|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT CẨM GIÀNG | **ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  MÔN : TOÁN – LỚP 8  *Thời gian làm bài : 150 phút*  *( Đề thi gồm có 01 trang)* |

**Câu 1 ( 2,0 điểm)**

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: x4(y-z) + y4(z-x) + z4(x-y)

2. Cho biểu thức : , với 

a) Rút gọn A.

b) Tìm *x* nguyên để A có giá trị nguyên.

**Câu 2 ( 2,0 điểm)**

1. Giải phương trình :

a)

b) 

2. Tìm hằng số a sao cho đa thức  chia hết cho đa thức .

**Câu 3 ( 2,0 điểm)**

a) Cho các số tự nhiên m, n thỏa mãn 2m2 + m = 3n2 + n. Chứng minh 3(m+n)+1 là số chính phương.

b) Tìm các cặp số tự nhiên (x;y) thỏa mãn 1+x+3x2+x3 = y3.

**Câu 4 ( 3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn ABC có BC = a không đổi; ba đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh tam giác ADE đồng dạng tam giác ABC.

b) Tính BH.BD + CH.CE theo a.

c) Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt BD, CE lần lượt tại P và Q. Chứng minh MP = MQ.

**Câu 5 ( 1,0 điểm)**

Cho các số dương a, b, c, d thỏa mãn a+b+c+d = 4. Chứng minh:

.

- Hết -

|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT CẨM GIÀNG | **HƯỚNG DẪN CHẤM**  **ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  MÔN : TOÁN – LỚP 8  *( Hướng dẫn chấm gồm có 03 trang)* |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Phần** | **Nội dung** | **Điểm** |
| 1  (2 đ) | 1  (1 đ) | x4(y-z) + y4(z-x) + z4(x-y) = x4(y-z) - y4[(y-z) + (x-y)] + z4(x-y) | 0,25 |
| = (y-z)( x4 - y4) – (x-y)( y4 - z4)  =(y-z)(x-y)(x+y)(x2 + y2) – (x-y)(y-z)( y2 + z2) | 0,25 |
| =(x-y)(y-z)(x3+xy2+x2y+y3-y3-yz2-y2z-z3) | 0,25 |
| =(x-y)(y-z)(z-x)(x2+y2+z2+xy+yz+zx) | 0,25 |
| 2a  (0,5 đ) |  | 0,25 |
| . Vậy  với | 0,25 |
| 2b  (0,5 đ) | thỏa mãn ĐKXĐ . Vậy  thì A nguyên | 0,50 |
|  |  |  |  |
| 2  (2 đ) | 1a  (0,75 đ) | ĐK : .  Phương trình tương đương với : | 0,50 |
| Biến đổi được về dạng :  So sánh với điều kiện ta có phương trình có nghiệm duy nhất x=-3. | 0,25 |
| 1b  (0,75 đ) | ( vì 0 và 0) | 0,50 |
| Tìm ra x= 1 và kết luận nghiệm của PT | 0,25 |
| 2  (0,75 đ) | Để đa thức  chia hết cho đa thức x-1 thì tồn tại đa thức Q(x) sao cho  (\*) | 0,25 |
| Thay x = 1 vào (\*) | 0,25 |
| . Vậy a=4 là giá trị cần tìm. | 0,25 |
|  |  |  |  |
| 3  (2 đ) | 1  (1 đ) |  | 0,25 |
| (1) | 0,25 |
| Gọi d = ƯCLN(n-m,3m+3n+1) thì  suy ra  hay 6m+1 d. | 0,25 |
| mặt khác từ (1) ta có m2 d2  md nên 6m d. Do đó 6m+1-6md, hay 1d. Vậy d = 1, tức là n-m và 3m+3n+1 nguyên tố cùng nhau.  Vậy 3m+3n+1 hay 3(m+n)+1 là số chính phương. | 0,25 |
| 2  (1 đ) | Với x=0 suy ra y=1, ta có cặp giá trị (x;y) = (0;1) | 0,25 |
| Với mọi số tự nhiên x khác 0, ta có x3 < 1+x+3x2+x3 < 1+3x+3x2+x3  hay x3< y3<(x+1)3. Do đó không tồn tại y. | 0,75 |
|  |  |  |  |
| 4  (3 đ) |  |  | 0,25 |
| a  (1 đ) | Chứng minh được hai tam giác AEC và ADB đồng dạng | 0,50 |
| Chứng minh được hai tam giác ADE và ABC đồng dạng (c.g.c) | 0,50 |
| b  (1 đ) | BHK đồng dạng BCD nên | 0,25 |
| CHK đồng dạng CBE nên | 0,25 |
| Cộng vế với vế hai đẳng thức ta được | 0,25 |
| hay  tức là | 0,25 |
| c  (0,75 đ) | Chứng minh | 0,25 |
| Tương tự | 0,25 |
| Do MB=MC. | 0,25 |
|  |  |  |  |
| 5  (1 đ) |  | Áp dụng bất đẳng thức  ta có | 0,25 |
|  | Tương tự :  Suy ra | 0,25 |
|  | Đưa về chứng minh | 0,25 |
|  | =64  Đẳng thức xảy ra . | 0,25 |

- Hết -

***Ghi chú : Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com***

***https://www.vnteach.com***

***- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa từng phần.***

***- Câu 4, nếu vẽ hình sai thì không cho điểm của phần chứng minh.***