**TỨ GIÁC NỘI TIẾP**

**I. KIẾN THỨC CƠ BÀN:**

\* ***Định nghĩa:***

Tứ giác nội tiếp trong một đường tròn là tứ giác có bốn đỉnh nằm trên đường tròn.

***Dấu hiệu nhận biết*** tứ giác nội tiếp được trong một đường tròn:
1/ Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối bằng thì tứ giác đó nội tiếp được trong một đường tròn.
2/: Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó thì nội tiếp được trong một đường tròn.
3/: Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm ( mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác.
4/: Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc thì nội tiếp được trong một đường tròn.

**II. Một số bài toán luyện tập:**

**1/ Dạng áp dụng dấu hiệu 1 & 4**
**Bài 1**: Cho tam giác  vuông tại  () nội tiếp trong đường tròn tâm ; bán kính . Gọi  là trung điểm của ;  là đường cao của tam giác .
a/ Chứng minh tứ giác  nội tiếp được trong đường tròn tâm . Xác định tâm  của đường tròn này.
b/ Chứng minh hai đường tròn ( ) và ( ) tiếp xúc nhau.

**Bài 2:** Cho đường tròn tâm , đường kính  cố định. Điểm  nằm giữa  và  sao cho  Kẻ dây  tại . Gọi  là một điểm tùy ý thuộc cung lớn  sao cho  không trùng với  Nối cắt  tại .
a/ Chứng minh tứ giác  nội tiếp được trong 1 đường tròn. Xác định tâm đường tròn này.
b/ Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác 

 **Bài 3:** Cho tam giác  cân tại  Đường vuông góc với  tại  cắt đường thẳng  tại . Kẻ tại . Gọi  là trung điểm của . Hai đường thẳng  và  cắt nhau tại .
a/ Chứng minh các tứ giác  và  nội tiếp được trong đường tròn. Xác định tâm các đường tròn này.
b/ Chứng minh  là phân giác của góc .
**Bài 4:** Cho đường tròn  và đường thẳng  cách tâm  một khoảng . Từ một điểm  thuộc  (), vẽ hai tiếp tuyến  và  đến đường tròn  (là các tiếp điểm;  và  nằm cùng phía với )
a/ Chứng minh đường thẳng  cắt đường tròn  tại hai điểm  và .
b/ Chứng minh 5 điểm  cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn này.
c/  cắt  và  theo thứ tự tại  và . Chứng minh tứ giác  nội tiếp được trong một đường tròn.

**Bài 5:** Từ một điểm  nằm ngoài đường tròn , kẻ các tiếp tuyến  với đường tròn ( là các tiếp điểm). Trên tia đối của tia , lấy điểm . Gọi  là giao điểm của  và . Qua , vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn , có tiếp điểm là ; tiếp tuyến này cắt đường thẳng  ở .
a/ Chứng minh bốn điểm  cùng thuộc một đường tròn.
b/ Chứng minh  cùng thuộc một đường tròn.

**Bài tập vận dụng dấu hiệu 2**

(***Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó thì nội tiếp được trong một đường tròn.)*Bài 6:** Cho tam giác  cân tại  và nội tiếp trong đường tròn ; đường kính . Gọi  là trung điểm của ;  là trung điểm của ;  là trung điểm của .
a/Chứng minh 
b/ Chứng minh tứ giác  nội tiếp được trong một đường tròn.
 **Bài 7**: Cho nửa đường tròn tâm , đường kính . Kẻ tiếp tuyến  và lấy điểm  chính giữa nửa đường tròn. Trên cung , lấy điểm . Các tia và  cắt tiếp tuyến  theo thứ tự tại  và .
a/ Chứng minh .
b/ Chứng minh tam giác  đồng dạng với tam giác .
c/ Chứng minh tứ giác  nội tiếp được trong một đường tròn.

**Bài 8:** Cho tam giác  vuông tại . Nửa đường tròn đường kính  cắt tại Trên cung  lấy điểm . Nối  và kéo dài cắt  tại .
Chứng minh  là một tứ giác nội tiếp.

**3/Bài tập vận dụng dấu hiệu 3:**

**Bài 9:** Cho đường tròn . Kẻ hai đường kính  và  vuông góc với nhau. Gọi  là điểm chính giữa cung nhỏ .  cắt  tại ;cắt  tại .
a/ Các tam giác và là những tam giác gì?
b/ Chứng minh bốn điểm  thuộc đường tròn tâm .

**4/ Vận dụng:**

**Bài 10:** Cho tứ giác  nội tiếp đường tròn đường kính . Hai đường chéo  và  cắt nhau tại . Kẻ  vuông góc với .

a/ Chứng minh: Tứ giác , tứ giác nội tiếp .

b/ Chứng minh:  là phân giác của .

c/ Gọi là trung điểm của . Chứng minh tứ giác  nội tiếp.

**Bài 11:** Từ một điểm  nằm ngoài đường tròn , kẻ các tiếp tuyến  với đường tròn ( là các tiếp điểm) và cát tuyến  bất kì. Gọi  là trung điểm của .

a/ Chứng minh 5 điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b/ Chứng minh là phân giác của 

c/ Gọi  là giao điểm của  và . Chứng minh

d/ Gọi  là giao điểm của  với . Chứng minh rằng .

e/ Chứng minh  cân.

**Bài 12:** Cho tam giác  vuông tại  Trên đoạn lấy điểm  không trùng với  Đường tròn đường kính  cắt  tại điểm thứ hai là ; đường thẳng  cắt đường tròn đường kính  tại điểm  ( không trùng với ). Chứng minh:

a/ Tam giác  đồng dạng với tam giác .

b/ Tứ giác  nội tiếp.

c/  là phân giác của .