CHƯƠNG

**IV**

**ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN**

**QUAN HỆ SONG SONG**

BÀI 6: PHÉP CHIẾU PHẲNG SONG SONG.

HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**I. PHÉP CHIẾU SONG SONG**

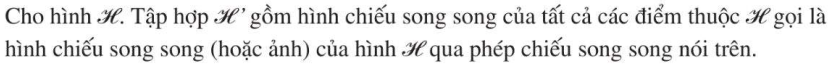
**1. Định nghĩa:**

Cho mặt phẳng  và đường thẳng  cắt . Phép đặt tương ứng mỗi điểm  trong không gian với điểm  của mặt phẳng  sao cho  song song hoặc trùng với đường thẳng 

gọi là *hình chiếu song* lên mặt phẳng  theo phương .

Mặt phẳng  gọi là *mặt phẳng chiếu*, đường thẳng  là *phương chiếu*.

Điểm  gọi là *hình chiếu song song (hoặc ảnh)* của điểm  qua phép chiếu song song nói trên.



***Chú ý.*** Nếu một đường thẳng có phương trùng với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm.

**2. Tính chất:**

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đưởng thẳng song song hoặc trùng nhau.

- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

**II. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN**

**1. Khái niệm**

Hình biểu diễn của một hình  trong không gian là hình chiếu song song của hình  trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

**2. Hình biểu diễn của một số hình khối đơn giản:**

- *Tam giác.* Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác có dạng tùy ý cho trước

- *Hình bình hành.* Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành có dạng tùy ý cho trước

- *Hình thang.* Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình thang ban đầu.

- *Hình tròn.* Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn cho hình tròn.

**HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**III ===I**

1. Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

**A.** Hình chữ nhật. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình thoi.

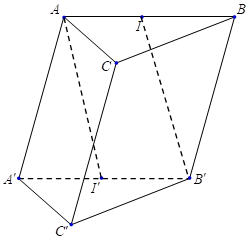
**Lời giải**

Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình thang.

1. Cho hình lăng trụ , gọi ,  lần lượt là trung điểm của , . Qua phép chiếu song song đường thẳng , mặt phẳng chiếu  biến  thành?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Ta có  là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng , mặt phẳng chiếu  biến điểm  thành điểm .

1. Cho tứ diện . Gọi  là trung điểm của . Hình chiếu song song của điểm  theo phương  lên mặt phẳng  là điểm nào sau đây?

**A. **. **B.** Trung điểm của .

**C.** Trung điểm của . **D.** Trọng tâm tam giác .

**Lời giải**



Gọi  là trung điểm của cạnh 

Khi đó  là đường trung bình của  nên . Do đó, hình chiếu song song của  theo phương lên mặt phẳng  là điểm .

1. Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

**A.** Chéo nhau. **B.** Đồng qui. **C.** Song song. **D.** Thẳng hàng.

**Lời giải.**

Do hai đường thẳng qua phép chiếu song song ảnh của chúng sẽ cùng thuộc một mặt phẳng.

Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

1. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

**A.** Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thảnh đoạn thẳng.

**B.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

**C.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

**D.** Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

**Lời giải.**

Tính chất của phép chiếu song song.

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc *trùng nhau*. Suy ra B sai: Chúng có thể trùng nhau.

1. Cho hình lăng trụ , qua phép chiếu song song đường thẳng , mặt phẳng chiếu  biến  thành . Trong đó  là trung điểm của . Chọn mệnh đề **đúng**?

**A.**  là trung điểm của . **B.**  là trung điểm của .

**C.**  là trung điểm của . **D.** Cả ba đáp án trên đều sai.

**Lời giải.**

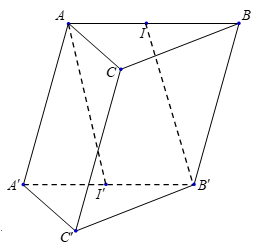
Ta có phép chiếu song song đường thẳng , biến  thành , biến  thành .

Do  là trung điểm của  suy ra  là trung điểm của .

1. Cho hình lăng trụ , gọi ,  lần lượt là trung điểm của , . Qua phép chiếu song song đường thẳng , mặt phẳng chiếu  biến  thành?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải.**



Ta có  là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng

, mặt phẳng chiếu  biến điểm 

thành điểm .

1. Cho tam giác  ở trong mặt phẳng  và phương . Biết hình chiếu của tam giác  lên mặt phẳng  là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .

**C.**  hoặc . **D.** A, B, C đều sai.

**Lời giải.**

 Phương án A: Hình chiếu của tam giác  vẫn là một tam giác trên mặt phẳng .

 Phương án B: Hình chiếu của tam giác  vẫn là tam giác .

 Phương án C: Khi phương chiếu  song song hoặc được chứa trong mặt phẳng . Thì hình chiếu của tam giác là đoạn thẳng trên mặt phẳng . Nếu giao tuyến của hai mặt phẳng  và  là một trong ba cạnh của tam giác .

1. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.

**B.** Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.

**C.** Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.

**D.** Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

**Lời giải.**

Qua phép chiếu song song chỉ có thể biến hình chóp cụt thành một đa giác.

 Loại B - chỉ là một đoạn thẳng.

 Loại C - phép chiếu song song không thể là một khối đa diện.

 Loại D - chỉ là một điểm.

 Chọn A - hình chiếu là một đa giác.

1. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

**A.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

**B.** Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.

**C.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

**D.** Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

**Lời giải.**

 Phương án A: Đúng vì khi đó hình chiếu của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

 Phương án B: Đúng vì mặt phẳng chiếu chứa đường thẳng đã cho.

 Phương án C: Sai vì hình chiếu của chúng chỉ có thể song song hoặc cắt nhau.

 Phương án D: Đúng - tính chất phép chiếu song song.

1. Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.

**A.** Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.

**B.** Một đường thẳng.

**C.** Thành hai đường thẳng song song.

**D.** Cả ba trường hợp trên.

**Lời giải.**

Tính chất phép chiếu song song.

1. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hình chiếu song song của hình lập phương theo phương  lên mặt phẳng  là hình bình hành.

**B.** Hình chiếu song song của hình lập phương theo phương  lên mặt phẳng  là hình vuông.

**C.** Hình chiếu song song của hình lập phương theo phương  lên mặt phẳng  là hình thoi.

**D.** Hình chiếu song song của hình lập phương theo phương  lên mặt phẳng  là một tam giác.

**Lời giải.**

Qua phép chiếu song song đường thẳng  lên mặt phẳng  sẽ biến  thành , biến  thành , biến  thành , biến  thành . Nên hình chiếu song song của hình lập phương  là hình vuông.

1. Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?

**A.** Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.

**Lời giải.**

Tính chất của phép chiếu song song.

1. Trong các mện đề sau mệnh đề nào sai:

**A.** Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.

**B.** Một tam giác bất kỳ đề có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

**C.** Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.

**D.** Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

**Lời giải.**

Khi mặt phẳng chiếu song song với đường thẳng đã cho thì đường thẳng đó song song với hình chiếu của nó.

1. Nếu đường thẳng  cắt mặt phẳng chiếu  tại điểm  thì hình chiếu của  sẽ là:

**A.** Điểm . **B.** Trùng với phương chiếu.

**C.** Đường thẳng đi qua . **D.** Đường thẳng đi qua  hoặc chính .

**Lời giải.**

 Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng  thì hình chiếu là điểm .

 Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng  thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm .

1. Giả sử tam giác  là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:

**A.** Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác .

**B.** Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác .

**C.** Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác .

**D.** Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác .

**Lời giải.**

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao của ba đường trung trực.

1. Cho hình chóp  có đáy là hình bình hành.  là trung điểm của . Hình chiếu song song của điểm  theo phương  lên mặt phẳng  là điểm nào sau đây?

**A.** . **B.** Trung điểm của .

**C.** . **D.** .

**Lời giải.**

Giả sử  là ảnh của  theo phép chiếu song song đường thẳng  lên mặt phẳng .

Suy ra . Do  là trung điểm của  là trung điểm của .

1. Cho hình chóp  có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm  theo phương  lên mặt phẳng  là điểm nào sau đây?

**A.** . **B.** Trung điểm của .

**C.** . **D.** .

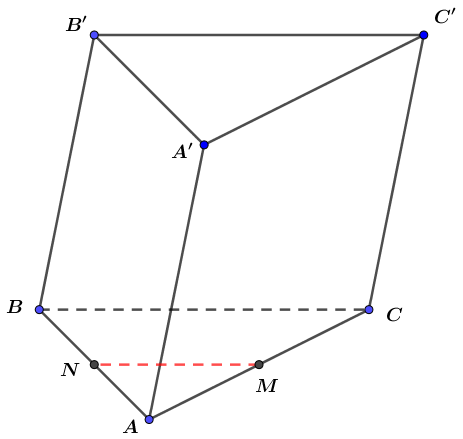
**Lời giải.**

Do suy ra hình chiếu song song của điểm  theo phương  lên mặt phẳng  là điểm .

1. Cho lăng trụ . Gọi  là trung điểm của . Khi đó hình chiếu song song của điểm  lên  theo phương chiếu  là

**A.** Trung điểm . **B.** Trung điểm . **C.** Điểm . **D.** Điểm .

***Lời giải***



Gọi  là trung điểm của . Ta có: .

Vậy hình chiếu song song của điểm  lên  theo phương chiếu  là điểm .

1. Cho hình hộp chữ nhật . Gọi  và . Điểm  lần lượt là trung điểm của  và  Qua phép chiếu song song theo phương  lên mặt phẳng  thì hình chiếu của tam giác  là

**A.** Đoạn thẳng . **B.** Điểm . **C.** Tam giác . **D.** Đoạn thẳng .

***Lời giải***



Ta có:  và  nên tứ giác  là hình bình hành .

Do đó hình chiếu của điểm  qua phép chiếu song song theo phương  lên mặt phẳng  là điểm 

Mặt khác điểm  và  thuộc mặt phẳng  nên hình chiếu của  và  qua phép chiếu song song theo phương  lên mặt phẳng  lần lượt là điểm  và 

Vậy qua phép chiếu song song theo phương  lên mặt phẳng  thì hình chiếu của tam giác  là đoạn thẳng .

1. Cho hình hộp . Xác định các điểm  tương ứng trên các đoạn  sao cho  song song với  và tính tỉ số .

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng  theo phương chiếu . Ta có  là ảnh của  hay  chính là giao điểm của  và ảnh  qua phép chiếu này. Do đó ta xác định  như sau:  Trên  kéo dài lấy điểm  sao cho  thì  là hình bình hành nên  suy ra  là ảnh của  trên  qua phép chiếu song song.  Gọi . Đường thẳng qua  và song song với  cắt  tại . Ta có  là các điểm cần xác định.  Theo định lí Thales, ta có . |  |

1. Cho hình hộp . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và .

a) Xác định đường thẳng  đi qua  đồng thời cắt  và .

b) Gọi  lần lượt là giao điểm của  với  và . Hãy tính tỉ số .

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| a) Giả sử đã dựng được đường thẳng  cắt cả  và . Gọi  lần lượt là giao điểm của  với  và .  Xét phép chiếu song song lên theo phương chiếu . Khi đó ba điểm  lần lượt có hình chiếu là . Do  thẳng hàng nên  cũng thẳng hàng. Gọi  là hình chiếu của  thì  là hình chiếu của . Vì .  Từ phân tích trên suy ra cách dựng: |  |

- Lấy .

- Trong  dựng  cắt  tại .

- Vẽ đường thẳng , đó chính là đường thẳng cần dựng.

a) Ta có  suy ra . Do đó  là trung điểm của . Mặt khác  nên  là đường trung bình của tam giác , suy ra .

1. Cho hình lăng trụ tam giác , gọi  lần lượt là tâm của các mặt bên ,  và . Qua phép chiếu song song đường thẳng  và mặt phẳng chiếu  khi đó hình chiếu của điểm ?

**A.** Trung điểm của . **B.** Trung điểm của .

**C.** Trung điểm của . **D.** Trung điểm của .

**Lời giải**