|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH QUẢNG NINH**  ĐỀ THI CHÍNH THỨC | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM 2022**  Môn thi: **TOÁN –** Bảng **A**  Ngày thi: **23/02/2022**  *Thời gian làm bài:* **150 phút***, không kể thời gian giao đề*  *(Đề thi này có 01 trang)* |

**Câu 1.** *(4,0 điểm).*

**a.**Cho  là các số dương thỏa mãn điều kiện .

Tính giá trị biểu thức ****.

**b.** Cho hai hàm số  và  (*m* là tham số).

Hãy tìm các giá trị của *m* để đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

**Câu 2.** *(5,0 điểm).*

**a.** Giải phương trình .

**b.** Giải hệ phương trình .

**Câu 3.** *(4,0 điểm)*.

**a.** Tìm tất cả các cặp số nguyên  thỏa mãn phương trình .

**b.** Tìm tất cả các số nguyên *m* để phương trình có nghiệm là số hữu tỉ.

**Câu 4.** *(6,0 điểm)*.

Cho đường tròn  và dây cố định không là đường kính của . Lấy điểm trên cung lớn sao cho và ,  là điểm chính giữa của cung nhỏ. Từ  hạ vuông góc với  (thuộc), từ  hạ vuông góc với ( thuộc). Đường thẳng cắt đường thẳng và lần lượt tại và.

**a.** Chứng minh thuộc  và song song với;

**b.** Hạ  vuông góc với (thuộc). Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của đoạn thẳng;

**c.** Chứng minh đường thẳng luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi  di chuyển trên cung nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Câu 5.** *(1,0 điểm)*.

Trên bảng người ta viết 2022 số nguyên dương liên tiếp 1; 2; 3; …; 2022 và thực hiện các thao tác sau: Xóa đi hai số bất kì (trong 2022 số trên) rồi lại viết lên bảng một số bằng tổng của hai số vừa xóa, cứ tiếp tục làm như vậy cho đến khi trên bảng chỉ còn lại một số. Hỏi số còn lại trên bảng là số chẵn hay số lẻ, vì sao?

………………… Hết ……………….

*- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*

*- Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ………………………………………… Số báo danh: ………………..

*Chữ kí của giám thị 1: …………….………… Chữ kí của giám thị 2: …………………………*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH QUẢNG NINH**  ĐỀ CHÍNH THỨC | | **HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM HỌC 2022**  Môn thi: **TOÁN –** Bảng **A**  Ngày thi: **23/02/2022**  *(Hướng dẫn chấm này có 02 trang)* | | |
| **Câu** | **Sơ lược lời giải/ Một số gợi ý chính** | | | **Điểm** | |
| **1**  **(4,0 đ)** | **a.** Với x, y, z dương thì A luôn xác định. | | | 0,25 | |
| . | | | 0,75 | |
| . | | | 0,75 | |
| Vậy A = 0. | | | 0,25 | |
| **b.** Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là  (\*) | | | 0,5 | |
| . | | | 0,25 | |
| Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt, tức là . | | | 0,5 | |
| Giải bất phương trình và kết luận m < - 4 hoặc m >1. | | | 0,75 | |
| **2**  **(5,0 đ)** | **a.** ĐKXĐ: . | | | 0,25 | |
| ( vì  với x thỏa ĐKXĐ). | | | 1,0 | |
| . | | | 0,5 | |
| . | | | 0,5 | |
| Kiểm tra và kết luận S = {2; 3}. | | | 0,25 | |
| **b.** | | |  | |
| , thay vào (2), thu gọn được . | | | 0,75 | |
|  | | | 0,5 | |
| +) , thay vào (1), giải được nghiệm (1; 1); (-1; -1).  +) , thay vào (1) không thỏa mãn. | | | 1,0 | |
| Vậy hệ đã cho có hai nghiệm (1; 1); (-1; -1). | | | 0,25 | |
| **3**  **4,0 đ** | **a**. Phương trình đã cho tương đương với  (\*) | | | 0,25 | |
| Có , suy ra  . | | | 0,5 | |
| Kết hợp (\*) ta có   hoặc . | | | 0,5 | |
| Với . | | | 0,5 | |
| Với . | | | 0,5 | |
| Vậy nghiệm nguyên của phương trình là | | | 0,25 | |
| **b.** Phương trình có nghiệm hữu tỉ khi và chỉ khi  . | | | 0,25 | |
| Với m, p, q nguyên, suy ra .  Từ đó . | | | 0,5 | |
| Thay các giá trị của x vào phương trình tìm được giá trị nguyên của m là -1.  Kết luận: m = -1. | | | 0,75 | |
| **4**  **(6,0 đ)** |  | | **a)** Có  (cùng phụ ). | 0,25 | |
| . | 0,25 | |
| Suy ra . | 0,25 | |
| Suy ra BAED là tứ giác nội tiếp, hay E thuộc (O; R). | 0,25 | |
| Tương tự có HF = HB. | 1,0 | |
| Suy ra HK // BC. | 0,5 | |
| **b)** Gọi I là giao điểm của KL và BC.  Chứng minh ALDK là tứ giác nội tiếp. | | | 0,5 | |
| Suy ra  hay . | | | 0,5 | |
| Suy ra D, L, B, I cùng thuộc một đường tròn. Dẫn đến . | | | 0,5 | |
| Tam giác BDC có DB = DC (); nên I là trung điểm của BC (đpcm). | | | 0,5 | |
| **c)** Hạ OJ vuông góc với AE.  Có (không đổi). | | | 0,5 | |
| Chứng minh  (không đổi). | | | 0,5 | |
| Suy ra (không đổi).  Mà O cố định nên AE tiếp xúc đường tròn (O; OJ) cố định. | | | 0,5 | |
| **5**  **(1,0 đ)** | Khi xóa đi hai số bất kì và thay bằng tổng của chúng thì tổng của các số trên bảng luôn không đổi. | | | 0,5 | |
| Do đó, số cuối cùng còn lại trên bảng bằng 1+2+3+…+2022 = 1011.2023 là số lẻ.  Vậy số còn lại trên bảng là một số lẻ. | | | 0,5 | |

***Lưu ý:***

*- Tổ chấm có thể thống nhất để chia nhỏ tới 0,25 điểm ở nội dung thích hợp nếu cần thiết;*

*- Học sinh làm cách khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa theo biểu điểm;*

*- Điểm bài thi là tổng điểm của các câu, không làm tròn số.*