

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.
- B.** Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
- C.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
- D.** Hàm số $y=f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

- A.** 1.
- B.** -1.
- C.** 3.
- D.** 5.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây sai?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		5		
		1		2	

- A.** $y_{\text{CN}}=5$.
- B.** $y_{\text{CT}}=1$.
- C.** $\min y=1$.
- D.** $\max y=5$.

Câu 4. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

- A.** 0.
- B.** 1.
- C.** 2.
- D.** 3.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{3x-1}{x-1}$. Khi đó đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)-2}$?

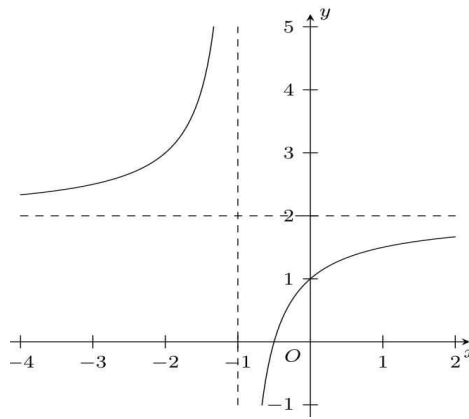
A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Câu 6. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.** $y = \frac{x-1}{x+1}$ **B.** $y = \frac{x+2}{x+1}$ **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$ **D.** $y = \frac{x+3}{1-x}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và O là một điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ **B.** $\vec{OG} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$
- C.** $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$ **D.** $\vec{OG} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ biết điểm $M(1; -2; 2)$. Tính $\vec{OM}$ theo các vectơ i, j, k , khi đó:

- A.** $\vec{OM} = 2i + 3j - 4k$ **B.** $\vec{OM} = i + 2j - 2k$ **C.** $\vec{OM} = i - 2j + 2k$ **D.** $\vec{OM} = -i + 2j - 2k$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (1; 3; -2)$ và $v = (2; 1; -1)$. Toạ độ vectơ $u - v$ là:

- A.** $(3; 4; -3)$ **B.** $(-1; 2; -3)$ **C.** $(-1; 2; -1)$ **D.** $(1; -2; 1)$

Câu 11. Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)
Tần số	3	7	2	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.** [0; 10). **B.** [10; 20). **C.** [20; 30). **D.** [30; 40).

Câu 12. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

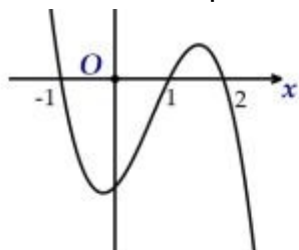
Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 3,41. **B.** 11,62. **C.** 0,017. **D.** 0,36.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng, sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

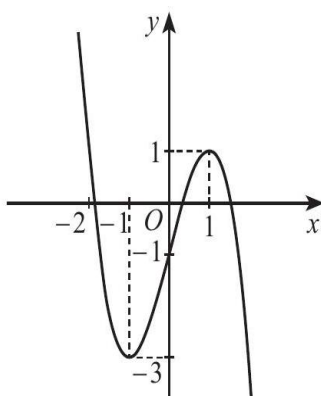
Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



- a)** $f(-1) > f(1)$.
- b)** $f(-2) > f(-1)$.
- c)** Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.
- d)** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x$.

- a)** $f'(x) = -3x^2 + 3$.
- b)** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
- c)** Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 = -1$ và đạt cực đại tại $x_2 = 1$.
- d)** Hàm số có đồ thị như hình bên.



Câu 3. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

- a)** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là **5**.
- b)** Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [15; 16).
- c)** Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là **[17; 18)**.
- d)** Số đặc trưng không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng là **khoảng tứ phân vị**.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $a=(2;-5;3)$, $b=(0;2;-1)$, $c=(1;7;2)$.

- a)** $u=3a-b+5c$ với $u=(11;22;18)$.

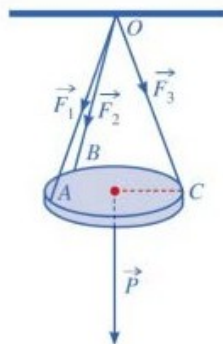
b) $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b} - 2\vec{c}$ với $\vec{x} = \left(-1; -\frac{115}{6}; -\frac{7}{6} \right)$.

c) $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ với $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

d) $\vec{y} = \vec{b} - \vec{c}$ với $\vec{y} = -\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1.** Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?
- Câu 2.** Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu (theo đơn vị giờ) thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?
- Câu 3.** Ông An dự định sử dụng hết $6 m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 4.** Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí và $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí (xuất bản và phát hành). Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường $y = ax + b$. Khi đó $4a + b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 5.** Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$ (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $D(a;b;c)$. Tính $T=a+b+c$.

ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	D	C	C	C	C	B	C	C	B	D

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ⊛ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ⊛ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	9	1	1,33	2004	17,32	4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

- C.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
- D.** Hàm số $y=f(x)$ có đúng một cực trị.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Suy ra, hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

+ Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

- Câu 2.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng
- A.** 1. **B.** -1 . **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $y = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \in [0; 2] \\ x=-1 \notin [0; 2] \end{cases}$.

Mặt khác $y(0)=1; y(1)=3; y(2)=-1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

- Câu 3.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		5		2

- A.** $y_{\text{CN}} = 5$. **B.** $y_{\text{CT}} = 1$. **C.** $\min_{\mathbb{R}} y = 1$. **D.** $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ nên khẳng định D **sai**.

- Câu 4.** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Tiệm cận ngang:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} \right)}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = 5$$

Ta có: nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=5$.

$$x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Tiệm cận đứng: Cho

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} y = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(5x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x+1} = \frac{6}{2} = 3$ nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{1}{x+1} \cdot \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} \right) = -\infty$$

$$\text{vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1} = -4 < 0 \end{cases}$$

Khi đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.
Tổng cộng đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{3x-1}{x-1}$. Khi đó đường thẳng nào sau đây là đường

tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)-2}$?

A. $x=1$.

B. $x=-2$.

C. $x=-1$.

D. $x=2$.

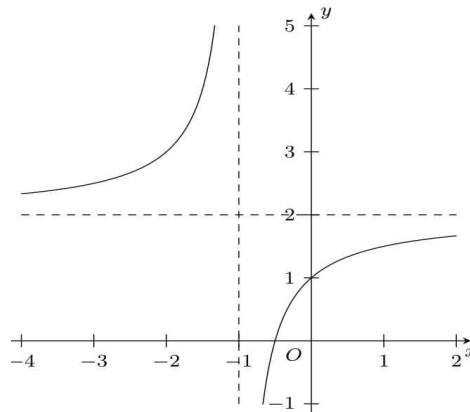
Lời giải

$$\text{Ta có } f(x)=2 \Leftrightarrow \frac{3x-1}{x-1}=2 \Rightarrow 3x-1=2x-2 \Leftrightarrow x=-1.$$

$$\text{Với } y=\frac{1}{f(x)-2} \text{ ta có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$$

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)-2}$ có đường tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 6. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\frac{x-1}{x+1}$.

B. $y=\frac{x+2}{x+1}$.

C. $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

D. $y=\frac{x+3}{1-x}$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên chỉ có đáp án C là phù hợp.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+1}{bx+c}$ ($a,b,c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có:

$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$$

Mặt khác:

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$$

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), ta được: $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 8. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và O là một điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

B. $\vec{OG} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

C. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

D. $\vec{OG} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD}$

Lời giải

Chọn C

Vì $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = (\vec{OG} + \vec{GA}) + (\vec{OG} + \vec{GB}) + (\vec{OG} + \vec{GC}) + (\vec{OG} + \vec{GD})$
 $= 4\vec{OG} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 4\vec{OG}$ (vì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$)
 $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$

Suy ra

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ biết điểm $M(1; -2; 2)$. Tính $\vec{OM}$ theo các vectơ i, j, k , khi đó:

A. $\vec{OM} = 2i + 3j - 4k$ B. $\vec{OM} = i + 2j - 2k$ C. $\vec{OM} = i - 2j + 2k$ D. $\vec{OM} = -i + 2j - 2k$

Lời giải

Chọn C

Vì $M(1; -2; 2)$ suy ra $\vec{OM} = i - 2j + 2k$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (1; 3; -2)$ và $v = (2; 1; -1)$. Toạ độ vectơ $u - v$ là:

- A.** $(3; 4; -3)$ **B.** $(-1; 2; -3)$ **C.** $(-1; 2; -1)$ **D.** $(1; -2; 1)$

Lời giải

Chọn C

$$u - v = (-1; 2; -1)$$

Câu 11. Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)
Tần số	3	7	2	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.** [0; 10). **B.** [10; 20). **C.** [20; 30). **D.** [30; 40).

Lời giải

Cỡ mẫu là: $n = 3 + 7 + 2 + 9 = 21$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{21}$ là giá trị của mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

$$A = \frac{n+1}{4} = \frac{21+1}{4} = 5.5$$

Ta có:

Suy ra, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là:

$$Q_1 = \frac{x_{[A]} + (x_{[A]} + 1)}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} \in [10; 20) ; \text{ với } x_{[A]} = x_{[5,5]} = 5$$

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [10; 20).

Câu 12. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quảng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quảng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 3,41. **B.** 11,62. **C.** 0,017. **D.** 0,36.

Lời giải

Ta có :

Quảng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

$$\bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39$$

Số trung bình :

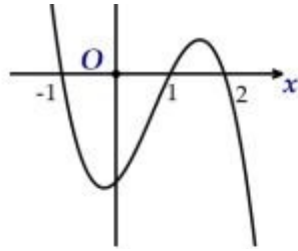
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{20} [3.(2,85)^2 + 6.(3,15)^2 + 5.(3,45)^2 + 4.(3,75)^2 + 2.(4,05)^2] - (3,39)^2 = 0,1314$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



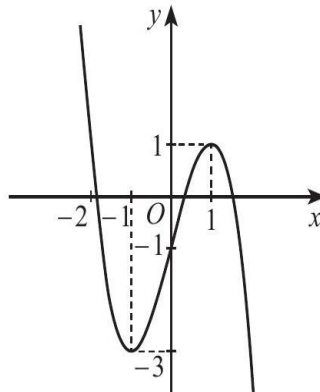
- a) $f(-1) > f(1)$
 b) $f(-2) > f(-1)$
 c) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$

Lời giải

- a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x$.

- a) $f'(x) = -3x^2 + 3$
 b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 = -1$ và đạt cực đại tại $x_2 = 1$.
 d) Hàm số có đồ thị như hình bên.



Lời giải

- a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

Câu 3. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 5.
 b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [15; 16).
 c) Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [17; 18).
 d) Số đặc trưng không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng là khoảng tứ phân vị.

Lời giải

- a) Đúng.
 Vì khoảng biến thiên $R = 19 - 14 = 5$

b) Sai.

Vì Cỡ mẫu là: $n = 1 + 3 + 8 + 6 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là tuổi thọ của 20 con hổ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có:
$$A = \frac{n+1}{4} = \frac{20+1}{4} = 5.25$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [16; 17).

$$Q_1 = \frac{x_{[A]} + (x_{[A]} + 1)}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} \in [16; 17)$$

c) Đúng.

Ta có:
$$B = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(20+1)}{4} = 15.75$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là

Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [17; 18).

$$Q_3 = \frac{x_{[B]} + (x_{[B]} + 1)}{2} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [17; 18)$$

d) Đúng.

Số đặc trưng không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng là khoảng tứ phân vị.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $a = (2; -5; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (1; 7; 2)$.

a) $u = 3a - b + 5c$ với $u = (11; 22; 18)$

b) $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b} - 2\vec{c}$ với $\vec{x} = \left(-1; -\frac{115}{6}; -\frac{7}{6}\right)$

c) $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ với $\vec{v} = 2i - 3j + 2k$

d) $\vec{y} = \vec{b} - \vec{c}$ với $\vec{y} = -i + 5j - 3k$

Lời giải

a) Đúng.

$u = 3a - b + 5c$ với $u = (11; 22; 18)$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3\vec{a} = (6; -15; 9) \\ \vec{b} = (0; 2; -1) \\ 5\vec{c} = (5; 35; 10) \end{array} \right\} \Rightarrow 3\vec{a} - \vec{b} + 5\vec{c} = (11; 22; 18) = u$$

+ Ta có:

b) Đúng.

$\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b} - 2\vec{c}$ với $\vec{x} = \left(-1; -\frac{115}{6}; -\frac{7}{6}\right)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}\vec{a} = \left(1; -\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right) \\ \frac{4}{3}\vec{b} = \left(0; \frac{8}{3}; -\frac{4}{3}\right) \\ 2\vec{c} = (2; 14; 4) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{4}{3}\vec{b} - 2\vec{c} = \left(-1; -\frac{115}{6}; -\frac{7}{6}\right) = x$$

+ Ta có:

c) Đúng.

$\vec{v} = \vec{a} + \vec{b}$ với $\vec{v} = 2i - 3j + 2k$

$\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow \vec{v} = (2; -3; 2) \Rightarrow \vec{v} = 2i - 3j + 2k$

d) Sai.

$$\begin{aligned} \underline{y} &= \underline{b} - \underline{c} \quad \text{với} \quad \underline{y} = -i + 5j - 3k \\ \underline{y} &= \underline{b} - \underline{c} \Rightarrow \underline{y} = (-1; -5; -3) \Rightarrow \underline{y} = -i - 5j - 3k. \end{aligned}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?

Lời giải

Đáp số: 9.

Ta có $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t \Rightarrow f'(t) = -3t^2 + 90t + 600$.

Tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 nên $f'(t) > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t + 600 > 1200$
 $\Leftrightarrow -3t^2 + 90t - 600 > 0 \Leftrightarrow 10 < t < 20$.

Vậy có 9 ngày tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200.

Câu 2. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức

$c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu (theo đơn vị giờ) thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $c'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2}$, $\forall t \in (0; +\infty)$. Cho $c'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$.
 Bảng biến thiên:

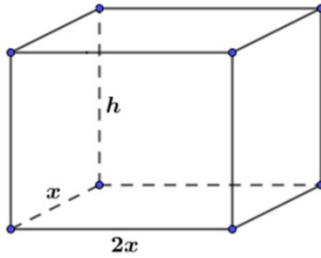
t	0	1	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-
$c(t)$			

Vậy sau khi tiêm 1 giờ, nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân cao nhất.

Câu 3. Ông An dự định sử dụng hết 6 m^2 kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,33



Gọi $x(m)$ là chiều rộng ($x > 0$). Chiều dài là $2x(m)$. Chiều cao là $h(m)$. ($h > 0$)

Theo đề bài, ta có: $2x^2 + 4xh + 2xh = 6 \Leftrightarrow 2x^2 + 6xh = 6 \Leftrightarrow h = \frac{3 - x^2}{3x}$

Vì $h > 0$ và $x > 0$ nên $3 - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{3}$.

Suy ra thể tích của bể cá là: $V = 2x^2h = 2x \cdot \frac{2}{3}x^3$ với $0 < x < \sqrt{3}$.

$V' = 2 - 2x^2$, nên $V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (N)} \\ x = -1 \text{ (L)} \end{cases}$.

Dễ thấy $V_{\max} = V(1) = \frac{4}{3} \approx 1,33(m^3)$.

Câu 4. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn

tạp chí và $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí (xuất bản và phát hành). Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường $y = ax + b$. Khi đó $4a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2004

Theo giả thiết, ta có: $T(x) = C(x) + 4000x = x^2 + 2000x + 10^8$.

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn $M(x) = \frac{T(x)}{x} = x + \frac{10^8}{x} + 2000$.

Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn $x \rightarrow +\infty$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (M(x) - (x + 2000)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + \frac{10^8}{x} + 2000 - (x + 2000) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{10^8}{x} \right] = 0$$

Suy ra đồ thị hàm số $M(x)$ có 1 tiệm cận xiên $y = x + 2000$.

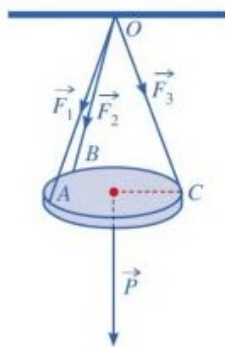
Hay chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường $y = x + 2000$.

Suy ra $a = 1, b = 2000 \Rightarrow 4a + b = 2004$.

Câu 5. Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm

A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây

OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$ (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Lời giải

Trả lời: 17,32.

Vì tấm gỗ tròn treo song song với mặt phẳng nằm ngang nên tấm gỗ đang ở vị trí cân bằng

Suy ra $\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow P = |\vec{P}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = 10\sqrt{3}$ (N). (áp dụng công thức độ dài đường chéo hình lập phương).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là $D(a; b; c)$. Tính $T = a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 4.

Ta có: $\vec{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\vec{BA}| = \sqrt{26}; \vec{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\vec{BC}| = 2\sqrt{26}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra: $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \vec{DC} = -2\vec{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. Suy ra $T = a + b + c = -\frac{2}{3} + \frac{11}{3} + 1 = 4$.

----- **HẾT** -----