|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **PTNK HỒ CHÍ MINH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2019-2020**  **MÔN THI CHUYÊN: TOÁN (vòng 2)**  Thời gian làm bài: 150 phút |

**Câu 1.** Cho phương trình thỏa mãn các điều kiện: và 

1. Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm và 

Và 

1. Biết rằng Chứng minh rằng 

**Câu 2.**

1. Tìm tất cả những số tự nhiên sao cho chia hết cho 9
2. Cho là số tự nhiên Chứng minh rằng: không chia hết cho với mọi số tự nhiên sao cho 

**Câu 3.** Cho là hai số thực phân biệt thỏa mãn điều kiện : 

1. Chứng minh rằng: 
2. Biết rằng: Chứng minh rằng: 

**Câu 4.** Cho tam giác có Gọi lần lượt là các đường phân giác trong và ngoài góc Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của lên Gọi lần lượt là hình chiếu vuông góc của lên 

1. Chứng minh rằng lần lượt đi qua trung điểm của 
2. Chứng minh rằng cắt nhau trên BC
3. Trên lấy các điểm sao cho và thuộc nửa mặt phẳng bờ chứa thuộc nửa mặt phẳng bờ AC chứa B). Chứng mỉnh rằng: 
4. Các đường thẳng lần lượt cắt tại hai điểm K, L. Chứng minh rằng các đường thẳng cắt nhau trên đường thẳng 

**Câu 5.** Tron một buổi gặp gỡ giao lưu giữa các học sinh đến từ quốc gia, người ta nhận thấy rằng cứ 10 học sinh bất kỳ thì có ít nhất 3 học sinh đến từ cùng 1 quốc gia.

1. Gọi là số quốc gia có đúng 1 học sinh tham dự buổi gặp gỡ. Chứng minh rằng 
2. Biết rằng số các học sinh tham dự buổi gặp gỡ là 60. Chứng mnh rằng có thể tìm được ít nhất là 15 học sinh đến từ cùng một quốc gia.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Có: nên 

Suy ra: Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt

Có 

Suy ra 

Và 

1. Có 

Xét trường hợp 

Mâu thuẫn với giả thiết . Vậy 

Có 

Xét trường hợp : ,

mâu thuẫn với giả thiết .Vậy 

**Câu 2.**

****lẻ, 

Suy ra 

Nếu ta có: không chia hết cho 9.

Vậy với với  là số tự nhiên là các số cần tìm.

b) Ta có: mà 

Lý luận tương tự ta có chia hết cho 

Giả sử 

Chọn như trên, ta có: chia hết cho . Mà nên giải ra (vô lý).

**Câu 3.**

1. Ta có: mà nên đẳng thức được viết lại thành 

Mà nên Vì (do không thể đồng thờ bằng 0) nên ta có 

Ngoài ra, ta cũng có đánh giá (đẳng thức không xảy ra vì 

Nên 

Vậy ta được 

1. Ta có: ta sẽ chứng minh trái dấu. ta xét hai trường hợp:

* Nếu thì Tương tự thì Khi đó mâu thuẫn với câu a
* Nếu , mâu thuẫn với câu a

Do đó trái dấu và 

Không mất tính tổng quát, giả sử thì đặt ta viết lại Từ đây dễ thấy và Ta cần chứng minh 

**Câu 4.**

****

1. Tứ giác là hình chữ nhật nên hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi dường. Suy ra là trung điểm của 

Chứng minh tương tự ta cũng có đi qua trung điểm của AC

1. Do là hình chữ nhật và là phân giác ngoài của nên , mà và ở vị trí đồng vị nên 

Ta có và MN đi qua trung điểm của nên MN là đường trung bình ứng với cạnh của tam giác Suy ra đi qua trung điểm của BC.

Chứng minh tương tự ta cũng có PQ đi qua trung điểm I của BC. Vậy và PQ cắt nhau tại trung điểm I của BC.

1. Ta có: 

Tương tự ta cũng có: Do đó mà hai góc này ở vị trí so le trong nên , ta dùng định lý Ta – let trong tam giác và là giao điểm của và BC), ta có:

Mặt khác theo tính chất tia phân giác ta có: 

Kết hợp hai kết quả lại ta được:

1. Ta có: 

Do đó tam giác cân tại B. Mà vuông góc với nên ta có là trung điểm của Lại có cân tại A (có AN vừa là phân giác vừa là đường cao). Suy ra là trung điểm của Sử dụng định lý Ta-let trong tam giác với có:

có (đồng vị), , từ đó ta có thẳng hàng. Vậy đường thẳng KE đi qua trung điểm của BC

Chứng minh tương tự, ta có đi qua trung điểm của BC. Do đó, cắt nhau tại trung điểm I của BC.

**Câu 5.**

1. Giả sử ngược lại rằng thì Gọi là tập hợp các quốc gia có đúng 1 học sinh tham dự buổi gặp gỡ và B là tập hợp các quốc gia còn lại. Khi đó, mỗi quốc gia trong sẽ có ít nhất 2 học sinh.

Ta chọn tất cả học sinh trong và mỗi quốc gia trong B, chọn 2 học sinh thì có học sinh

Các học sinh này có đặc điểm là: không có ba học sinh nào đến từ cùng quốc gia. Do nên có thể chọn ra trong đó 10 học sinh nào đó không thỏa mãn đề bài.

1. Theo câu a, ta có:nên 

Do số học sinh tổng cộng là 60, để chỉ ra có học sinh đến từ cùng quốc gia thì theo nguyên lý Dirichle, ta cần chỉ ra rằng 

Ta sẽ chứng minh đánh giá trên đúng với mọi Vì ta đã có nên ta sẽ đưa về chứng minh Do đó, với thì khẳng định đúng. Tiếp theo, ta xét hai trường hợp:

* Nếu thì theo (\*), ta phải có nên đúng
* Nếu thì theo , khi đó loại trừ học sinh ở nước đó ra thì còn lại 59 học sinh, đến từ 4 quốc gia. Theo nguyên lý Dirichlet, tồn tại 15 học sinh đến từ cùng quốc gia.