrow f(x)+f'(x)+f''(x)+6 = f(x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \\ x = x_2 \end{array}\right..$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là:

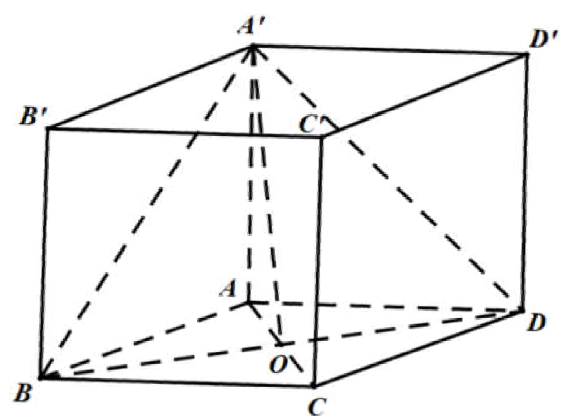
$$S = \int_{x_1}^{x_2} \left| \frac{f(x)}{g(x)+6} - 1 \right| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6} dx \right|$$

$$=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+6}dx\right|=\left|\ln\left|g(x)+6\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|=\left|\ln\left|g(x_2)+6\right|-\ln\left|g(x_1)+6\right|\right|=\ln 8=3\ln 2.$$

Câu 44: [2H1-3.2-3] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $48\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}OA\perp BD\\ A'A\perp(ABCD)\Rightarrow A'A\perp BD\end{array}\right\}\Rightarrow BD\perp A'O$$

Xét $(A'BD)$ và $(ABCD)$ có:

$$\left.\begin{array}{l}(A'BD)\cap(ABCD)=BD\\ AO\perp BD\\ A'O\perp BD\end{array}\right\}\Rightarrow \text{góc giữa hai mặt phẳng } (A'BD) \text{ và } (ABCD) \text{ là } \widehat{A'OA}.$$

$\Rightarrow \widehat{A'OA}=60°$.

Ta có: $BD=4a\Rightarrow OA=2a$ và $\tan\widehat{A'OA}=\frac{AA'}{OA}\Leftrightarrow AA'=OA.\tan 60°=2\sqrt{3}a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AA'.S_{ABCD}=AA'.\frac{1}{2}AC.BD=2\sqrt{3}a.\frac{1}{2}.(4a)^2=16\sqrt{3}a^3$.

Câu 45: [2D4-5.2-4] Xét các số phức z; w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng:

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Do $|w|=2$ nên $|i\overline{w}|=|i|.|\overline{w}|=2$.

Ta có: $|z+i\overline{w}+6+8i|\geq|6+8i|-|z|-|i\overline{w}|=7$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} z=k(6+8i)\ (k<0) \\ i\overline{w}=m(6+8i)\ (m<0) \\ |z|=1 \\ |i\overline{w}|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-\frac{1}{10} \\ m=-\frac{1}{5} \\ z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i \\ i\overline{w}=-\frac{6}{5}-\frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-\frac{1}{10} \\ m=-\frac{1}{5} \\ z=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i \\ w=-\frac{8}{5}-\frac{6}{5}i \end{cases}$

Khi đó $|z-w|=\left|-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i+\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i\right|=\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 46: **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{18x}$?

A. 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 21.

Lời giải

Ta có: $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{18x} \Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-18x}=1+xy \Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-18x}-1-xy=0$.

Mặt khác: $27^{3x^2+xy-18x}-1-xy=(1+26)^{3x^2+xy-18x}-1-xy\geq 1+26(3x^2+xy-18x)-1-xy$

$=84x^2+25xy-468x$.

+ Với $y\geq 19 \Rightarrow 27^{3x^2+xy-18x}-1-xy\geq 78x^2+25xy-468x\geq 84x^2+7x>0\,\forall x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$.

+ Với $y\leq -3 \Rightarrow 27^{3x^2+xy-18x}=1+xy\leq 1-3x<0\,\forall x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$.

+ Với $y=-2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$.

+ Với $y=-1 \Rightarrow x=1$.

+ Với $y=0 \Rightarrow 27^{3x^2-18x}=1 \Leftrightarrow 3x^2-18x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=6 \end{array}\right.$.

+ Với $y\geq 1$: Đặt $f(x)=27^{3x^2+xy-18x}-1-xy$.

Do $f\left(\frac{1}{3}\right)=3^{y-17}-1-\frac{y}{3}<0\,\forall y\in\{1;2;....;18\}$ và $f(6)=27^{6y}-6y-1>0\,\forall y\in\{1;2;....;18\}$ nên phương trình $f(x)=0$ luôn có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

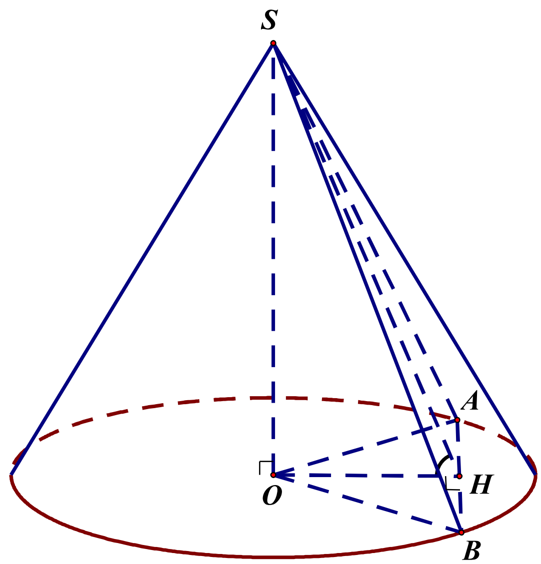
Tóm lại $y\in\{-2;-1;1;2;....;18\}$.

Vậy có 20 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: **[2H2-1.2-4]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $2\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải



Xét hình nón (N) và mặt phẳng (SAB) đi qua đỉnh cắt (O) tại A, B.

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Tam giác SAB đều nên $SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2a.\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $\begin{cases} (SAB)\cap(OAB) = AB \\ SH \perp AB \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SAB),(OAB)}\right) = \left(\widehat{SH,OH}\right) = \widehat{SHO} = 30^\circ$.

$\sin\widehat{SHO} = \dfrac{SO}{SH} \Rightarrow SO = SH.\sin 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Vậy $S_{xq} = \pi.SB.OB = \pi.2a.\dfrac{a\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48: **[2D4-4.3-4]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$.

- Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$: Phương trình có hai nghiệm phức $z = m+1 \pm \sqrt{-2m-1}.i$.

Ta có: $|z_0| = 6 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 2m - 1 = 36 \Leftrightarrow m^2 = 36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 6 & (loại) \\ m = -6 & (thỏa\ mãn) \end{array}\right.$

• Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{2}$: Phương trình có kép $z = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $|z| = \dfrac{1}{2}$ nên $m = -\dfrac{1}{2}$ không thỏa mãn.

• Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{1}{2}$: Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z = m+1 \pm \sqrt{2m+1}$.

Ta có: $|z_0| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = 6 \\ z_0 = -6 \end{array}\right.$

+ Với $z_0 = 6$: Thay vào phương trình ta được:

$$6^2 - 2(m+1).6 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m + 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 - 2\sqrt{3} \ \ (\textit{thỏa mãn}) \\ m = 6 + 2\sqrt{3} \ \ (\textit{thỏa mãn}) \end{array}\right.$$

+ Với $z_0 = -6$: Thay vào phương trình ta được:

$$(-6)^2 - 2(m+1).(-6) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m + 48 = 0 \ \ (\textit{vô nghiệm}).$$

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-9)(x^2-16), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(|x^3 + 7x| + m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

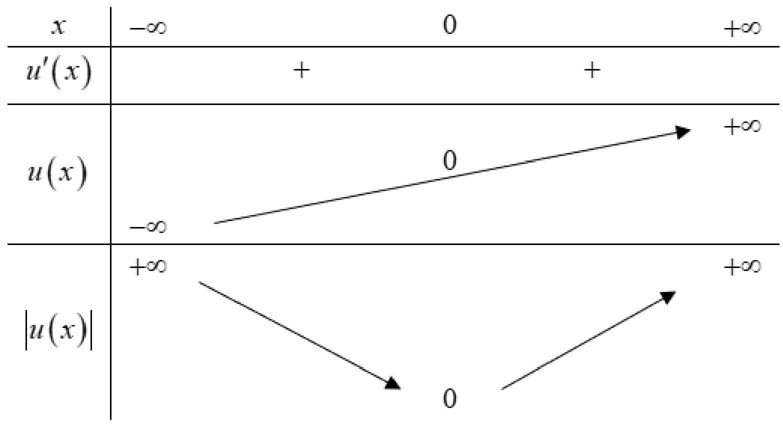
Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = \pm 4 \end{array}\right.$.

$$g'(x) = \frac{(3x^2+7)(x^3+7x)}{\sqrt{(x^3+7x)^2}}.f'\left(|x^3+7x| + m\right).$$

+) $g'(x)$ không xác định tại $x = 0$ và $\dfrac{(3x^2+7)(x^3+7x)}{\sqrt{(x^3+7x)^2}}$ đổi dấu khi qua $x = 0$ nên $x = 0$ là một điểm cực trị của hàm số.

$$+)\ f'\left(|x^3+7x| + m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3+7x| + m = -4 \\ |x^3+7x| + m = 4 \\ |x^3+7x| + m = 9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3+7x| = -m-4 \\ |x^3+7x| = -m+4 \\ |x^3+7x| = -m+9 \end{array}\right. . \ (1)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $|u(x)|$ với $u(x) = x^3 + 7x$



Để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì hệ (1) phải có ít nhất 2 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ khác 0. Mà ta lại thấy $-m+9>-m+4>-m-4$.

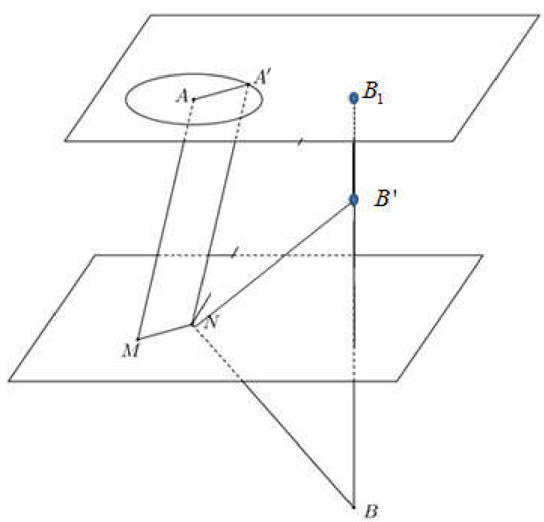
Nên suy ra $-m+9>0 \Rightarrow m<9$.

Vậy có 8 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m \in \{1,2,...,8\}$.

Câu 50: **[2H3-3.8-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng:

A. $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{91}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{65}$.

Lời giải



Nhận xét: A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và song song với mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow (P)$: $z=-3$.

B' đối xứng với B qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow B'(1;-3;-2)$.

B_1 là hình chiếu của B' trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow B_1(1;-3;-3)$.

Gọi $A' = T_{\overrightarrow{MN}}(A) \Rightarrow \begin{cases} AA'=3 \\ AA' \parallel (Oxy) \end{cases}$

$\Rightarrow A'$ thuộc đường tròn (C) có tâm A và bán kính $R=3$, (C) nằm trên mặt phẳng (P).

Ta có: $|AM - BN| = |A'N - BN| = |A'N - B'N| \leq A'B'$

$AB_1 = 5 > R \Rightarrow B_1$ nằm ngoài đường tròn (C).

Do $A' \in (P)$, $B' \notin (P)$ mà $(P) \parallel (Oxy)$ suy ra $A'B'$ luôn cắt mặt phẳng (Oxy).

Ta lại có: $A'B' = \sqrt{B_1B'^2 + A'B_1{}^2}$ mà $B'B_1 = 1$; $AB_1 = 5 \Rightarrow A'B'{}_{\max} \Leftrightarrow A'B_1{}_{\max} = AB_1 + R = 8$

$\Rightarrow |AM - BN|_{\max} = \sqrt{65}$. Dấu "=" xảy ra khi A' là giao điểm của AB_1 với đường tròn (C), A ở giữa A' và B_1 và N là giao điểm của $A'B'$ với mặt phẳng (Oxy).

--------- HẾT--------