

Trắc nghiệm 4 đáp án

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5.

B. 9.

*C. 6.

D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải****Chọn C**

Ta có: $\int_1^3 2f(x)dx = 2 \int_1^3 f(x)dx = 2.3 = 6$

Câu 2. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên I . Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x))dx$ bằng

A. $\frac{23}{4}$.

B. 7.

*C. 9.

D. $\frac{15}{4}$.**Lời giải****Chọn C**

Ta có $\int_1^2 (2 + f(x))dx = \int_1^2 2dx + \int_1^2 f(x)dx = 2x \Big|_1^2 + F(x) \Big|_1^2 = 2x \Big|_1^2 + x^3 \Big|_1^2 = 9$

Câu 3. Biết $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 g(x)dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

*A. 4.

B. 2.

C. -2.

D. 3.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\int_2^3 [f(x) + g(x)]dx = \int_2^3 f(x)dx + \int_2^3 g(x)dx = 4$

Câu 4. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 3.

*D. 2.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + 2 \int_0^1 xdx = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = 3$

Suy ra $\int_0^1 f(x)dx = 3 - x^2 \Big|_0^1 = 3 - (1 - 0) = 2$

Câu 5. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kỳ thuộc K ?

*A. $\int_a^b [f(x) + 2g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + 2 \int_a^b g(x)dx$

B. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}$

C. $\int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$

D. $\int_a^b f^2(x)dx = \left[\int_a^b f(x)dx \right]^2$

Lời giải

Theo tính chất tích phân ta có

$$\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx; \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx, \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

Câu 6. Cho $\int_0^1 f(x)dx = -1$; $\int_0^3 f(x)dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$

A. 1.

B. 4.

*C. 6.

D. 5.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx \Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 5 + 1 = 6$

Vậy $\int_1^3 f(x)dx = 6$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8$; $f(2) = -1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng

A. 1.

B. 7.

*C. -9.

D. 9.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = -1 - 8 = -9$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)dx = 10$, $\int_3^4 f(x)dx = 4$. Tích phân $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. 4.

B. 7.

C. 3.

*D. 6.

Lời giải

Theo tính chất của tích phân, ta có: $\int_0^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx = \int_0^4 f(x)dx$

Suy ra: $\int_0^3 f(x)dx = \int_0^4 f(x)dx - \int_3^4 f(x)dx = 10 - 4 = 6$.

Vậy $\int_0^3 f(x)dx = 6$

Câu 9. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

A. $\ln 7$.

*B. $1 + \frac{1}{2} \ln 7$.

C. $\ln 3$.

D. $1 + \ln 7$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^4 F'(x)dx = \int_1^4 \frac{1}{2x-1}dx = \frac{1}{2} \ln |2x-1| \Big|_1^4 = \frac{1}{2} \ln 7$

Lại có: $\int_1^4 F'(x)dx = F(x) \Big|_1^4 = F(4) - F(1)$

Suy ra $F(4) - F(1) = \frac{1}{2} \ln 7$. Do đó $F(4) = F(1) + \frac{1}{2} \ln 7 = 1 + \frac{1}{2} \ln 7$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7$, $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$

A. $P = 10$

*B. $P = 4$

C. $P = 7$

D. $P = -6$

Lời giải

Ta có $\int_0^{10} f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^6 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$

Suy ra $\int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx = \int_0^{10} f(x)dx - \int_2^6 f(x)dx = 7 - 3 = 4$

Câu 11. Cho f, g là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$ đồng thời $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$

A. 9.

*B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx + 3 \int_1^3 g(x)dx = 10$

$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6 \Leftrightarrow 2 \int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 g(x)dx = 6$

Đặt $u = \int_1^3 f(x)dx$; $v = \int_1^3 g(x)dx$

Ta được hệ phương trình: $\begin{cases} u + 3v = 10 \\ 2u - v = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x)dx = 4 \\ \int_1^3 g(x)dx = 2 \end{cases}$

Vậy $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx = 6$

Câu 12. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = 5$

*A. $I = 7$

B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$

C. $I = 3$

D. $I = 5 + \pi$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx - 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 5 - 2(0 - 1) = 7$

Câu 13. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x)dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$.

*A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x)dx - \int_{-2}^5 4g(x)dx - \int_{-2}^5 1dx = \int_{-2}^5 f(x)dx - 4 \int_{-2}^5 g(x)dx - \int_{-2}^5 1dx$$

$$= \int_{-2}^5 f(x)dx + 4 \int_5^{-2} g(x)dx - \int_{-2}^5 1dx = 8 + 4.3 - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4.3 - 7 = 13.$$

Câu 14. Tích phân $\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx$ bằng

A. 12. *B. 9. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx = \int_0^1 (3x^2 + 10x + 3)dx = (x^3 + 5x^2 + 3x) \Big|_0^1 = 9$

Vậy: $\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx = 9$

Câu 15. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0. *B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

+ Tính được $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$

Câu 16. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x+1)dx$

A. $I=5$. *B. $I=6$. C. $I=2$. D. $I=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_0^2 (2x+1)dx = (x^2 + x) \Big|_0^2 = 4 + 2 = 6$

Câu 17. Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx$ bằng

*A. $b^3 - b^2a - b$. B. $b^3 + b^2a + b$. C. $b^3 - ba^2 - b$. D. $3b^2 - 2ab - 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)dx = (x^3 - ax^2 - x)\Big|_0^b = b^3 - ab^2 - b$.

Câu 18. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó giá trị của $a - b$ là

- A. $-\frac{1}{6}$ *B. $-\frac{1}{6}$ C. $-\frac{3}{10}$ D. $\frac{1}{5}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $a = b = \frac{1}{3} \Rightarrow a - b = 0$.

Câu 19. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$ B. $(-\infty; 0)$ *C. $(0; 4)$ D. $(-3; 1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1)dx = 6 \Leftrightarrow (x^3 - x^2 + x)\Big|_0^m = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Vậy $m \in (0; 4)$.

Câu 20. $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln 35$ B. $\ln \frac{7}{5}$ *C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ D. $2 \ln \frac{7}{5}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3} = \frac{1}{2} \ln |2x+3| \Big|_1^2 = \frac{1}{2} (\ln 7 - \ln 5) = \frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$.

Câu 21. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
*A. $a + 2b = 0$ B. $a + b = 2$ C. $a - 2b = 0$ D. $a + b = -2$

Lời giải

Chọn A

$\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = [\ln |x+1| - \ln |x+2|]_0^1 = 2 \ln 2 - \ln 3$; do đó $a = 2; b = -1$

Câu 22. Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

- *A. $I = \frac{1}{e}$ B. $I = \frac{1}{e} + 1$ C. $I = 1$ D. $I = e$

Lời giải

Chọn A

$$I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left(\ln|x| + \frac{1}{x} \right) \Big|_1^e = \frac{1}{e}.$$

Câu 23. $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2 \ln 2$. *B. $\frac{2}{3} \ln 2$. C. $\ln 2$. D. $\frac{1}{3} \ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2} = \frac{1}{3} \ln|3x-2| \Big|_1^2 = \frac{2}{3} \ln 2$.

Câu 24. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

- *A. $I = 1 - \ln 2$. B. $I = \frac{7}{4}$. C. $I = 1 + \ln 2$. D. $I = 2 \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x} \right) dx = (x - \ln|x|) \Big|_1^2 = (2 - \ln 2) - (1 - \ln 1) = 1 - \ln 2$.

Câu 25. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- *A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 8$. D. $S = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x} \right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3$.

Do đó $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$.

Câu 26. $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$ B. $e^3 - e$ *C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$ D. $e^4 - e$

Lời giải

Chọn C

$\int_0^1 e^{3x+1} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x+1} d(3x+1) = \frac{1}{3} e^{3x+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}(e^4 - e)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

- *A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$. B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$. C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = \int (2\sin^2 x + 1) dx = \int (2 - \cos 2x) dx = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Vi $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

Hay $f(x) = 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4.$

Suy ra $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \right) dx$
 $= x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{16} + \pi - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}.$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng?
 A. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$. *B. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$. C. $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$. D. $\frac{\pi^2 + 2}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2\cos^2 x + 3) dx = \int \left(2 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} + 3 \right) dx$
 $= \int (\cos 2x + 4) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + C$ do $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$.

Vậy $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4$ nên $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2} \sin 2x + 4x + 4 \right) dx$
 $= \left(-\frac{1}{4} \cos 2x + 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$.

Câu 29. Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3, \int_0^2 f(x) dx = 8$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $m + n = 4$. *B. $m + n = -4$. C. $m + n = 2$. D. $m + n = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x) dx = \int (mx + n) dx = \frac{m}{2} x^2 + nx + C$

Lại có: $\int_0^1 f(x) dx = 3 \Rightarrow \left(\frac{m}{2} x^2 + nx \right) \Big|_0^1 = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m + n = 3 \quad (1)$

$\int_0^2 f(x) dx = 8 \Rightarrow \left(\frac{m}{2} x^2 + nx \right) \Big|_0^2 = 8 \Leftrightarrow 2m + 2n = 8 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{2} m + n = 3 \\ 2m + 2n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 2 \end{cases}$

$$\Rightarrow m+n=4.$$

Câu 30. Biết rằng hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx=-\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x)dx=-2$ và $\int_0^3 f(x)dx=\frac{13}{2}$, thì giá trị của $P=a+b+c$ là

A. $-\frac{3}{4}$. *B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)dx = \int (ax^2+bx+c)dx = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + C$

Lại có: $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{7}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^1 = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2}$ (1)

$\int_0^2 f(x)dx = -2 \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^2 = -2 \Leftrightarrow \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2$ (2)

$\int_0^3 f(x)dx = \frac{13}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx \right) \Big|_0^3 = \frac{13}{2} \Leftrightarrow 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b + c = -\frac{7}{2} \\ \frac{8}{3}a + 2b + 2c = -2 \\ 9a + \frac{9}{2}b + 3c = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -\frac{16}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow P = a + b + c = 1 + 3 + \left(-\frac{16}{3} \right) = -\frac{4}{3}$

Câu 31. Có hai giá trị của số thực a là a_1, a_2 ($0 < a_1 < a_2$) thỏa mãn $\int_1^a (2x-3)dx=0$. Hãy tính $T=3^{a_1}+3^{a_2}+\log_2\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$

A. $T=26$. B. $T=12$. *C. $T=13$. D. $T=28$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^a (2x-3)dx = (x^2-3x) \Big|_1^a = a^2-3a+2$.

Vì $\int_1^a (2x-3)dx=0$ nên $a^2-3a+2=0$, suy ra $\begin{cases} a=1 \\ a=2 \end{cases}$.

Lại có $0 < a_1 < a_2$ nên $a_1=1, a_2=2$.

Như vậy $T=3^{a_1}+3^{a_2}+\log_2\left(\frac{a_2}{a_1}\right)=3^1+3^2+\log_2\left(\frac{2}{1}\right)=13$.

Câu 32. Cho $I=\int_0^1 (4x-2m^2)dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I+6>0$?

A. 1. B. 5. C. 2. *D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx = (2x^2 - 2m^2 x) \Big|_0^1 = -2m^2 + 2$$

Theo định nghĩa tích phân ta có

$$\text{Khi đó } I + 6 > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của a để $\int_0^a (2x - 3) dx \leq 4$?

A. 5.

B. 6.

*C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_0^a (2x - 3) dx = (x^2 - 3x) \Big|_0^a = a^2 - 3a$$

$$\text{Khi đó: } \int_0^a (2x - 3) dx \leq 4 \Leftrightarrow a^2 - 3a \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq a \leq 4$$

$$\text{Mà } a \in \mathbb{N}^* \text{ nên } a \in \{1; 2; 3; 4\}$$

Vậy có 4 giá trị của a thỏa đề bài.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{4}{x^2 - 4}$, $f(-3) + f(3) = f(-1) + f(1) = 2$. Giá trị biểu thức $f(-4) + f(0) + f(4)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 2.

*D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int \frac{4}{x^2 - 4} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \ln|x-2| - \ln|x+2| + C$$

$$f(x) = \begin{cases} \ln \frac{x-2}{x+2} + C_1 & \text{khi } x < -2 \\ \ln \frac{2-x}{x+2} + C_2 & \text{khi } -2 < x < 2 \\ \ln \frac{x-2}{x+2} + C_3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

Do đó:

$$f(-3) = \ln 5 + C_1; f(3) = \ln \frac{1}{5} + C_3; f(0) = C_2; f(-1) = \ln 3 + C_2; f(1) = \ln \frac{1}{3} + C_2;$$

$$f(-3) + f(3) = f(-1) + f(1) = 2 \Leftrightarrow C_1 + C_3 = 2C_2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_3 = 2 \\ C_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } f(-4) + f(0) + f(4) = \ln 3 + C_1 + C_2 + \ln \frac{1}{3} + C_3 = C_1 + C_2 + C_3 = 3$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, $f(-2) = \frac{3}{2}$ và $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2}$.

Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

$$\text{A. } \frac{6 \ln 2 - 3}{4}.$$

$$\text{B. } \frac{6 \ln 2 + 3}{4}.$$

$$\text{*C. } \frac{8 \ln 2 + 3}{4}.$$

$$\text{D. } \frac{8 \ln 2 - 3}{4}.$$

Lời giải

Chọn C

Có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{x+1}{x^2} dx = \ln x - \frac{1}{x} + C$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln|x| - \frac{1}{x} + C_1 & \text{khi } x < 0 \\ \ln|x| - \frac{1}{x} + C_2 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Do $f(-2) = \frac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 + \frac{1}{2} + C_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow C_1 = 1 - \ln 2$

Do $f(2) = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 - \frac{1}{2} + C_2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow C_2 = \ln 2 - 1$

Như vậy,
$$f(x) = \begin{cases} \ln|x| - \frac{1}{x} + 1 - \ln 2 & \text{khi } x < 0 \\ \ln|x| - \frac{1}{x} + \ln 2 - 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Vậy $f(-1) + f(4) = (2 - \ln 2) + \left(\ln 4 - \frac{1}{4} + \ln 2 - 1 \right) = \frac{8 \ln 2 + 3}{4}$

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^4 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 - 6}{18}$ B. $\frac{\pi^2 - 3}{32}$ *C. $\frac{3\pi^2 - 16}{64}$ D. $\frac{3\pi^2 - 6}{112}$

Lời giải

Ta có:
$$\sin^4 x = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} (1 - 2 \cos 2x + \cos^2 2x) = \frac{1}{4} \left(1 - 2 \cos 2x + \frac{1 + \cos 4x}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{8} (\cos 4x - 4 \cos 2x + 3)$$

Suy ra $f(x) = \int f'(x) dx = \frac{1}{8} \int (\cos 4x - 4 \cos 2x + 3) dx = \frac{1}{32} \sin 4x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x + C$

Vì $f(0) = 0$ nên $C = 0$ hay $f(x) = \frac{1}{32} \sin 4x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x$

Do đó
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{32} \sin 4x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{8} x \right) dx = \left(-\frac{1}{128} \cos 4x + \frac{1}{8} \cos 2x + \frac{3}{16} x^2 \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(-\frac{1}{128} - \frac{1}{8} + \frac{3\pi^2}{64} \right) - \left(-\frac{1}{128} + \frac{1}{8} \right) = \frac{3\pi^2 - 16}{64}$$

Câu 37. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng

A. -3. B. 2. C. 1. *D. 0.

Lời giải**Chọn D**

Ta có:

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)(2x+1)} &= \int_1^2 \left(\frac{2}{2x+1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = 2 \int_1^2 \frac{1}{2x+1} dx - \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \ln|2x+1| \Big|_1^2 - \ln|x+1| \Big|_1^2 = \ln(2x+1) \Big|_1^2 - \ln(x+1) \Big|_1^2 \\ &= \ln 5 - \ln 3 - (\ln 3 - \ln 2) \\ &= \ln 2 - 2 \ln 3 + \ln 5.\end{aligned}$$

Do đó: $a=1, b=-2, c=1$. Vậy $a+b+c=1+(-2)+1=0$.

$$I = \int_{-1}^0 \frac{3x^2+5x-1}{x-2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b, (a, b \in \mathbb{R})$$

Câu 38. Biết

. Khi đó giá trị của $a+4b$ bằng

A. 50

B. 60

*C. 59

D. 40

Lời giải

Chọn C

Ta có
$$I = \int_{-1}^0 \frac{3x^2+5x-1}{x-2} dx = \int_{-1}^0 \left(3x+11 + \frac{21}{x-2} \right) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 + 11x + 21 \ln|x-2| \right) \Big|_{-1}^0$$

$$= 21 \ln \frac{2}{3} + \frac{19}{2}.$$

Suy ra $a=21, b=\frac{19}{2}$. Vậy $a+4b=59$.

Câu 39. Biết $\int \frac{x^2-2}{x+1} dx = \frac{-1}{m} + n \ln 2$, với m, n là các số nguyên. Tính $m+n$.

*A. $S=1$.

B. $S=4$.

C. $S=-5$.

D. $S=-1$.

Lời giải

Chọn A

$$\int \frac{x^2-2}{x+1} dx = \int (x-1) dx - \int \frac{dx}{x+1} = \frac{(x-1)^2}{2} \Big|_0^1 - \ln|x+1| \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} - \ln 2$$

$$\Rightarrow m=2, n=-1 \Rightarrow m+n=1$$

Câu 40. Biết $\int_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S=a-2b$.

*A. $S=2$.

B. $S=-2$.

C. $S=5$.

D. $S=10$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1} dx = \int_3^5 \left(x + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x+1| \right) \Big|_3^5 = 8 + \ln \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow S=a-2b=2.$$

Câu 41. Cho $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{x}{x+1} \right) dx = \frac{10}{b} + \ln \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P=a+b$?

A. $P=1$.

*B. $P=5$.

C. $P=7$.

D. $P=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\int_1^2 \left(x^2 + \frac{x}{x+1} \right) dx = \int_1^2 \left(x^2 + \frac{x+1-1}{x+1} \right) dx = \int_1^2 \left(x^2 + 1 - \frac{1}{x+1} \right) dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} + x - \ln|x+1| \right) \Big|_1^2 = \frac{10}{3} + \ln 2 - \ln 3 = \frac{10}{3} + \ln \frac{2}{3} = \frac{10}{b} + \ln \frac{a}{b}.$$

Suy ra $a=2; b=3$. Vậy $a+b=5$.

