

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề kiểm tra có 01 trang)

Câu 1 (3,0 điểm). Giải các bất phương trình sau bằng cách lập bảng xét dấu:

a) $(x-3)(x^2-3x+2) \leq 0$ b) $\frac{3x-1}{x^2+5x+10} > 0$ c) $\frac{3x^2-x-2}{4x^2-x-3} \geq 1$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Tính giá trị của $\sin \alpha$, $\tan \alpha$, $\cos 2\alpha$, $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

b) Tính giá trị biểu thức $P = \frac{3\sin x + \cos x}{\sin x - 2\cos x}$, biết $\cot x = -2$.

Câu 3 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(2;3)$, $B(-4;1)$, $C(-2;0)$.

a) Tìm tọa độ của vector \overrightarrow{AC} và tính độ dài cạnh AC .

b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC .

c) Viết phương trình đường tròn (C) nhận AB làm đường kính.

Câu 4 (1,5 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.

a) Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C) .

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng

$d: 4x - 3y + 3 = 0$.

Câu 5 (1,0 điểm). Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x) = \sin^2 x$.

b) $\sin^3 x(1 + \cot x) + \cos^3 x(1 + \tan x) = \sin x + \cos x$.

Câu 6 (0,5 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và điểm $M(-4;2)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....; Lớp:.....

ĐÁP ÁN

STT	Nội dung cho điểm	Điểm																								
Câu 1	Giải các bất phương trình sau:	4																								
	a) $(x-3)(x^2-3x+2) \leq 0$	1																								
	Ta có $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$; $x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$	0,25																								
	Bảng xét dấu:	0,5																								
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x-3$</td> <td>-</td> <td> </td> <td>-</td> <td> </td> <td>- 0 +</td> </tr> <tr> <td>x^2-3x+2</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>VT</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>- 0 +</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	$x-3$	-		-		- 0 +	x^2-3x+2	+	0	-	0	+	VT	-	0	+	0	- 0 +
x	$-\infty$		1	2	3	$+\infty$																				
$x-3$	-			-		- 0 +																				
x^2-3x+2	+	0	-	0	+																					
VT	-	0	+	0	- 0 +																					
	Vậy $S = (-\infty; 1] \cup [2; 3]$	0,25																								
	b) $\frac{3x-1}{x^2+5x+10} > 0$	1																								
	Ta có: $3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$ $x^2+5x+10=0 (VN)$	0.25																								
	Bảng xét dấu	0.5																								
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$3x-1$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x^2+5x+10$</td> <td>+</td> <td> </td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>VT</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	$3x-1$	-	0	+	$x^2+5x+10$	+		+	VT	-	0	+								
x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$	$+\infty$																						
$3x-1$	-		0	+																						
$x^2+5x+10$	+		+																							
VT	-	0	+																							
	Vậy $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$	0.25																								
	c) $\frac{3x^2-x-2}{4x^2-x-3} \geq 1$.	1																								
	$\Leftrightarrow \frac{-x^2+1}{4x^2-x-3} \geq 0$.	0.25																								
	Ta có: $-x^2+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$																									

	$4x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ x = 1 \end{cases}$																									
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$-\frac{3}{4}$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$-x^2 + 1$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$4x^2 - x - 3$</td> <td>$+$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>VT</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>\parallel</td> <td>$-$</td> <td>\parallel</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-1	$-\frac{3}{4}$	1	$+\infty$	$-x^2 + 1$	$-$	$+$	$ $	$+$	0	$4x^2 - x - 3$	$+$	$+$	0	$-$	0	VT	$-$	$+$	\parallel	$-$	\parallel	0.5
x	$-\infty$	-1	$-\frac{3}{4}$	1	$+\infty$																					
$-x^2 + 1$	$-$	$+$	$ $	$+$	0																					
$4x^2 - x - 3$	$+$	$+$	0	$-$	0																					
VT	$-$	$+$	\parallel	$-$	\parallel																					
	Vậy $S = \left[-1; -\frac{3}{4}\right)$	0.25																								
Câu 2	<p>a) Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.</p> <p>Tính $\sin \alpha, \tan \alpha, \cos 2\alpha, \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.</p>	1,5																								
	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$. Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$.	0.25+0.25																								
	$\tan \alpha = -\frac{3}{4}$.	0.25																								
	$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{7}{25}$.	0.25																								
	$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{10}$.	0.25																								
	b) Cho $\cot x = -2$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{3\sin x + \cos x}{\sin x - 2\cos x}$.	0.5																								
	$P = \frac{3\sin x + \cos x}{\sin x - 2\cos x} = \frac{3 + \cot x}{1 - 2\cot x}$	0.25																								
	$P = \frac{1}{5}$.	0.25																								
Câu 3	Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(2;3), B(-4;1), C(-2;0)$	2,0																								
	a) Tìm tọa độ của vectơ \vec{AC} và tính độ dài cạnh AC .	0.5																								

	$\overline{AC} = (-4; -3) \Rightarrow AC = 5$	0,25+0.25
	b) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và vuông góc cạnh BC .	0.75
	$\overline{BC} = (2; -1)$ làm VTPT	0.25+0.25
	Phương trình tổng quát của đường thẳng $d: 2x - y - 1 = 0$	0.25
	c) Viết phương trình đường tròn có đường kính AB .	0.75
	Tâm I là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow I(-1; 2)$	0,25
	$R = AI = \sqrt{10}$	0,25
	Vậy phương trình đường tròn: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$	0.25
Câu 4	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.	1,5
	a) Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C) .	0.5
	(C) có tâm $I(2; -3)$	0.25
	Bán kính $R = 4$.	0.25
	b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 4x - 3y + 3 = 0$	1
	Gọi d' là tiếp tuyến cần tìm. Ta có: $d' // d \Rightarrow d': 4x - 3y + m = 0 (m \neq 3)$.	0.25
	Để d' tiếp xúc với (C)	
	$\Leftrightarrow d(I; d') = R$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{ 4 \cdot 2 - 3 \cdot (-3) + m }{5} = 4$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3(1) \\ m = -37(n) \end{cases}$	0.25
	Vậy $d': 4x - 3y - 37 = 0$.	0,25
Câu 5	a) Rút gọn biểu thức $A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$	0,5
	$A = (1 - \sin^2 x) \cdot \cot^2 x + (1 - \cot^2 x)$	
	$= \cot^2 x - \cos^2 x + 1 - \cot^2 x$	0.25
	$= \sin^2 x$.	0.25
	b) Chứng minh đẳng thức sau: $\sin^3 x(1 + \cot x) + \cos^3 x(1 + \tan x) = \sin x + \cos x$.	0,5

	$VT = \sin^3 x(1 + \cot x) + \cos^3 x(1 + \tan x)$ $= \sin^3 x \left(1 + \frac{\cos x}{\sin x} \right) + \cos^3 x \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x} \right)$ $= \sin^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x + \cos^3 x + \cos^2 x \cdot \sin x$ $= \sin^2 x(\sin x + \cos x) + \cos^2 x(\sin x + \cos x)$ $= (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin x + \cos x)$ $= \sin x + \cos x = VP$	0.25 0.25
Câu 6	Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm $M(-4; 2)$, cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của AB . Hãy viết phương trình của đường thẳng d .	0.5
	(C) có tâm $I(-3; 1), R = \sqrt{5}$. M là trung điểm của $AB \Rightarrow IM \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (-1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của d , Phương trình $d: x - y + 6 = 0$.	0.25 0.25