ĐỀ LẠNG SƠN 2023 – CHẾ - 3

Câu 1: Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và chiều cao cùng bằng 2?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Thể tích khối nón có chiều cao $h=4$, bán kính đáy $r=3$ bằng

A. 15π. **B.** 12π. **C.** 36π. **D.** 45π.

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d:$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;-2;-3)$. **B.** $M(-1;2;-3)$. **C.** $N(2;-1;-2)$. **D.** $P(1;-2;3)$.

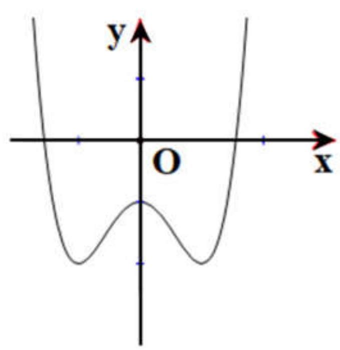
Câu 4: Số tập con có hai phần tử của tập gồm 10 phần tử là

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** 2^{10} **D.** 10^2.

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $\sin x+C$. **C.** $-\cos x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 6: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c \quad (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7: Biết hàm số $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng:

A. 3. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 10: Với các số dương a,b biểu thức $\log_2\left(2^{3a}4^b\right)$ bằng

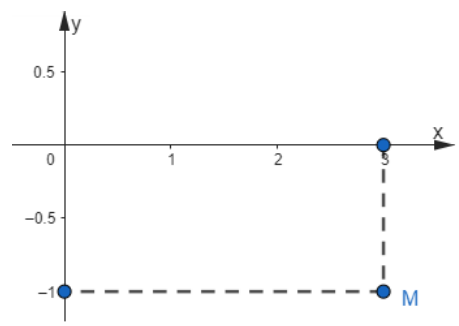
A. $a+2b$ **B.** $3a+2b$ **C.** $3a+4b$ **D.** $3a+b$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;0)$ và $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;1)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}$

bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 12: Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $z=-1+3i$. **B.** $z=3-i$. **C.** $z=-3+i$. **D.** $z=1-3i$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

.**A.** $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>2$ là

A. $\left(\frac{9}{2};+\infty\right)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\left(0;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(0;4)$.

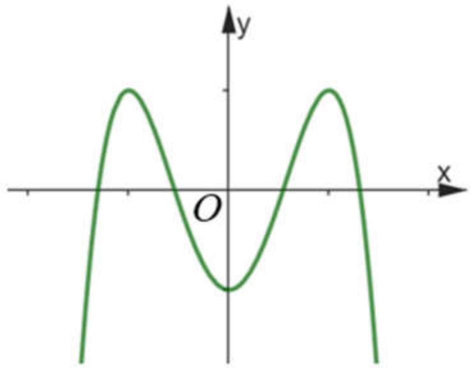
Câu 15: Trên tập số phức, $(3-4i)+(6+7i)$ bằng

A. $9-3i$. **B.** $-9-3i$. **C.** $-3+11i$. **D.** $9+3i$.

Câu 16: Biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-12$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 14. **C.** -14. **D.** -10.

Câu 17: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$.

C. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$

Câu 18: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là

A. $6x + C$. **B.** $x^3 + C$. **C.** $\dfrac{x^3}{3} + C$. **D.** $3x^3 + C$.

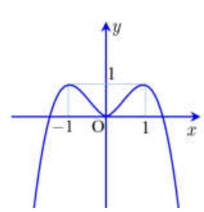
Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 22: Hàm số lũy thừa $y = x^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 24: Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 25: Thể tích của khối cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Câu 26: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{16}{3}a^3$. **B.** $4a^3$ **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $(-\infty,1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=6$. Số hạng u_3 là

A. 9. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1,\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\frac{x}{2}}$; $y=0$ và $x=0;x=2$ bằng

A. $2e-2$. **B.** $\dfrac{e-1}{2}$. **C.** $2e$. **D.** $e-1$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=SA=2a$ và $SA\perp(ABC)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** a. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	1 ‖ $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;4;-3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ điểm C đối xứng với B qua A là

A. $(1;2;1)$ **B.** $(-1;-6;7)$ **C.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3};\dfrac{-1}{2}\right)$ **D.** $(2;9;-8)$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 35: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+8=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 36: Trọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp 17 số nguyên dương đầu tiên. Sác xuất để chọn được hai số lẻ bằng:

A. $\frac{8}{17}$. **B.** $\frac{9}{17}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{7}{34}$.

Câu 37: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=4$ là một đường tròn. Tâm I và bán kính R của đường tròn đó là

A. $I(-2;3);R=2$. **B.** $I(2;-3);R=4$. **C.** $I(-2;3);R=4$. **D.** $I(2;-3);R=2$.

Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, thể tích bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2-3x$. Xét các số thực $a<b$, giá trị nhỏ nhất của $f(b)-f(a)$ bằng

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $-\frac{500}{81}$. **C.** -16. **D.** $-\frac{500}{27}$.

Câu 40: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{1}{(\sin x+2\cos x)^2}$ với mọi $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ và $f(0)=0$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3\pi+2\ln 2}{10}$ **B.** $\frac{\pi-\ln 2}{5}$ **C.** $\frac{-\pi+\ln 2}{5}$ **D.** $\frac{\pi+4\ln 2}{20}$

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $|z+1-i|=4$. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=6$, giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(10;11)$ **B.** $(12;13)$ **C.** $(11;12)$ **D.** $(13;14)$

Câu 43: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn với hai đường thẳng $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{9}$.

Câu 44: Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta thu được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1)-\log_2(x+31)\right](32-2^{x-1})\ge 0$

A. 26. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 27.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $x>3y$, $0<x<2023$ và

$\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1)$?

A. 673. **B.** 674. **C.** 676. **D.** 675.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình là

A. $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$.

C. $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$. **D.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 48: Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng đó bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;4;0)$ và $B(3;6;0)$. Xét điểm S thay đổi thuộc trục Oz. Gọi G là trọng tâm tam giác SOB, H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng AG. Biết rằng khi S thay đổi thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};3\right)$. **D.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 50: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=6$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.A	5.B	6.D	7.B	8.D	9.A	10.B
11.D	12.B	13.B	14.A	15.D	16.D	17.C	18.C	19.B	20.D
21.D	22.A	23.B	24.B	25.A	26.C	27.C	28.C	29.B	30.A
31.C	32.D	33.D	34.B	35.A	36.C	37.B	38.D	39.D	40.D
41.D	42.B	43.D	44.D	45.D	46	47.B	48.B	49.C	50.B

Giải chi tiết

Câu 1. **[Mức độ 1]** Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và chiều cao cùng bằng 2 ?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Với khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và chiều cao cùng bằng 2 có diện tích đáy là

$B=\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$; chiều cao $h=2$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ tam giác đều là $V=h.B=2\sqrt{3}$.

Chọn **C**.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Thể tích khối nón có chiều cao $h=4$, bán kính đáy $r=3$ bằng

A. 15π . **B.** 12π . **C.** 36π . **D.** 45π .

Lời giải

Thể tích khối nón có chiều cao $h=4$, bán kính đáy $r=3$ bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.9.4=12\pi$

Chọn **B**.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Trong không gian tọa độ Oxyz , đường thẳng d:$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;-2;-3)$. **B.** $M(-1;2;-3)$. **C.** $N(2;-1;-2)$. **D.** $P(1;-2;3)$.

Lời giải

Trong không gian tọa độ Oxyz , đường thẳng d:$\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm $P(1;-2;3)$.

Chọn **D**.

Câu 4. Số tập con có hai phần tử của tập gồm 10 phần tử là

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** 2^{10} **D.** 10^2.

Lời giải

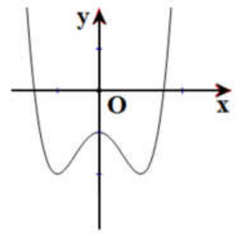
Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $\sin x+C$. **C.** $-\cos x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 7. **[Mức độ 1]** Biết hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B.

$\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2) - F(1) = 2^2 - 1^2 = 3$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_4} = (-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (2;3;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Một vectơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_2} = (2;3;-1)$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng:

A. 3. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Bán kính của mặt cầu là $\sqrt{9} = 3$.

Câu 10. Với các số dương a, b biểu thức $\log_2\left(2^{3a}4^b\right)$ bằng

A. $a + 2b$ **B.** $3a + 2b$ **C.** $3a + 4b$ **D.** $3a + b$

Lời giải

Chọn B

$\log_2\left(2^{3a}4^b\right) = \log_2 2^{3a} + \log_2 4^b = 3a + 2b$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;0)$ và $\overrightarrow{n_2} = (1;-2;1)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}$ bằng

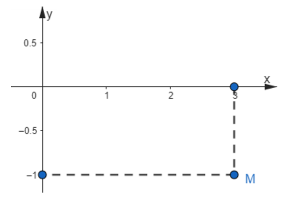
A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 2.1 + (-1).(-2) + 0.1 = 4$.

Câu 12. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $z = -1 + 3i$. **B.** $z = 3 - i$. **C.** $z = -3 + i$. **D.** $z = 1 - 3i$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $M(3;-1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3 - i$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 14 . Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) > 2$ là

A. $\left(\frac{9}{2};+\infty\right)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\left(0;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_3(2x) > 2 \Leftrightarrow 2x > 3^2 \Leftrightarrow x > \frac{9}{2}.$$

Câu 15 . Trên tập số phức, $(3-4i)+(6+7i)$ bằng

A. $9-3i$. **B.** $-9-3i$. **C.** $-3+11i$. **D.** $9+3i$.

Lời giải

Ta có: $(3-4i)+(6+7i) = (3+6)+(-4+7)i = 9+3i$.

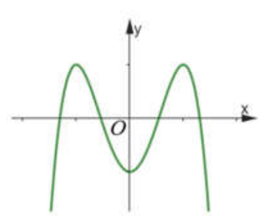
Câu 16. Biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = -12$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 14. **C.** -14. **D.** -10.

Lời giải

$$\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 2 - 12 = -10.$$

Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=2x^4-4x^2-1$

Lời giải

Dựa vào đồ thị, chọn đáp án C.

Câu 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x-1}{x-1}=-\infty$

$\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 19. **[Mức độ 1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2$ là

A. $6x+C$. **B.** x^3+C. **C.** $\dfrac{x^3}{3}+C$. **D.** $3x^3+C$.

Lời giải

Ta có $\int 3x^2\mathrm{d}x=x^3+C$.

Câu 20. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

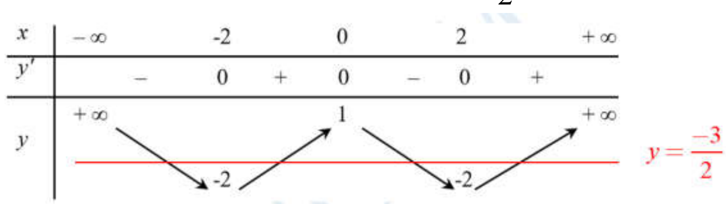
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

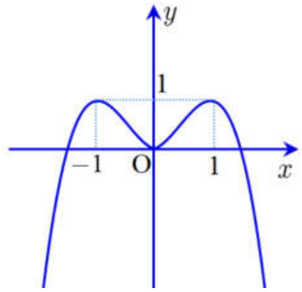
Lời giải

Phương trình: $2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-3}{2}$.



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là 4 nghiệm.

Câu 21. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$.

C. $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, chọn câu D.

Câu 22. **[Mức độ 1]** Hàm số lũy thừa $y=x^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số luỹ thừa $y=x^a$ với số mũ a không nguyên sẽ có tập xác định $(0;+\infty)$.

Câu 23. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Câu 24. **[Mức độ 1]** Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Số phức $z=a+bi$ có phần thực bằng a và phần ảo bằng b.

Câu 25. **[Mức độ 1]** Thể tích của khối cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Lời giải

Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 26. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{16}{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.a^2.4a=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 27. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $(-\infty,1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(1;+\infty)$.

Câu 28. **[Mức độ 1]** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=6$. Số hạng u_3 là

A. 9. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=2$; $u_3=u_1.q^2=3.2^2=12$.

Câu 29. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải

Vì $f'(x)=x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 30. **[Mức độ 2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\frac{x}{2}}$; $y=0$ và $x=0; x=2$ bằng

A. $2e-2$. **B.** $\dfrac{e-1}{2}$. **C.** $2e$. **D.** $e-1$.

Lời giải

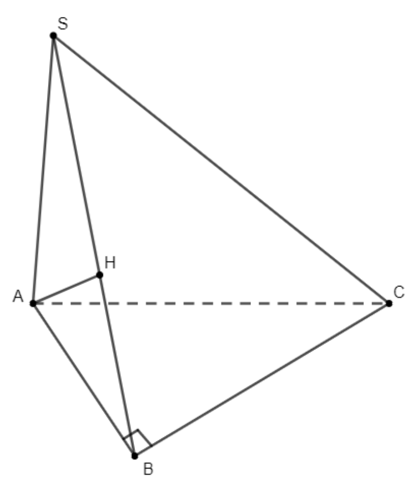
Ta có $S=\int_0^2\left|e^{\frac{x}{2}}\right|dx=\int_0^2 e^{\frac{x}{2}}dx=2e^{\frac{x}{2}}\Big|_0^2=2e-2$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=SA=2a$ và $SA\perp(ABC)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** a. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH\perp SB$, ta có: $\begin{cases} AH\perp SB \\ AH\perp BC,\ (BC\perp(SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH\perp(SBC)$. Khi đó: $d(A,(SBC))=AH$

Xét tam giác ABC vuông cân ở B với $AC=2a \Rightarrow AB=a\sqrt{2}$.

Mặt khác trong tam giác vuông SAB, ta có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AB^2}\Rightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{(2a)^2}+\frac{1}{\left(\sqrt{2}a\right)^2}\Rightarrow AH=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

Vậy: $d\left(A,(SBC)\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	$1 \;\Vert\; -\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm khi: $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;4;-3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ điểm C đối xứng với B qua A là

A. $(1;2;1)$ **B.** $(-1;-6;7)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{-1}{2}\right)$ **D.** $(2;9;-8)$

Lời giải

Chọn D

Ta có A là trung điểm của đoạn BC

Nên ta có $\begin{cases} x_C=2x_A-x_B \\ y_C=2y_A-y_B \\ z_C=2z_A-z_B \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_C=2-0=2 \\ y_C=8+1=9 \\ z_C=-6-2=-8 \end{cases}$

Vậy $C(2;9;-8)$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có VTCP $\vec{a}=(2;1;-3)$ có PT là

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$

Câu 35: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+8=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$4^x-3.2^{x+1}+8=0$, Đặt $t=2^x\,(t>0)\Rightarrow t^2-6t+8=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=2 \\ t_2=4 \end{array}\right.\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=2 \end{array}\right.\Rightarrow x_1+x_2=3$

Câu 36. Trọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp 17 số nguyên dương đầu tiên. Sác xuất để chọn được hai số lẻ bằng:

A. $\frac{8}{17}$. **B.** $\frac{9}{17}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{7}{34}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên nên $|\Omega|=C_{17}^2$.

Gọi A là biến cố: " hai số được chọn là số lẻ".

- Chọn 2 số đều lẻ trong tổng số 9 số lẻ: C_9^2 cách chọn

Xác suất $P_A=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{C_9^2}{C_{17}^2}=\frac{36}{136}=\frac{9}{34}$.

Câu 37. **Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=4$ là một đường tròn. Tâm I và bán kính R của đường tròn đó là**

A. $I(-2;3);R=2$. **B.** $I(2;-3);R=4$. **C.** $I(-2;3);R=4$. **D.** $I(2;-3);R=2$.

Lời giải

FB: công tuấn ninh

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$, ta có:

$|z-2+3i|=4\Rightarrow|x+yi-2+3i|=4$

$\Leftrightarrow|(x-2)+(y+3)i|=4$

$\Rightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}=4$

$\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=16$

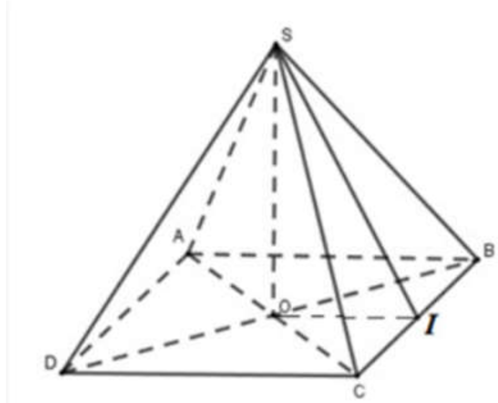
Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là một đường tròn có tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=4$

Câu 38. **Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, thể tích bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng**

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

FB: công tuấn ninh



Gọi O là giao điểm giữa BD và AC.
Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow OI \perp BC, OI = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Ta có: $V = \frac{1}{3}S.h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} SO \perp BC \\ OI \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow BC \perp SI$.

Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ OI \perp BC\left(OI \subset (ABCD)\right) \\ SI \perp BC\left(SI \subset (SBC)\right) \end{cases} \Rightarrow \left((SBC);(ABCD)\right) = (SI;OI) = \widehat{SIO}$.

Xét tam giác SIO vuông tại O có:

$$\tan\widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ.$$

Câu 39. **Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x$. Xét các số thực $a < b$, giá trị nhỏ nhất của $f(b) - f(a)$ bằng**

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $-\frac{500}{81}$. **C.** -16. **D.** $-\frac{500}{27}$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{14}{27}$	$\searrow$	-18	$\nearrow$	$+\infty$

Trường hợp 1:

a ; b thuộc tập $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right) \cup (3;+\infty)$, do $b > a \Rightarrow f(b) > f(a) \Rightarrow f(b) - f(a) > 0$.

Trường hợp 2:

$a\in(-\infty;3]$ và $b\in\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)$, suy ra $\begin{cases} f(a)\le\frac{14}{27} \\ f(b)\ge -18\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\max f(a)=\frac{14}{27} \\ \min f(b)=-18\end{cases}$

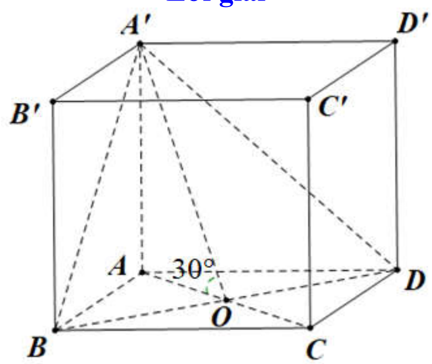
$\Rightarrow \min\left(f(b)-f(a)\right)=-18-\frac{14}{27}=-\frac{500}{27}$ xãy ra khi $\begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=3\end{cases}$.

Vậy chọn đáp án D.

Câu 40. **Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng**

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi $O=AC\cap BD$, khi đó $AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}BD=a$.

Ta có $\widehat{\left((A'BD);(ABCD)\right)}=\widehat{A'OA}=30°$.

Xét tam giác $A'AO$ vuông tại A có $\tan O=\frac{A'A}{AO}\Leftrightarrow \tan 30°=\frac{A'A}{a}\Rightarrow A'A=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=A'A.S_{ABCD}=A'A.\frac{BD^2}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{(2a)^2}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 41. **Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{1}{(\sin x+2\cos x)^2}$ với mọi $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ và $f(0)=0$.**

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3\pi+2\ln 2}{10}$ **B.** $\frac{\pi-\ln 2}{5}$ **C.** $\frac{-\pi+\ln 2}{5}$ **D.** $\frac{\pi+4\ln 2}{20}$

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=\frac{1}{(\sin x+2\cos x)^2}\Rightarrow f(x)=\int\frac{1}{(\sin x+2\cos x)^2}dx=\int\frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x+2)^2}dx=-\frac{1}{\tan x+2}+C$

Mà $f(0)=0\Rightarrow C=\frac{1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{\tan x+2}+\frac{1}{2}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{1}{\tan x+2}+\frac{1}{2}\right)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{\cos x}{\sin x+2\cos x}+\frac{1}{2}\right)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{1}{5}.\frac{\cos x-2\sin x}{\sin x+2\cos x}-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{1}{5}.\frac{\cos x-2\sin x}{\sin x+2\cos x}-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)dx = \left(\frac{x}{10}-\frac{1}{5}.\ln\left|\sin x+2\cos x\right|\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{20}+\frac{\ln 2}{5} = \frac{\pi+4\ln 2}{20}$$

Câu 42. **Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $|z+1-i|=4$. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=6$, giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ thuộc khoảng nào dưới đây?**

A. $(10;11)$ B. $(12;13)$ C. $(11;12)$ D. $(13;14)$

Lời giải

Chọn B

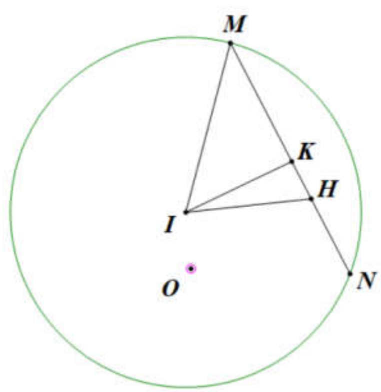
Gọi M,N là 2 điểm biểu diễn số phức z_1,z_2 suy ra M,N thuộc đường tròn tâm $I(-1;1)$ bán kính $R=4$ và $MN=6$.

Gọi H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{HM}+2\overrightarrow{HN}=\vec{0}\Rightarrow|z_1+2z_2|=\left|\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{ON}\right|=3OH$.

Gọi K là trung điểm của MN. Ta có $KH=1,\ IK=\sqrt{7}\Rightarrow IH=2\sqrt{2}$

$3OH\le 3(OI+IH)=3.\left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)=9\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ bằng $9\sqrt{2}\in(12;13)$.



Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1,\ 2$ và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn với hai đường thẳng $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Xét $y=f(x)-g(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x-\left(mx^3+nx^2-x\right)=ax^4+(b-m)x^3+(c-n)x^2+4x$.

Nên $f'(x)-g'(x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4$.

Vì hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1,\ 2$ và 3 nên :

$4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4=4a(x+1)(x-2)(x-3)$ (1)

Thay $x=-1; x=2; x=3$ lần lượt vào hai vế của phương trình (1) ta được:

$$\begin{cases} -4a+3(b-m)-2(c-n)+4=0 \\ 32a+12(b-m)+4(c-n)+4=0 \\ 108a+27(b-m)+6(c-n)+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{6} \\ b-m=-\dfrac{8}{9} \\ c-n=\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $f'(x)-g'(x)=\dfrac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là:

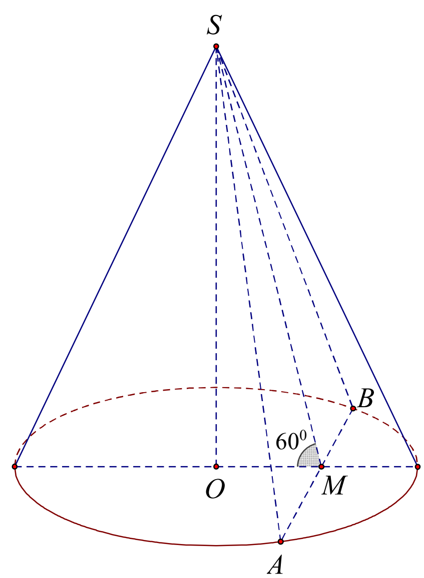
$$S=\frac{2}{3}.\int_{-1}^{3}\left|(x+1)(x-2)(x-3)\right|\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\left[\int_{-1}^{2}(x+1)(x-2)(x-3)\mathrm{d}x-\int_{2}^{3}(x+1)(x-2)(x-3)\mathrm{d}x\right]=\frac{71}{9}.$$

Câu 44. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta thu được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử thiết diện là ΔSAB như hình vẽ.

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} OM \perp AB \\ SM \perp AB \end{cases} \Rightarrow$ góc tạo bởi (SAB) với mặt phẳng đáy là $\widehat{SMO}$.

Vì ΔSAB đều nên $\begin{cases} l=SA=4a \\ SM=\dfrac{4a.\sqrt{3}}{2}=2a\sqrt{3} \\ AM=2a \end{cases}$.

$OM = SM.\cos 60° = 2a\sqrt{3}.\dfrac{1}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow R = OA = \sqrt{OM^2 + AM^2} = a\sqrt{7}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = \pi.a\sqrt{7}.4a = 4\sqrt{7}.\pi a^2$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0$

A. 26. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x+31>0 \Leftrightarrow x>-31$.

Ta có $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{x^2+1}{x+31}\right)\left(32-\dfrac{2^x}{2}\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{x^2+1}{x+31}\right)\left(64-2^x\right)\geq 0$

Xét $\log_2\left(\dfrac{x^2+1}{x+31}\right)\geq 0 \Leftrightarrow x^2+1\geq x+31 \Leftrightarrow x^2-x-30\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 6 \\ x\leq -5 \end{array}\right.$

$64-2^x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 6$

Bảng xét dấu

x	-31		5		6		$+\infty$
$\log_2\left(\dfrac{x^2+1}{x+31}\right)$		+	0	-	0	+	
$64-2^x$		+	|	+	0	-	
VT		+	0	-	0	-	

Dựa bảng dấu suy ra miền nghiệm của BPT là $T=\left(-31;-5\right]\cup\left\{6\right\}$

Do đó có $\dfrac{-5+30}{1}+1+1=27$ giá trị cần tìm.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $x>3y$, $0<x<2023$ và $\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1)$?

A. 673. **B.** 674. **C.** 676. **D.** 675.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x>3y>y$ do y nguyên dương, suy ra $x-y>0$. Khi đó ta có:

$\ln\left(x-3y\right)+x^2+3y^2+y=x\left(4y+1\right) \Leftrightarrow \ln\left(x-3y\right)=-\left(x^2-4xy+3y^2\right)+x-y$

$\Leftrightarrow \ln\left(x-3y\right)=-\left(x-y\right)\left(x-3y\right)+x-y \Leftrightarrow \ln\left(x-3y\right)+\left(x-y\right)\left(x-3y\right)=\ln 1+\left(x-y\right).1 \quad (*)$

Xét hàm đặc trưng không hoàn toàn: $f\left(t\right)=\ln t+\left(x-y\right)t,\ \forall t\in\left(0;+\infty\right)$.

Ta có: $f'\left(t\right)=\dfrac{1}{t}+\left(x-y\right)>0,\ \forall t\in\left(0;+\infty\right)$ nên hàm $f\left(t\right)=\ln t+\left(x-y\right)t$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Khi đó phương trình $(*)$ tương đương $f\left(x-3y\right)=f\left(1\right) \Leftrightarrow x-3y=1 \Leftrightarrow x=3y+1$.

Mà $0<x\leq 2022$ nên $0<3y+1\leq 2022 \Leftrightarrow y\in\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2021}{3}\right] \xrightarrow{y\in\mathbb{Z}} y\in\left\{1;...;672;673\right\}$.

Vậy có 673 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

Nhận xét <Nguyễn Viết Hòa> Có thể giải như sau:

$\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1) \Leftrightarrow \ln(x-3y)+(x-y)(x-3y-1)=0\ (*)$

Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} x-3y\ge 1 \\ x-y>0 \end{cases} \Rightarrow \ln(x-3y)+(x-y)(x-3y-1)\ge 0$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow x-3y=1$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình là

A. $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **C.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases}$.

Gọi $M=d\cap(P)$.

$M\in d \Rightarrow M(t;1+t;2-t)$, $M\in(P) \Rightarrow t+2(1+t)+2-t-4=0 \Leftrightarrow t=0$.

Với $t=0 \Rightarrow M(0;1;2)$.

$N(1;2;1)\in d$, đường thẳng Δ đi qua N và vuông góc với (P) có phương trình là: $\begin{cases} x=1+t' \\ y=2+2t' \\ z=1+t' \end{cases}$

.

Gọi N' là hình chiếu của N trên (P) nên $N'=\Delta\cap(P)$ nên:

$(1+t')+2(2+2t')+(1+t')-4=0 \Leftrightarrow t'=-\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow N'\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) là đường thẳng MN'.

$\overrightarrow{MN'}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$ Chọn VTCP của MN' là: $\vec{u}=(1;2;-4)$.

Phương trình đường thẳng MN' là: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Câu 48. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng đó bằng

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

$y'=3x^2-6mx+3(m^2-1)$;

$\Delta_{y'}=9m^2-9m^2+9=9$;

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m-1 \\ x = m+1 \end{array}\right. \left(m-1 < m+1\right);$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M\left(m-1;-3m+2\right)$;

$M\left(m-1;-3m+2\right) \in d : y = kx + b \Rightarrow d : y = k\left(x - m + 1\right) - 3m + 2$

$\Leftrightarrow d : kx - y - km + k - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow d : \left(-k-3\right)m + kx - y + k + 2 = 0$; d cố định khi:

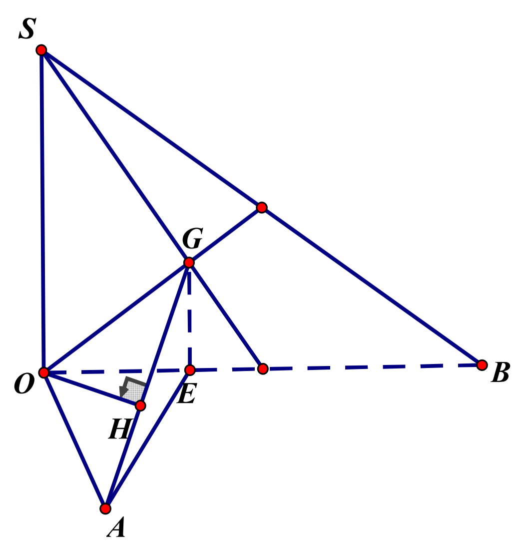
$\begin{cases} -k - 3 = 0 \\ kx - y + k + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ -3x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow k = -3;\ d : -3x - y - 1 = 0.$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(4;4;0\right)$ và $B\left(3;6;0\right)$. Xét điểm S thay đổi thuộc trục Oz. Gọi G là trọng tâm tam giác SOB, H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng AG. Biết rằng khi S thay đổi thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};3\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. **D.** $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là hình chiếu của G lên OB, do G là trọng tâm tam giác SOB nên $\overrightarrow{OE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB} \Rightarrow E\left(1;2;0\right)$.

Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng qua A, E, G, suy ra $\left(\alpha\right)$ qua $A\left(4;4;0\right), E\left(1;2;0\right)$ và song song với Oz nên $\left(\alpha\right)$ có phương trình $2x - 3y + 4 = 0$.

Do $H \in AG$ nên $H \in \left(\alpha\right)$. Mặt khác H thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ có đường kính OA nên H luôn thuộc đường tròn $\left(C\right) = \left(S\right) \cap \left(\alpha\right)$ cố định.

Ta có (S) có tâm $I(2;2;0)$, bán kính $R = OI = 2\sqrt{2}$; $h = d(I,(\alpha)) = \dfrac{2}{\sqrt{13}}$ nên bán kính của (C) là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{8 - \dfrac{4}{13}} = \dfrac{10}{\sqrt{13}} \approx 2,77$.

Câu 50. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có : $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$.

Ta xét các trường hợp sau.

Nếu $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{1}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm là các số thực.

Khi đó $|z_0| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = 6 \\ z_0 = -6 \end{array}\right.$ là nghiệm của phương trình nên

$$\left[\begin{array}{l} 36 - 2(m+1).6 + m^2 = 0 \\ 36 + 2(m+1).6 + m^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 \pm 2\sqrt{3}(tm) \\ vn \end{array}\right.$$

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

$z_1 = m + 1 - i\sqrt{-2m-1}$, $z_2 = m + 1 + i\sqrt{-2m-1}$ $\Rightarrow |z_1| = |z_2| = |m|$.

Khi đó $|z_0| = 6 \Leftrightarrow |m| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6(l) \\ m = -6 \end{array}\right.$.

Vậy có 3 giá trị của m.