**Bài 92.** Cho đường tròn  đường kính . Trên tia đối của tia  lấy điểm . Từ  vẽ tiếp tuyến  với  ( là tiếp điểm).  cắt các tiếp tuyến của  tại  lần lượt tại .

a) Chứng minh:  và 

b) Chứng minh: 

c) Vẽ  vuông góc với . Vẽ đường kính  của .  cắt  tại  ( khác ). Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

d)  cắt  tại . Tính  theo .

**Giải:**



a) Ta có:  là tiếp tuyến của  (gt)

 và  (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

Ta có:  là tiếp tuyến của  (gt)

 và  (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

Vì , ,  (cmt) 

Ta có:  (hai góc kề bù)





.

b) Do là tiếp tuyến của  (gt)

 (t/c) 

Xét vuông tại , đường cao , ta có:

 (HTL trong tam giác vuông) (1)

Mà ,  (cmt),  (2)

Từ (1), (2) (đpcm)

c) Xét  có  là đường kính.

 (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

 (kề bù với )

Vì (gt) .

Xét tứ giác  có .

Mà hai đỉnh  kề nhau cùng nhìn cạnh  dưới cùng một góc .

Nên tứ giác  nội tiếp (dhnb).

d)  có  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

 (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cùng chắn )

Xét  vuông tại có:  (t/c)

Ta có:

  (3)

Lại có tứ giác  nội tiếp (cmt)  (4)

Từ (3), (4)  hay 

Xét tứ giác có:  (cmt)

Mà hai đỉnh  kề nhau cùng nhìn cạnh  dưới cùng một góc .

Nên tứ giác  nội tiếp (dhnb) .

.

Xét  và có:

  chung

 

  (g.g)

(t/c TLT) (5)

Xét  và có:

  chung

 

 (g.g)

(t/c TLT) (6)

Từ (5), (6) 



**Bài 93:** Cho tam giác nhọn . Gọi  là trung điểm của , dựng đường tròn , đường kính . Vẽ đường cao  của tam giác  và các tiếp tuyến  với đường tròn , ( là các tiếp điểm). Gọi  là giao điểm của  với . Chứng minh rằng: .

**Giải:**



Do  là tiếp tuyến đường tròn  nên 

Do  là tiếp tuyến đường tròn  nên 

Do  là đường cao  nên 

Suy ra:  thuộc đường tròn đường kính  .

 năm điểm  cùng thuộc đường tròn đường kính .

 (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Xét đường tròn  có 

 Suy ra  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

Xét  và  có:



  chung

Suy ra:  (g.g)

Suy ra: .

**Bài 94:** Tam giác  nhọn.  là trung điểm . Vẽ đường tròn tâm  đường kính . Vẽ đường cao  của tam giác , và vẽ các tiếp tuyến  với  tại   cắt  tại . Chứng minh  là trực tâm của tam giác ABC.

**Giải:**



Gọi  là trực tâm của tam giác .

Chứng minh 5 điểm  cùng thuộc một đường tròn.

( góc nội tiếp cùng chắn cung  )

Lại có  là tiếp tuyến của đường tròn tâm  nên 

cân 

 (1)

Ta có:  là đường trung trực của.

Gọi .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, đường cao  ta có:



 (g.g) 



(c.g.c)

 (2)

Từ (1) và (2) ta có 

Ta có:  thẳng hàng .

Vậy  là trực tâm của tam giác .