**Bài 41**. Cho tam giác  cân tại . Lấy điểm  nằm giữa  và . Qua  lần lượt vẽ các đường thẳng song song với  cắt  tại , song song với  cắt  tại .

a).Chứng minh .

b).Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Chứng minh tứ giác  là hình thang cân.

c).Chứng minh  thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**Lời giải**



***a).Chứng minh .***

Có ,  là hình bình hành .

Có  (đồng vị),  (do  cân tại ).

  cân tại  .

Nên .

Vậy .

***b).Gọi  là điểm đối xứng của  qua . Chứng minh tứ giác  là hình thang cân.***

Gọi  là giao điểm của  và .

Có  là trung trực của , .

,  có  chung , 

 cân tại 

, mà 

, chúng lại có vị trí so le.

, mà  là hình thang cân.

***c).Chứng minh  thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác .***

+Chứng minh tứ giác  nội tiếp

Có  cân tại .

Có  cân tại .

Có  là hình thang cân, nên 

 (hai góc lần lượt bù với hai góc bẳng nhau), mà  cân tại ,  cân tại .

 (hai tam giác cân có góc ở đỉnh bằng nhau thì các góc đáy bằng nhau)

 nội tiếp (do có hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh đối diện qua hai góc bằng nhau).

Vậy  thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác .

**Bài 42**. Cho tam giác  có góc  nhọn, là điểm di động trên . Gọi  và  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên  và .

a).Chứng minh tứ giác  nội tiếp. Xác định tâm  của đường tròn.

b).Kẻ  vuông góc với  tại . Chứng minh .

c).Xác định vị trí điểm  trên  để độ dài  ngắn nhất.



**Lời giải**

***a).Chứng minh tứ giác  nội tiếp. Xác định tâm  của đường tròn.***

Có   nội tiếp đường tròn đường kính , tâm  là trung điểm .

***b).Kẻ  vuông góc với  tại . Chứng minh .***

Có  cân tại , , nên  là trung trực của .

Có  (góc nội tiếp bằng  góc ở tâm cùng chắn một cung)

Vậy .

***c).Xác định vị trí điểm  trên  để độ dài  ngắn nhất.***

Vẽ  tại , có  không đổi và  (đoạn vuông góc là đoạn xiên ngắn nhất)

Có tứ giác  nội tiếp đường tròn tâm  đường kính , có  không đổi,

Suy ra  không đổi. Do đó dây  ngắn nhất khi đường tròn ngoại tiếp tứ giác  có đường kính nhỏ nhất

 .

Vậy khi  là điểm chiếu vuông góc của  lên  thì dây  ngắn nhất.

**Bài 43**. Cho tam giác đều  có đường cao ,  là điểm bất kỳ trên cạnh  ( không trùng với  và ). Gọi ,  theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ  đến  và ,  là trung điểm của . Chứng minh rằng:

a).Các điểm , , , ,  cùng nằm trên một đường tròn.

b).Tứ giác  là hình gì?

c).Xác định vị trí của điểm  trên cạnh  để đoạn thẳng  có độ dài nhỏ nhất.

**Lời giải**



***a).Các điểm , , , ,  cùng nằm trên một đường tròn.***

Có   cùng thuộc đường tròn đường kính .

***b).Tứ giác  là hình gì?***

Có ,   đều.

Tương tự  đều.

  là hình thoi.

***c).Xác định vị trí của điểm  trên cạnh  để đoạn thẳng  có độ dài nhỏ nhất.***

Có  (đoạn vuông góc là đoạn xiên ngắn nhất),  không đổi.

Có  ,  nội tiếp trong đường tròn đường kính .

Do đó dây  ngắn nhất khi đường tròn ngoại tiếp  có đường kính ngắn nhất.

.

Vậy  ngắn nhất khi  là trung điểm .