|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO**  **TỈNH HẢI DƯƠNG**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2018-2019**  **Môn thi: TOÁN CHUYÊN**  **Thời gian: 150 phút** |

**Câu 1.**

1. Cho ; 

Rút gọn P theo a

1. Cho thỏa mãn 

Chứng minh 

**Câu 2.**

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 3.**

1. Đặt , . Chứng mỉnh rằng nếu N chia hết cho 30 thì M cũng chia hết cho 30
2. Tìm tất cả các số tự nhiên để là số nguyên tố

**Câu 4.** Cho nửa đường tròn đường kính BC. Gọi là điểm di động trên nửa đường tròn (A khác B, C). Kẻ sao cho đường tròn đường kính AD cắt AB, AC và nửa đường tròn (O) tại E, F, G (khác A), AG cắt BC tại H

1. Tính theo R và chứng minh H, E, F thẳng hàng
2. Chứng minh 
3. Trên BC lấy M cố định (M khác B, C). Gọi N, P lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB và MAC. Xác định vị trí của A để diện tích tam giác MNP nhỏ nhất.

**Câu 5.** Cho dương thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

1. **Rút gọn P**

Điều kiện 



Vậy 

1. **Chứng minh…..**

Ta có: 

Mặt khác:



Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có:



Do vậy



Vậy 

**Câu 2.**

1. **Giải phương trình:** 

Điều kiện xác định: 

Ta có phương trình đã cho tương đương với:



Đặt 













Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là 

**b) Giải hệ phương trình: **

Ta có hệ phương trình ****

****

Coi đây là phương trình bậc hai ẩn và y là tham số:



Phương trình (\*\*) có hai nghiệm: 







Vậy các nghiệm của hệ đã cho là 

**Câu 3.**

1. **Đặt….**

Ta có : 

Xét hiệu



Ta có 

với đều là các số nguyên tố

Ta có: có tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên sẽ chia hết cho 2 và 3

Nếu chia cho 5 dư 0,1 hoặc 4 thì lần lượt sẽ chia hết cho 5

Nếu chi 5 dư 2 hoặc 3 thì sẽ chia hết cho 5

Vậy sẽ chia hết cho cả 2;3;5 nên sẽ chia hết cho 

Do vậy chia hết cho 30 do đó M cũng chia hết cho 30

Ta có diều phải chứng minh

1. **Tìm tất cả….**

Ta có:





Do là các số tự nhiên và là một số nguyên tố nên



Vậy là các giá trị cần tìm.

**Câu 4**

****

1. **Tính….. và H,E,F thẳng hàng**

Ta có: (các góc nội tiếp chắn các nửa đường tròn )

Áp dụng hệ thức lượng trong các vuông tại D ta có:





Gọi I là trung điểm của thì thẳng hàng (do AEDF là hình chữ nhật)

Xét đường tròn tâm I, đường kính AD ta có:

Xét đường tròn tâm O, đường kính BC ta có: 

là đường trung trực của (tính chất đường trung trực)



Lại có:  là trực tâm 

thẳng hàng (đpcm)

1. **Chứng minh FG.FH+………..**

Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét và ta có:

 chung; 



(các góc tương ứng)

Lại có: (các góc nội tiếp cùng chắn cung AG)



là tứ giác nội tiếp (góc trong tại một đỉnh bằng góc ngoài tại đỉnh đối diện)

Gọi J là một điểm trên GC sao cho . Khi đó ta có:



Đây chính là định lý Ptoleme

Vậy 

1. **Trên BC lấy M cố định…**

Ta có: 

Lại có: AM là đường cao của 

Từ đây ta suy ra diện tích tam giác nhỏ nhất khi và chỉ khi NP nhỏ nhất

Mặt khác 

nhỏ nhất khi D trùng M hay A là giao điểm của đường thẳng qua M vuông góc với BC với nửa đường tròn 

**Câu 5**

Theo đề bài ta có: 

Áp dụng BĐT Cô-si vào biểu thức bài toán ta có:



Cộng vế theo vế ta được:



Mặt khác:





Dấu xảy ra 

Vậy khi