UBND HUYỆN VĨNH LỘC
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 CỤM THCS
Năm học : 2014-2015

ĐỀ GIAO LƯU MÔN: TOÁN LỚP 8

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức : $A=\left(\frac{1-x^3}{1-x}-x\right):\frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$ với x khác -1 và 1

1) Rút gọn biểu thức A
2) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=-1\frac{2}{3}$
3) Tìm giá trị của x để $A<0$

Bài 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình sau: $\frac{1}{x^2-2x+2}+\frac{2}{x^2-2x+3}=\frac{6}{x^2-2x+4}$
b) Cho x là số nguyên. Chứng minh rằng biểu thức:
$M=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$ là bình phương của một số nguyên.

Bài 3. (4,0 điểm)

a) Cho x,y,z là các số nguyên thỏa mãn $x+y+z$ chia hết cho 6.
Chứng minh $M=(x+y)(y+z)(x+z)-2xyz$ chia hết cho 6
b) Cho a,b,c là các số khác 0 thỏa mãn: $a^3b^3+b^3c^3+c^3a^3=3a^2b^2c^2$ /
Tính giá trị biểu thức $P=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn $ABC(AB<AC),$ có đường cao AH sao cho $AH=HC.$ Trên AH lấy một điểm I sao cho $HI=BH.$ Gọi P và Q là trung điểm của BI và AC. Gọi N và M là hình chiếu của H trên AB và $IC;K$ là giao điểm của đường thẳng CI với AB; D là giao điểm của đường thẳng BI với AC

a) Chứng minh I là trực tâm của tam giác ABC
b) Tứ giác $HNKM$ là hình vuông
c) Chứng minh bốn điểm N,P,M,Q thẳng hàng.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn điều kiện: $x^{2015}+y^{2015}+z^{2015}=3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $x^2+y^2+z^2$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1.1) Với x khác 1 và – 1 thì

$$A=\frac{1-x^3-x+x^2}{1-x}:\frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-x+x^2)-x(1+x)}$$

$$=\frac{(1-x)(1+x+x^2-x)}{1-x}:\frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-2x+x^2)}$$

$$=(1+x^2):\frac{1}{1-x}=(1+x^2)(1-x)$$

1.2) Tại $x=-1\frac{2}{3}=\frac{-5}{3}$ thì $A=\left[1+\left(\frac{-5}{3}\right)^2\right]-\left[1-\left(-\frac{5}{3}\right)\right]=10\frac{2}{27}$

1.3) Với x khác 1 và – 1 thì $A<0\Leftrightarrow(1+x^2)(1-x)<0\Leftrightarrow 1-x<0\Leftrightarrow x>1$

Bài 2.

a) $$\frac{1}{x^2-2x+2}+\frac{2}{x^2-2x+3}=\frac{6}{x^2-2x+4}$$

Đặt $t=x^2-2x+3=(x-1)^2+2\,(t\geq 2)$

Phương trình đã cho trở thành:

$$\frac{1}{t-1}+\frac{2}{t}=\frac{6}{t+1}$$

$$\Rightarrow 3t^2-7t+2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2(TM)\\ t=\frac{1}{3}(KTM)\end{array}\right.$$

Do đó: $(x-1)^2+2=2\Leftrightarrow(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$

b) Ta có: $M=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1$

Đặt $t=x^2+x+5$

Khi đó: $M=(t-1)(t+1)+1=t^2-1+1=t^2$

Vì x là số nguyên nên t là số nguyên . Vậy M là bình phương của một số nguyên.

Bài 3.

a) Ta có: $M=(x+y)(x+z)(y+z)-2xyz$

Học sinh biến đổi được:

$M=(x+y+z)(xy+yz+zx)-3xyz$

Vì x,y,z là các số nguyên thỏa mãn $x+y+z$ chia hết cho 6 nên $(x+y+z)(xy+yz+xz)$ chia hết cho 6

Trong 3 số x,y,z tồn tại ít nhất một số chia hết cho 2. Suy ra $3xyz\,⋮\,6$

Do đó, $(x+y+z)(xy+yz+xz)-3xyz$ chia hết cho 6 . Vậy $M\,⋮\,6$

b) Đặt $ab=x;bc=y;ca=z$

Ta có: $x^3+y^3+z^3=3xyz$

Học sinh chứng minh : $x+y+z=0$ hoặc $x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz=0$

TH1: $x+y+z=0$

Sử dụng hằng đẳng thức : $(x+y+z)^3-x^3-y^3-z^3=3(x+y)(+z)(x+z)$

$\Rightarrow -xyz=(x+y)(y+z)(x+z)$

Ta có: $-a^2b^2c^2=(ab+bc)(bc+ca)(ca+ab)$

$-abc=(a+b)(b+c)(c+a)$

$\Rightarrow P=\left(1+\dfrac{a}{b}\right)\left(1+\dfrac{b}{c}\right)\left(1+\dfrac{c}{a}\right)=-1$

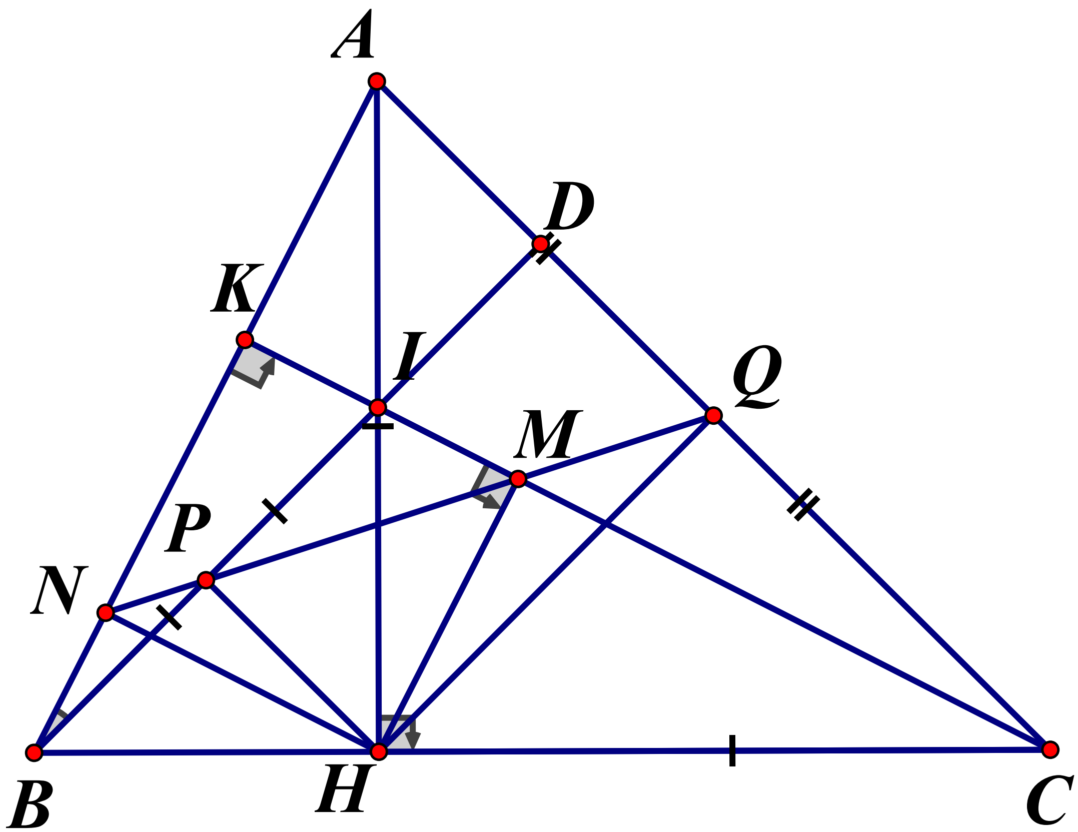
$-TH2: x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz=0$

$\Rightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$

$\Rightarrow x=y=z\Rightarrow ab=bc=ca$

$\Rightarrow a=b=c\Rightarrow P=8$

Bài 4.



a) Xét tam giác BHI có: $BH = HI, \widehat{H} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta BHI$ vuông cân tại H $\Rightarrow \widehat{IBH} = 45^0$

ΔAHC có $AH = HC, \widehat{H} = 90^0 \Rightarrow \Delta AHC$ vuông cân tại H $\Rightarrow \widehat{ACH} = 45^0$

$\Rightarrow \Delta BCD$ vuông cân tại D

Tam giác ABC có hai đường cao $AH, BD.$

Vậy I là trực tâm ΔABC

b) Xét tứ giác $HMKN$ có: $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^0, \widehat{K} = 90^0$ (CK đường cao)

Tứ giác $HMNK$ là hình chữ nhật (1)

Xét ΔMIH và ΔNBH có:

$\widehat{HMI} = \widehat{HNB} = 90^0; HB = HI\,(gt); \widehat{HIC} = \widehat{HBN}$

$\Rightarrow \Delta HMI = \Delta HNB\,(g.c.g) \Rightarrow HM = HN\,(2)$

Từ (1) và (2): Tứ giác $HMKN$ là hình vuông

c) Theo câu b: Tứ giác HMKN là hình vuông nên M, N thuộc trung trực đoạn thẳng KH

-Xét 2 tam giác vuông AHC và AKC; trung tuyến HQ, KQ. Ta có:

$HQ = \frac{1}{2}AC; KQ = \frac{1}{2}AC \Rightarrow Q \in$ trung trực KH

Vậy 4 điểm M, N, P, Q thẳng hàng

Bài 5.

Áp dụng BĐT Cô si cho 2015 số dương $x^{2015}, x^{2015}, 1; 1; 1; 1; 1; 1 \ldots 1; 1$. ta được:

$x^{2015} + x^{2015} + 1 + 1 + 1 + \ldots + 1 + 1 \geq 2015\sqrt[2015]{x^{2015}.x^{2015}.1.1.1\ldots.1} = 2015x^2$

$\Leftrightarrow 2x^{2015} + 2013 \geq 2015x^2$

Tương tự ta cũng có:

$2y^{2015} + 2013 \geq 2015y^2$

$2z^{2015} + 2013 \geq 2015z^2$

$\Rightarrow 2\left(x^{2015} + y^{2015} + z^{2015}\right) + 6039 \geq 2015.\left(x^2 + y^2 + z^2\right) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = 1$

Vậy $Max_{\left(x^2+y^2+z^2\right)} = 3 \Leftrightarrow x = y = z = 1$