

## MỤC LỤC

◆	CHƯƠNG ④. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN.....	2
▶	BÀI ①. NGUYÊN HÀM.....	2
	.....	①. Tóm tắt kiến thức
2		
	.....	②. Phân dạng toán cơ bản
3		
	•Dạng ①: Áp dụng định nghĩa.....	3
	•Dạng ②: Nguyên hàm hàm số lũy thừa.....	4
	•Dạng ③: Nguyên hàm hàm số lượng giác.....	4
	•Dạng ④: Nguyên hàm hàm số mũ.....	5
	•Dạng ⑤: Nguyên hàm có điều kiện.....	6
	•Dạng ⑥: Bài toán thực tế (liên quan đến vận tốc, gia tốc, quãng đường,...).....	6
	.....	③. Dạng toán rèn luyện
7		
	•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	7
	•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	11
	•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	15

A. Tóm tắt kiến thức

1. ĐỊNH NGHĨA

- Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ .
- Hàm số  $F(x)$  được gọi là **nguyên hàm** của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .
- ✍ **Tổng quát, ta có:**
- Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khi đó:
- Với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $F(x)+C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .
- Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì tồn tại hằng số  $C$  sao cho  $G(x) = F(x) + C$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .
- Như vậy, mọi nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là hằng số. Ta gọi  $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$  là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ ,
- Kí hiệu  $\int f(x) dx$
- Viết  $\int f(x) dx = F(x) + C$

2. NGUYÊN HÀM MỘT SỐ HÀM SỐ SƠ CẤP CƠ BẢN

• Nguyên hàm hàm sơ cấp

- |  |  |
|--|--|
| • Với $a \neq -1$ , ta có: $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ ; | • $\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$ ;       |
| • $\int \sin x dx = -\cos x + C$ ;                                   | • $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ |
| • $\int \cos x dx = \sin x + C$ ;                                    | • $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$  |
| • Với $a > 0, a \neq 1$ , ta có:                                     |  |

### 3. TÍNH CHẤT

- Cho  $f(x), g(x)$  là hai hàm số liên tục trên  $K$ .
- (1)  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với  $k$  là hằng số khác 0
- (2)  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
- (3)  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

### B. Phân dạng toán cơ bản

#### • Dạng 1: Áp dụng định nghĩa

##### ✍ Phương pháp

- Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$ . Khi đó:
- Với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $F(x)+C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .
- Nếu  $G(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì tồn tại hằng số  $C$  sao cho  $G(x) = F(x) + C \forall x \in K$ .
- Như vậy, mọi nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là hằng số. Ta gọi  $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$  là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ ,
- Kí hiệu  $\int f(x)dx$
- Viết  $\int f(x)dx = F(x) + C$

##### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Chứng minh  $F(x) = 2x^3 - 5x + 4$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 6x^2 - 5$  trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 2:** Tìm  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$  trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 3:** Trong mỗi trường hợp sau, hàm số  $F(x)$  có là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng tương ứng không? Vì sao?

(1)  $F(x) = x \ln x$  và  $f(x) = 1 + \ln x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ ;

(2)  $F(x) = e^{\sin x}$  và  $f(x) = e^{\cos x}$  trên  $\mathbb{R}$ .

## •Dạng ②: Nguyên hàm hàm số lũy thừa

### ✍ Phương pháp

• (1)  $\int 0 dx = C$

(2)  $\int dx = x + C$

• (3)  $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$

(4)  $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$

• (5)  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

(6)  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \quad (x \neq 0)$

• Ta có thể áp dụng **lũy thừa với số mũ thực** để biến đổi.

• Cho  $a, b$  là những số thực dương,  $a, b$  là những số thực bất kì. Khi đó:

•  $a^a a^b = a^{a+b} \quad \frac{a^a}{a^b} = a^{a-b} \quad (a^a)^b = a^{a \cdot b} \quad (ab)^a = a^a b^a \quad \left(\frac{a}{b}\right)^a = \frac{a^a}{b^a}$

### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là

**Câu 2:** Nguyên hàm của các hàm số

(1)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$       (2)  $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$

**Câu 3:** Nguyên hàm của các hàm số

(1)  $\int \left( 3\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$       (2)  $\int \sqrt{x}(7x^2 - 3) dx \quad (x > 0)$

## •Dạng ③: Nguyên hàm hàm số lượng giác

### ✍ Phương pháp

• (1)  $\int \sin x dx = -\cos x + C$

(2)  $\int \cos x dx = \sin x + C$

• (3)  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

(4)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

• Ta có thể áp dụng **các công thức liên quan** để biến đổi.

<b>01</b>	<b>Công thức cơ bản</b>	<p>① <math>\sin^2 a + \cos^2 a = 1</math></p> <p>② <math>1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}, \quad a \neq \frac{\pi}{2} + k\pi</math></p> <p>③ <math>1 + \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 a}, \quad a \neq k\pi</math></p> <p>④ <math>\tan a \cdot \cot a = 1, \quad a \neq \frac{k\pi}{2}</math></p>
<b>02</b>	<b>Công thức cộng</b>	<p>① <math>\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a</math></p> <p>② <math>\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b</math></p> <p>③ <math>\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}</math></p>
<b>03</b>	<b>Công thức nhân đôi</b>	<p>① <math>\sin 2a = 2 \sin a \cos a</math></p>

		$\textcircled{2} \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$ $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}, \begin{cases} a \neq \frac{p}{4} + k\frac{p}{2} \\ a \neq \frac{p}{2} + kp \end{cases}$ $\textcircled{3}$
<b>04</b>	<b>Công thức hạ bậc</b>	$\textcircled{1} \sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$ $\textcircled{2} \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$ $\textcircled{3} \tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}, a \neq \frac{p}{2} + kp$
<b>05</b>	<b>Công thức tích thành tổng</b>	$\textcircled{1} \cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$ $\textcircled{2} \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$ $\textcircled{3} \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$ $\textcircled{4} \cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$

### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Nguyên hàm của các hàm số

$$\textcircled{1} f(x) = 1 + \sin x$$

$$\textcircled{2} f(x) = 2\sin x + 3x$$

$$\textcircled{3} f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$$

$$\textcircled{4} f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$$

**Câu 2:** Tìm nguyên hàm  $\int \sin 3x \cos 5x dx$

**Câu 3:** Nguyên hàm của các hàm số

$$\textcircled{1} \int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$$

$$\textcircled{2} \int (x + \tan^2 x) dx$$

• **Dạng 4: Nguyên hàm hàm số mũ**

#### ✍ Phương pháp

$$\textcircled{1} \int e^x dx = e^x + C$$

$$\textcircled{2} \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1)$$

• Ta có thể áp dụng **các công thức liên quan** để biến đổi:

• Cho  $a, b$  là những số thực dương,  $a, b$  là những số thực bất kì. Khi đó:

$$\textcircled{1} a^a a^b = a^{a+b} \quad \frac{a^a}{a^b} = a^{a-b} \quad (a^a)^b = a^{a \cdot b} \quad \left( \frac{a}{b} \right)^a = \frac{a^a}{b^a} \quad f(x) = x^3 + x$$

### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Nguyên hàm của các hàm số

$$(1) f(x) = e^{2x-1}$$

$$(2) f(x) = 3^{-x}$$

$$(3) f(x) = 7^x \cdot 2^{x+2}$$

**Câu 2:** Nguyên hàm của các hàm số

$$(1) \int \left( 2^x + \frac{3}{x^2} \right) dx$$

$$(2) \int \left( e^{x+1} - \frac{e}{x^2} \right) dx$$

• **Dạng ⑤: Nguyên hàm có điều kiện**

✍ **Phương pháp**

- 🔵 **Bài toán:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa  $F(a) = b$
- 🔵 **Bước 1:** Dựa vào bảng nguyên hàm, tính chất nguyên hàm, các phương pháp biến đổi.
- 🔵 **Bước 2:** Dựa vào điều kiện của giả thiết:  $F(a) = b$  để tìm  $C$ .
- 🔵 **Bước 3:** Kết luận.

📖 **Các ví dụ minh họa**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f'(x) = 3x^2$ . Tìm nguyên hàm  $f(x)$  của  $f'(x)$  thỏa  $f(0) = 1$ .

**Câu 2:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ .

**Câu 3:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = e^x + 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

**Câu 4:** Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{2x-1}, x \neq \frac{1}{2}$  và  $F(1) = 0$ . Tính  $F(5)$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Biết rằng  $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$  và  $f(1) = 1$ . Tính giá trị  $f(4)$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 12x + 2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 3$ . Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Tính giá trị  $F(1)$ .

• **Dạng ⑥: Bài toán thực tế (liên quan đến vận tốc, gia tốc, quãng đường, ...)**

✍ **Phương pháp**

- 🔵 **Bài toán:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của  $f(x)$  thỏa  $F(a) = b$
- 🔵 **Bước 1:** Xét mối liên hệ giữa các đại lượng
- 🔵 Xét mối quan hệ giữa các đại lượng vận tốc  $v(t)$ , quãng đường  $s(t)$  và thời gian  $t$
- 🔵 Đạo hàm của quãng đường là vận tốc:  $s'(t) = v(t)$
- 🔵 Nguyên hàm của vận tốc là quãng đường:  $s(t) = \int v(t) dt$

- Xét mối quan hệ giữa các đại lượng vận tốc  $v(t)$ , gia tốc  $a(t)$  và thời gian  $t$
- Đạo hàm của vận tốc là gia tốc:  $v'(t) = a(t)$
- Nguyên hàm của gia tốc là vận tốc:  $v(t) = \int a(t) dt$
- **Bước 2:** Dựa vào điều kiện của giả thiết để tìm đại lượng yêu cầu.
- **Bước 3:** Kết luận.

### ☞ Các ví dụ minh họa

**Câu 1:** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $19 \text{ m/s}$  thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với tốc độ  $v(t) = 19 - 2t \text{ (m/s)}$ . Kể từ khi hãm phanh, quãng đường ô tô đi được sau 5 giây là bao nhiêu?

$$s(5) = 19 \cdot 5 - 5^2 = 70 \text{ m}$$

**Câu 2:** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t = 0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 160 - 9,8t \text{ (m/s)}$ . Tìm độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất):

(1) Sau  $t = 5$  giây.

(2) Khi nó đạt độ cao lớn nhất (làm tròn kết quả đến chữ số thập)

### ©. Dạng toán rèn luyện

#### • Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu

A.  $F(x) = -f(x), \forall x \in K.$

B.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K.$

C.  $F(x) = f(x), \forall x \in K.$

D.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in K.$

**Câu 2:** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A.  $F(x) = f'(x).$

B.  $F(x) = f(x).$

C.  $(\int f(x) dx)' = F(x).$

D.  $\int f(x) dx = F(x) + C.$

**Câu 3:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  là hàm số liên tục, có  $F(x), G(x)$  lần lượt là nguyên hàm của  $f(x), g(x)$ . Xét các mệnh đề sau:

(I)  $F(x) + G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) + g(x)$ .

(II)  $kF(x)$  là một nguyên hàm của  $k \cdot f(x)$  với  $k \in \mathbb{R}^*$ .

(III)  $F(x) \cdot G(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) \cdot g(x)$ .

Các mệnh đề đúng là

- A. (I) và (II).      B. Cả 3 mệnh đề.      C. (I) và (III).      D. (II) và (III).

**Câu 4:** Cho  $\int f(x)dx = F_1(x)$ ,  $\int g(x)dx = F_2(x)$ . Tính  $I = \int [2g(x) - f(x)] dx$ .

A.  $2F_1(x) - F_2(x) + C$       B.  $F_2(x) - F_1(x) + C$   
 C.  $2F_2(x) - F_1(x) + C$       D.  $|F_1(x) + F_2(x)| + C$

**Câu 5:** Cho  $\int 5^x dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A.  $F(x) = 5^x \ln 5$       B.  $F(x) = 5^x + C$       C.  $F(x) = -5^x$       D.  $F(x) = 5^x$

**Câu 6:**  $\int x^4 dx$  bằng

A.  $\frac{1}{5}x^5 + C$       B.  $4x^3 + C$       C.  $x^5 + C$       D.  $5x^5 + C$

**Câu 7:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$       B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$   
 C.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$       D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$

**Câu 8:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$

A.  $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$       B.  $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$   
 C.  $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$       D.  $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

**Câu 9:** Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

A.  $f(x) = 2xe^{x^2}$       B.  $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$       C.  $f(x) = e^{2x}$       D.  $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

**Câu 10:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$       B.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$   
 C.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$       D.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

**Câu 11:** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$   
 B.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$   
 C.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \forall k \in \mathbb{R}$

D.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0.$

**Câu 12:** Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{1}{x} + C.$

B.  $\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{x^3}{3} - 2x + \frac{1}{x} + C.$

C.  $\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + C.$

D.  $\int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 dx = \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + C.$

**Câu 13:** Hàm số  $F(x) = x \sin x + \cos x + 2024$  là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A.  $f(x) = x \sin x$       B.  $f(x) = -x \cos x$       C.  $f(x) = -x \sin x$       D.  $f(x) = x \cos x$

**Câu 14:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$  là

A.  $x^3 + x^2 + 5$       B.  $x^3 + x + C$       C.  $x^3 + x^2 + 5x + C$       D.  $x^3 + x^2 + C$

**Câu 15:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)(x+2)$

A.  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C$

B.  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C$

C.  $F(x) = 2x + 3 + C$

D.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C$

**Câu 16:** Tìm nguyên hàm  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$

A.  $F(x) = -\cos x - \sin x + C$

B.  $F(x) = \cos x + \sin x + C$

C.  $F(x) = \cot x - \tan x + C$

D.  $F(x) = -\cot x - \tan x + C$

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ . Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2024$

A.  $F(x) = x^2 + e^x + 2023$

B.  $F(x) = x^2 + e^x - 2023$

C.  $F(x) = x^2 + e^x + 2022$

D.  $F(x) = x^2 + e^x - 2024$

**Câu 18:** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \cos x$  thỏa mãn  $F(0) = 1$  là

A.  $F(x) = \sin x + 1.$

B.  $F(x) = -\sin x + 1.$

C.  $F(x) = \cos x.$

D.  $F(x) = -\cos x + 2.$

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ . Hàm số  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$  sao cho  $F(0) = 2024$ . Tính  $F(1)$ .

A.  $e + 2025.$

B.  $e - 2024.$

C.  $e + 2024.$

D.  $e - 2025.$

**Câu 20:** Hàm số  $F(x) = \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} + x\sqrt{x}$  là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A.  $f_1(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$

B.  $f_3(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$

C.  $f_2(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2\sqrt{x}}$

D.  $f_2(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}}$

**Câu 21:** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ , với  $f(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2}$ , biết  $F(1) = \frac{5}{2}$ . Tính  $F(2)$ .

A.  $F(2) = 2 + 9\ln 2$       B.  $F(2) = -2 + 9\ln 2$

C.  $F(2) = 1 + 9\ln 2$       D.  $F(2) = 7$

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = 3\cos x - \frac{2}{x} + \frac{4}{\sin^2 x}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\int f(x)dx = 3\sin x - 2\ln|x| - 4\cot x + C$

B.  $\int f(x)dx = 3\sin x - 2\ln x - 4\cot x + C$

C.  $\int f(x)dx = 3\sin x - 2\ln|x| + 4\cot x + C$

D.  $\int f(x)dx = -3\sin x - 2\ln|x| - 4\cot x + C$

**Câu 23:** Một vật chuyển động có gia tốc là  $a(t) = 3t^2 + t$  (m/s<sup>2</sup>). Biết rằng vận tốc ban đầu của vật là 2 m/s. Vận tốc của vật đó sau 2 giây là

A. 8 m/s.

B. 12 m/s.

C. 10 m/s.

D. 16 m/s.

**Câu 24:** Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm  $t$  giây (coi  $t=0$  là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi  $v(t) = 25 - 9,8t$  (m/s). Độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) đạt giá trị lớn nhất là

A.  $\frac{125}{49}$

B.  $\frac{3125}{98}$

C.  $\frac{2375}{392}$

D.  $\frac{1125}{98}$

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là  $(C)$ . Xét điểm  $M(x; f(x))$  thay đổi trên  $(C)$ . Biết rằng, hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại  $M$  là  $k_M = (x+2)^2$  và điểm  $A(0;1)$  thuộc đồ thị  $(C)$ . Tìm biểu thức  $f(x)$ .

A.  $f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x$

B.  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 1$

C.  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x$

D.  $f(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + 1$

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

**Câu 1:** Trong mỗi trường hợp sau, hàm số  $F(x)$  có là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng tương ứng không? Vì sao?

(a) Hàm số  $F(x) = \frac{1}{3}x^3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2$  trên  $\mathbb{R}$

(b) Hàm số  $F(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$  trên  $\mathbb{R}$

(c) Hàm số  $F(x) = e^{x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2xe^{x^2}$  trên  $\mathbb{R}$

(d) Hàm số  $F(x) = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x - 3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$  trên khoảng  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx$ , với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

(a) Biết  $a = b = 1$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + C$ .

(b) Biết  $a = b = 4$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $x^4 + 2x^2 + C$ .

(c) Biết  $f(1) = 6; f(2) = 36$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $x^4 - x^2 + C$ .

(d) Biết  $f(1) = 2; f(-2) = -52$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  là  $2x^4 - 3x^2 + C$ .

**Câu 3:** Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

(a)  $\int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$

(b)  $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$

(c)  $\int \left( \frac{2}{5 - 2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \ln|5 - 2x| + 2 \ln|x| - \frac{3}{x} + C$

(d) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$  thỏa  $F(4) = 3$  thì  $F(x) = x + 4 \ln|x-3| - 1$

**Câu 4:** Cho hàm số  $F(x) = \int \sqrt{x}(x^2 - 5x + 1) dx = \frac{ax^3 \sqrt{x}}{b} - ax^2 \sqrt{x} + \frac{a}{c} x \sqrt{x} + C (x > 0)$ . Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau:

$$(a) F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

$$(b) \text{ Tổng } a+b+c=12$$

$$(c) \text{ Tích } abc=42$$

$$(d) F(1) = \frac{2002}{21} \text{ thì } F(x) = \frac{2x^3\sqrt{x}}{7} - 2x^2\sqrt{x} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2024$$

**Câu 5:** Cho  $I_1 = \int \left( e^x + \frac{1}{x^2} \right) dx$  và  $I_2 = \int \left( e^{2x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ . Mỗi khẳng định dưới đây đúng hay sai?

$$(a) I_1 = e^x - \frac{1}{x} + C$$

$$(b) I_2 = \frac{e^{2x-1}}{2} + \ln|x| + C$$

$$(c) I_1 + I_2 = e^x + \frac{e^{2x-1}}{2} + C$$

(d) Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ , với  $f(x) = e^x + \frac{1}{x^2}$ . Nếu  $F(1) = e$  thì  $F(\ln 2) = 1 - \frac{1}{\ln 2}$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x) = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$ . Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

$$(a) \int f(x) dx = -2 \sin x + C$$

(b) Biết rằng  $\int f(x) dx = ax + b \sin x + C, a, b \in \mathbb{C}$ , khi đó  $a+b=4$ .

(c) Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0)=1$  là  $F(x) = 2(x + \sin x) + 1$ .

(d) Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F\left(\frac{p}{2}\right) = 0$  là  $F(x) = 2(x + \sin x) - p$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = 2x - 3 \cos x$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(a)  $f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $g(x) = 2 + 3 \sin x$

(b) Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - 3 \cos x$  là  $h(x) = x^2 + 3 \sin x + 2024$

(c) Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thoả mãn điều kiện  $F\left(\frac{\rho}{2}\right) = 3$  là  $F(x) = x^2 - 3\sin x + 6 - \frac{\rho^2}{4}$

(d)  $f(x) = 2x - 3\cos x$  là một nguyên hàm của hàm số  $k(x).e^x$ , họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $k'(x).e^x$  là  $3\sin x + 3\cos x + 2x + C$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau:

(a) Hàm số  $y = f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f'(x)$ .

(b) Biết  $f(0) = 3$ . Khi đó,  $f(x) = 2x^4 - \cos x + 3$ .

(c)  $\int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 3) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 3x + C$ , với  $C$  là hằng số.

(d) Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  thoả mãn  $F(0) = 2$ . Khi đó,  $F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$ .

**Câu 9:** Biết  $F(x) = 3x^2 + 2x - \ln x + C, x \in (0; +\infty)$  là hàm của hàm số  $f(x)$ .

(a)  $f(x) = 6x + 2 - \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty)$ .

(b)  $F(1) = 3$ . Khi đó  $F(2) = 14 - \ln 2$

(c)  $f(1) = 1$

(d) Bất phương trình  $f(x) + \frac{1}{x} - 8 < 0$  có tập nghiệm là  $(-\infty; 1)$

**Câu 10:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

(a)  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + 2025$

(b) Biết  $F(1) = \frac{3}{2}$ , khi đó  $F(e) = \frac{e^2}{2} + 1$

(c)  $F(x) = f(x), \forall x \in (0; +\infty)$

(d) Biết rằng đồ thị của hàm số  $F(x)$  đi qua  $M\left(e, \frac{e^2}{2}\right)$ . Khi đó  $F(1) = \frac{1}{2}$

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $(-\infty; 0)$ . Biết rằng  $f'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ .

(a)  $f(1) = 2$ . Khi đó  $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 2$ .

(b)  $f(1) = 0$ . Phương trình  $f(x) = 0$  có hai nghiệm

(c) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $M(-1; 2)$ . Khi đó  $f(2) = \frac{13}{2}$

(d)  $f(-2) = \frac{1}{4}$ . Hàm số  $g(x) = xf(x)$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$ , biết  $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$ , biết  $f(-2) = \frac{3}{2}$  và  $f(2) = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

(a) Hàm số  $f(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + C$ , với  $C$  là hằng số.

(b) Hàm số  $f(x) = \begin{cases} \ln x - \frac{1}{x} + C_1, & \text{khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \frac{1}{x} + C_2, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ , với  $C_1, C_2$  là hằng số.

(c) Giá trị  $f(-1) = 2 - \ln 2$

(d) Giá trị  $f(4) = 3\ln 2$

**Câu 13:** Một vật chuyển động đều với vận tốc có phương trình  $v(t) = t^2 - 2t + 1$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây, quãng đường  $s(t)$  được tính bằng mét. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

(a) Quãng đường đi được của vật sau 2 giây là:  $\frac{2}{3}$  (m)

(b) Quãng đường vật đi được khi gia tốc bị triệt tiêu là  $\frac{1}{3}$  (m)

(c) Quãng đường vật đi được trong khoảng từ 2 giây đến thời gian mà vận tốc đạt  $9$  (m/s) là:  $\frac{26}{3}$  (m)

(d) Quãng đường vật đi được từ 0 giây đến thời gian mà gia tốc bằng  $10$  (m/s<sup>2</sup>) là  $44$  (m)

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là  $(C)$ . Xét điểm  $M(x; f(x))$  thay đổi trên  $(C)$ . Biết rằng, hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại  $M$  là  $k_M = 3x^2 + 2x - 2$  và điểm  $M$  trùng với gốc tọa độ khi nó nằm trên trục tung.

(a) Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$  là  $k = -1$ .

(b)  $f(1) = 0$

(c) Điểm  $B(2; 7)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

(d) Hàm số  $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

**Câu 15:** Một ô tô đang chạy với tốc độ  $72 \text{ km/h}$  thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 30 \text{ (m/s)}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t \text{ (s)}$  kể từ lúc đạp phanh.

(a) Công thức biểu diễn hàm số  $s(t) = -5t^2 + 30t + 72 \text{ (m)}$

(b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $3$  giây

(c) Sau  $3$  giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là  $45 \text{ (m)}$

(d) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $120 \text{ (m)}$

### •Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho  $F(x)$  là họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x - \cos x + \frac{2}{\cos^2 x}$ ,  $F(0) = 1$ .  
Giá trị  $F(\rho)$  bằng

**Câu 2:** Cho  $F(x)$  là họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x - 2x + 1$ ,  $F(0) = 2$ . Tính giá trị  $F(1)$  (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ hai)

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  có nguyên hàm trên  $\mathbb{R}$ , và thỏa mãn  $\int f(3+x)dx = e^x + \ln(x^2 + 1)$ . Tính  $f(-2)$  (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

**Câu 4:** Cho  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}$ . Tính tổng  $S = a + 2b - c$ ?

**Câu 5:** Cây cà chua khi trồng có chiều cao  $5 \text{ cm}$ . Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số:  $v(t) = -0,1t^3 + t^2$ , trong đó  $t$  tính theo tuần,  $v(t)$  tính bằng centimét/tuần. Gọi  $h(t)$  là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ  $t$ . Chiều cao cây cà chua sau 2 tuần là bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2

**Câu 6:** Khi được thả từ độ cao 20 m, một vật rơi với gia tốc không đổi  $a = 10 \text{ m/s}^2$ . Sau khi rơi được  $t$  giây thì vật có tốc độ bao nhiêu?

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vn teach.com>