

CHỦ ĐỀ 3**BA VECTƠ ĐỒNG PHẪNG VÀ KHÔNG ĐỒNG PHẪNG****Tham khảo thêm****♦ Chứng minh ba vector đồng phẳng và bốn điểm đồng phẳng, phân tích một vector theo ba vector không đồng phẳng.**

+ Để chứng minh ba vector đồng phẳng, ta có thể chứng minh bằng một trong các cách:

- Chứng minh các giá của ba vector cùng song song với một mặt phẳng.
- Dựa vào điều kiện để ba vector đồng phẳng: Nếu có $m, n \in \mathbb{R}$: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ thì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

+ Để phân tích một vector $\vec{x}$ theo ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng, ta tìm các số m, n, p sao cho:

$$\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$$

♦ Tính độ dài của đoạn thẳng, vector.

+ Để tính độ dài của một đoạn thẳng theo phương pháp vector ta sử dụng cơ sở

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2}$$

vậy để tính độ dài của đoạn MN ta thực hiện theo các bước sau:

• Chọn ba vector không đồng phẳng $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sao cho độ dài của chúng có thể tính được và góc giữa chúng có thể tính được.

- Phân tích $\vec{MN} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$

• Khi đó $MN = |\vec{MN}| = \sqrt{\vec{MN}^2} = \sqrt{(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2}$

$$= \sqrt{m^2|\vec{a}|^2 + n^2|\vec{b}|^2 + p^2|\vec{c}|^2 + 2mn\cos(\vec{a}, \vec{b}) + 2np\cos(\vec{b}, \vec{c}) + 2mp\cos(\vec{c}, \vec{a})}$$

♦ Sử dụng điều kiện đồng phẳng của bốn điểm để giải bài toán hình không gian.

Sử dụng các kết quả

• A, B, C, D là bốn điểm đồng phẳng $\Leftrightarrow \vec{DA} = m\vec{DB} + n\vec{DC}$

• A, B, C, D là bốn điểm đồng phẳng khi và chỉ khi với mọi điểm O bất kì ta có $\vec{OD} = x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}$ trong đó $x + y + z = 1$.

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

- A. Ba vector đồng phẳng là ba vector cùng nằm trong một mặt phẳng.
- B. Ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng thì có $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với m, n là các số duy nhất.
- C. Ba vector không đồng phẳng khi có $\vec{d} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$ với $\vec{d}$ là vector bất kì.
- D. Ba vector đồng phẳng là ba vector có giá cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu giá của ba vector a, b, c cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.
- B. Nếu trong ba vector a, b, c có một vector 0 thì ba vector đó đồng phẳng.
- C. Nếu giá của ba vector a, b, c cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
- D. Nếu trong ba vector a, b, c có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.

Câu 3. Cho ba vector a, b, c không đồng phẳng. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Các vector $x = a + b + 2c; y = 2a - 3b - 6c; z = -a + 3b + 6c$ đồng phẳng.
- B. Các vector $x = a - 2b + 4c; y = 3a - 3b + 2c; z = 2a - 3b - 3c$ đồng phẳng.
- C. Các vector $x = a + b + c; y = 2a - 3b + c; z = -a + 3b + 3c$ đồng phẳng.
- D. Các vector $x = a + b - c; y = 2a - b + 3c; z = -a - b + 2c$ đồng phẳng.

Câu 4. Cho ba vector a, b, c . Điều kiện nào sau đây khẳng định a, b, c đồng phẳng?

- A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p = 0$ và $ma + nb + pc = 0$.
- B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ và $ma + nb + pc = 0$.
- C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $ma + nb + pc = 0$.
- D. Giá của a, b, c đồng qui.

Câu 5. Cho ba vector a, b, c không đồng phẳng. Xét các vector $x = 2a + b; y = a - b - c; z = -3b - 2c$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Ba vector x, y, z đồng phẳng.
- B. Hai vector x, a cùng phương.
- C. Hai vector x, b cùng phương.
- D. Ba vector x, y, z đôi một cùng phương.

Câu 6. Hãy chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. Ba vector a, b, c đồng phẳng nếu có hai trong ba vector đó cùng phương.
- B. Ba vector a, b, c đồng phẳng nếu có một trong ba vector đó bằng vector 0 .
- C. vector $x = a + b + c$ luôn luôn đồng phẳng với hai vector a và b .
- D. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vector $\vec{AB'}, \vec{C'A'}, \vec{DA'}$ đồng phẳng

Câu 7. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

- A. Từ hệ thức $\vec{AB} = 2\vec{AC} - 8\vec{AD}$ ta suy ra ba vector $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ đồng phẳng.
- B. Vì $\vec{NM} + \vec{NP} = 0$ nên N là trung điểm của đoạn MP .

$$\vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$$

- C. Vì I là trung điểm của đoạn AB nên từ một điểm O bất kì ta có

D. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Vì I là trung điểm đoạn AB nên từ O bất kì ta có: $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$.

B. Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

C. Vì $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} = \vec{0}$ nên N là trung điểm đoạn MP .

D. Từ hệ thức $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{AD}$ ta suy ra ba vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

A. Ba vector a, b, c đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó có giá thuộc một mặt phẳng

B. Ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một thì ba tia đó không đồng phẳng.

C. Cho hai vector không cùng phương a và b . Khi đó ba vector a, b, c đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số m, n sao cho $c = ma + nb$, ngoài ra cặp số m, n là duy nhất.

D. Nếu có $ma + nb + pc = \vec{0}$ và một trong ba số m, n, p khác 0 thì ba vector a, b, c đồng phẳng.

Câu 10. Cho ba vector a, b, c . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Nếu a, b, c không đồng phẳng thì từ $ma + nb + pc = \vec{0}$ ta suy ra $m = n = p = 0$.

B. Nếu có $ma + nb + pc = \vec{0}$, trong đó $m^2 + n^2 + p^2 > 0$ thì a, b, c đồng phẳng.

C. Với ba số thực m, n, p thỏa mãn $m + n + p \neq 0$ ta có $ma + nb + pc = \vec{0}$ thì a, b, c đồng phẳng.

D. Nếu giá của a, b, c đồng quy thì a, b, c đồng phẳng.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I và K lần lượt là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng

B. $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$

C. Ba vector $\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{IK}; \overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD} + 2\overrightarrow{IK} = 2\overrightarrow{BC}$

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. B. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ không đồng phẳng.

C. Các vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. D. Các vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1B_1}$ đồng phẳng.

C. $\overrightarrow{CD_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A_1C}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{C_1A}$ đồng phẳng.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD$, $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Các vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng. B. Các vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng.

C. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{PQ}$ đồng phẳng. D. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Câu 17. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Từ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$

B. Nếu $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm đoạn AC .

C. Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng

D. Từ $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 18. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

A. Nếu $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn AC .

B. Từ $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$.

C. Vì $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

D. Từ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$ ta suy ra $\overrightarrow{BA} = -3\overrightarrow{CA}$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{EA} = k\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{FD} = k\overrightarrow{FC}$ còn P, Q, R là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{PA} = l\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{QE} = l\overrightarrow{QF}, \overrightarrow{RB} = l\overrightarrow{RC}$. Chứng minh ba điểm P, Q, R thẳng hàng. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. P, Q, R thẳng hàng

B. P, Q, R không đồng phẳng

C. P, Q, R không thẳng hàng

D. Cả A, B, C đều sai

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc AB, BC, CD, DA sao cho $AM = \frac{1}{3}AB, BN = \frac{2}{3}BC, AQ = \frac{1}{2}AD, DP = kDC$. Hãy xác định k để M, N, P, Q đồng phẳng.

- A. $k = \frac{1}{2}$ B. $k = \frac{1}{3}$ C. $k = \frac{1}{4}$ D. $k = \frac{1}{5}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng (α) cắt các tia SA, SB, SC, SG (G là trọng tâm tam giác ABC) lần lượt tại các điểm A', B', C', G' . Ta có $\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = k \frac{SG}{SG'}$. Hỏi k bằng bao nhiêu?

- A. 3 B. 4 C. 2 D. 1

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\frac{SA}{SA'} + 2 \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + 2 \frac{SD}{SD'}$ B. $\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{2SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{2SD'}$
C. $\frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'}$ D. $\frac{SA}{SA'} - \frac{SC}{SC'} = \frac{SB}{SB'} - \frac{SD}{SD'}$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$. Một mặt phẳng (α) luôn đi qua trọng tâm của tam giác ABC , cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C' . Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{SA'^2} + \frac{1}{SB'^2} + \frac{1}{SC'^2}$.

- A. $\frac{3}{a^2 + b^2 + c^2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{a^2 + b^2 + c^2}$ C. $\frac{2}{a^2 + b^2 + c^2}$ D. $\frac{9}{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm nằm trong tứ diện. Các đường thẳng AM, BM, CM, DM cắt các mặt $(BCD), (CDA), (DAB), (ABC)$ lần lượt tại A', B', C', D' . Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (BCD) lần lượt cắt $A'B', A'C', A'D'$ tại các điểm B_1, C_1, D_1 . Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

- A. M là trọng tâm của tam giác $B_1C_1D_1$.
B. M là trực tâm của tam giác $B_1C_1D_1$.
C. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $B_1C_1D_1$.
D. M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $B_1C_1D_1$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = DA = a, CA = DB = b, AB = DC = c$. Gọi S là diện tích toàn phần (tổng diện tích tất cả các mặt). Tính giá trị lớn nhất của $\frac{1}{a^2b^2} + \frac{1}{b^2c^2} + \frac{1}{c^2a^2}$.

- A. $\frac{9}{S^2}$ B. $\frac{3}{S}$ C. $\frac{2}{S^2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{S}$

Câu 26. Giả sử M, N, P là ba điểm lần lượt nằm trên ba cạnh SA, SB, SC của tứ diện $SABC$. Gọi I là giao điểm của ba mặt phẳng $(BCM), (CAN), (ABP)$ và J là giao điểm của ba mặt phẳng $(ANP), (BPM), (CMN)$. Ta được S, I, J thẳng hàng tính đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{MS}{MA} + \frac{NS}{NB} + \frac{PS}{PC} + \frac{1}{2} = \frac{JS}{JI}$

B. $\frac{MS}{MA} + \frac{NS}{NB} + \frac{PS}{PC} + \frac{1}{4} = \frac{JS}{JI}$

C. $\frac{MS}{MA} + \frac{NS}{NB} + \frac{PS}{PC} + \frac{1}{3} = \frac{JS}{JI}$

D. $\frac{MS}{MA} + \frac{NS}{NB} + \frac{PS}{PC} + 1 = \frac{JS}{JI}$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA = \alpha$. Gọi (β) là mặt phẳng đi qua A và các trung điểm của SB, SC . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (β) .

A. $S = \frac{a^2}{2} \sqrt{7 \cos^2 \alpha - 16 \cos \alpha + 9}$

B. $S = \frac{a^2}{2} \sqrt{7 \cos^2 \alpha - 6 \cos \alpha + 9}$

C. $S = \frac{a^2}{8} \sqrt{7 \cos^2 \alpha - 6 \cos \alpha + 9}$

D. $S = \frac{a^2}{8} \sqrt{7 \cos^2 \alpha - 16 \cos \alpha + 9}$