**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LẠNG GIANG**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**

**NĂM HỌC 2022-2023**

**Bài 1. (5,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng nếu một tam giác có độ dài ba cạnh là thỏa mãn thì tam giác đó là tam giác vuông
2. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm gấp 3 lần nghiệm của phương trình 

**Bài 2. (5,0 điểm)**

1. Cho biểu thức P với với 
2. Rút gọn biểu thức P
3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P có giá trị là một số nguyên tố
4. Cho thỏa mãn và Tính giá trị biểu thức 

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. Cho 2 số tự nhiên . Chứng minh rằng nếu tích là số chẵn thì luôn luôn tìm được số nguyên c sao cho là số chính phương
2. Cho số nguyên tố và hai số nguyên dương sao cho . Chứng minh rằng chia hết cho 12

**Bài 4. (5,0 điểm)**

Cho có ba góc nhọn. Gọi H là giao điểm hai đường cao Gọi M, N thứ tự là trung điểm của . Gọi O là giao điểm các đường trung trực của BC và AC

1. Chứng minh 
2. Gọi G là trọng tâm tam giác Chứng minh 

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (5,0 điểm)**

1. **Chứng minh rằng nếu một tam giác có độ dài ba cạnh là thỏa mãn thì tam giác đó là tam giác vuông**

Ta có :



Vậy tam giác có độ dài ba cạnh thỏa mãn điều kiện (\*) thì tam giác đó là tam giác vuông

1. **Tìm giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm gấp 3 lần nghiệm của phương trình **

Ta có :



Vậy để phương trình có nghiệm gấp 3 lần nghiệm của phương trình (1) . Thì là nghiệm của phương trình . Tức là :



Vậy là giá trị cần tìm

**Bài 2. (5,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức P với với **
2. **Rút gọn biểu thức P**

****

Vậy với 

1. **Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P có giá trị là một số nguyên tố**

Ta có để giá trị biểu thức P là một số nguyên tố thì P là một số nguyên tức . Do đó ta có :

là số nguyên tố (thỏa mãn)

không là số nguyên tố (loại)

khi đó P=2 là số nguyên tố (thỏa mãn)

không là số nguyên tố (loại)

Vậy thì giá trị của biểu thức P là một số nguyên tố

1. **Cho thỏa mãn và Tính giá trị biểu thức **

****

Vì 

Từ (1) và (2) suy ra 

Vậy 

**Bài 3. (4,0 điểm)**

1. **Cho 2 số tự nhiên . Chứng minh rằng nếu tích là số chẵn thì luôn luôn tìm được số nguyên c sao cho là số chính phương**

Vì a, b là số chẵn nên xảy ra các trường hợp sau :

Th1: a, b đều là số chẵn 

Do a,b thuộc N nên 

Nếu chọn 

Thì là một số chính phương

Vì luôn tìm được số sao cho là một số chính phương

Th2: nếu a chẵn b lẻ dư 1, với a,b thuộc N

Nếu dư 1, với a,b thuộc N thì với 

Nếu chọn là một số chính phương (vì mà Vậy luôn tồn tại số nguyên c để là một số chính phương. Với a, b là một số chẵn 

1. **Cho số nguyên tố và hai số nguyên dương sao cho . Chứng minh rằng chia hết cho 12**

Từ giá trị . Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên có hai khả năng



, vì nên 

Vì q lẻ nên là hai số chẵn liên tiếp , một số là bội của 2, một số là bội của 4

(1). Lại có từ 

Mà (2,q)=1 ; nên 

Từ (1) và (2) suy ra Vậy với mọi là số nguyên tố 

**Bài 4. (5,0 điểm)**

 **Cho có ba góc nhọn. Gọi H là giao điểm hai đường cao Gọi M, N thứ tự là trung điểm của . Gọi O là giao điểm các đường trung trực của BC và AC**

****

1. **Chứng minh **

Ta có trong là trung điểm BC, N là trung điểm AC

là đường trung bình của 

(đồng vị) (1) mà , 

Từ 

Chứng minh tương tự ta có 

Xét 



1. **Gọi G là trọng tâm tam giác Chứng minh **

Theo ý a, ta có mà nên 

Lại có . Vì G là trọng tâm của 

Từ (4) và (5) suy ra mà 



thẳng hàng và 

**Bài 5. (1,0 điểm)**

**Cho là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của **

Ta có 



Vậy 