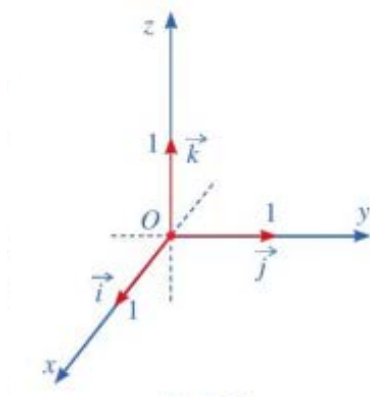


BÀI 2

TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Hệ trục gồm ba trục Ox , Oy , Oz đôi một vuông góc nhau được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ trong không gian, hay đơn giản gọi là hệ trục tọa độ $Oxyz$.



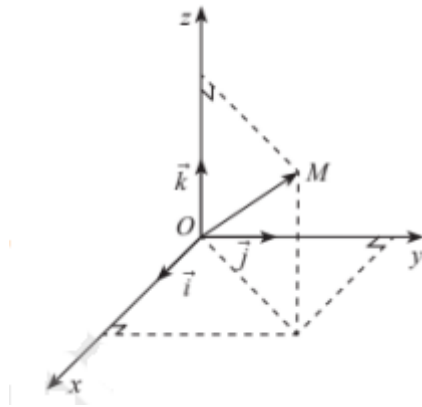
Chú ý:

- Ta gọi i, j, k lần lượt là các **vector đơn vị** trên các trục Ox , Oy , Oz .
- Trong không gian $Oxyz$, ta gọi:
 - + Điểm $O(0;0;0)$ là **gốc tọa độ**.
 - + Trục Ox : **trục hoành**, Trục Oy : **trục tung**, Trục Oz : **trục cao**.
 - + Các mặt phẳng (Oxy) , (Oyz) , (Ozx) là các mặt phẳng tọa độ.
- Không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ còn được gọi là không gian $Oxyz$.
- Các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Ozx) đôi một vuông góc nhau.

2. Tọa độ của một điểm và của một vector

a. Tọa độ của một điểm

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M . Nếu $\overrightarrow{OM} = xi + yj + zk$ thì ta gọi bộ ba số $(x; y; z)$ là tọa độ của điểm M đối với hệ trục tọa độ $Oxyz$ và viết $M = (x; y; z)$ hoặc $M(x; y; z)$ của điểm M .



b. Tọa độ của một vector

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector a . Nếu $a = a_1i + a_2j + a_3k$ thì ta gọi bộ ba số $(a_1; a_2; a_3)$ là tọa độ của vector a đối với hệ trục tọa độ $Oxyz$ và viết vector $a = (a_1; a_2; a_3)$ hoặc $a(a_1; a_2; a_3)$.

Chú ý: Trong không gian $Oxyz$, ta có:

- Nếu $a = a_1i + a_2j + a_3k$ thì $a = (a_1; a_2; a_3)$. Ngược lại, nếu $a = (a_1; a_2; a_3)$ thì $a = a_1i + a_2j + a_3k$.

- Tọa độ của điểm M là tọa độ của vector $\overrightarrow{OM}$: $M = (x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$

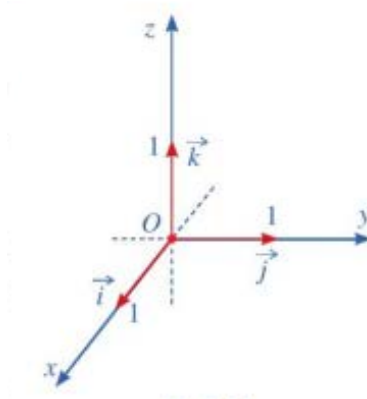
$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

- Điều kiện hai vector bằng nhau: Cho $a = (x; y; z)$, $b = (x'; y'; z')$, khi đó

- Vector đơn vị trên trục Ox có tọa độ là $i = (1; 0; 0)$.

Vector đơn vị trên trục Oy có tọa độ là $j = (0; 1; 0)$.

Vector đơn vị trên trục Oz có tọa độ là $k = (0; 0; 1)$.



QUY TẮC CHIỀU ĐẶC BIỆT

Chiếu điểm trên trục tọa độ

- Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{3/2/1/1/1/0} M_1(x_M; 0; 0)$

- Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{3/1/1/1/0/0} M_2(0; y_M; 0)$

- Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_3(0; 0; z_M)$

Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ

- Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_1(x_M; y_M; 0)$

- Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_2(0; y_M; z_M)$

- Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_3(x_M; 0; z_M)$

Đối xứng điểm qua trục tọa độ

- $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_1(x_M; -y_M; -z_M)$

- $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_2(-x_M; y_M; -z_M)$

- $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_3(-x_M; -y_M; z_M)$

Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ

- $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_1(x_M; y_M; -z_M)$

- $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_2(x_M; -y_M; z_M)$

- $M(x_M; y_M; z_M) \xrightarrow{(3/4; 3/4; 3/4)} M_3(-x_M; y_M; z_M)$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $u = 2i + 3j - k$, khi đó tọa độ véc tơ u là

- A. $(-2; 3; 1)$. B. $(2; 3; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(2; 3; 1)$.

Câu 3. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = -i + 2j - 3k$. Tọa độ của vector a là:

- A. $a(-1; 2; -3)$. B. $a(2; -3; -1)$. C. $a(-3; 2; -1)$. D. $a(2; -1; -3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

- A. $(-2; 3; 5)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; -3; 5)$. D. $(2; -3; -5)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(3; 4; 1)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$ thì tọa độ của điểm B là:

- A. $B(2; 5; 0)$. B. $B(0; -1; -2)$. C. $B(0; 1; 2)$. D. $B(-2; -5; 0)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 2)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 5; 2)$. B. $(0; 5; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; 2)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; 0; -1)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 0; -1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3; -1; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(3; 0; 0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(2; 1; 0)$. C. $(0; 1; -1)$. D. $(2; 0; -1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) ?

- A. $M(3; 4; 0)$. B. $P(-2; 0; 3)$. C. $Q(2; 0; 0)$. D. $N(0; 4; -1)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(4; 5; 6)$. Hình chiếu của M xuống mặt phẳng (Oyz) là M' . Xác định tọa độ M' .

- A. $M'(4; 5; 0)$. B. $M'(4; 0; 6)$. C. $M'(4; 0; 0)$. D. $M'(0; 5; 6)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.
 B. Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.
 C. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.
 D. Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1; 2; 3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(0; 2; 3)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

Câu 18. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(-1; 0; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(1; 0; \sqrt{3})$. D. $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$.

Câu 19. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(\sqrt{2}; 0; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Oy$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(0; -\sqrt{2}; 0)$. B. $M'(\sqrt{2}; 0; 0)$. C. $M'(0; 0; \sqrt{3})$. D. $M'(0; 0; 0)$.

Câu 20. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; -\sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Oz$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(1; 0; -\sqrt{3})$. B. $M'(0; 2; -\sqrt{3})$. C. $M'(0; 0; -\sqrt{3})$. D. $M'(0; 0; \sqrt{3})$.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 1; 2)$. Tìm điểm $A' \in (Oxy)$ sao cho độ dài đoạn thẳng AA' ngắn nhất.

- A. $A'(-1; 1; 0)$. B. $A'(1; 1; 0)$. C. $A'(2; 2; 0)$. D. $A'(2; -1; 2)$.

Câu 22. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 1 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{5})$. Tìm điểm $M' \in (Oxz)$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(1; 1 + \sqrt{2}; 2 - \sqrt{5})$. B. $M'(1; 1 - \sqrt{2}; 0)$. C. $M'(1; 0; 2 + \sqrt{5})$. D. $M'(0; 1 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{5})$.

Câu 23. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1 + \sqrt{2}; 2; 1 - \sqrt{2})$. Tìm điểm $M' \in (Oyz)$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(1 + \sqrt{2}; 0; 1 - \sqrt{2})$. B. $M'(0; 2; 1 - \sqrt{2})$. C. $M'(0; -2; 1 - \sqrt{2})$. D. $M'(0; -2; 1 + \sqrt{2})$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4; -2; 9)$. B. $D(-4; 2; 9)$. C. $D(4; -2; 9)$. D. $D(4; 2; -9)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A = (1; 0; 1)$, $B = (2; 1; 2)$ và $D = (1; -1; 1)$. Tọa độ điểm C là

- A. $(2;0;2)$. B. $(2;2;2)$. C. $(2;-2;2)$. D. $(0;-2;0)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

- A. $A'(4;6;-5)$. B. $A'(2;0;2)$. C. $A'(3;5;-6)$. D. $A'(3;4;-6)$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm C' .

- A. $C'(10;4;4)$. B. $C'(-13;4;4)$. C. $C'(13;4;4)$. D. $C'(7;4;4)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $B'(8;4;10)$. B. $B'(6;12;0)$. C. $B'(10;8;6)$. D. $B'(13;0;17)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(-1;1;2)$, $B(1;0;3)$, $C(0;2;-2)$.

- A. Tọa độ vector $\overrightarrow{BC} = (-1;2;-5)$.
 B. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = 2i - j + k$.
 C. Tọa độ điểm D là $D(-2;3;-3)$.
 D. Tọa độ vector $\overrightarrow{AD} = -i + 2j + 5k$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(0;1;-2)$, $C(0;-2;1)$, $D(1;0;-1)$.

- A. Tọa độ vector $\overrightarrow{OC} = (0;-2;1)$.
 B. Tọa độ vector $\overrightarrow{DA} = -i + j - k$.
 C. Tọa độ điểm B là $B(-1;-1;0)$.
 D. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = -i - 2j - 2k$.

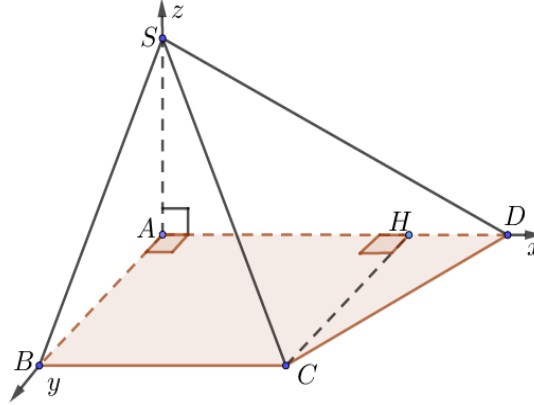
Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(2;1;0)$, $C(0;3;0)$, $C'(-1;2;1)$, $D'(0;-2;0)$

- A. Tọa độ các điểm A', B' là $A'(1;0;-1)$, $B'(0;4;2)$.
 B. Tọa độ các điểm B, D là $B(1;5;1)$, $D(1;-1;-1)$.

C. Tọa độ vector $\vec{AB}$ là $\vec{AB} = i + 4j + k$.

D. Tọa độ vector $\vec{AB}$ là $\vec{B'D} = i - 5j - 3k$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Gọi H là hình chiếu điểm C trên cạnh AD .



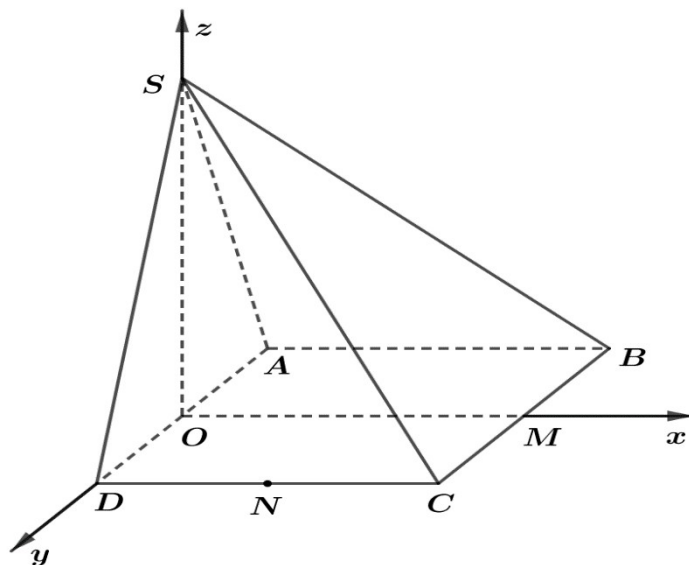
A. Tọa độ các điểm A, B là $A(0;0;0), B(a;a;0)$.

B. Tọa độ các điểm C, D là $C(a;a;0), D(2a;0;0)$.

C. Tọa độ điểm S là $S(0;0;2a)$.

D. Tọa độ điểm H là $H(a;0;0)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi O, M và N lần lượt là trung điểm của AD, BC và CD . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



A. Tọa độ các điểm A, B là $A\left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), B\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right)$.

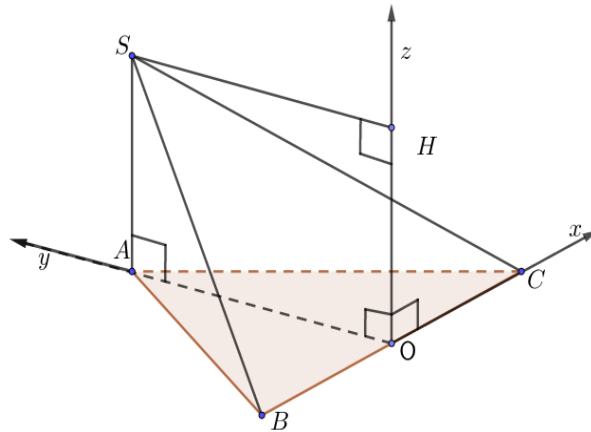
B. Tọa độ các điểm C, D là $C\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), D\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

C. Tọa độ điểm S là $S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

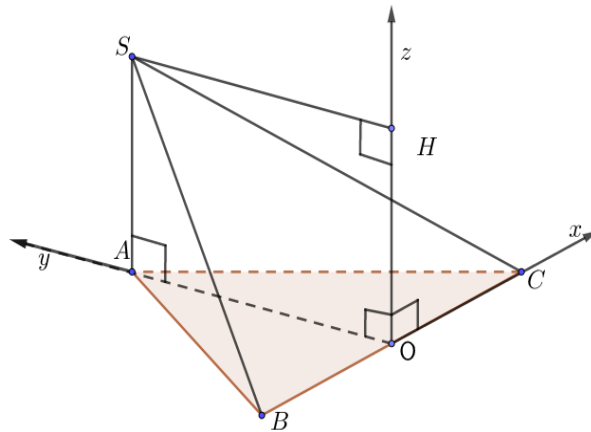
D. Tọa độ các điểm M, N là $M(1;0;0), N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

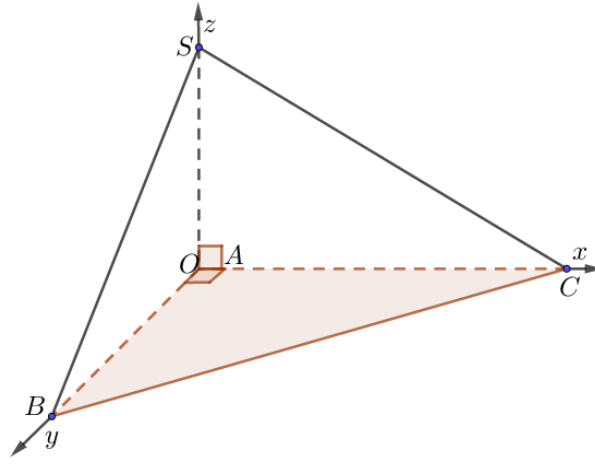
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên $SA=2$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các điểm A, B, C, S, H (H là hình chiếu điểm S trên trục Oz).



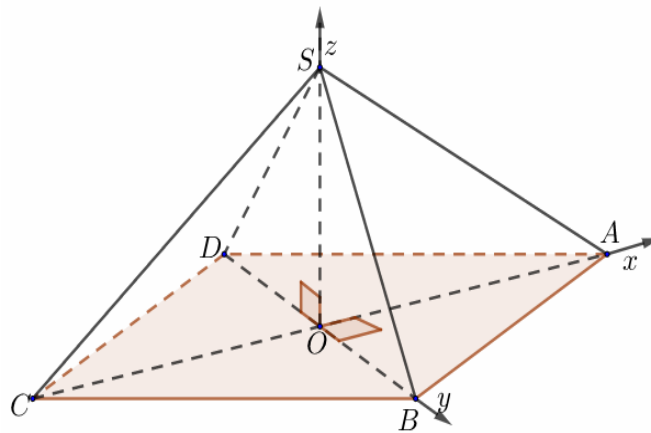
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và cạnh $BC=2\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA=3$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các điểm A, B, C, S, H (H là hình chiếu điểm S trên trục Oz).



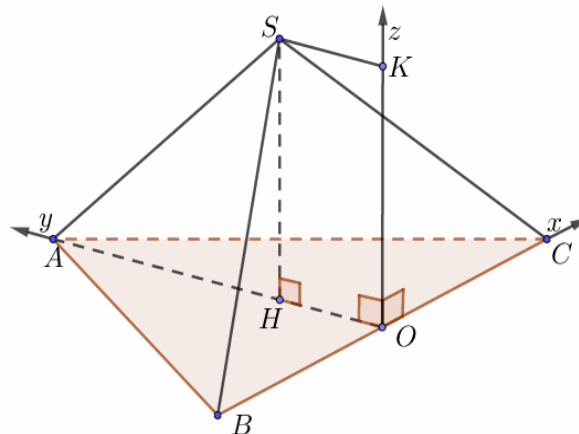
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có ba cạnh SA, AB, AC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=2024$. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các điểm A, B, C, S



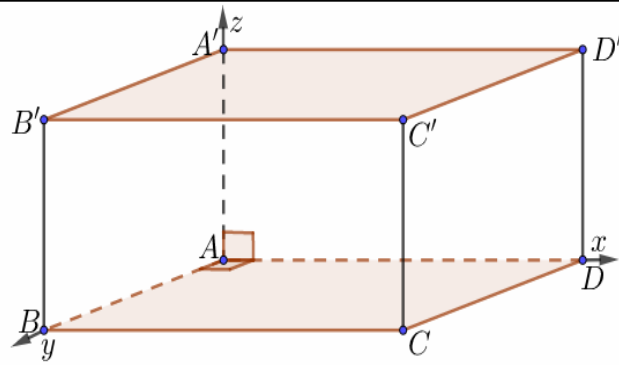
Câu 37. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các điểm A, B, C, D, S .



Câu 38. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh SA tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45° . Gọi H là hình chiếu điểm S trên mặt phẳng (ABC) . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các điểm A, B, C, S, H, K (K là hình chiếu điểm S trên trục Oz).



Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a và $\angle BAD = 60^\circ$. Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, tìm tọa độ các đỉnh của hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$.

