**BÀI 14. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG. ĐO ĐỘ PHÂN TÁN**

**A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

**1. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ**

Một cổ động viên của câu lạc bộ Everton, Anh đã thống kê điểm số mà hai hai câu lạc bộ Leicester City và Everton đạt được trong năm mùa giải Ngoại hạng Anh gần đây, từ mùa giải 2014 – 2015 đến mùa giải 2018 – 2019 như sau:

**HĐ1:**

Leicester City: 41 81 44 47 52

Everton: 47 47 61 49 54.

Cổ động viên đó cho rằng, Everton thi đấu ổn định hơn Leicester City. Em có đồng ý với nhận định này không? Vì sao?

**Giải**

Ta có câu lạc bộ Leicester City có điểm cao nhất là 81 và điểm thấp nhất là 41 nên khoảng cách giữa điểm cao nhất và thấp nhất là 40.

Câu lạc bộ Everton có điểm cao nhất là 61 và điểm thấp nhất là 47 nên khoảng cách giữa điểm cao nhất và thấp nhất là 14.

Ta thấy  nên câu lạc bộ Everton thi đấu ổn định hơn.

Trong 5 mùa giải, điểm thấp nhất, cao nhất của Leicester City lần lượt là 41; 81 trong khi của Everton là 47; 61. Về trực quan, thành tích của Everton ổn định hơn Leicester City. Người ta có nhiều cách để đo sự ổn định này. Cách đơn giải nhất là dung hiệu số (Điểm cao nhất – Điểm thấp nhất). Giá trị này được gọi là khoảng biến thiên.

Khoảng biến thiên, kí hiệu là R, là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

**Ý nghĩa.** Khoảng biến thiên dung để đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

**Ví dụ 1.** Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 10A được cho như sau:

Tổ 1: 7 8 8 9 8 8 8

Tổ 2: 10 6 8 9 9 7 8 7 8.

a) Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ có như nhau không?

b) Tính các khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu. Căn cứ trên chỉ số này, các bạn tổ nào học đồng đều hơn?

**Giải**

a) Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ đều bằng 8.

b) Đối với Tổ 1: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9. Do đó, khoảng biến thiên là: .

Đối với Tổ 2: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10. Do đó, khoảng biến thiên là: .

Do  nên ta nói các bạn Tổ 1 học đều hơn các bạn Tổ 2.

Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn trong tổ:

**Luyện tập 1.**

163 159 172 167 165 168 170 161

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu này.

**Giải**

Chiều cao thấp nhất, cao nhất tương ứng là 159; 172. Do đó, khoảng biến thiên là: .

Nhận xét. Sử dụng khoảng biến thiên có ưu điểm là đơn giản, dễ tính toán song khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất mà bỏ qua thông tin từ tất cả các giá trị khác. Do đó, khoảng biến thiên rất dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị ) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên được cho như sau:

**HĐ2:**

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28

a) Tính các khoảng biến thiên của mỗi mẫu số liệu và so sánh.

b) Em có nhận xét gì về sự ảnh hưởng của giá trị 16 đến khoảng biến thiên của mẫu số liệu về nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Điện Biên?

c) Tính các tứ phân vị và hiệu  cho mỗi mẫu số liệu. Có thể dùng hiệu này để đo độ phân tán của mẫu số liệu không?

**Giải**

a) Ở Hà Nội, nhiệt độ thấp nhất, cao nhất trong ngày tương ứng là: 23; 35. Do đó, khoảng biến thiên là .

Ở Điện Biên, nhiệt độ thấp nhất, cao nhất trong ngày tương ứng là 16; 28. Do đó, khoảng biến thiên là 

b) Số 16 làm cho khoảng biến thiên về nhiệt độ tại Điện Biên lớn hơn.

c) Ở Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35.

Mẫu số liệu gồm 7 giá trị nên số trung vị là .

Nửa số liệu bên trái gồm 23; 25; 28 gồm 3 giá trị nên .

Nửa số liệu bên phải gồm 32; 33; 35 gồm 3 giá trị nên .

Khi đó, .

Ở Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28.

Mẫu số liệu gồm 7 giá trị nên số trung vị là .

Nửa số liệu bên trái gồm 16; 24; 26 gồm 3 giá trị nên .

Nửa số liệu bên phải gồm 26; 27; 28 gồm 3 giá trị nên .

Khi đó, .

Ta có thể dùng hiệu này để đo độ phân tán của mẫu số liệu.

Khoảng tứ phân vị, kí hiệu , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, túc là:



Ý nghĩa. Khoảng tứ phân vị cũng là một số đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

Chú ý. Một số tài liệu gọi khoảng biến thiên là biên độ và khoảng tứ phân vị là độ trải giữa.

**Ví dụ 2.** Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày:

7 8 22 20 15 18 19 13 11.

Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

**Giải**

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

7 8 11 13 15 18 19 20 22.

Mẫu số liệu gồm 9 giá trị nên trung vị là số ở vị trí chính giữa .

Nửa số liệu bên trái là 7, 8, 11, 13 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 8, 11.

Do đó, .

Nửa số liệu bên phải là 18, 19, 20, 22 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 19, 20.

Do đó, .

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là: .

Mẫu số liệu sau đây cho biết số bài hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của An:

**Luyện tập 2.**

12 7 10 9 12 9 10 11 10 14.

Hãy tìm khoảng tứ phân bị cho mẫu số liệu này.

**Giải**

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

7 9 9 10 10 10 11 12 12 14.

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị nên trung vị là .

Nửa số liệu bên trái là 7; 9; 9 ; 10 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 9; 9.

Do đó, .

Nửa số liệu bên phải là 11; 12; 12; 14 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 12; 12.

Do đó, .

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là: .

**2. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN**

Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của mẫu số liệu (bỏ qua thông tin của tất cả các giá trị khác), còn khoảng tứ phân vị chỉ sử dụng thông tin của 50% số liệu chính giữa. Có một vài số đặc trưng khác đo độ phân tán sử dụng thông tin của tất cả các giá trị trong mẫu số liệu. Hai trong số đó là phương sai và độ lệch chuẩn.

Cụ thể là với mẫu số liệu , nếu gọi số trung bình là  thì với mỗi giá trị , độ lệch của nó so với giá trị trung bình là .

* Phương sai là giá trị .
* Căn bậc hai của phương sai, , được gọi là độ lệch chuẩn.

Chú ý. Người ta còn sử dụng đại lượng để đo độ phân tán của mẫu số liệu:

.

Ý nghĩa. Nếu số liệu càng phân tán thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

**Ví dụ 3.** Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 5 lớp khối 10 tại một trường Trung học:

43 45 46 41 40

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

**Giải**

****Số trung bình của mẫu số liệu là 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Giá trị | Độ lệch | Bình phương độ lệch |
| 43 | 43 – 43 = 0 | 0 |
| 45 | 45 – 43 = 2 | 4 |
| 46 | 46 – 43 = 3 | 9 |
| 41 | 41 – 43 = - 2 | 4 |
| 10 | 40 – 43 = - 3 | 9 |
| Tổng | | 26 |

Mẫu số liệu gồm 5 giá trị nên . Do đó phương sai là 

Độ lệch chuẩn là: 

**Luyện tập 3.** Dùng đồng hồ đo thời gian có độ chia nhỏ nhất đến 0,001 giây để đo 7 lần thời gian rơi tự do của một vật bắt đầu từ điểm  đến điểm . Kết quả đo như sau:



(Theo *Bài tập Vật lí 10, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2018*)

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này. Qua các đại lượng này, em có nhận xét gì về độ chính xác của phép đo trên?

**Giải**

Số trung bình của mẫu số liệu là 

Ta có bẳng sau:

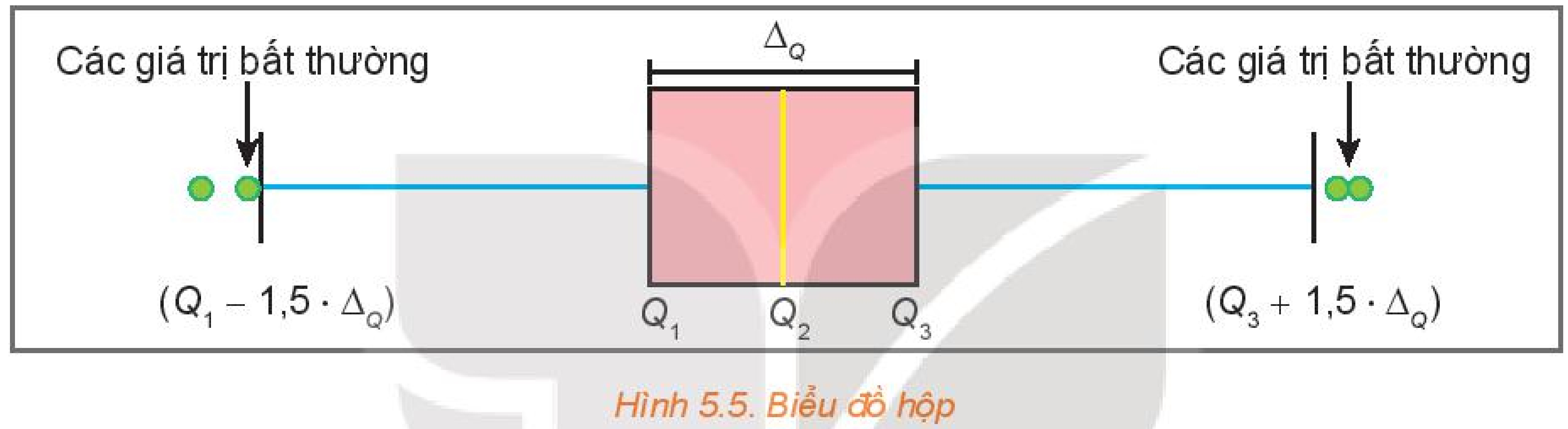
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Giá trị | Độ lệch | Bình phương độ lệch |
| 0,398 |  |  |
| 0,399 |  |  |
| 0,408 |  |  |
| 0,410 |  |  |
| 0,406 |  |  |
| 0,405 |  |  |
| 0,402 |  |  |
| Tổng | |  |

Mẫu số liệu gồm 7 giá trị nên . Do đó phương sai là 

Độ lệch chuẩn là: .

**3. PHÁT HIỆN SỐ LIỆU BẤT THƯỜNG HOẶC KHÔNG CHÍNH XÁC BẰNG BIỂU ĐỒ HỘP**

Trong mẫu số liệu thống kê, có khi gặp những giá trị quá lớn hoặc quá nhỏ so với đa số các giá trị khác. Những giá trị này được gọi là giá trị bất thường. Chúng xuất hiện trong mẫu số liệu có thể do nhầm lẫn hay sai sót nào đó. Ta có thể dùng biểu đồ hộp để phát hiện những giá trị bất thường này.



Các giá trị lớn hơn  hoặc bé hơn  được xem là giá trị bất thường.

**Ví dụ 4.**  Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:



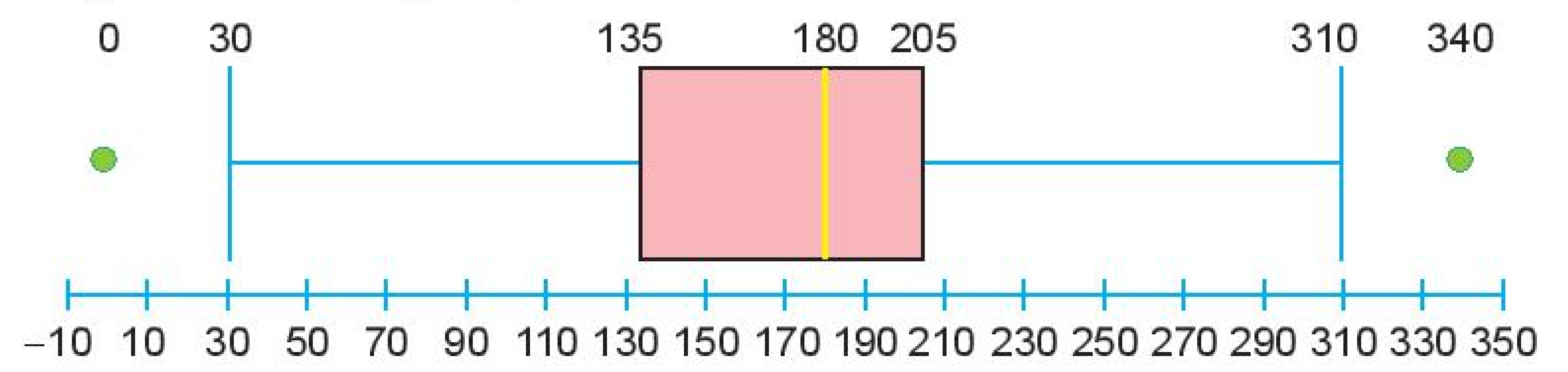
Tìm giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

**Giải**

Từ mẫu số liệu ta tính được  và . Do đó, khoảng tứ phân vị là:



Biểu đồ hộp cho mẫu số liệu này là:



Ta có  và  nên trong mẫu số liệu có hai giá trị được xem là bất thường là 340 mg (lớn hơn 310 mg) và 0 mg (bé hơn 30 mg).

**Luyện tập 4.** Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 56 và từ phân vị thứ ba là 84. Hãy kiểm tra xem trong hai giá trị 10 và 100 giá trị nào được xem là giá trị bất thường.

**Giải**

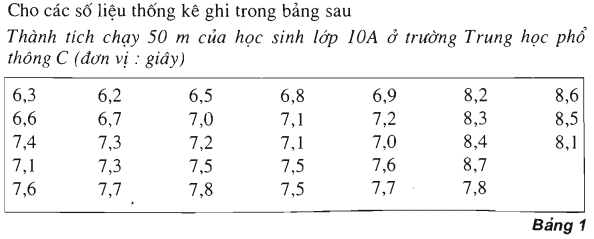
Theo đề bài ta có  và , do đó, khoảng tứ phân vị là:



Ta có  và  nên cả hai giá trị 10 và 100 đều không phải hai giá trị bất thường.

**BÀI TẬP MẪU**

a) Tính phương sai (theo 3 cách) và tính độ lệch chuẩn của các số liệu thống kê cho ở bảng 1 .



b) Giả sử xét thêm lớp  cũng thuộc trường Trung học phổ thông  có thành tích chạy  trung bình là 7,5 giây, có phương sai là 0,5 .

So sánh thành tích chạy  kể trên của hai lớp  và .

**Lời giải**

**CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

1. Nếu đơn vị của số liệu là kg thì đơn vị của phương sai là ?

**A.**  **B.**  **C.** Không có đơn vị **D.** 

**Lời giải**

1. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp:



Mệnh đề đúng là:

**A** .Giá trị trung tâm của lớp  là 

**B.** Tần số của lớp  là 

**C.** Tần số của lớp  là 

**D.** Số  không phụ thuộc vào lớp 

**Lời giải**

1. Chọn đáp án đúng trong những đáp án sau: Độ lệch chuẩn là gì ?

**A.** Bình phương của phương sai

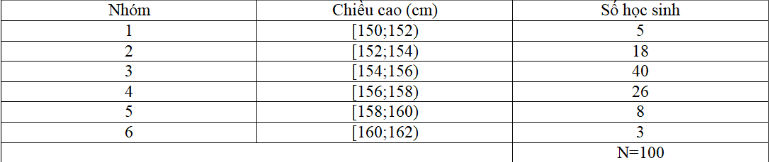
**B.** Một nửa của phương sai

**C.** Căn bậc hai của phương sai

**D.** Căn bậc ba của phương sai

**Lời giải**

1. Điều tra về một khối  ta có kết quả như sau: ?



Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

1. Cho dãy số liệu thống kê  Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê gần bằng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

1. Tỉ số giữa tần số và kích thước mẫu người ta gọi là ?
2. Mốt **B.** Phương sai **C.** Tần suất **D.** Trung vị

**Lời giải**

1. Cho dãy số liệu thống kê  Độ lệch chuẩn của mẫu là?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

1. Cho bảng số liệu ghi lại điểm của 40 học sinh bài kiểm tra một tiết môn Toán



Mốt của bảng số liệu trên là ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

1.  hoc sinh tham dự giải toán ( thang điểm là ). Kết quả được cho trong bảng sau:

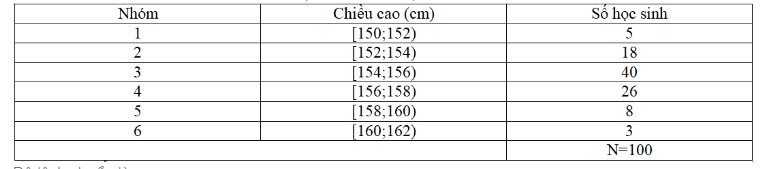


Trung bình cộng của bảng số liệu trên là ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

1. Điều tra về học sinh khối 10 ta có kết quả sau:



Độ lệch chuẩn là ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com