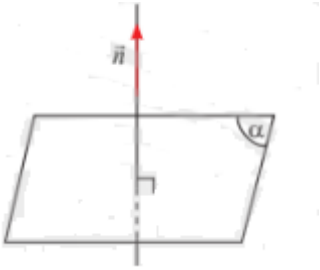
CHƯƠNG 5
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 1
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1. Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

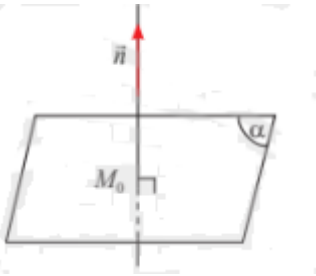
a. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α). Vectơ n khác 0 và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) gọi là **vectơ pháp tuyến** của mặt phẳng (α).



Nhận xét:

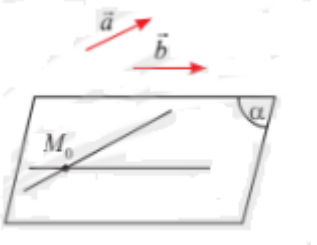
- Nếu n là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì kn $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
- Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của nó.



b. Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

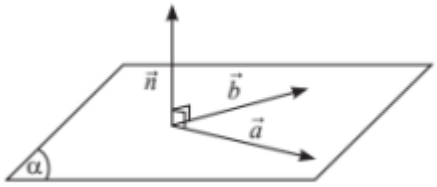
Cho mặt phẳng (α). Nếu hai vectơ a và b không cùng phương và giá của chúng song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì a,b là cặp véctơ chỉ phương của mặt phẳng (α).

Nhận xét: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và cặp vectơ chỉ phương của nó.



Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng khi biết một cặp vectơ chỉ phương

Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng (α) nhận hai vecto $a=(a_1;a_2;a_3), b=(b_1;b_2;b_3)$ làm cặp vectơ chỉ phương thì (α) nhận $n=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ làm vectơ pháp tuyến.



Chú ý:

- Vectơ $n=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ được gọi là tích có hướng của hai vecto $a=(a_1;a_2;a_3)$ và $b=(b_1;b_2;b_3)$, kí hiệu là $[a,b]$.
- $[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$
- a cùng phương với $b \Leftrightarrow [a,b]=0$
- Nếu $n=[a,b]$ thì vectơ n vuông góc với cả hai vectơ a và b

2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

a. Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, mỗi mặt phẳng đều có dạng phương trình: $Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét:

- Nếu mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ (với $A^2+B^2+C^2\neq 0$) thì vectơ $n=(A;B;C)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
- Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

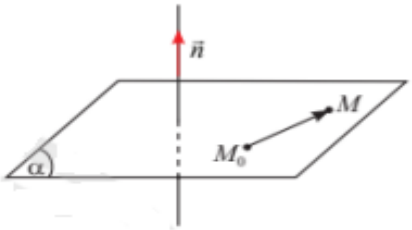
$$N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha) \Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$$

b. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một số điều kiện

• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết vectơ pháp tuyến

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $n=(A;B;C)$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$

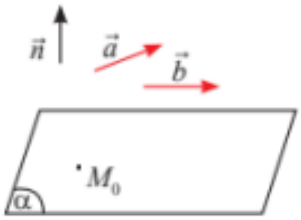


• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết cặp vectơ chỉ phương

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có cặp vectơ chỉ phương a,b, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Tìm một vectơ pháp tuyến $n=[a,b]$.

Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến n.



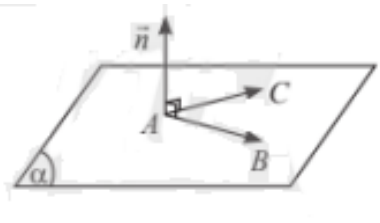
• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C không thẳng hàng, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Tìm cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$.

Bước 2: Tìm một vectơ pháp tuyến $n=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$.

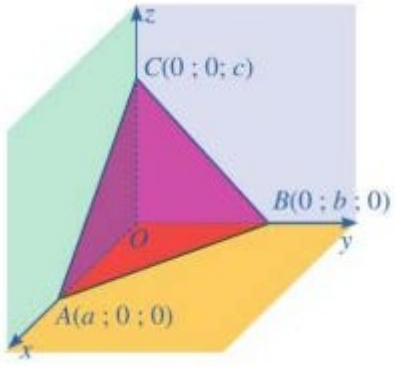
Bước 3: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A (hoặc điểm B hoặc điểm C) và có vectơ pháp tuyến n.



Nhận xét:

Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. với $a.b.c\neq 0$

Phương trình trên được gọi là **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.**

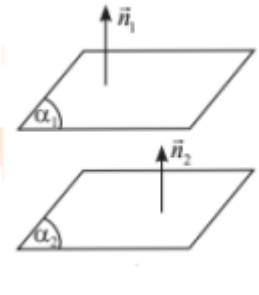


3. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc

a. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

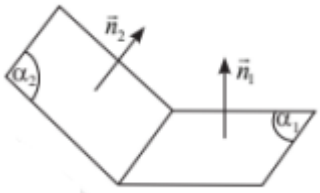
Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (A_1; B_1; C_1),\ n_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

Khi đó: $(\alpha_1) \,//\, (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 = kn_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} (k \in \mathbb{R})$



Chú ý:

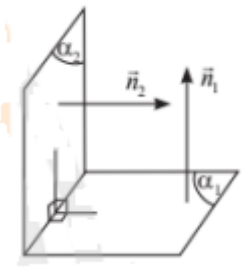
- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 = kn_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} (k \in \mathbb{R})$
- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow n_1$ và n_2 không cùng phương.



b. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (A_1; B_1; C_1),\ n_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

Khi đó: $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow n_1.n_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$



4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0,(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

CHỦ ĐỀ 1
XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẲNG

DẠNG 1
XÁC ĐỊNH VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẲNG
XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC MẶT PHẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- Mặt phẳng (α): $Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $n=(A;B;C)$
- Nếu mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là a,b thì (α) có vectơ pháp tuyến là $n=[a,b]$.
- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là vectơ có giá vuông góc với (α).
- Vectơ chỉ phương của mặt phẳng (α) là vectơ có giá song song hoặc trùng với (α).
- Nếu n là một vectơ pháp tuyến của (α) thì $k.n$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).
- Nếu a là một vectơ chỉ phương của (α) thì $k.a$ cũng là một vectơ chỉ phương của (α).

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $i=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $j=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $k=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $k=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $j=(0;1;0)$.
- Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $i=(1;0;0)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

- $N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$
- $N_0(x_0;y_0;z_0)\notin(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ n vuông góc với cả hai vectơ $a=(1;1;-2)$, $b=(1;0;3)$ là

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(3;5;-2)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(3;-5;-1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a=(2;1;-2)$ và vectơ $b=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ c là tích có hướng của a và b.

A. $c=(2;6;-1)$. **B.** $c=(4;6;-1)$. **C.** $c=(4;-6;-1)$. **D.** $c=(2;-6;-1)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ n có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $n=(8;4;-3)$. **B.** $n=(-18;0;-3)$. **C.** $n=(-18;4;-3)$. **D.** $n=(1;4;-3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $x-3y^2+z-1=0$. **B.** $x^2+2y+4z-2=0$.

C. $2x-3y+4z-2024=0$. **D.** $2x-3y+4z^2-2025=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $n=(-3;1;-2)$. **B.** $n=(3;1;2)$ **C.** $n=(3;-1;2)$ **D.** $n=(6;-2;4)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{m}=(1;1;1)$ **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$ **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

A. $a = (2; -3; 1)$ **B.** $b = (2; 1; -3)$ **C.** $c = (2; -3; 0)$ **D.** $d = (3; 2; 0)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $n = (3; 6; -2)$ **B.** $n = (2; -1; 3)$ **C.** $n = (-3; -6; -2)$ **D.** $n = (-2; -1; 3)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

A. $Q(1; -2; 2)$. **B.** $P(2; -1; -1)$. **C.** $M(1; 1; -1)$. **D.** $N(1; -1; -1)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α)?

A. $Q(3; 3; 0)$ **B.** $N(2; 2; 2)$ **C.** $P(1; 2; 3)$ **D.** $M(1; -1; 1)$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0.$ Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(0; 0; -5)$ **B.** $M(1; 1; 6)$ **C.** $Q(2; -1; 5)$ **D.** $N(-5; 0; 0)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0; 2; 0)$. **B.** $N(1; 2; 3)$. **C.** $M(1; 0; 0)$. **D.** $Q(0; 0; 3)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$,mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(1; 1; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(1; -1; -\frac{3}{2}\right)$. **C.** $P(1; 6; 1)$. **D.** $Q(0; 3; 0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Trong không gian cho hệ toạ độ $Oxyz$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $n = (0; 0; 1)$.

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $n = (0; 3; 0)$.

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $n = (-2; 0; 0)$.

D. Trục Oz có vectơ chỉ phương là $a = (0; 0; -2024)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $a = (1; -2; 3)$ và $b = (1; 1; -1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $|a+b|=3$.

B. $a.b=-4$.

C. $|a-b|=5$.

D. $[a,b]=(-1;-4;3)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vécto $a=(1;2;-1), b=(3;-1;0), c=(1;-5;2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. a cùng phương với b.

B. $[a,b].c=0$

C. a không cùng phương với b.

D. a vuông góc với b.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+z-2024=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $n=(2;3;1)$.

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $n=(6;9;3)$.

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $n=(-4;-6;-2)$.

D. Điểm $M(0;0;2024)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(-1;-1;-1)$ không thuộc mặt phẳng (P).

B. Điểm $N(1;1;1)$ thuộc mặt phẳng (P).

C. Điểm $K(-3;0;0)$ không thuộc mặt phẳng (P).

D. Điểm $Q(0;0;-3)$ thuộc mặt phẳng (P).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 19. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$. Tính $[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}]$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$ và $C(-1;1;0)$. Tìm tọa độ vectơ n có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Câu 21. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Tính $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P):2x-6y-8z+1=0$. Tìm tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $a=(-5;3;-1)$, $b=(1;2;1)$, $c=(m;3;-1)$. Tìm giá trị của m sao cho $a=\left[b,c\right]$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $u=(1;1;2), v=(-1;m;m-2)$. Tìm giá trị của m sao cho $\left|\left[u,v\right]\right|=\sqrt{14}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $n=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m},n\right]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và n). Biết $\left|\vec{p}\right|=15$, tìm tọa độ vectơ $\vec{p}$.

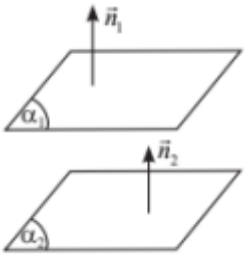
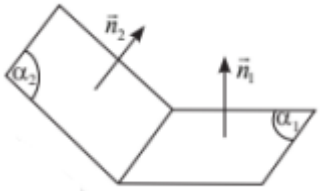
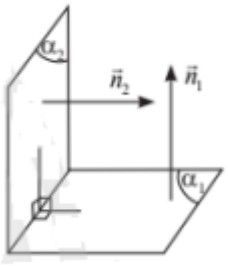
Câu 26. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tất cả giá trị của m để $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0$.

DẠNG 2
HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC
KHOẢNG CÁCH MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG

1. Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc

Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1):A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\alpha_2):A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1=(A_1;B_1;C_1)$, $n_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó:

- $(\alpha_1)\,//\,(\alpha_2)\Leftrightarrow\begin{cases}n_1=kn_2\\D_1\neq kD_2\end{cases}\ (k\in\mathbb{R})$
- $(\alpha_1)\equiv(\alpha_2)\Leftrightarrow\begin{cases}n_1=kn_2\\D_1=kD_2\end{cases}\ (k\in\mathbb{R})$
- (α_1) cắt $(\alpha_2)\Leftrightarrow n_1$ và n_2 không cùng phương.
- $(\alpha_1)\perp(\alpha_2)\Leftrightarrow n_1.n_2=0\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$

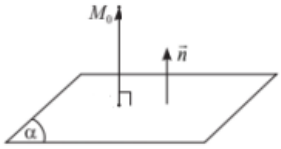




Chú ý:

- a cùng phương với $b \Leftrightarrow [a,b]=0$
- Nếu $n=[a,b]$ thì vectơ n vuông góc với cả hai vectơ a và b

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0,(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$



Chú ý:

- Mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z=0$.
- Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y=0$.
- Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x=0$.

3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia *(Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).*

Để tính khoảng cách mặt phẳng (α_1) song song với (α_2), ta thực hiện như sau:

Bước 1: Chọn điểm $M\in(\alpha_1)$

Bước 2: Tính khoảng cách điểm M đến (α_2)

Bước 3: Kết luận $d((\alpha_1),(\alpha_2))=d(M,(\alpha_2))$

Chú ý: Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): Ax+By+Cz+D_1=0$ và $(\alpha_2): Ax+By+Cz+D_2=0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $n=(A;B;C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là: $d((\alpha_1),(\alpha))=\dfrac{|D_1-D_2|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 27. Khoảng cách từ điểm $M(3;2;1)$ đến mặt phẳng (*P*): $Ax+Cz+D=0$, $A.C.D\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$.

B. $d(M,(P))=\dfrac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$.

D. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\dfrac{5}{9}$. **B.** $d=\dfrac{5}{29}$. **C.** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$.

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-4=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-2)$ lên mặt phẳng (P). Độ dài đoạn thẳng MH là

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 33. Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*) lần lượt bằng:

A. 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

Câu 34. Tính khoảng cách từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (*P*): $y+1=0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. y_0. **B**. $|y_0|$. **C**. $\frac{|y_0+1|}{\sqrt{2}}$. **D**. $|y_0+1|$.

Câu 35. Khoảng cách từ điểm $C(-2;0;0)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng:

A. 0. **B**. 2. **C**. 1. **D**. $\sqrt{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$ và $(Q):x+2y+2z-3=0$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$ **B**. $\frac{8}{3}$. **C**. $\frac{7}{3}$. **D**. 3.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+3z-1=0$ và $(Q):x+2y+3z+6=0$ là

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ **B**. $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **C**. 14 **D**. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-8=0$ và $(Q):x+2y+2z-4=0$ bằng

A. 1. **B**. $\frac{4}{3}$. **C**. 2. **D**. $\frac{7}{3}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x-y-z-2=0$. **B**. $x-y-z-2=0$. **C**. $x+y+z-2=0$. **D**. $2x+y+z-2=0$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+my+3z-5=0$ và $(Q):nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định m,n để (P) song song với (Q).

A. $m=n=-4$. **B**. $m=4;n=-4$. **C**. $m=-4;n=4$. **D**. $m=n=4$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và $(Q):mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$ **B**. $m=-1$ **C**. $m=-6$ **D**. $m=6$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, $(Q):2x+my+2z+3=0$ và $(R):-x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)//(Q)$

A. -6. **B**.1. **C**. 0. **D**. 6.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):x+y-2z+5=0$ và $(Q):4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):x+2y-z-1=0$ và $(\beta):2x+4y-mz-2=0.$ Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 45. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

A. $(Q):x+2y-2z+8=0$. **B.** $(Q):x+2y-2z+5=0$.

C. $(Q):x+2y-2z+1=0$. **D.** $(Q):x+2y-2z+2=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 46. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và các mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*), (*Oxz*). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $d(M,(Oxz))=2.$

B. $d(M,(Oyz))=1.$

C. $d(M,(Oxy))=1.$

D. $d(M,(Oxz))>d(M,(Oyz)).$

Câu 47. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x+y+z-3=0.$

B. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x+y+2z-3=0.$

C. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x+y-2z+6=0.$

D. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x+y+z-3=0.$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z-6=0$ và $(Q):x+2y-2z+3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(0;1;0)$ và hai mặt phẳng $(P):2x-y-2z-9=0$, $(Q):4x-2y-4z-6=0.$ Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

B. Khoảng cách điểm đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{1}{2}$.

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Câu 50. Khoảng cách từ điểm $A(2;4;3)$ đến mặt phẳng $(\alpha):2x+y+2z+1=0$ và $(\beta):x=0$ lần lượt là $d(A,(\alpha))$, $d(A,(\beta))$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $d(A,(\alpha))=3.d(A,(\beta)).$

B. $d(A,(\alpha))>d(A,(\beta)).$

C. $d(A,(\alpha))=d(A,(\beta)).$

D. $2.d(A,(\alpha))=d(A,(\beta)).$

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng : $(\alpha):x-2=0$; $(\beta):y-6=0$; $(\gamma):z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $(\alpha)\perp(\beta)$.

B. $(\beta)//(Oyz)$.

C. $(\gamma)//oz$.

D. (α) qua I.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):y-9=0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P)//(Oxz)$

(II) $(P)\perp Oy$

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha):x+y+2z+1=0$; $(\beta):x+y-z+2=0$; $(\gamma):x-y+5=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $(\alpha)//(\gamma)$.

B. $(\alpha)\perp(\beta)$.

C. $(\gamma)\perp(\beta)$.

D. $(\alpha)\perp(\gamma)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2-3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+5=0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P).

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y-2z-16=0$ và $(Q):x+2y-2z-1=0$ bằng

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P):x+y-z+1=0$ và $(Q):x-y+z-5=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

Câu 58. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P): $2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất?

Câu 59. Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P).

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+my+2mz-9=0$ và $(Q):6x-y-z-10=0$. Tìm m để $(P)\perp(Q)$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):5x+my+z-5=0$ và $(Q):nx-3y-2z+7=0$. Tìm m,n để $(P)//(Q)$.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-my-4z-6+m=0$ và $(Q):(m+3)x+y+(5m+1)z-7=0$. Tìm m để $(P)\equiv(Q)$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$; $(Q): 2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của $(R): m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là bao nhiêu?

Câu 66. Trong không gian *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ trong đó $b.c \neq 0$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Tìm mối liên hệ giữa b,c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ và $(Q): x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

Câu 68. Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

Câu 69. *Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ t rên mặt phẳng đó thỏa mãn $a+b+c<-2$?

Câu 70. *Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.