

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I. (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Câu II. (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$.
2. Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{x} + y + \frac{1}{y} = 5 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} + y^3 + \frac{1}{y^3} = 15m - 10. \end{cases}$$

Câu III. (2 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;4;2), B(-1;2;4) và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}.$$

1. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

Câu IV. (2 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_1^e x^3 \ln^2 x dx$.

2. Cho $a \geq b > 0$. Chứng minh rằng: $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^b \leq \left(2^b + \frac{1}{2^b}\right)^a$.

PHẦN TỰ CHỌN (Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu: V.a hoặc V.b)

Câu V.a. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

1. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của: $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.
2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m = 0$.

Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

Câu V.b. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\log_2(4^x + 15 \cdot 2^x + 27) + 2 \log_2 \frac{1}{4 \cdot 2^x - 3} = 0$.
2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, $BA = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh: