|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THANH BA**    **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC 2022 – 2023**  **MÔN THI: TOÁN HỌC**  ***Thời gian làm bài: 150 phút không kể thời gian giao đề***  ***(Đề thi gồm 03 trang)*** |

***\*Lưu ý:***

*- Thí sinh lựa chọn đáp án phần trắc nghiệm khách quan* ***chỉ có một*** *lựa chọn đúng.*

*- Thí sinh làm bài thi (cả phần trắc nghiệm khách quan và phần tự luận) trên tờ giấy thi;* ***không*** *làm bài trên đề thi.*

**I. TRẮC NGHIÊM KHÁCH QUAN( 8,0 điểm ):**

**Hãy chọn phương án trả lời đúng**

**Câu 1:** Rút gọn biểu thức  với  được kết quả là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. . | B. . | C. . | D. 2. |

**Câu 2**: Cho  là những số dương thỏa mãn .

Giá trị của biểu thức  là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 8. | B. 6. | C. 5. | D. 4. |

**Câu 3:** Trên mặt phẳng tọa độ  cho ba điểm  Điểm  sao cho  là hình bình hành, khi đó  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 0. | B. 2. | C. | D. 1. |

**Câu 4:** Cho  dương thỏa mãn . Giá trị của biểu thức  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 2. | B. 4. | C. 8. | D. 27. |

**Câu 5:** Tổng các nghiệm của phương trình  là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

**Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ , cho hai điểm  Độ dài đường cao hạ từ đỉnh  của tam giác  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. . | B. . | C. . | D. . |

**Câu 7:** Biết điểm  là điểm mà đường thẳng  luôn đi qua với mọi giá trị của . Giá trị của biểu thức  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

**Câu 8:** Gọi là tập nghiệm của phương trình . Số phần tử của tập  là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. . | B. 1. | C. | D. . |

**Câu 9:** Cho  có đường trung tuyến , trọng tâm . Qua  kẻ đường thẳng cắt  và lần lượt tại và . Tổng tỉ số  là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

**Câu 10:** Cho có  Biết hai đường trung tuyến từ đỉnh  và  vuông góc với nhau. Khi đó độ dài cạnh  là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

**Câu 11:** Cho  vuông tại  có đường cao  ; đường phân giác  . Biết ; , khi đó độ dài đoạn thẳng  là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

**Câu 12:** Cho  gọi  là trung điểm của  và  là trung điểm của . Gọi là điểm trên cạnh  sao cho . Đường thẳng cắt cạnh tại . Khi đó tỉ số  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. . | B. . | C. . | D. . |

**Câu 13:** Một hình hộp chữ nhật có chiều cao đáy là một hình vuông cạnh  Một hình chóp tứ giác đều cũng có chiều cao diện tích xung quanh bằng diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật. Thể tích của hình chóp tứ giác đều là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

**Câu 14:** Cho  vuông tại  có . Diện tích tam giác  bằng  Khi đó bán kính của đường tròn nội tiếp  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. . |

**Câu 15**: Cho *(O;R),* điểm *A* nằm ngoài đường tròn sao cho *OA=2R*, qua *A* kẻ cát tuyến *ABC*, *B* nằm giữa *A* và *C*. Biết góc *COB = 90o*. Độ dài *AC* là

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A) . | B) . | C) . | D) . |

**Câu 16:** Bà Thanh thường xuyên nhận được cuộc gọi từ ba người cháu ở xa. Người cháu thứ nhất cứ 3 ngày thì gọi một lần. Người cháu thứ hai cứ 4 ngày thì gọi một lần. Người cháu thứ ba cứ 5 ngày thì gọi một lần. Vào ngày 31 tháng 12 năm 2021, bà Thanh nhận được cuộc gọi từ cả ba người cháu. Hỏi trong năm tiếp theo, có bao nhiêu ngày mà bà Thanh không nhận được cuộc gọi từ bất kì người cháu nào?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 144. | B. 146. | C. 149. | D. 156. |

**II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm):**

**Câu 1.** *(3 điểm)*

a) Tìm các số nguyên dương  thoả mãn  và  là số nguyên tố.

b) Tìm các số nguyên  để  là một số chính phương.

c) Cho các số nguyên a và b thỏa mãn 

chia hết cho 5. Tìm số dư khi chia  cho 5.

**Câu 2.** *(4,0 điểm)*

a) Cho  là các số thực khác 0 và thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức  .

b) Giải phương trình:  .

c) Cho đa thức với hệ số nguyên  thỏa mãn  với mọi số nguyên dương  và  nhận giá trị dương với . Biết  và . Tính giá trị của .

**Câu 3.** *(4,0 điểm)*

Cho điểm  cố định thuộc , điểm  di động trên đường tròn sao cho  qua  kẻ tiếp tuyến  với đường tròn  Lấy điểm  và  thuộc  sao cho  nằm giữa  thoả mãn . Vẽ vuông góc với , vẽ  vuông góc với 

a) Chứng minh rằng  đồng dạng với 

b) Chứng minh rằng khi  di động trên đường tròn sao cho thì  luôn thuộc một đường cố định và tích  luôn không đổi.

c) Tìm vị trí của điểm  để diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 4.** *(1,0 điểm)*

Cho  và . Chứng minh rằng:

.

----------------------------------- Hết-----------------------------

*Họ và tên thí sinh :....................................................... Số báo danh .............................*

***Cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm***

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2022 – 2023**  **Môn: Toán**  HƯỚNG DẪN CHẤM CHÍNH THỨC  *(Hướng dẫn chấm có 07 trang)* |

**I. Một số chú ý khi chấm bài tự luận**

|  |
| --- |
| - Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.  - Thí sinh làm bài theo cách khác với hướng dẫn chấm mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của hướng dẫn chấm.  - Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số. |

**II. Đáp án – Thang điểm**

**1. Phần trắc nghiệm khách quan:** Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 | Câu 5 | Câu 6 | Câu 7 | Câu 8 |
| **A** | **D** | **B** | **C** | **B** | **D** | **B** | **A** |
| Câu 9 | Câu 10 | Câu 11 | Câu 12 | Câu 13 | Câu 14 | Câu 15 | Câu 16 |
| **C** | **B** | **C** | **B** | **C** | **C** | **A** | **B** |

**2. Phần tự luận**

**Câu 1** *(3,0 điểm).*

a) Tìm các số nguyên dương  thoả mãn  và  là số nguyên tố.

b) Tìm các số nguyên  để  là một số chính phương.

c) Cho các số nguyên a và b thỏa mãn 

chia hết cho 5. Tìm số dư khi chia  cho 5.

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| *a) Tìm các số nguyên dương  thoả mãn  và  là số nguyên tố.* | ***1,0*** |
| Vì  nguyên dương suy ra  Nếu  ( vì  là số nguyên tố) | ***0,25*** |
| Nếu  Xét hiệu | ***0,25***  ***0,25*** |
| Dễ có  Nên  suy ra loại  Vậy | ***0,25*** |
| *b) Tìm các số nguyên  để  là một số chính phương.* | ***1,0*** |
| Ta có  là một số chính phương.  Suy ra  Vì  Với  ta đều có  (thoả mãn) | ***0,25*** |
| Với  ta có  Gọi  là ước chung nguyên tố của  và  Suy ra | ***0,25*** |
| Nên  là một số chính phương khi  và  đều là số chính phương. | ***0,25*** |
| Để  là số chính phương thì .  Suy ra  ( không thoả mãn)  Vậy  thì  là một số chính phương. | ***0,25*** |
| *c) Cho các số nguyên a và b thỏa mãn*  *chia hết cho 5. Tìm số dư khi chia  cho 5.* | ***1,0*** |
| Ta có  chia hết cho 5 nên ta được    Đặt  thì ta được  .  Ta biết rằng một số chính phương khi chia cho 5 có các số dư là 0; 1; 4. Do đó ta xét các trường hợp sau | ***0,25*** |
| + Nếu  chia hết cho 5, khi đó  cũng chia hết cho 5. Từ đó ta được    Từ đó ta được  (vì 2 và 5 nguyên tố cùng nhau)  Do đó dư trong phép chia  cho 5 là 0. | ***0,25*** |
| + Nếu  chia cho 5 dư 1, khi đó  chia cho 5 dư 2.  Trường hợp này loại. | ***0,25*** |
| + Nếu  chia cho 5 dư 4, khi đó  chia cho 5 dư 3. Trường hợp này loại.  Vậy dư trong phép chia  cho 5 là 0. | ***0,25*** |

**Câu 2.** *(4,0 điểm)*

a) Cho  là các số thực khác 0 và thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức  .

b) Giải phương trình:  .

c) Cho đa thức với hệ số nguyên  thỏa mãn  với mọi số nguyên dương  và  nhận giá trị dương với . Biết  và . Tính giá trị của .

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| a) Cho  là các số thực khác 0 và thỏa mãn  Tính giá trị của biểu thức  . | ***1,5*** |
| Vì | *0,5* |
|  | *0,5* |
| Vậy | *0,5* |
| b) Giải phương trình:  . | ***1,5*** |
| ĐKXĐ:  Phương trình  Ta có  không là nghiệm của phương trình, ta chia 2 vế phương trình cho  ta được phương trình: | *0,5* |
| Đặt  phương trình (\*) trở thành:    Vì | *0,5* |
| Vậy tập nghiệm của phương trình là | *0,5* |
| c) Cho đa thức với hệ số nguyên  thỏa mãn  với mọi số nguyên dương  và  nhận giá trị dương với . Biết  và . Tính giá trị của . | ***1,0*** |
| Ta có  hoặc  ( loại)  Ta lại có | *0,5* |
| Vậy  hoặc | *0,5* |

**Câu 3.** *(4,0 điểm)*

Cho điểm  cố định thuộc , điểm  di động trên đường tròn sao cho  qua  kẻ tiếp tuyến  với đường tròn  Lấy điểm  và  thuộc  sao cho  nằm giữa  thoả mãn . Vẽ vuông góc với , vẽ  vuông góc với 

a) Chứng minh rằng  đồng dạng với 

b) Chứng minh rằng khi  di động trên đường tròn sao cho thì  luôn thuộc một đường cố định và tích  luôn không đổi.

c) Tìm vị trí của điểm  để diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất.

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
|  | ***0,25*** |
| a) Chứng minh rằng  đồng dạng với | *1,25* |
| Gọi  giao  tại  và . Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác | *0,25* |
| Tương tự có | *0,25* |
| Suy ra | *0,25* |
| Xét  và  có  và  chung | *0,25* |
|  | *0,25* |
| b) Chứng minh rằng khi  di động trên đường tròn sao cho thì  luôn đi qua một điểm cố định và tích  luôn không đổi. | *1,5* |
| Ta có  Ta lại có  ( cân tại )  => Tam giác  cân tại | *0,5* |
| Gọi  là giao  và  =>  là trung trực của .  Tam giác  cân tại . Suy ra  thuộc . Do  cố định.  Nên cố định. Suy ra  thuộc đường thẳng cố định. | *0,25* |
| Gọi  là giao của  và . Xét tứ giác  có  suy ra  là hình thoi. Suy ra  tại . | *0,25* |
| Gọi  là đường kính của . Ta dễ có  Mặt khác | *0,25* |
| Suy ra  Vậy khi  di động trên đường tròn thì  luôn thuộc một đường cố định và tích  luôn không đổi bằng. | *0,25* |
| c) Tìm vị trí của điểm  để diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất. | ***1,0*** |
| Ta có  Suy ra | *0,25* |
| Mà  ( Vì  là hình thoi) | *0,25* |
| (Hoặc  Khi ) | *0,25* |
| Dấu “=”  Vậy  trùng với  thì diện tích tam giác  đạt giá trị lớn nhất. | *0,25* |

**Câu 4.** *(1,0 điểm)*

Cho  và . Chứng minh rằng:

.

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Cho  và . Chứng minh rằng:  . | ***1,0*** |
| Ta có:  Do đó | **0,25** |
| Xét hiệu | **0,25** |
| Đặt | **0,25** |
| Ta có  Suy ra  Dấu “=” xảy ra khi | **0,25** |

----------------------------------- Hết-----------------------------