

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NGÃ SƠN



SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM
ĐỀ TÀI:
XÂY DỰNG CÔNG THỨC TÍNH NHANH CHO MỘT SỐ
DẠNG TOÁN THỰC TẾ LÃI SUẤT VÀ TĂNG TRƯỞNG
MŨ TRONG ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM TOÁN
THPT QUỐC GIA

Người thực hiện: Nguyễn Văn Vương
Chức vụ: Giáo viên
SKKN thuộc lĩnh vực (môn): Toán

MỤC LỤC

Trang

I.	Mở đầu.....	1
1.	Lí do chọn đề tài.....	1
2.	Mục đích và đối tượng nghiên cứu.....	1
3.	Phương pháp nghiên cứu.....	2
II.	Nội dung.....	2
1.	Cơ sở lí luận.....	2
2.	Thực trạng.....	2
3.	Giải pháp.....	3
3.1	Bài toán lãi đơn.....	3
3.2	Bài toán lãi kép dành cho gửi tiền một lần.....	4
3.3	Bài toán lãi kép dành cho gửi tiền hàng tháng.....	7
3.4	Bài toán trả góp tiền hàng tháng.....	9
3.5	Bài toán rút sổ tiết kiệm theo định kì.....	12
3.6	Bài toán lãi suất không kì hạn.....	14
3.7	Bài toán lãi kép liên tục - công thức tăng trưởng mũ.....	16
3.8	Mở rộng một số bài toán thực tế khác áp dụng công thức lãi kép.....	19
III.	Kết luận.....	22
1.	Kết quả nghiên cứu.....	22
2.	Kết luận và kiến nghị.....	22
	Tài liệu tham khảo.....	23

I. MỞ ĐẦU

1. LÍ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Đất nước ta trên đường đổi mới cần có những con người phát triển toàn diện, năng động và sáng tạo. Muốn vậy phải bắt đầu từ sự nghiệp giáo dục và đào tạo, đòi hỏi sự nghiệp giáo dục và đào tạo phải đổi mới để đáp ứng nhu cầu xã hội. Đổi mới sự nghiệp giáo dục và đào tạo phụ thuộc vào nhiều yếu tố, trong đó một yếu tố quan trọng là đổi mới phương pháp dạy học, bao gồm cả phương pháp dạy học môn Toán.

Mục tiêu Giáo dục phổ thông đã chỉ: “Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy được tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của học sinh, phù hợp với đặc điểm từng lớp học, môn học, bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn, tác động đến tình cảm đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh.”

Trong những năm trước đây, bài toán lãi suất ngân hàng và tăng trưởng mũ chỉ xuất hiện trong các đề thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính casio cấp tỉnh và khu vực dành cho học sinh các khối THCS và THPT. Năm 2017, khi bộ GD & ĐT quyết định áp dụng phương thức thi trắc nghiệm cho môn toán thì bài toán thực tế “lãi suất ngân hàng và tăng trưởng mũ” đã được coi là bài toán không thể thiếu trong đề thi THPT Quốc gia, minh chứng điều đó chúng ta đã thấy rất rõ trong các đề thi thử nghiệm của Bộ GD& ĐT. Sự đổi mới quyết đoán ấy đã làm thay đổi toàn bộ cấu trúc của đề thi môn Toán, với thời lượng 90 phút cho 50 câu trắc nghiệm thì yêu cầu đặt ra với học sinh không còn đơn thuần là tư duy chặt chẽ, logic, cẩn thận mà quan trọng hơn cả là sự linh hoạt, nhanh nhẹn, kỹ năng và thao tác tốc độ. Để thành công trong việc giải quyết tốt một đề thi trắc nghiệm Toán thì ngoài việc học sâu cần phải học rộng, nhớ nhiều, đặc biệt là phải biết xây dựng, xâu chuỗi công thức cho các dạng toán để rút ngắn thời gian làm bài.

Trong các đề thi thử nghiệm của Bộ, bài toán lãi suất và tăng trưởng mũ nằm ở mức độ kiến thức ***vận dụng và vận dụng cao***, là bài toán dành cho học sinh khá, giỏi lấy điểm 8, 9, 10. Cái khó ở bài toán này được đa phần các thầy cô giáo khi giảng dạy đều nhận xét nó nằm ở ba yếu tố: yếu tố thứ nhất là đề bài dài, câu dẫn nhiều gây khó hiểu; yếu tố thứ hai là sử dụng các tư duy quy nạp, cấp số, đây là những tư duy khó đối với học sinh phổ thông; yếu tố thứ ba, bài toán đòi hỏi sự biến đổi phức tạp dễ gây sai sót, nhầm lẫn trong tính toán cho học sinh. Đây là bài toán mới, được áp dụng vào thi cử năm đầu tiên, trên thị trường sách các tài liệu tham khảo còn ít, còn hạn chế cũng như chưa được đầu tư kỹ lưỡng về nội dung và hình thức. Việc có một tài liệu hoàn chỉnh, đầy đủ, phân chia các dạng toán khoa học luôn là một nhu cầu cấp thiết cho cả thầy cô và học sinh.

2. MỤC ĐÍCH VÀ ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU.

- Mục đích nghiên cứu: giúp học sinh có một tài liệu học tập hoàn chỉnh, đầy đủ, phân chia các dạng toán khoa học, thêm kiến thức giải quyết tốt các bài toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ.
- Đối tượng nghiên cứu:

Đề tài: ***“Xây dựng công thức tính nhanh cho một số dạng toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ trong đề thi trắc nghiệm toán THPT Quốc gia”***.

3. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Đề tài sử dụng chủ yếu các phương pháp nghiên cứu:

- Phương pháp nghiên cứu xây dựng cơ sở lý thuyết.
- Phương pháp thu thập thông tin, xử lý số liệu (từ các nguồn tài liệu ôn thi, các đề thi thử nghiệm, các đề thi thử của các trường THPT, các đề thi học sinh giỏi của các tỉnh và khu vực, các báo cáo, luận văn của sinh viên, thạc sĩ các chuyên ngành kế toán, bài giảng của một số giảng viên kinh tế,...).
- Phương pháp điều tra khảo sát thực tế (thông qua bài toán thực tiễn của các ngân hàng, các cửa hàng bán trả góp tại địa phương).

II. NỘI DUNG

1. CƠ SỞ LÝ LUẬN

Nhiệm vụ trọng tâm trong trường THPT là hoạt động dạy của thầy và hoạt động học của trò. Đối với người thầy giáo dạy Toán, việc giúp học sinh nắm vững những kiến thức Toán phổ thông nói chung, đặc biệt là xuyên chuỗi các nội dung, tạo ra mối liên hệ mật thiết giữa các mặt kiến thức là việc làm rất cần thiết. Muốn học tốt môn Toán, học sinh phải nắm vững những tri thức khoa học ở môn Toán một cách có hệ thống, biết vận dụng lý thuyết một cách linh hoạt vào từng bài toán cụ thể. Điều đó thể hiện ở việc *học đi đôi với hành*, đòi hỏi học sinh phải có tư duy logic và suy nghĩ linh hoạt.

Khi gặp một bài toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ chúng ta có rất nhiều hướng tiếp cận để tư duy ra lời giải. Tuy nhiên với những bài toán hay và khó, lối tư duy theo hướng bó hẹp trong khuôn khổ kiến thức của chương hay kiến thức của cấp học sẽ khiến học sinh khó khăn trong việc tìm ra hướng giải quyết. Vì tính chất phân loại của đề thi THPT Quốc gia hiện nay, bài toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ đã đặt ra một yêu cầu cao hơn ở học sinh. Để giải quyết được bài toán, học sinh không chỉ nắm vững những kiến thức cơ bản của chương mũ - logarit, các phép biến đổi logic toán học đã biết mà còn phải biết suy luận thực tế. Tạo ra một mối liên kết chặt chẽ giữa các mặt kiến thức, các kỹ năng, kết hợp lý luận và thực tiễn giúp học sinh thấy được bản chất của vấn đề đang học, gây nên sự hứng thú tích cực trong học tập, làm cho các em chủ động hơn trong tiếp thu và lĩnh hội tri thức, giúp các em không ngừng tìm tòi thêm nhiều cách giải mới, rút ngắn đến mức tối đa thời gian làm bài, suy luận chắc chắn đưa đến kết quả đúng, khắc phục được tâm lý lo sợ khi gặp dạng toán khó. Đây là mục tiêu quan trọng nhất trong hoạt động dạy học của mỗi giáo viên.

2. THỰC TRẠNG

Khảo sát thực tế rất nhiều nhóm học sinh trong trường THPT Nga Sơn cũng như các trường THPT khác trên địa bàn huyện Nga Sơn (*THPT Ba Đình, THPT Mai Anh Tuấn, THPT Trần Phú*) cho thấy học sinh ngày nay không mẫn mà lăm

với bài toán thực tế, nhất là bài toán lãi suất và tăng trưởng mũ. Lí do được các bạn đưa ra là bài toán này khó, khó ngay từ khâu đọc đề và tư duy hiểu đề, quá trình biến đổi dài, phức tạp, tốn rất nhiều thời gian và hay gây nhầm lẫn, trong khi điểm số dành cho dạng này trong đề thi chỉ có từ 0,2 đến 0,4 điểm. Một phần khó còn do yếu tố tâm lí của học sinh khi nghĩ rằng đây là bài toán dành cho học sinh giỏi lấy điểm cao nên chủ quan không học, không làm. Điều này đã dẫn đến một sự thật đáng buồn, phần lớn các bạn học sinh khi ôn thi hay làm thử đề thi trắc nghiệm toán đều bỏ qua hoàn toàn bài toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ hoặc chỉ khoanh “chùa” đáp án, trong khi bài toán này không phải bài toán quá khó, bài toán mấu chốt của đề. Bằng kinh nghiệm đã tích lũy được ở những năm học phổ thông và 5 năm giảng dạy Toán ở trường THPT Nga Sơn, dù là ít ỏi, nhưng tôi thấy rằng: Với những học sinh học được, thích học bài toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ, khi gặp một bài toán khó các em luôn tư duy được ra lời giải và giải tới đáp số đúng nhưng lại mất một khoảng thời gian khá lâu, với thời lượng quy định chưa đến 2 phút cho một câu trắc nghiệm thì đó hiển nhiên sẽ là sự thất bại. Từ đó ta thấy rằng mấu chốt của vấn đề không còn nằm ở tư duy mà nằm hoàn toàn ở kĩ năng. Câu hỏi đặt ra là “ làm gì để khắc phục được điều bất cập trên. Nếu chúng ta vận dụng kiến thức đã có, tư duy, chia dạng, xây dựng và xâu chuỗi thành hệ thống công thức để nhớ thì liệu rằng có hiệu quả rút ngắn được thời gian làm bài và tạo cho học sinh sự hứng thú hơn khi gặp các bài toán dạng này trong đề thi không?”. Đó là mục đích đề tài “***Xây dựng công thức tính nhanh cho một số dạng toán thực tế lãi suất và tăng trưởng mũ trong đề thi trắc nghiệm toán THPT Quốc gia***” mà tôi hướng đến.

3. GIẢI PHÁP

3.1 Bài toán lãi đơn

(Số tiền lãi tháng kế tiếp chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi tháng trước đó do số tiền gốc sinh ra)

3.1.1 Bài toán: Gửi vào ngân hàng số tiền M , lãi suất tháng r (hoặc kì hạn: 3 tháng (*quý*), 6 tháng, 1 năm,...), thời gian gửi n tháng (hoặc kì hạn). Tính số tiền thu được T (cả vốn lẫn lãi)

• ***Xây dựng công thức:***

+ Số tiền thu được sau tháng 1: $T_1 = M + Mr = M(1 + r)$

+ Số tiền thu được sau tháng 2: $T_2 = T_1 + Mr = M(1 + r) + Mr = M(1 + 2Mr)$

...

+ Số tiền thu được sau tháng n : $T_n = M(1 + nr)$

• **Kết luận**

* Số tiền thu được: $T = M(1 + nr)$ **(1)**

* Xác định các đại lượng trong công thức (1)

+ Số tiền ban đầu: $M = \frac{T}{1 + nr}$ **(1a)**

+ Lãi suất: $r = \frac{T - M}{Mn}$ **(1b)**

+ Thời gian gửi: $n = \frac{T - M}{Mr}$ **(1c)**

3.1.2 Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một người gửi vào ngân hàng 50.000.000 đồng với lãi suất 0,9% /tháng theo hình thức lãi đơn. Tính số tiền người này thu được sau một năm (12 tháng)?

- A. 55.400.000 đ B. 55.675.484 đ C. 50.450.000 đ D. 50.550.000 đ

Giải:

Theo công thức (1) ta có số tiền thu được là:

$$T = M(1 + nr) = 50(1 + 12 \cdot 0,9\%) = 55.400.000 \text{ đ. Đáp án A}$$

Ví dụ 2: Ông A gửi vào ngân hàng số tiền 35.000.000 đồng với lãi suất 0,65% / tháng, theo hình thức lãi đơn. Một thời gian ông A thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là 40.460.000 đồng. Hỏi thời gian ông A gửi ngân hàng là bao nhiêu tháng?

- A. 12 tháng B. 24 tháng C. 18 tháng D. 22 tháng

Giải:

Theo công thức (1b) ta có lãi suất ngân hàng trả cho ông A là:

$$r = \frac{T - M}{Mn} = \frac{40460000 - 35000000}{35000000 \cdot 0,65\%} = 24 \text{ (tháng)}. \text{ Đáp án B}$$

Ví dụ 3: Anh Hùng cầm sổ tiết kiệm đi ngân hàng rút toàn bộ số tiền cả vốn lẫn lãi anh đã gửi ngân hàng cách đó đúng một năm rưỡi theo hình thức lãi đơn với lãi suất 2,4%/quý. Biết số tiền anh đã nhận được từ ngân hàng là 45.760.000 đồng. Hỏi số tiền ban đầu anh Hùng gửi ngân hàng là bao nhiêu?

- A. 39.690.473 đ B. 29.859.793 đ C. 31.955.307 đ D. 40.000.000 đ

Giải:

Một năm rưỡi là 18 tháng, tương ứng 6 quý. Theo công thức (1a) số tiền anh Hùng gửi ngân hàng là:

$$M = \frac{T}{1 + nr} = \frac{45760000}{1 + 6 \cdot 2,4\%} = 40.000.000 \text{ đ. Đáp án D}$$

Ví dụ 4: Để tiếp bước ước mơ đến trường của Linh, bố Linh đã vay vốn hỗ trợ gói vay vốn dành cho sinh viên, với số tiền vay tối đa 8 triệu đồng/năm. Trong 4 năm đại học, năm nào bố Linh cũng vay tối đa số tiền được phép vay vào đầu năm, biết rằng thời gian hoàn thành hợp đồng là 7 năm kể từ ngày vay vốn và điều kiện lãi suất trong thời gian còn giá trị hợp đồng thì số tiền lãi tháng trước không cộng dồn làm vốn sinh lãi tháng sau. Sau 6 năm kể từ ngày vay vốn lần thứ nhất, bố Linh đã hoàn vốn và lãi cho ngân hàng với số tiền là 33.036.800 đồng. Hỏi lãi suất mà ngân hàng dành cho gói vay vốn đó là bao nhiêu %/năm?

- A. 0,72% B. 1,2% C. 0,65% D. 7%

Giải:

Số tiền vay năm thứ nhất, chịu lãi 6 năm, cả vốn và lãi là: $8 \cdot 10^6 (1 + 6r)$

Số tiền vay năm thứ hai, chịu lãi 5 năm, cả vốn và lãi là: $8 \cdot 10^6 (1 + 5r)$

Số tiền vay năm thứ ba, chịu lãi 4 năm, cả vốn và lãi là: $8 \cdot 10^6 (1 + 4r)$

Số tiền vay năm thứ tư, chịu lãi 3 năm, cả vốn và lãi là: $8 \cdot 10^6 (1 + 3r)$

Ta có: $8 \cdot 10^6 (1 + 3r) + 8 \cdot 10^6 (1 + 4r) + 8 \cdot 10^6 (1 + 5r) + 8 \cdot 10^6 (1 + 6r) = 33036800$

Giải ra ta được $r = 0,72\%$. Đáp án A

3.2 Bài toán lãi kép dành cho gửi tiền một lần.

(Số tiền lãi tháng trước được tính vào tiền gốc để tính lãi cho tháng kế tiếp sau)

3.2.1 Bài toán: Gửi vào ngân hàng số tiền M , lãi suất hàng tháng r (hoặc kì hạn), thời gian gửi n tháng (hoặc kì hạn). Tính số tiền thu được T (cả vốn lẫn lãi).

• **Xây dựng công thức**

+ Số tiền thu được sau tháng 1: $T_1 = M + Mr = M(1 + r)$

+ Số tiền thu được sau tháng 2: $T_2 = T_1 + T_1 r = M(1 + r) + M(1 + r)r = M(1 + r)^2$

+ Số tiền thu được sau tháng 3: $T_3 = T_2 + T_2 r = M(1 + r)^2 + M(1 + r)^2 r = M(1 + r)^3$

...

+ Số tiền thu được sau tháng n : $T_n = M(1 + r)^n$

• **Kết luận**

* Số tiền thu được: $T = M(1 + r)^n$ (2)

* Xác định các đại lượng trong công thức (2)

+ Số tiền ban đầu: $M = \frac{T}{(1 + r)^n}$ (2a)

+ Lãi suất: $r = \sqrt[n]{\frac{T}{M}} - 1$ (2b)

+ Thời gian gửi: $n = \log_{1+r} \frac{T}{M}$ (2c)

3.2.2 Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Bác Khánh gửi tiết kiệm vào ngân hàng 100.000.000 đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,7%/tháng. Tính cả vốn và lãi bác thu được sau 9 tháng?

A. 106.300.000 đ B. 932.095.263 đ C. 106.479.312 đ D. 107.000.000 đ

Giải:

Theo công thức (2) số tiền bác Khánh thu được là:

$$T = M(1 + r)^n = 100000000(1 + 0,7\%)^9 = 106479311,7 \text{ (đồng)}. \text{ Đáp án C}$$

Ví dụ 2: Ông An gửi vào ngân hàng 50.000.000 đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 0,67%/tháng. Sau một thời gian ông An rút về cả vốn lẫn lãi được 55.267.654 đồng. Hỏi ông An đã gửi ngân hàng bao lâu?

A. 16 tháng B. 1 năm C. 15 tháng D. 1 năm rưỡi

Giải:

Theo công thức (2c) thời gian ông An gửi là:

$$n = \log_{1+r} \frac{T}{M} = \log_{1+0,67\%} \frac{55267654}{50000000} \approx 15 \text{ (tháng)}. \text{ Đáp án C}$$

Ví dụ 3: Một người gửi vào ngân hàng số tiền 60.000.000 đồng theo thể thức lãi kép, sau 2 năm người này rút về được 70.094.179 đồng cả vốn lẫn lãi. Hỏi lãi suất hàng tháng người này gửi là bao nhiêu?

A. 0,7% B. 8% C. 1,1% D. 0,65%

Giải

2 năm tương ứng 24 tháng. Theo công thức (2b) lãi suất hàng tháng là:

$$r = \sqrt[n]{\frac{T}{M}} - 1 = \sqrt[24]{\frac{70094179}{60000000}} - 1 = 0,65\%. \text{ Đáp án D}$$

Ví dụ 4: Anh Bình gửi 25.000.000 vào ngân hàng theo thể thức lãi kép trong thời gian 10 năm với lãi suất 5%/năm. Hỏi rằng người đó nhận được số tiền nhiều hơn hay ít hơn bao nhiêu nếu ngân hàng trả lãi suất 0,42%/tháng?

- A. Ít hơn 617.213 đồng
C. Bằng nhau

- B. Nhiều hơn 617.213 đồng
D. Nhiều hơn 712.100 đồng

Giải:

Số tiền anh Bình có được (cả vốn lẫn lãi) sau 10 năm với lãi suất 5%/năm là:

$$T = M(1+r)^n = 25000000(1+5\%)^{10} \approx 40722366 \text{ đồng}$$

Số tiền anh Bình có được sau 10 năm (120 tháng) với lãi suất 0,42%/tháng là:

$$T = M(1+r)^n = 25000000(1+0,42\%)^{120} \approx 41339579 \text{ đồng}$$

Ta thấy số tiền thu được theo lãi suất 0,42%/tháng nhiều hơn số tiền thu được theo lãi suất 5%/năm là: $41339579 - 40722366 = 617213$ đồng. **Đáp án B**

Ví dụ 5: Ông Tuấn gửi tiết kiệm theo kì hạn 6 tháng với lãi suất 4,2%/kì và lãi hàng kì được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

- A. 1 năm 5 tháng B. 8 năm 6 tháng
C. 47 năm D. 8 năm

Giải:

Theo công thức (2) ta có phương trình: $M(1+4,2\%)^n = 2M$

$$(1+4,2\%)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1+4,2\%} 2 \approx 17 \text{ (kì)}. \text{ **Đáp án B**}$$

Ví dụ 6: Anh A muốn xây một căn nhà, chi phí xây nhà hết một tỉ đồng, hiện nay anh có 700 triệu đồng. Vì không muốn vay tiền nên anh A quyết định gửi số tiền 700 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 12%/năm, tiền lãi của năm trước được cộng vào tiền gốc của năm sau. Tuy nhiên giá xây dựng cũng tăng mỗi năm 1% so với năm trước. Hỏi sau bao lâu anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền xây nhà (kết quả lấy gần đúng đến một chữ số thập phân)?

- A. 3 năm 5 tháng B. 4 năm
C. 3 năm rưỡi D. 3 năm 9 tháng

Giải:

Theo công thức (2) số tiền anh A có được sau n năm là: $T = 700000000(1+12\%)^n$

Chi phí để xây nhà sau n năm (giá xây dựng tăng 1%) là: $A = 10^9(1+1\%)^n$

$$\text{Ta có } T = A \Leftrightarrow 700000000(1+12\%)^n = 10^9(1+1\%)^n$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1+12\%}{1+1\%} \right)^n = \frac{10}{7} \Leftrightarrow n = \log_{\frac{1+12\%}{1+1\%}} \frac{10}{7} \approx 3,5$$

Vậy sau 3 năm rưỡi anh A tiết kiệm đủ tiền xây nhà. **Đáp án C**

Ví dụ 7: Bạn Long gửi 150.000.000 đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất $r \in [5\%; 7\%]$ / năm. Sau 4 năm bạn ấy rút toàn bộ số tiền ra và vay thêm ngân hàng 212.000.000 đồng cũng với lãi suất r. Hỏi ngân hàng cần lấy lãi suất r bao nhiêu để 3 năm nữa sau khi trả ngân hàng số tiền bạn Long còn lại nhỏ nhất (giả sử lãi suất không thay đổi)?

- A. 7,2% B. 6,5% C. 5% D. 6%

Giải:

Số tiền bạn Long có được cả vốn và lãi sau 4 năm là: $150 \cdot 10^6 (1+r)^4$

Số tiền bạn Long nợ ngân hàng cả vốn và lãi sau 3 năm kể từ ngày vay là:
 $212.10^6(1+r)^3$

Sau khi trả ngân hàng, số tiền còn lại: $150.10^6(1+r)^4 + 212.10^6 - 212.10^6(1+r)^3$

Xét hàm số: $f(r) = 150.10^6(1+r)^4 + 212.10^6 - 212.10^6(1+r)^3$

$f'(r) = 600.10^6(1+r)^3 - 636.10^6(1+r)^2 = 0 \Leftrightarrow r = 6\%$

Lập bảng biến thiên ta được $f(r)$ nhỏ nhất khi $r = 6\%$. Đáp án D

Ví dụ 8: Bạn An thanh toán tiền mua xe bằng các kì khoản năm: 5.000.000 đồng, 10.000.000 đồng, 15.000.000 đồng, 20.000.000 đồng và 25.000.000 đồng. Kì khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua, với lãi suất áp dụng là 6%. Hỏi chiếc xe bạn An mua giá bao nhiêu tiền?

- A. 60.734.562 đồng B. 61.212.350 đồng
B. 93.106.419 đồng D. 94.202.419 đồng

Giải:

Theo công thức (2a): $M = \frac{T}{(1+r)^n}$, ta có giá trị chiếc xe là:

$$A = \frac{5.10^6}{(1+6\%)^1} + \frac{10.10^6}{(1+6\%)^2} + \frac{15.10^6}{(1+6\%)^3} + \frac{20.10^6}{(1+6\%)^4} + \frac{25.10^6}{(1+6\%)^5} = 60734562. \text{ Đáp án A}$$

Ví dụ 9: Một người gửi tiết kiệm 100.000.000 đồng vào ngân hàng. Có 4 hình thức kì hạn gửi: 1 tháng, 3 tháng, 6 tháng, 1 năm, biết lãi suất được trả cho cả 4 hình thức là như nhau và lãi suất là 0,65%/tháng. Hỏi người đó nên gửi theo hình thức nào để sau 10 năm thu được số tiền nhiều nhất?

- A. Kì hạn 1 tháng B. Kì hạn 3 tháng
C. Kì hạn 6 tháng D. Kì hạn 1 năm

Giải:

+ Số tiền người đó thu được theo kì hạn 1 tháng sau 10 năm (120 tháng) là:

$$T = M(1+r)^n = 100000000(1+0,65\%)^{120} = 217597302 \text{ đồng}$$

+ Theo kì hạn 3 tháng thì lãi suất là: $0,65\% \cdot 3 = 1,95\%$

Người đó đã gửi 10 năm tương ứng $\frac{10 \cdot 12}{3} = 40$ kì hạn

Số tiền người đó thu được theo kì hạn 3 tháng sau 10 năm là:

$$T = M(1+r)^n = 100000000(1+1,95\%)^{40} = 216515606 \text{ đồng}$$

+ Theo kì hạn 6 tháng thì lãi suất là: $0,65\% \cdot 6 = 3,9\%$

Người đó đã gửi 10 năm tương ứng $\frac{10 \cdot 12}{6} = 20$ kì hạn

Số tiền người đó thu được theo kì hạn 6 tháng sau 10 năm là:

$$T = M(1+r)^n = 100000000(1+3,9\%)^{20} = 214936885 \text{ đồng}$$

+ Theo kì hạn 1 năm thì lãi suất là: $0,65\% \cdot 12 = 7,8\%$

Số tiền người đó thu được theo kì hạn 1 năm sau 10 năm là:

$$T = M(1+r)^n = 100000000(1+7,8\%)^{10} = 211927643 \text{ đồng}$$

Vậy số tiền thu được theo kì hạn 1 tháng là nhiều nhất. Đáp án A

Chú ý:

- Nếu bài toán gửi tiền theo kì hạn n tháng mà cho lãi suất r /tháng thì lãi suất theo kì hạn là nr /kì.

- Nếu bài toán gửi tiền theo kì hạn n tháng mà cho lãi suất r /năm thì lãi suất theo kì hạn là $\frac{nr}{12}/kì$.

3.3 Bài toán lãi kép dành cho gửi tiền hàng tháng.

(Số tiền lãi tháng trước được tính vào tiền gốc để tính lãi cho tháng kế tiếp sau)

3.3.1 Bài toán: Hàng tháng gửi vào ngân hàng số tiền M không đổi, lãi suất hàng tháng (hoặc kì hạn) r , thời gian gửi n tháng (hoặc kì hạn). Tính số tiền thu được T (cả vốn lẫn lãi).

• Xây dựng công thức

+ Ban đầu gửi: M

+ Sau 1 tháng (tính từ lúc gửi), số tiền vốn, lãi và gửi thêm là:

$$T_1 = M + Mr + M = M(1+r) + M$$

+ Sau 2 tháng, số tiền vốn, lãi và gửi thêm:

$$T_2 = M[(1+r) + 1] + M[(1+r) + 1]r + M = M[(1+r)^2 + (1+r) + 1]$$

+ Sau 3 tháng, số tiền vốn, lãi và gửi thêm:

$$T_3 = M[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r) + 1]$$

...

+ Sau $n-1$ tháng, số tiền vốn, lãi và gửi thêm:

$$T_{n-1} = M[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1] = \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1]$$

+ Sau n tháng, số tiền vốn và lãi (không gửi thêm):

$$T_n = \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1] + \frac{M}{r}[(1+r)^n - 1]r = \frac{M}{r}[(1+r)^{n+1} - (r+1)]$$

• Kết luận

* Số tiền thu được: $T = \frac{M}{r}[(1+r)^{n+1} - (r+1)]$ (3)

* Xác định các đại lượng trong công thức (3)

+ Số tiền gửi mỗi tháng: $M = \frac{Tr}{(1+r)^{n+1} - (r+1)}$ (3a)

+ Thời gian gửi: $n = \log_{1+r} \left[1 + \frac{(T+M)r}{M} \right] - 1$ (3b)

+ Lãi suất: Coi r là ẩn, dùng chức năng SOLVE dò nghiệm cho phương trình $T = \frac{M}{r}[(1+r)^{n+1} - (r+1)]$

3.3.2 Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Để 2 năm sau có tiền cho con trai theo học đại học, ông Bách quyết định mỗi tháng dành một khoản tiền 2.500.000 đồng gửi tiết kiệm ngân hàng. Hỏi với lãi suất 0.6% /tháng, sau hai năm ông Bách có bao nhiêu tiền?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| A. 28.600.000 đồng | B. 28.859.682 đồng |
| C. 55.724.000 đồng | D. 64.714.007 đồng |

Giải:

2 năm tương ứng 24 tháng. Theo công thức (3) số tiền ông Bách có được là:

$$T = \frac{M}{r} [(1+r)^{n+1} - (r+1)] = \frac{2500000}{0,6\%} [(1+0,6\%)^{25} - (0,6\% + 1)] \approx 64714007 \text{ đồng. Đáp án D}$$

D

Ví dụ 2: Thầy Quang muốn sau 5 năm có 1 tỉ đồng mua xe. Hỏi thầy Quang phải gửi ngân hàng mỗi năm (số tiền như nhau) bao nhiêu? Biết lãi suất là 7%/năm.

- A. 243.890.694 đồng B. 162.514.668 đồng
C. 712.986.180 đồng D. 172.573.195 đồng

Giải:

Theo công thức (3a), số tiền thầy Quang gửi mỗi năm là:

$$M = \frac{Tr}{(1+r)^{n+1} - (1+r)} = \frac{10^9 \cdot 7\%}{(1+7\%)^6 - (1+7\%)} = 162514668 \text{ đồng. Đáp án B}$$

Ví dụ 3: Khi bắt đầu đi làm, bạn Hùng quyết định gửi tiết kiệm ngân hàng một phần lương mỗi tháng để lấy tiền mua nhà. Với mức lương 10 triệu đồng, sau khi trang trải các khoản chi phí sinh hoạt thì bạn ấy bỏ ra được số tiền 5500000 đồng. Một thời gian sau, bạn ấy lại quyết định rút tiền đó để mua xe máy, khi rút được cả vốn lẫn lãi là 140.575.133 đồng. Hỏi bạn Hùng đã gửi ngân hàng bao lâu, biết lãi suất là 6%/năm?

- A. 24 tháng B. 18 tháng C. 28 tháng D. 12 tháng

Giải:

Lãi suất 6%/năm tương ứng 0,5%/tháng. Theo công thức (3b):

$$n = \log_{1+r} \left[1 + \frac{(T+M)r}{M} \right] - 1 = \log_{1+0,5\%} \left[1 + \frac{(140575133 + 5500000) \cdot 0,5\%}{5500000} \right] - 1 \approx 24 \text{ tháng}$$

Đáp án A

Ví dụ 4: Cô Lan đã lập một quỹ khuyến học cá nhân dành cho học sinh nghèo vượt khó tham gia lớp học trên website của mình bằng cách gửi tiết kiệm vào ngân hàng số tiền 2 triệu mỗi tháng, với lãi suất x%/tháng. Sau 9 tháng cô rút cả vốn lẫn lãi được số tiền 18.595.256 đồng để trao tặng cho học sinh cuối năm học. Hỏi lãi suất mà ngân hàng trả cho tài khoản tiết kiệm của cô Lan là bao nhiêu?

- A. 0,28% B. 0,6% C. 0,65% D. 0,84%

Giải:

Theo công thức (3) ta có:

$$T = \frac{M}{r} [(1+r)^{n+1} - (r+1)] \Leftrightarrow 18595256 = \frac{2000000}{r} [(1+r)^{10} - (1+r)]$$

Coi r là ẩn, dùng chức năng SOLVE của máy tính tìm được $r = 0,65\%$. **Đáp án C**

3.4 Bài toán trả góp tiền hàng tháng.

3.4.1 Bài toán: Số tiền vay (tiền nợ) T, lãi suất r, số tháng phải trả n, số tiền phải trả hàng tháng M

• Xây dựng công thức

+ Sau 1 tháng (tính từ lúc nợ), số tiền gốc còn nợ:

$$T_1 = T + Tr - M = T(1+r) - M$$

+ Sau 2 tháng, số tiền gốc còn nợ:

$$T_2 = [T(1+r) - M] + [T(1+r) - M]r - M = T(1+r)^2 - M[(1+r) + 1]$$

+ Sau 3 tháng, số tiền gốc còn nợ:

$$T_3 = T(1+r)^3 - M[(1+r)^2 + (1+r) + 1]$$

...
+ Sau n tháng, số tiền gốc còn nợ:

$$T_n = T(1+r)^n - M[(1+r)^{n-1} + \dots + (1+r) + 1] = T(1+r)^n - \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1]$$

Để sau n tháng hết nợ thì

$$T_n = 0 \Leftrightarrow T(1+r)^n - \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1] = 0 \Leftrightarrow M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

• Kết luận

* Số tiền còn nợ tháng thứ n: $T_n = T(1+r)^n - \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1]$ (4)

* Số tiền trung bình phải trả mỗi tháng để hết nợ: $M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$ (4a)

* Xác định các đại lượng trong công thức (4a)

+ Số tiền nợ ban đầu: $T = \frac{M[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n}$ (4b)

+ Thời gian trả: $n = \log_{1+r} \frac{M}{M - Tr}$ (4c)

+ Lãi suất: Coi r là ẩn, dùng chức năng SOLVE dò nghiệm cho phương trình $M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

3.4.2 Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Anh Hòa mua trả góp chiếc xe máy SH giá 54.000.000 đồng. Anh trả trước cho cửa hàng 20.000.000 đồng, số tiền còn lại thanh toán theo hình thức trả góp hàng tháng 5.000.000 đồng, lãi suất 0.5%/tháng. Sau 5 tháng, anh quyết định trả nốt số tiền còn lại. Khi đó anh Hòa còn phải trả cho ngân hàng bao nhiêu tiền?

- A. 25.377.510 đồng B. 10.962.539 đồng
C. 10.000.000 đồng D. 9.607.289 đồng

Giải:

Số tiền anh Hòa thực hiện trả góp cho ngân hàng là: 34.000.000 đồng

Theo công thức (4), số tiền còn nợ sau 5 tháng là:

$$T_n = T(1+r)^n - \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1] = 34 \cdot 10^6 (1 + 0,5\%)^5 - \frac{5 \cdot 10^6}{0,5\%} [(1 + 0,5\%)^5 - 1] = 9607289$$

đồng

Vậy anh Hòa phải trả thêm 9.607.289 đồng. Đáp án D

Ví dụ 2: Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách sau: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ. Hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó số tiền M ông A phải trả cho ngân hàng mỗi tháng là bao nhiêu (biết lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian ông A hoàn nợ)?

- A. $M = \frac{100 \cdot 1,01^3}{3}$ B. $M = \frac{1,01^3}{1,01^3 - 1}$ C. $M = \frac{100 \cdot 1,03}{3}$ D. $M = \frac{120 \cdot 1,12^3}{1,12^3 - 1}$

(Trích đề thi thử nghiệm THPT Quốc gia của Bộ GD&ĐT lần 1)

Giải:

Lãi suất 12%/năm tương đương 1%/tháng. Theo công thức (4a):

$$M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{100.1\%(1+1\%)^3}{(1+1\%)^3 - 1} = \frac{1,01^3}{1,01^3 - 1}$$

Đáp án B

Ví dụ 3: Một xe máy điện giá 10.000.000 đồng được bán trả góp 11 lần, mỗi lần trả góp với số tiền 1.000.000 đồng (lần đầu trả sau khi nhận xe được một tháng). Tính lãi suất hàng tháng?

- A. 1,48% B. 1,5% C. 1,6% D. 1,62%

Giải:

Theo công thức (4a) ta có $M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \Leftrightarrow 10^6 = \frac{10^7.r(1+r)^{11}}{(1+r)^{11} - 1}$ (*)

Dùng chức năng SOLVE của máy tính dò nghiệm ta được $r \approx 0,0162$

Vậy lãi suất $r \approx 1,62\%$. Đáp án D

Ví dụ 4: Bạn An mua một chiếc điện thoại Iphone theo hình thức trả góp với lãi suất 0,45%/tháng, biết mỗi tháng bạn ấy phải trả đều đặn 1500000 đồng và trả trong vòng 1 năm. Hỏi chiếc điện thoại đó giá bao nhiêu tiền?

- A. 17.485.000 đồng B. 18.546.000 đồng
C. 28.310.187 đồng D. 18.899.325 đồng

Giải:

Theo công thức (4b): $T = \frac{M[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n} = \frac{1500000[(1+0,45\%)^{12} - 1]}{0,45\%(1+0,45\%)^{12}} \approx 17485000$ (đồng)

Đáp án A

Ví dụ 5: Bác Minh mua một máy quay phim Panasonic giá 60.000.000 đồng, nhưng vì không đủ tiền để trả một lần nên bác đã chọn phương thức mua trả góp với lãi suất tiền chưa trả là 0,5% mỗi tháng. Biết khi mua bác đã trả trước 15.000.000 đồng và mỗi tháng phải trả đều đặn 2.034.000 đồng, hỏi sau thời gian bao lâu bác Minh hoàn thành hợp đồng?

- A. 2 năm 5 tháng B. 2 năm 4 tháng
C. 2 năm D. 18 tháng

Giải:

Theo công thức (4c), thời gian để bác Minh hoàn thành hợp đồng là:

$$n = \log_{1+r} \frac{M}{M - Tr} = \log_{1+0,5\%} \frac{2034000}{2034000 - 45000000.0,5\%} \approx 23,5$$

Vậy thời gian bác Minh hoàn thành hợp đồng là 24 tháng (2 năm). Đáp án C

Ví dụ 6: Cuối năm, ông Bách dự tính mua trả chậm một chiếc xe máy bằng cách trả ngay 2.200.000 đồng tiền mặt, 3.800.000 đồng cuối năm sau và 5.300.000 đồng cuối năm kế tiếp. Lãi suất áp dụng là 6,24%/năm, hỏi giá xe là bao nhiêu?

- A. 10.472.000 đồng B. 8.272.000 đồng
C. 6.072.000 đồng D. 11.472.000 đồng

Giải:

Gọi T là số tiền ông Bách nợ lại ngân hàng.

Theo công thức (4), với $n=1$, cuối năm sau ông Bách còn nợ:

$$T_1 = T(1+r) - M = 1,0624T - 3800000$$

Theo công thức (4a), với $n=1$, cuối năm kế tiếp ông Bách trả hết nợ nên:
 $5300000 = 1,0624T_1 \Leftrightarrow 5300000 = 1,0624(1,0624T - 3800000) \Leftrightarrow T = 8272000$ đồng

Vậy chiếc xe giá $8272000 + 2200000 = 10472000$ đồng. Đáp án A

Ví dụ 7: Để có tiền làm kinh tế, anh Nam vay ngân hàng 150.000.000 đồng với lãi suất 9%/năm, kì hạn 2 năm, tiền lãi được cộng vào gốc và trả vào cuối kì hạn. Tuy nhiên sau 2 năm anh không có đủ số tiền cả gốc và lãi để trả một lần nên ngân hàng đã đồng ý cho anh thực hiện trả góp trong n tháng bằng hình thức: trả trước 50.000.000 đồng, số tiền còn lại mỗi tháng trả 10.040.000 đồng và chịu lãi suất 1,25%/tháng. Hỏi anh Nam phải trả số tiền đó trong bao lâu và số tiền phải trả theo phương thức trả góp nhiều hơn hay ít hơn trả một lần là bao nhiêu?

- A. 14 tháng, ít hơn 12.345.000 đồng
- B. 14 tháng, nhiều hơn 12.345.000 đồng
- C. 12 tháng, nhiều hơn 12.345.000 đồng
- D. 12 tháng, ít hơn 9.215.000 đồng

Giải:

Số tiền cả gốc và lãi anh Nam nợ cuối kì hạn:

$$T = 150000000(1 + 9\%)^2 = 178215000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền thực hiện trả góp: $178215000 - 50000000 = 128215000$

Theo công thức (4c), thời gian thực hiện trả góp là:

$$n = \log_{1+r} \frac{M}{M - Tr} = \log_{1+1,25\%} \frac{10040000}{10040000 - 128215000 \cdot 1,25\%} \approx 14 \text{ tháng}$$

Số tiền a Nam trả theo hình thức trả góp **nhiều hơn** trả một lần là:

$$14 \cdot 10040000 - 128215000 = 12345000 \text{ đồng. Đáp án B}$$

3.5 Bài toán rút sổ tiết kiệm theo định kì.

3.5.1 Bài toán: Số tiền gửi tiết kiệm ban đầu T , lãi suất r , số tháng rút tiền n , số tiền rút hàng tháng m

• Xây dựng công thức

+ Sau 1 tháng, khi đã thực hiện rút tiền lần 1, số tiền còn lại (tính cả lãi):

$$T_1 = T + Tr - M = T(1 + r) - M$$

+ Sau 2 tháng, khi đã thực hiện rút tiền lần 2, số tiền còn lại (tính cả lãi):

$$T_2 = [T(1 + r) - M] + [T(1 + r) - M]r - M = T(1 + r)^2 - M[(1 + r) + 1]$$

+ Sau 3 tháng, khi đã thực hiện rút tiền lần 3, số tiền còn lại (tính cả lãi):

$$T_3 = T(1 + r)^3 - M[(1 + r)^2 + (1 + r) + 1]$$

...

+ Sau n tháng, khi đã thực hiện rút tiền lần n , số tiền còn lại:

$$T_n = T(1 + r)^n - M[(1 + r)^{n-1} + \dots + (1 + r) + 1] = T(1 + r)^n - \frac{M}{r}[(1 + r)^n - 1]$$

Để sau n tháng hết tiền trong sổ thì

$$T_n = 0 \Leftrightarrow T(1 + r)^n - \frac{M}{r}[(1 + r)^n - 1] = 0 \Leftrightarrow M = \frac{Tr(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1}$$

• Kết luận

* Số tiền còn lại sau khi rút tháng thứ n : $T_n = T(1 + r)^n - \frac{M}{r}[(1 + r)^n - 1]$ (5)

* Số tiền trung bình rút mỗi tháng để hết tiền: $M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$ (5a)

* Xác định các đại lượng trong công thức (5a)

+ Số tiền gửi ban đầu: $T = \frac{M[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n}$ (5b)

+ Thời gian rút: $n = \log_{1+r} \frac{M}{M - Tr}$ (5c)

+ Lãi suất: Coi r là ẩn, dùng chức năng SOLVE dò nghiệm cho phương trình $M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Nhận xét: Thực ra bài toán này giống bài toán trả góp, nhưng chúng ta lại hiểu ngân hàng nợ tiền của người cho vay, trái lại so với vay trả góp.

3.5.2 Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Thay vì việc gửi tiền mỗi tháng cho con trai theo học đại học, anh Hùng quyết định lập cho con trai một sổ tiết kiệm rút tiền định kì theo tháng số tiền 90.000.000 đồng với lãi suất 0,9%/tháng.

- Nếu mỗi tháng con trai anh Hùng đều rút ra số tiền 3.000.000 đồng thì sau một năm sổ tiết kiệm còn lại bao nhiêu tiền.
A. 64.796.147 đồng B. 63.379.000 đồng
C. 62.379.312 đồng D. 34.525.825 đồng
- Nếu mỗi tháng con trai anh Hùng đều rút ra số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng bạn ấy rút ra bao nhiêu tiền để đúng sau hai năm học sẽ hết số tiền đó.
A. 7.750.479 đồng B. 4.186.353 đồng
C. 7.072.304 đồng D. 3.890.000 đồng

Giải:

- Theo công thức (5), số tiền còn lại sau một năm (12 tháng) là:

$$T_{12} = 90000000(1 + 0,9\%)^{12} - \frac{3000000}{0,9\%} [(1 + 0,9\%)^{12} - 1] \approx 62379312 \text{ đồng. Đáp án C}$$

- Theo công thức (5b), số tiền hàng tháng con trai anh Hùng rút để sau 2 năm (24 tháng) hết tiền là:

$$M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} = \frac{90000000 \cdot 0,9\% (1 + 0,9\%)^{24}}{(1 + 0,9\%)^{24} - 1} \approx 4186353 \text{ đồng. Đáp án B}$$

Ví dụ 2: Do bận rộn công việc nên không thể hàng tháng ra ngân hàng gửi tiền về cho bố mẹ, anh Nam lập cho ông bà một tài khoản tiết kiệm rút tiền định kì theo tháng với lãi suất 0,6%/tháng. Biết mỗi tháng bố anh Nam ra ngân hàng rút 2.070.000 đồng vào đúng ngày ngân hàng trả lãi, sau 10 tháng thì tài khoản cũng vừa hết tiền. Hỏi anh Nam đã lập tài khoản tiết kiệm bao nhiêu tiền?

- 20.033.000 đồng B. 21.971.153 đồng
C. 21.395.544 đồng D. 19.197.937 đồng

Giải:

Theo công thức (5b) ta có:

$$T = \frac{M[(1+r)^n - 1]}{r(1+r)^n} = \frac{2070000[(1+0,6\%)^{10} - 1]}{0,6\%(1+0,6\%)^{10}} \approx 20033000 \text{ đồng. Đáp án A}$$

Ví dụ 3: Sau một thời gian đi làm chị Lan tích cóp được số tiền 900.000.000 đồng. Để kiếm thêm ít lãi, chị Lan cho doanh nghiệp tư nhân A vay với lãi suất 1,5%/tháng để làm ăn và thỏa thuận: Sau đúng 1 năm kể từ ngày cho vay doanh nghiệp phải trả trước cho chị Lan 500.000.000 đồng, số tiền còn lại mỗi tháng chị Lan sẽ lấy 50.000.000 đồng, lãi suất không thay đổi. Hỏi tính từ lúc cho vay, sau bao lâu chị Lan lấy hết số tiền cả vốn và lãi?

- A. 1 năm B. 14 tháng
C. 2 năm 1 tháng D. 2 năm 8 tháng

Giải:

Sau 1 năm (12 tháng) số tiền cả vốn và lãi doanh nghiệp A nợ chị Lan là:

$$T = 9.10^8 (1 + 1,5\%)^{12} = 1076056354$$

Số tiền ngân hàng còn nợ để chị Lan lấy hàng tháng là:

$$1076056354 - 500000000 = 576056354 \text{ đồng}$$

Theo công thức (5c), thời gian chị Lan lấy tiền hàng tháng là:

$$n = \log_{1+r} \frac{M}{M - Tr} = \log_{1+1,5\%} \frac{50000000}{50000000 - 576056354 \cdot 1,5\%} \approx 13 \text{ tháng}$$

Vậy từ lúc cho vay, sau 2 năm 1 tháng chị Lan lấy được hết số tiền. Đáp án C

Ví dụ 4: Chị Hương lập cho con gái một tài khoản tiết kiệm rút tiền định kì theo tháng để tiện cho việc theo học đại học. Tài khoản ban đầu là số tiền 60.000.000 đồng. Biết mỗi tháng con gái chị Hương rút để đặn 3.500.000 và sau một năm rưỡi thì rút hết số tiền trong tài khoản. Hỏi lãi suất mà ngân hàng trả cho tài khoản tiết kiệm của chị Hương là bao nhiêu?

- A. 0,12% B. 0,45% C. 0,6% D. 0,52%

Giải:

Một năm rưỡi tương đương 18 tháng. Theo công thức (5a) ta có:

$$M = \frac{Tr(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \Leftrightarrow 3500000 = \frac{60000000 \cdot r(1+r)^{18}}{(1+r)^{18} - 1}. \text{ Dùng chức năng SOLVE của máy}$$

tính dò nghiệm ta được $r \approx 0,0052 = 0,52\%$. Đáp án D

3.6 Bài toán lãi suất không kì hạn.

3.6.1 Bài toán: Số tiền gửi tiết kiệm ban đầu M, lãi suất không kì hạn r, số ngày gửi không kì hạn n, số tiền thu được T.

• Xây dựng công thức

Lãi suất không kì hạn được tính theo công thức lãi đơn. Theo một số ngân hàng: Agribank, Sacombank, Viettinbank, Công thương, ... số ngày trên tháng được qui ước là 30, số ngày trên năm được qui ước là 360

* Nếu lãi suất r là lãi suất trên tháng thì: $T = M(1 + \frac{n \cdot r}{30})$ (6A)

* Nếu lãi suất r là lãi suất trên năm thì: $T = M(1 + \frac{n \cdot r}{360})$ (6B)

3.6.2 Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Anh Vương gửi tiết kiệm ngân hàng 150.000.000 đồng với lãi suất 0,65%/tháng. Do có việc phải sử dụng đến tiền nên gửi được 3 tháng 10 ngày thì anh phải rút về (chưa tháng nào anh rút lãi).

- Hỏi anh Vương thu được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu, biết lãi suất không kì hạn ngân hàng áp dụng cho anh là 0,2%/tháng.
A. 153.046.017 đồng B. 150.100.000 đồng
C. 154.200.000 đồng D. 153.000.000 đồng
- Lãi suất không kì hạn anh có được trong 10 ngày là bao nhiêu?
A. 1.019.630 đồng B. 201.000 đồng
C. 101.963 đồng D. 110.000 đồng

Giải:

- Số tiền cả vốn và lãi anh có được sau 3 tháng là:

$$150000000(1 + 0,65\%)^3 \approx 152944054 \text{ đồng}$$

Theo công thức (6a) số tiền cả vốn và lãi anh có được trong 3 tháng 10 ngày là:

$$152944054(1 + \frac{10 \cdot 0,2\%}{30}) \approx 153046017 \text{ đồng. Đáp án A}$$

- Lãi suất không kì hạn anh có được trong 10 ngày là:

$$153046017 - 152944054 = 101963 \text{ đồng. Đáp án C}$$

Ví dụ 2: Anh Hòa gửi tiết kiệm ngân hàng 55.000.000 đồng kì hạn 6 tháng với lãi suất 5%/năm, gửi được 4 tháng rưỡi thì anh phải rút về để mua lại chiếc xe SH của bạn. Biết cả vốn và lãi anh rút được là 55.309.375 đồng. Hỏi ngân hàng đã tính lãi suất không kì hạn trên năm cho anh là bao nhiêu?

- 1,5%/tháng B. 1,5%/năm C. 2%/năm D. 1,65%/năm

Giải:

4 tháng rưỡi quy ước tính là $4 \cdot 30 + 15 = 135$ ngày

Theo công thức (6b): $55000000(1 + \frac{135 \cdot r}{360}) = 55309375 \text{ (đồng)}$. Dùng chức năng

SOLVE của máy tính dò nghiệm ta được $r = 0,015 = 1,5\%/\text{năm}$. Đáp án B

Ví dụ 3: Bác Minh không dùng đến tiền nên gửi tiết kiệm với số tiền ban đầu là 20.000.000 đồng theo kì hạn 3 tháng, lãi suất 0,72%/tháng. Sau một năm bác Minh lấy cả vốn lẫn lãi gửi tiếp ngân hàng với kì hạn 6 tháng, lãi suất 0,78%/tháng được số lần kì hạn là a. Sau đó bác Minh phải rút tiền ra để mua máy kinh doanh, lúc rút ra thì được 28.735.595 đồng. Biết rằng gửi tiền có kì hạn là tính lãi suất vào cuối kì hạn để tính vào kì hạn sau, còn rút trước kì hạn (rút trước ngày cuối của kì hạn) thì lãi suất được tính theo lãi suất không kì hạn 2%/năm. Tính số kì hạn a và số ngày gửi không kì hạn, biết rằng hình thức không kì hạn không được tính theo công thức lãi kép.

- 6 kì hạn, 45 ngày B. 7 kì hạn, 45 ngày
C. 7 kì hạn, 30 ngày D. 6 kì hạn, 15 ngày

Giải:

Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 1 năm (4 kì hạn 3 tháng) là:

$$20000000(1 + 3 \cdot 0,72\%)^4 \approx 21784798$$

Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 1 kì hạn 6 tháng là:

$$21784798(1 + 6 \cdot 0,78\%)^1 \approx 22804326$$

Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 2 kì hạn là: $21784798(1 + 6.0,78\%)^2 \approx 23871569$
 Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 3 kì hạn là: $21784798(1 + 6.0,78\%)^3 \approx 24988758$
 Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 4 kì hạn là: $21784798(1 + 6.0,78\%)^4 \approx 26158232$
 Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 5 kì hạn là: $21784798(1 + 6.0,78\%)^5 \approx 27382437$
 Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 6 kì hạn là: $21784798(1 + 6.0,78\%)^6 \approx 28663935$
 Số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau 7 kì hạn là: $21784798(1 + 6.0,78\%)^7 \approx 30005408$

Từ bảng tính trên ta thấy nếu 7 kì hạn 6 tháng thì số tiền thu được nhiều hơn giả thiết. Vậy chúng ta có thể kết luận rằng bác Minh gửi 6 kì hạn mỗi kì hạn 6 tháng và một số ngày gửi không kì hạn

Gọi số ngày gửi không kì hạn là b , do lãi suất không kì hạn không được tính theo công thức lãi kép nên sẽ tính theo công thức lãi đơn. Ta có:

$$28663935(1 + \frac{0,02.b}{360}) = 28735595$$

Dùng chức năng SOLVE của máy tính dò nghiệm ta được $b = 45$ ngày. Đáp án A

3.7 Bài toán lãi kép liên tục – công thức tăng trưởng mũ.

3.7.1 Bài toán: Vốn ban đầu M , lãi suất là r , thời gian n , số vốn thu được T .

- Công thức:

$$T = M.e^{nr} \quad (8)$$

(Trích dẫn công thức (3), trang 92, SGK 12 nâng cao, đã được chứng minh)

- Xác định các đại lượng trong công thức (8).

+ Số vốn ban đầu: $M = \frac{T}{e^{nr}} \quad (8a)$

+ Thời gian: $n = \frac{1}{r} \ln \frac{T}{M} \quad (8b)$

+ Lãi suất: $r = \frac{1}{n} \ln \frac{T}{M} \quad (8c)$

3.7.2 Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Một người gửi 100.000.000 đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép liên tục, lãi suất 7,5%/năm. Sau 3 năm số tiền thu về cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

- A. 122.504.300 đồng B. 125.232.272 đồng
 C. 121.000.000 đồng D. 948.773.583 đồng

Giải:

Theo công thức (8) số tiền thu được là: $T = M.e^{nr} = 100000000e^{3.7,5\%} = 125232272$

Đáp án B

Ví dụ 2: Một người gửi ngân hàng 60.000.000 đồng theo thể thức lãi kép liên tục. Sau một năm hai tháng người đó lấy về cả vốn và lãi được số tiền 66.642.637 đồng. Hỏi ngân hàng đã trả lãi suất là bao nhiêu?

- A. 0,75% B. 0,76% C. 0,88% D. 0,65%

Giải:

Theo công thức (8c) lãi suất ngân hàng trả là: $r = \frac{1}{n} \ln \frac{T}{M} = \frac{1}{14} \ln \frac{66642637}{60000000} \approx 0,75\%$

Đáp án A

Ví dụ 3: Sự tăng dân số được ước tính theo công thức lãi kép liên tục (tăng trưởng mũ). Biết rằng tỉ lệ tăng dân số thế giới hàng năm là 1,32%, người ta dự

đoán dân số thế giới năm 2020 khoảng 6762,8 triệu người. Hỏi 10 năm trước (năm 2010) dân số thế giới khoảng bao nhiêu?

- A. 5925,1 triệu B. 5974,2 triệu C. 5931,6 triệu D. 5926,5 triệu

Giải:

Theo công thức (8a) dân số thế giới 10 năm trước là:

$$M = \frac{T}{e^{nr}} = \frac{6762,8}{e^{10 \cdot 1,32\%}} \approx 5926,5 \text{ triệu người. Đáp án D}$$

Ví dụ 4: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7% và sự tăng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ. Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu người?

- A. 2015 B. 2014 C. 2018 D. 2017

Giải:

Theo công thức (8b) thời gian để dân số nước ta ở mức 100 triệu người là:

$$n = \frac{1}{r} \ln \frac{T}{M} = \frac{1}{1,7\%} \ln \frac{100000000}{78685800} \approx 14 \text{ năm. Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy đến}$$

năm 2015 dân số nước ta sẽ ở mức 100 triệu. Đáp án A

Ví dụ 5: Cho biết chu kì bán rã của chất phóng xạ Plutoni Pu^{239} là 24.360 năm. Sự phân hủy được tính theo công thức $T = M.e^{nr}$ (M là lượng ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy ($r < 0$), n là thời gian phân hủy, T là lượng còn lại). Hỏi 20g Pu^{239} sau bao nhiêu năm phân hủy còn lại 5g?

- A. 74250 năm B. 47820 năm C. 48720 năm D. 23457 năm

Giải:

Vì sau 24.360 năm phân hủy một nửa nên ta có $\frac{M}{2} = M.e^{nr} \Leftrightarrow r = \frac{\ln \frac{1}{2}}{24360}$

Theo công thức (8b) thời gian phân hủy: $n = \frac{1}{r} \ln \frac{T}{M} = \frac{24360}{\ln \frac{1}{2}} \ln \frac{5}{20} = 48720 \text{ năm}$

Đáp án C

Ví dụ 6: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $T = M.e^{nr}$ (trong đó T là lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), n là thời gian). Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con, và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau 10 giờ có bao nhiêu con. Sau bao lâu số lượng vi khuẩn ban đầu tăng gấp đôi?

- A. 800 con, 2 giờ 15 phút 7 giây B. 900 con, 2 giờ 59 phút 32 giây
C. 800 con, 3 giờ 1 phút 55 giây D. 900 con, 3 giờ 9 phút 17 giây

Giải:

Ta có $300 = 100.e^{5r} \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$. Sau 10 giờ: $T = 100.e^{10 \cdot \frac{\ln 3}{5}} = 900 \text{ con}$

Thời gian số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi:

$$n = \frac{1}{r} \ln \frac{T}{M} = \frac{1}{r} \ln \frac{2M}{M} = \frac{1}{r} \ln 2 = \frac{5}{\ln 3} \ln 2 \approx 3,155 \text{ (tức 3 giờ 9 phút 17 giây). Đáp án D}$$

Chú ý: Một số sự tăng trưởng không tuân theo công thức (8) mà tăng theo một hàm riêng đặc trưng

Ví dụ 7: Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút, số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Sau bao lâu kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 48 phút B. 19 phút C. 7 phút D. 12 phút

(Trích đề thi thử nghiệm THPT Quốc Gia lần 2 của Bộ GD&ĐT)

Giải:

$$\text{Ta có } S(3) = S(0) \cdot 2^3 \Rightarrow S(0) = \frac{S(3)}{2^3} = \frac{625000}{8} = 78125$$

$$\text{Từ } S(t) = S(0) \cdot 2^t \Rightarrow t = \log_2 \frac{S(t)}{S(0)} = \log_2 \frac{10000000}{78125} = 7 \text{ phút. Đáp án C}$$

Ví dụ 8: Năng lượng một trận động đất tính bằng công thức $E = 1,74 \cdot 10^{19+1,44M}$ với M là độ lớn theo thang độ Richté. Thành phố A xảy ra một trận động đất 8 độ Richté và năng lượng của nó gấp 14 lần trận động đất đang xảy ra tại thành phố B. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất đang xảy ra tại thành phố B là bao nhiêu?

- A. 7,2 độ Richté B. 7,8 độ Richté C. 9,6 độ Richté D. 6,9 độ Richté

Giải:

$$\text{Năng lượng trận động đất tại thành phố A: } E_A = 1,74 \cdot 10^{19+1,44 \cdot 8}$$

$$\text{Năng lượng trận động đất tại thành phố B: } E_B = 1,74 \cdot 10^{19+1,44 \cdot M_B}$$

$$\text{Ta có: } E_A = 14E_B \Leftrightarrow 1,74 \cdot 10^{19+1,44 \cdot 8} = 14 \cdot 1,74 \cdot 10^{19+1,44 \cdot M_B} \Leftrightarrow 10^{11,52} = 14 \cdot 10^{1,44 \cdot M_B}$$

$$M_B = \frac{1}{1,44} \log \frac{10^{11,52}}{14} \approx 7,2 \text{ độ Richté. Đáp án A}$$

Ví dụ 9: Một loại cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14. Khi một bộ phận của một cây nào đó chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ bị phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100 \cdot 0,5^{\frac{t}{5750}} \%$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Xác định niên đại của công trình kiến trúc đó?

- A. 3570 năm B. 3754 năm C. 4573 năm D. 3574 năm

Giải:

$$\text{Ta có } 100 \cdot 0,5^{\frac{t}{5750}} = 65 \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{5750}} = \frac{100}{65} \Leftrightarrow t = 5750 \cdot \log_2 \frac{100}{65} \approx 3574 \text{ năm. Đáp án D}$$

Ví dụ 10: Trên mỗi chiếc Radio FM đều có vạch chia để người dùng dễ dàng chọn sóng Radio cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và bên phải tương ứng với 88 MHz và 108 MHz. Hai vạch cách nhau 12 cm. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái x cm thì có tần số $F = ka^x$ MHz với k và a là hằng số. Tìm vị trí của vạch ứng với tần số 91 MHz để bắt sóng VOV.

- A. Cách vạch ngoài cùng bên phải 8,47 cm
B. Cách vạch ngoài cùng bên trái 2cm
C. Cách vạch ngoài cùng bên phải 10,04 cm
D. Cách vạch ngoài cùng bên trái 10,3 cm

Giải:

Tại vị trí 88 MHz thì $88 = ka^0 \Rightarrow k = 88$

Tại vị trí 108 MHz thì $108 = 88a^{12} \Rightarrow a = \sqrt[12]{\frac{27}{22}}$

Tại vị trí 91MHz thì $91 = 88 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{27}{22}}\right)^x \Rightarrow x = \log_{\sqrt[12]{\frac{27}{22}}} \frac{91}{88} = 1,9643$

Vậy tại vị trí của vạch ứng với tần số 91 MHz cách vạch bên trái 1,9642 cm. Suy ra cách vạch bên phải $12 - 1,9642 = 10,0358$. Đáp án C

3.8 Mở rộng một số bài toán thực tế khác áp dụng công thức lãi kép.

Ví dụ 1: Anh Hùng được lĩnh lương khởi điểm là 3.000.000 đồng/tháng, cứ 3 năm anh ta lại được tăng lương thêm 7%. Hỏi:

- Sau 36 năm làm việc lương của anh Hùng là bao nhiêu?
A. 10.350.000 đồng B. 5.310.000 đồng
C. 6.314.556 đồng D. 32.029.744 đồng
- Sau 36 năm làm việc anh Hùng lĩnh được tất cả bao nhiêu tiền?
A. 1.931.952.737 đồng B. 1.912.550.125 đồng
C. 1.012.324.000 đồng D. 1.500.625.300 đồng

Giải:

Hết 3 năm đầu mới được tăng lương, sau 35 năm anh Hùng được tăng 11 lần.

- Lương của anh Hùng sau 35 năm là: $3000000(1 + 7\%)^{11} \approx 6314556$ (đồng)

Đáp án C

b. Từ đầu năm thứ nhất đến hết năm thứ ba, anh Hùng nhận: $u_1 = 3000000.36$
Từ đầu năm thứ tư đến hết năm thứ sáu, anh Hùng nhận: $u_2 = 3000000.(1 + 7\%).36$
Từ đầu năm bảy đến hết năm thứ chín, anh Hùng nhận: $u_3 = 3000000.(1 + 7\%)^2.36$

...

Từ đầu năm thứ 34 đến hết năm thứ 36, anh Hùng nhận: $u_{12} = 3000000.(1 + 7\%)^{11}.36$

Vậy sau 36 năm anh Hùng nhận được tổng số tiền là:

$$T = u_1 + u_2 + \dots + u_{12} = 3000000.36 \cdot \frac{(1 + 7\%)^{12} - 1}{(1 + 7\%) - 1} = 1931952737 \text{ đồng. Đáp án A}$$

Ví dụ 2: Dự báo với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu dự trữ của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng 4% mỗi năm. Hỏi sau khoảng bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết?

- A. 41 năm B. 40 năm C. 35 năm D. 38 năm

Giải:

Gọi M là mức tiêu thụ dầu hàng năm của nước A theo dự báo. Theo thực tế:

Năm thứ nhất tiêu thụ: $u_1 = M$. Năm thứ hai tiêu thụ: $u_2 = M(1 + 4\%)$. Năm thứ ba tiêu thụ: $u_3 = M(1 + 4\%)^2$, ... Năm thứ n tiêu thụ: $u_n = M(1 + 4\%)^{n-1}$

Tổng tiêu thụ trong n năm là: $T = u_1 + u_2 + \dots + u_n = M \frac{(1 + 4\%)^n - 1}{(1 + 4\%) - 1}$

Ta có: $M \frac{(1 + 4\%)^n - 1}{(1 + 4\%) - 1} = 100M \Leftrightarrow n = \log_{1,04} 5 \approx 41 \text{ năm. Đáp án A}$

Ví dụ 3: Biết thể tích khí CO_2 năm 1998 là V (m^3). 10 năm tiếp theo, mỗi năm thể tích CO_2 tăng 0,4%. 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO_2 mỗi năm tăng 0,45%.

Tính thể tích CO_2 năm 2017?

A. 1 m^3

B. $1,09\text{ m}^3$

C. $1,084\text{ m}^3$

D. $1,12\text{ m}^3$

Giải:

Thể tích CO_2 năm 2008 là $V_{2008} = V(1 + 0,4\%)^{10}$. Thể tích CO_2 năm 2017 là

$V_{2017} = V_{2008}(1 + 0,45\%)^9 = V(1 + 0,4\%)^{10}(1 + 0,45\%)^9 \approx 1,08364392V \text{ (m}^3\text{)}. \text{ Đáp án C}$

Ví dụ 4: Biết tỉ lệ lạm phát hàng năm của Thái Lan trong 15 năm qua là 5%. Năm 2007, tiền nạp xăng cho một ô tô là 25,5\$. Hỏi năm 2017 tiền nạp xăng cho ô tô đó là bao nhiêu?

A. 41,5\$

B. 43,6\$

C. 38,25\$

D. 39,5\$

Giải:

Từ năm 2007 đến năm 2017 là 10 năm. Theo công thức lãi kép, tiền nạp xăng cho ô tô đó năm 2017 là: $T = 25,5(1 + 5\%)^{10} \approx 41,5\$$. Đáp án A

Ví dụ 5: Số lượng động vật nguyên sinh tăng trưởng với tốc độ 0,524 con/ngày. Giả sử trong ngày đầu tiên số lượng động vật nguyên sinh là 2. Hỏi sau một tháng (30 ngày) số lượng động vật nguyên sinh là bao nhiêu?

A. 617.418 con

B. 409.100 con

C. 602.324 con

D. 405.130 con

Giải:

Từ ngày thứ nhất đến ngày thứ 30 số lượng động vật nguyên sinh đã tăng trưởng 29 ngày. Theo công thức lãi kép ta có: $2(1 + 0,524)^{29} \approx 405130 \text{ con}$. Đáp án D

Ví dụ 6: Cho phản ứng hóa học $N_2O_5 \rightarrow 2NO_2 + \frac{1}{2}O_2$ ở nơi có nhiệt độ $45^\circ C$, các nhà hóa học nhận thấy sự biến thiên nồng độ mol/l của N_2O_5 theo thời gian luôn tỉ lệ thuận với nồng độ mol/l của N_2O_5 với hệ số tỉ lệ $k = -0,0005$. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì nồng độ mol/l của N_2O_5 bằng 90% giá trị ban đầu?

A. 211 giây

B. 301 giây

C. 102 giây

D. 527 giây

Giải:

Gọi T_t là nồng độ N_2O_5 ở thời điểm t , M là nồng độ N_2O_5 ban đầu.

Ta có:
$$\begin{cases} T_t = 0,9M \\ T_t = M(1 + (-0,0005)t) \end{cases} \Rightarrow 0,9 = 0,9995t$$

Dùng chức năng SOLVE của máy tính dò nghiệm ta được $t \approx 211$. Đáp án A

Ví dụ 7: Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn tỉnh Thanh Hóa đạt gần 906.820 triệu người, mức tăng dân số là 1,37% mỗi năm. Tỉnh thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1. Đến năm học 2024-2025 ngành giáo dục của tỉnh cần chuẩn bị bao nhiêu phòng học cho học sinh lớp 1, mỗi phòng 35 học sinh (giả sử trong năm sinh của lứa học sinh vào lớp 1 đó toàn tỉnh Thanh Hóa có 2400 người chết, số trẻ tử vong trước 6 tuổi không đáng kể)?

A. 458 phòng

B. 459 phòng

C. 391 phòng

D. 322 phòng

Giải:

Chỉ những em sinh năm 2018 mới đủ tuổi đi học vào lớp 1 năm học 2024-2025.

Dân số năm 2018 là: $906820(1 + 1,37\%)^8 = 1011106$

Dân số năm 2017 là: $906820(1 + 1,37\%)^7 = 997441$

Số trẻ vào lớp 1 là: $1011106 - 997441 + 2400 = 16065$

Số phòng học $16065 : 35 \approx 459$ (phòng). Đáp án B

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Anh Nam cầm sổ tiết kiệm đi ngân hàng rút toàn bộ số tiền cả vốn lẫn lãi anh đã gửi ngân hàng cách đó đúng 3 năm theo hình thức lãi đơn với lãi suất 2,4%/quý. Biết số tiền anh đã nhận được từ ngân hàng là 54.760.000 đồng. Hỏi số tiền ban đầu anh Nam gửi ngân hàng là bao nhiêu?

Bài 2: Anh An muốn xây một căn nhà, chi phí xây nhà hết 800 triệu đồng, hiện nay anh có 500 triệu đồng. Vì không muốn vay tiền nên anh An quyết định gửi số tiền 700 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6%/năm, tiền lãi của năm trước được cộng vào tiền gốc của năm sau. Giá xây dựng giảm 0,2%/năm. Hỏi sau bao lâu anh An sẽ tiết kiệm đủ tiền xây nhà?

Bài 3: Khi bắt đầu đi làm, bạn Hòa quyết định gửi tiết kiệm ngân hàng một phần lương mỗi tháng với lãi suất là 6%/năm để lấy tiền mua xe máy. Với mức lương 5 triệu đồng, sau khi trang trải các khoản chi phí sinh hoạt thì bạn ấy bỏ ra được số tiền 2500000 đồng. Khi mua xe bạn ấy rút được cả vốn lẫn lãi là 140.575.133 đồng. Hỏi bạn Hòa đã gửi ngân hàng bao lâu?

Bài 4: Bác A mua một xe máy SH giá 65.000.000 đồng, nhưng vì không đủ tiền để trả một lần nên bác đã chọn phương thức mua trả góp với lãi suất tiền chưa trả là $x\%$ mỗi tháng. Biết khi mua bác đã trả trước 35.000.000 đồng và mỗi tháng phải trả đều đặn 2.500.000 đồng, sau thời gian 16 tháng bác A hoàn thành hợp đồng. Hỏi lãi suất mà cửa hàng áp dụng cho bác A là bao nhiêu?

Bài 5: Do bận rộn công việc nên không thể hàng tháng ra ngân hàng gửi tiền học cho con gái, anh Nam lập cho con gái một tài khoản tiết kiệm rút tiền định kì theo tháng với lãi suất 0,6%/tháng. Biết mỗi tháng con gái anh Nam ra ngân hàng rút 3.000.000 đồng vào đúng ngày ngân hàng trả lãi, sau 1 năm thì tài khoản cũng vừa hết tiền. Hỏi anh Nam đã lập tài khoản tiết kiệm bao nhiêu tiền?

Bài 6: Bà Hoa gửi tiết kiệm với số tiền ban đầu là 30.000.000 đồng theo kì hạn 6 tháng, lãi suất 0,65%/tháng. Sau một năm bà lấy cả vốn lẫn lãi gửi tiếp ngân hàng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 0,7%/tháng được 4 kì hạn. Sau đó bà Hoa phải rút tiền để kinh doanh, biết rằng gửi tiền có kì hạn là tính lãi suất vào cuối kì hạn để tính vào kì hạn sau, còn rút trước kì hạn thì lãi suất được tính theo lãi suất không kì hạn 2%/năm. Tính số tiền mà bà Hoa thu được sau cả 2 lần gửi?

Bài 7: Ecoli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút số lượng vi khuẩn Ecoli lại tăng gấp đôi. Ban đầu chỉ có 60 vi khuẩn Ecoli trong đường ruột. Hỏi sau 8 giờ số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

Bài 8: Áp suất không khí P (mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (m) theo công thức $P = P_0 e^{-kx}$, trong đó $P_0 = 760$ mmHg là áp suất ở mực nước biển ($x=0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000m là bao nhiêu?

Bài 9: Lãi suất của tiền gửi tiết kiệm một số ngân hàng thời gian vừa qua liên tục thay đổi. Bạn Châu gửi số tiền ban đầu là 5 triệu đồng với lãi suất 0,75%/tháng, đầy một năm thì lãi suất tăng lên 1,15%/tháng trong nửa năm tiếp theo và bạn Châu tiếp tục gửi. Sau nửa năm đó lãi suất giảm xuống còn 0,9%/tháng, bạn Châu tiếp tục gửi thêm một số tháng tròn nữa. Khi rút tiền bạn Châu được cả vốn lẫn lãi là 5.747.478 đồng. Hỏi bạn Châu đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu tháng?

Bài 10: Một lon nước Soda $80^{\circ}F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32^{\circ}F$. Nhiệt độ của Soda ở phút thứ t được tính theo công thức Newton: $T(t) = 32 + 48.0,9^t$. Phải làm mát Soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50^{\circ}F$?

III. KẾT LUẬN

1. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Thực tế cho thấy, với cách xây dựng và xâu chuỗi công thức như trên đã tạo được cho học sinh sự nhanh nhẹn, linh hoạt, vững vàng, tiết kiệm được thời gian hơn trong quá trình giải toán. Học sinh biết vận dụng và có sự sáng tạo hơn trong học tập, biết liên kết nhiều mảng kiến thức, gắn kết tư duy lí luận với thực tiễn. Cách làm trên đã đáp ứng được nhu cầu học tập tích cực của học sinh. Sau khi đã được ôn tập những dạng toán cơ bản và phương pháp, học sinh đã tự giải được những bài tập tương tự, nhất là những bài tập nằm trong các đề thi thử của các trường THPT. Hiệu quả trong học tập của học sinh đã được nâng lên rõ rệt.

Để có được bài viết trên, tôi đã phải nghiên cứu rất nhiều tài liệu và kiểm chứng qua một số nhóm học sinh có học lực giỏi, khá và trung bình khá trong các lớp mà tôi giảng dạy như lớp 12A, 12D, 12K năm học 2016- 2017.

Với 10 bài toán trong hệ thống bài tập tự luyện ở trên, mỗi lớp tôi đã chọn ra hai nhóm học sinh với số lượng bằng nhau, có học lực ngang nhau, **nhóm I:** tôi cho làm sau khi triển khai bài viết, **nhóm II:** tôi cho làm trước khi triển khai bài viết, thời gian làm bài là 20 phút. Kết quả thu được cụ thể thể hiện ở bảng sau:

Nhóm	Số học sinh	Số học sinh có lời giải đúng 0-5 câu		Số học sinh có lời giải đúng 6-10 câu	
		0-2 câu	3-5 câu	6-8 câu	9-10 câu
NHÓM I					
Lớp 12A	15	0	1	6	8
Lớp 12D	20	0	2	7	11
Lớp 12K	15	0	2	4	9
NHÓM II					
Lớp 12A	15	6	8	1	0
Lớp 12D	20	7	9	1	0
Lớp 12K	15	4	10	1	0

Qua bảng thống kê ta thấy cách làm trên thể hiện được sự hiệu quả vượt trội.

2. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

Trong quá trình dạy học, đối với mỗi thể loại kiến thức, nếu giáo viên nắm chắc cơ sở lý thuyết, chủ động trong việc tìm tòi cách giải mới, kế thừa và phát huy những kiến thức có sẵn một cách sáng tạo, xây dựng phương pháp giải và đưa ra hệ thống các bài tập phù hợp với từng đối tượng học sinh, hướng dẫn học sinh vận dụng hợp lý vào việc giải các bài tập tương ứng một cách có hệ thống thì sẽ tạo được điều kiện để học sinh củng cố và hiểu sâu về lý thuyết cùng với việc thực hành giải toán hiệu quả hơn, tạo được sự hứng thú, phát huy được tính chủ động và sự sáng tạo trong việc học của học sinh.

Đề tài đã được tác giả tâm huyết nghiên cứu, đầu tư kỹ lưỡng cả về chất lượng, nội dung và hình thức, rất mong hội đồng KH ngành xét duyệt và phổ biến rộng rãi giúp giáo viên và học sinh có thêm tài liệu bổ ích để giảng dạy và học tập.

Bài viết chắc không tránh khỏi những thiếu sót, tôi rất mong các bạn đồng nghiệp bổ sung góp ý để bài viết được hoàn thiện hơn, cũng như ứng dụng vào việc dạy học cho học sinh lớp mình giảng dạy, đem lại cho học sinh những bài giảng hay hơn, cuốn hút hơn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	<i>Thanh Hóa, ngày 05/ 05/ 2017</i> Tôi xin cam đoan đây là sáng kiến kinh nghiệm của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. Người viết: <i>Nguyễn Văn Vương</i>
---	--

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1. Các đề thi thử nghiệm THPT Quốc gia năm 2017 của Bộ GD & ĐT***
- 2. Tuyển tập tạp chí toán học và tuổi trẻ năm 2016, 2017***
- 3. Khóa học luyện thi trắc nghiệm môn toán 2017, thầy Mẫn Ngọc Quang***
- 4. Chuyên đề luyện thi trắc nghiệm toán 2017, thầy Nguyễn Tiến Minh, thầy Đặng Thành Nam, thầy Đặng Việt Hùng, Thầy Đoàn Trí Dũng.***
- 5. Tuyển tập đề thi trắc nghiệm môn toán năm 2017 của các trường: Chuyên ĐH Vinh, Chuyên Lương Thế Vinh, Chuyên KHTN, Chuyên Quốc Học Huế, ĐH Quốc Gia Hà Nội, ĐH Sư phạm Hà Nội, Chuyên Nguyễn Bình Khiêm, các trường THPT trong tỉnh: Chuyên Lam Sơn, THPT Ba Đình, THPT Bỉm Sơn, THPT Mai Anh Tuấn, THPT Quảng Xương 1, THPT Hậu Lộc 1, THPT Tĩnh Gia 1, THPT Hàm Rồng, THPT Đào Duy Từ, THPT Như Thanh, THPT Lang Chánh,...***
- 6. Một số bài toán lãi suất của ngân hàng Agribank chi nhánh Nga Sơn***
- 7. Bộ đề thi học sinh giỏi cấp THCS và THPT qua các năm của các tỉnh: Thanh Hóa, Ninh Bình, Thái Bình, Nghệ An, Hà Nội, Thành Phố HCM, Quảng Ngãi, Quảng Nam, Phú Thọ, An Giang, Kiên Giang, Đồng Tháp, Bến Tre, Cà Mau, Lạng Sơn, Lào Cai, Yên Bái, Phú Yên, Nam Định,...***
- 8. Bài toán lãi suất ngân hàng của thầy Hoàng Đình Long***
- 9. Đề cương ôn thi lớp kế toán ĐH Thương mại***
- 10. Khóa luận thạc sĩ của bạn Nguyễn Thị Xuân, báo cáo tại trường ĐH Kinh tế quốc dân.***