

## MỤC LỤC

	.....	1
<b>▶ BÀI 4. VECTO TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ</b> .....		2
	..... (A). Tóm tắt kiến thức	
2		
	..... (B). Dạng toán rèn luyện	
5		
	•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
	•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	33
	•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	70

A. Tóm tắt kiến thức

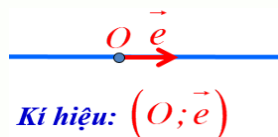
**Ghi nhớ 1**

①. Trục và độ dài đại số trên trục

- ✓ **Trục tọa độ**  $(O; e)$
- ✓ **Toạ độ của điểm trên trục:** Cho  $M$  trên trục  $(O; e)$ .



- ✓  $k$  là toạ độ của  $M \Leftrightarrow \overline{OM} = ke$
- ✓ **Độ dài đại số của vectơ:** Cho  $A, B$  trên trục  $(O; e)$ .
- ✓  $a = \overline{AB} \Leftrightarrow \overline{AB} = ae$



**Nhận xét:**

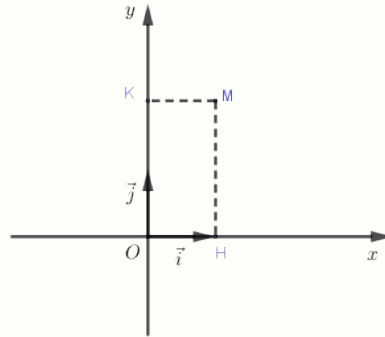
- ✓  $\overline{AB}$  cùng hướng  $e \Leftrightarrow \overline{AB} > 0$
- ✓  $\overline{AB}$  ngược hướng  $e \Leftrightarrow \overline{AB} < 0$
- ✓ Nếu  $A(a), B(b)$  thì  $\overline{AB} = b - a$
- ✓  $AB = |\overline{AB}| = |\overline{AB}| = |b - a|$
- ✓ Nếu  $A(a), B(b), I$  là trung điểm của  $AB$  thì  $I\left(\frac{a+b}{2}\right)$



- ✓ Nếu  $\overline{AB}$  cùng hướng với  $i$  thì  $\overline{AB} = AB$ , còn nếu  $\overline{AB}$  ngược hướng với  $i$  thì  $\overline{AB} = -AB$ .
- ✓ Nếu hai điểm  $A$  và  $B$  trên trục  $(O; i)$  có toạ độ lần lượt là  $a$  và  $b$  thì  $\overline{AB} = b - a$ .

②. Hệ trục tọa độ

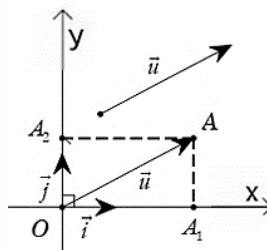
- ✓ gốc tọa độ
- ✓ Trục  $(O; i)$ : trục hoành Ox
- ✓ Trục  $(O; j)$ : trục tung Oy
- ✓  $i, j$  là các vectơ đơn vị
- ✓ Hệ  $(O; i; j)$  còn kí hiệu Oxy
- ✓ Mặt phẳng tọa độ Oxy.



## Ghi nhớ 2

### 1. Tọa độ của vectơ

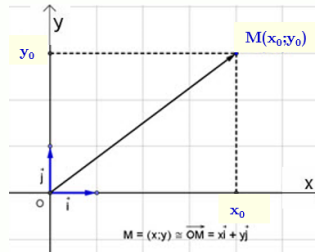
- ✓  $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = xi + yj$
- ✓ Cho  $\vec{u} = (x; y), \vec{u}' = (x'; y')$
- ✓  $\vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$
- ✓ Mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó
- ✓  $i = (1; 0), j = (0; 1)$



### 2. Tọa độ của điểm

✓  $M(x; y) \Leftrightarrow \vec{OM} = (x; y)$

- ✓ Nếu  $M \in Ox$  thì  $y_M = 0$
- ✓  $M \in Oy$  thì  $x_M = 0$
- ✓ Độ dài của  $\overrightarrow{OM}$  là  $OM = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{x^2 + y^2}$



### ③. Liên hệ giữa tọa độ của điểm và vectơ trong mặt phẳng

- ✓ Cho  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ .
- ✓  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$
- ✓  $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

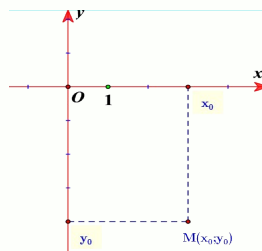
$$u + v, u - v, ku$$

### ④. Tọa độ của các vectơ :

- ✓ Cho  $u = (u_1; u_2), v = (v_1; v_2)$ .
- ✓  $u + v = (u_1 + v_1; u_2 + v_2)$
- ✓  $u - v = (u_1 - v_1; u_2 - v_2)$
- ✓  $ku = (ku_1; ku_2), k \in \mathbb{R}$

✍ **Nhận xét:** Hai vectơ  $u = (u_1; u_2), v = (v_1; v_2)$  với  $v \neq 0$  cùng phương  $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}$  sao cho:

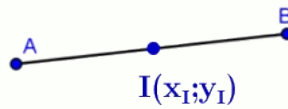
$$\begin{cases} u_1 = kv_1 \\ u_2 = kv_2 \end{cases}$$



### ⑤. Tọa độ của trung điểm đoạn thẳng, của trọng tâm tam giác

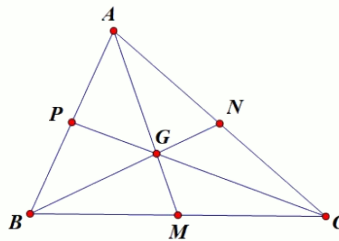
- ✓ Cho  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ . I là trung điểm của AB thì:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$



• Cho  $\Delta ABC$  với  $A(x_A; y_A)$ ,  $B(x_B; y_B)$ ,  $C(x_C; y_C)$ .  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$  thì:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$



## B. Dạng toán rèn luyện

### • Dạng 0: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $a = (-1; 2)$ ,  $b = (5; -7)$ . Toạ độ của  $a + b$  là

- A.  $(-6; 9)$       B.  $(4; -5)$       C.  $(6; 9)$       D.  $(-5; -14)$

Lời giải

Chọn B

**Câu 2:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(5; 2)$ ,  $B(10; 8)$ . Toạ độ của  $\overrightarrow{AB}$  là

- A.  $(2; 4)$       B.  $(15; 10)$       C.  $(50; 16)$       D.  $(5; 6)$

Lời giải

Chọn D

**Câu 3:** Cho hai vectơ  $a = (1; 2)$ ;  $b = (3; 4)$ . Toạ độ  $c = 4a - b$

- A.  $(1; 4)$       B.  $(-1; 4)$       C.  $(4; 1)$       D.  $(-1; -4)$

Lời giải

Chọn A

Ta có  $4a = (4; 8)$

$$\Rightarrow c = 4a - b = (4 - 3; 8 - 4) = (1; 4)$$

**Câu 4:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -1)$ ,  $B(4; 3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{AB} = (8; -3)$                       B.  $\overrightarrow{AB} = (-2; -4)$   
 C.  $\overrightarrow{AB} = (2; 4)$                          D.  $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 5:** Cho tam giác ABC với  $A(1; 4), B(-2; 2), C(4; 0)$ . Tìm tọa độ vectơ  $\overrightarrow{AM}$  với  $M$  là trung điểm  $BC$ .

- A.  $\overrightarrow{AM} = (-3; 0)$                          B.  $\overrightarrow{AM} = (0; 3)$   
 C.  $\overrightarrow{AM} = (0; -3)$                         D.  $\overrightarrow{AM} = (3; 0)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $M$  là trung điểm  $BC$  nên 
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_C + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = 1 \end{cases}$$
 Suy ra  $\overrightarrow{AM} = (0; -3)$

**Câu 6:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2}i - 5j$ . Tọa độ vectơ  $u$  là

- A.  $\overrightarrow{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$                               B.  $\overrightarrow{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$   
 C.  $u = (-1; 10)$                               D.  $u = (1; -10)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2}i - 5j = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$

**Câu 7:** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$  cho  $a = (4; -7)$ ,  $b = (-1; 3)$ . Tọa độ của  $2a - b$  là

- A.  $(7; -17)$ .                                  B.  $(9; -17)$                                   C.  $(9; -11)$ .                                  D.  $(7; -11)$ .

**Lời giải**

### Chọn B

$$2a - b = (8; -14) - (-1; 3) = (9; -17).$$

Ta có:

**Câu 8:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $M(-1; 5)$  và  $N(2; 4)$ . Tọa độ của vector  $\overrightarrow{MN}$  là:

- A.  $(3; -1)$       B.  $(-3; 1)$       C.  $(1; 1)$       D.  $(1; 9)$

Lời giải

### Chọn A

**Câu 9:** Giá trị của  $m$  sao cho  $a = (2m - 1; 3m)$  cùng phương  $b = (1; 1)$  là

- A.  $-2$       B.  $1$       C.  $-3$       D.  $-1$

Lời giải

### Chọn D

$a = (2m - 1; 3m)$  cùng phương  $b = (1; 1)$  khi và chỉ khi  $\frac{2m - 1}{1} = \frac{3m}{1} \Leftrightarrow 2m - 1 = 3m \Leftrightarrow m = -1$ .

**Câu 10:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho vectơ  $a = (1; -2)$ . Trong các vectơ dưới đây, vectơ nào cùng phương với  $a$ .

- A.  $b = (1; 2)$       B.  $c = (-1; -2)$   
C.  $\overrightarrow{d} = (-2; 4)$       D.  $e = (2; 1)$

Lời giải

### Chọn C

Ta có:  $\overrightarrow{d} = (-2; 4) = -2(1; -2) = -2a$ . Do đó,  $\overrightarrow{d}$  cùng phương với  $a$ .



- A.  $I(3; -2)$                       B.  $I(3; 2)$                       C.  $I(1; 3)$                       D.  $I(-1; -3)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2)$$

Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

**Câu 15:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -5)$  và  $B(4; 1)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là:

- A.  $I(3; -2)$                       B.  $I(3; 2)$                       C.  $I(1; 3)$                       D.  $I(-1; -3)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2)$$

Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

**Câu 16:** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $A(-2; 0)$ ,  $B(5; -4)$ . Tọa độ điểm  $E$  đối xứng với  $A$  qua  $B$  là

- A.  $E(-9; 4)$                       B.  $E(12; 8)$   
C.  $E(12; -8)$                       D.  $E(-8; 12)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Điểm  $E$  đối xứng với  $A$  qua  $B$  nên  $B$  là trung điểm của đoạn  $AE$ .

$$x_E = 2x_B - x_A = 2 \cdot 5 - (-2) = 12 \quad y_E = 2y_B - y_A = 2 \cdot (-4) - 0 = -8$$

Do đó

$$\Rightarrow E(12; -8)$$

**Câu 17:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-1;3)$ ,  $B(-7;3)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của  $AB$  là

- A.  $I(-4;3)$                       B.  $I(-3;0)$                       C.  $I(-8;6)$                       D.  $I(-6;0)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Tọa độ trung điểm  $I = \left( \frac{-1-7}{2}; \frac{3+3}{2} \right) = I(-4;3)$  hay

**Câu 18:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(6;-5)$  và  $B(2;1)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

- A.  $I(4;-2)$                       B.  $I(3;2)$                       C.  $I(2;-3)$                       D.  $6,7$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow I(4;-2)$$

Ta có:

**Câu 19:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hai điểm  $A(3;5)$ ,  $B(1;2)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.  $I(4;7)$                       B.  $I(-2;3)$                       C.  $I\left(2;\frac{7}{2}\right)$                       D.  $I\left(-2;\frac{7}{2}\right)$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I\left(2; \frac{7}{2}\right)$$

Ta có:

**Câu 20:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  biết  $A(2;1)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(-2;-3)$ . Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành  $ABCD$  là

- A.  $(2;0)$       B.  $(2;2)$       C.  $(0;-2)$       D.  $(0;-1)$

**Lời giải**

**Chọn D**

Giao điểm hai đường chéo là trung điểm của  $AC$ .

Vậy tọa độ giao điểm hai đường chéo là  $I(0;-1)$ .

**Câu 21:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(2;3)$ ,  $B(3;5)$ ,  $C(1;4)$ . Tọa độ trọng tâm của tam giác đã cho là

- A.  $G(2;4)$       B.  $G(4;2)$       C.  $G(6;12)$       D.  $G(3;6)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm tam giác ta có :  $G(2;4)$ .

**Câu 22:** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-4;1)$ ,  $B(2;4)$ ,  $C(2;-2)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là:

- A.  $G\left(0; \frac{3}{2}\right)$       B.  $G(0;1)$       C.  $G(0;3)$       D.  $G\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

**Lời giải**

**Chọn B**

$G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  nên ta có  $\begin{cases} x_G = \frac{-4+2+2}{3} = 0 \\ y_G = \frac{1+4-2}{3} = 1 \end{cases}$ . Vậy  $G(0;1)$ .

**Câu 23:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A = (2; 1)$ ,  $B = (-1; -2)$ ,  $C = (-3; 2)$ . Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- A.  $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$       B.  $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$       C.  $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$       D.  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

**Câu 24:** Cho  $A(3; 3); B(5; 5); C(6; 9)$ . Tìm tọa độ trọng tâm tam giác  $ABC$ .

- A.  $(4; 5)$       B.  $(14; 17)$       C.  $\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$       D.  $\left(\frac{14}{3}; 5\right)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $G(x; y)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$

$$\hat{U} \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{14}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{17}{3} \end{cases}$$

Vậy tọa độ trọng tâm tam giác  $ABC$  là  $\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$

**Câu 25:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 8)$ ,  $B(-3; 1)$ ,  $C(6; -3)$  và  $G$  là trọng tâm của tam giác đã cho.

- A.  $G(3; 6)$       B.  $G(1; 2)$       C.  $G(-1; 3)$       D.  $G(-1; -2)$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \quad ; \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2$$

$G(1;2)$

Vậy

**Câu 26:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho ba điểm  $A(5; -2), B(0;3)$  và  $C(1;2)$ . Khi đó trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là

- A.  $G(-6; -3)$       B.  $G(6;3)$       C.  $G(2;1)$       D.  $G(-2; -1)$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2;1)$$

Ta có:

**Câu 27:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(2;0), B(-1; -2), C(5; -7)$ . Tọa độ trọng tâm của  $\Delta ABC$  là

- A.  $(2;3)$       B.  $(2; -3)$       C.  $(3;2)$       D.  $(-3;2)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ , ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -3 \end{cases}$$

**Câu 28:** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;2)$ ,  $B(-1;6)$  và  $C(0;-5)$ . Tọa độ trọng tâm  $\Delta ABC$  là

- A.  $(-2;1)$       B.  $(2;-1)$       C.  $(0;1)$       D.  $(1;0)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $G(x; y)$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ . Ta có:

$$\begin{cases} x = \frac{1-1+0}{3} \\ y = \frac{2+6-5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ trọng tâm  $\Delta ABC$  là  $(0; 1)$ .

**Câu 29:** Trong hệ trục  $(O; i; j)$ , cho vector  $\vec{OM} = 3(i + 4j) + 5j - 2i$ . Tọa độ điểm M là

- A.  $(-1; -9)$     B.  $(1; 17)$     C.  $(-1; -17)$     D.  $(1; 9)$

**Lời giải**

**Chọn B**

$\vec{OM} = 3(i + 4j) + 5j - 2i = i + 17j$ . Suy ra  $M(1; 17)$ .

**Câu 30:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $(O; i; j)$  cho điểm M thỏa mãn  $\vec{OM} = -2i + 3j$ . Tọa độ của điểm M là

- A.  $(-2; 3)$     B.  $(2; -3)$     C.  $(3; -2)$     D.  $(-3; 2)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$\vec{OM} = -2i + 3j$  nên tọa độ điểm M là  $(-2; 3)$ .

**Câu 31:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; 2), B(-1; 6)$ . Tìm tọa độ điểm I sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng AI.

- A.  $I\left(-\frac{3}{2}; 2\right)$     B.  $I(0; 14)$

- C.  $I(-4; 10)$     D.  $I\left(\frac{1}{2}; 4\right)$

**Lời giải**

$$\begin{cases} \frac{2+x_I}{2} = -1 \\ \frac{2+y_I}{2} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -4 \\ y_I = 10 \end{cases}$$

$B$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AI$  nên ta có

$$I(-4; 10)$$

Vậy

**Câu 32:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(6;1), B(-3;5)$  và trọng tâm  $G(-1;1)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$  ?

- A.  $C(6;-3)$ .      B.  $C(-6;3)$ .      C.  $C(-6;-3)$ .      D.  $C(-3;6)$ .

**Lời giải**

$$C(x; y).$$

Gọi

$$\begin{cases} \frac{6+(-3)+x}{3} = -1 \\ \frac{1+5+y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên

**Câu 33:** Cho  $A(1;2), B(-2;6)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục  $Oy$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng?

- A.  $M(0;3)$       B.  $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$       C.  $M\left(\frac{5}{2}; 0\right)$       D.  $M\left(0; \frac{5}{2}\right)$

**Lời giải**

Vì  $M$  thuộc trục  $Oy$  nên  $M(0; y)$ .

Suy ra  $\overrightarrow{AB} = (-3; 4)$ ,  $\overrightarrow{AM} = (-1; y-2)$ . Để ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng thì  $\frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4}$ .

$$\Leftrightarrow 4 = 3y - 6 \Leftrightarrow y = \frac{10}{3}$$

$$M\left(0; \frac{10}{3}\right)$$

Vậy

**Câu 34:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $C(-2; -4)$ , trọng tâm  $G(0; 4)$  và trung điểm cạnh  $BC$  là  $M(2; 0)$ . Tổng hoành độ của điểm  $A$  và  $B$  là

- A. -2.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 8.

**Lời giải**

Vì  $M$  là trung điểm  $BC$  nên 
$$\begin{cases} x_B = 2x_M - x_C = 2 \cdot 2 - (-2) = 6 \\ y_B = 2y_M - y_C = 2 \cdot 0 - (-4) = 4 \end{cases} \Rightarrow B(6; 4).$$

Vì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên 
$$\begin{cases} x_A = 3x_G - x_B - x_C = -4 \\ y_A = 3y_G - y_B - y_C = 12 \end{cases} \Rightarrow A(-4; 12).$$

Suy ra  $x_A + x_B = 2$ .

**Câu 35:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(3; 2)$ ,  $C(6; 5)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $D(4; 3)$ .              B.  $D(3; 4)$ .              C.  $D(4; 4)$ .              D.  $D(8; 6)$ .

**Lời giải**

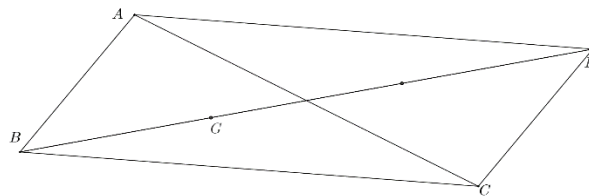
Gọi  $D(x; y)$ . Ta có 
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; 1) \\ \overrightarrow{DC} = (6 - x; 5 - y) \end{cases}$$

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 6 - x \\ 1 = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow D(4; 4).$

**Câu 36:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(3;2), B(0;-2)$ . Điểm  $G(5;-1)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ điểm  $D$ .

- A.  $(12;3)$                       B.  $(15;1)$                       C.  $(10;0)$                       D.  $(-15;-1)$

**Lời giải**



Từ  $ABCD$  là hình bình hành và  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  suy ra  $\vec{BD} = 3\vec{BG}$ .

Với  $\vec{BG} = (5;1)$  thì  $\vec{BD} = (15;3)$ .

Do đó tọa độ điểm  $D(15;1)$ .

**Câu 37:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $A(0;3)$ ,  $D(2;1)$  và  $I(-1;0)$  là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ tung điểm của cạnh  $BC$ .

- A.  $(1;2)$ .                      B.  $(-2;-3)$ .                      C.  $(-3;-2)$ .                      D.  $(-4;-1)$ .

**Lời giải**

Gọi  $M$  là tọa độ trung điểm của cạnh  $AD \Rightarrow M(1;2)$ .

Gọi  $N(x_N; y_N)$  là tọa độ trung điểm của cạnh  $BC$ .

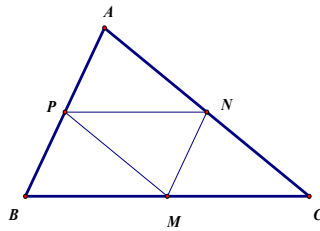
Do  $I$  là tâm của hình chữ nhật  $\Rightarrow I$  là trung điểm của  $MN$ .

Suy ra 
$$\begin{cases} x_N = 2x_I - x_M = -3 \\ y_N = 2y_I - y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow N(-3; -2).$$



- A. (1; -10)      B. (1; 5)      C. (-3; -1)      D. (-2; -7)

Lời giải



Ta có: tứ giác  $APMN$  là hình bình hành

Nên hai đường chéo AM và PN cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

$$\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}$$

Do đó

**Câu 41:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -3)$ ,  $B(3; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $A, B, M$  thẳng hàng.

- A.  $M(1; 0)$ .      B.  $M(4; 0)$ .      C.  $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .      D.  $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$ .

Lời giải

Điểm  $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$ . Ta có  $\vec{AB} = (1; 7)$  và  $\vec{AM} = (m-2; 3)$ .

**Câu 42:** Để  $A, B, M$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \vec{AB}$  cùng phương với  $\vec{AM} \Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$ .

Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $B(9; 7)$ ,  $C(11; -1)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AC$ . Tìm tọa độ vector  $\vec{MN}$  ?

- A.  $\vec{MN} = (2; -8)$ .      B.  $\vec{MN} = (1; -4)$ .  
C.  $\vec{MN} = (10; 6)$ .      D.  $\vec{MN} = (5; 3)$ .

Lời giải

$$\vec{BC} = (2; -8) \quad \vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{BC} = (1; -4)$$

**Câu 43:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$ ?

- A.  $A(1;5)$ .                      B.  $A(-3;-1)$ .                      C.  $A(-2;-7)$ .                      D.  $A(1;-10)$ .

**Lời giải**

Gọi  $A(x; y)$ . Từ giả thiết, ta suy ra  $\vec{PA} = \vec{MN}$ . (\*)

Ta có  $\vec{PA} = (x+1; y-6)$  và  $\vec{MN} = (-2; -7)$ .

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -2 \\ y-6 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-3; -1).$$

Khi đó

**Câu 44:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho các điểm  $A(1;3)$ ,  $B(4;0)$ ,  $C(2;-5)$ . Tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn  $\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 0$  là

- A.  $M(1;18)$ .                      B.  $M(-1;18)$ .                      C.  $M(-18;1)$ .                      D.  $M(1;-18)$ .

**Lời giải**

Gọi điểm  $M(x_M; y_M)$ .

$$\vec{MA} + \vec{MB} - 3\vec{MC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x_M) + (4-x_M) - 3(2-x_M) = 0 \\ (3-y_M) + (0-y_M) - 3(-5-y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$$

Theo bài ra

Vậy  $M(1; -18)$ .

**Câu 45:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -3)$ ,  $B(3; -4)$ . Biết  $M(x; y)$  trên trục hoành sao cho chu vi tam giác  $AMB$  nhỏ nhất. Giá trị của  $x$  nằm trong khoảng nào sau đây?

- A.  $(2; 3)$       B.  $(3; 4)$       C.  $(1; 2)$       D.  $(0; 1)$

**Lời giải**

**Nhận xét:**  $A, B$  nằm cùng phía đối với trục hoành

Gọi  $M(x; 0)$  là điểm cần tìm và  $A'(2; 3)$  đối xứng với  $A$  qua trục hoành

\*  $\overline{A'B} = (1; -7)$

Ta có:  $P = AM + MB + AB = MB + MA' + AB$

$\Rightarrow P \geq \overline{A'B} + AB$

$\Rightarrow P_{\min} = \overline{A'B} + AB \Leftrightarrow A', M, B$  thẳng hàng

\*  $\overline{A'M} = (x - 2; -3)$

Ba điểm  $A', M, B$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overline{AM} \parallel \overline{A'B} \Rightarrow -7(x - 2) = -3 \cdot 1 \Leftrightarrow -7x + 14 = -3 \Leftrightarrow x = \frac{17}{7}$

Vậy  $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$  thỏa yêu cầu bài toán

**Câu 46:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(2; 2), B(1; -3), C(-2; 2)$ . Điểm  $M$  thuộc

trục tung sao cho  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$  nhỏ nhất có tung độ là

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $-\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $1$

**Lời giải**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Ta có 
$$\left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right| = \left| 3\overrightarrow{MG} \right| = 3MG$$

Do đó  $\left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right|$  nhỏ nhất khi  $MG$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow M$  là hình chiếu vuông góc của  $G$  lên trục

$Oy \Rightarrow M\left(0; \frac{1}{3}\right)$

**Câu 47:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-2;1), B(3;-4), C(1;0)$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

- A.  $I(-2;-4)$       B.  $I(-2;4)$       C.  $I(2;-4)$       D.  $I(2;4)$

**Lời giải**

Gọi  $I(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Ta có:  $IA = IB = IC$

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y+4)^2 \\ (x+2)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$$

Vậy  $I(-2; -4)$

**Câu 48:** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(1;0), B(0;3)$  và  $C(-3;-5)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục

hoành sao cho biểu thức  $P = \left| 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $M(4;0)$ .      B.  $M(-4;0)$ .      C.  $M(16;0)$ .      D.  $M(-16;0)$ .

**Lời giải**

$$2MA - 3MB + 2MC = 2(MI + IA) - 3(MI + IB) + 2(MI + IC), \forall I$$

Ta có

$$= MI + 2(IA - 3IB + 2IC), \forall I.$$

Chọn điểm  $I$  sao cho  $2IA - 3IB + 2IC = 0$ . (\*)

$$I(x; y) \quad (*)$$

Gọi , từ ta có

$$\begin{cases} 2(1-x) - 3(0-x) + 2(-3-x) = 0 \\ 2(0-y) - 3(2-y) + 2(-5-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -19 \end{cases} \Rightarrow I(-4; -19).$$

$$P = |2MA - 3MB + 2MC| = |MI| = MI.$$

Khi đó

Để  $P$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MI$  nhỏ nhất. Mà  $M$  thuộc trục hoành nên  $MI$  nhỏ nhất khi  $M$  là hình chiếu

vuông góc của  $I$  lên trục hoành  $\Rightarrow M(-4; 0)$ .

**Câu 49:** Cho 3 điểm  $A(-1; 1), B(1; 3), C(-2; 0)$ . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?

A.  $3\vec{BA} = 2\vec{BC}$

B.  $A, B, C$  thẳng hàng.

C.  $\vec{AB} = 2\vec{AC}$

D.  $\vec{BA} + 2\vec{CA} = 0$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\vec{BA} = (-2; -2)$$

$$\vec{BC} = (-3; -3)$$

$$3\vec{BA} = (-6; -6); 2\vec{BC} = (-6; -6) \Rightarrow 3\vec{BA} = 2\vec{BC}$$

Đáp án A đúng.

$\vec{BA} = -2\vec{BC}$  nên đáp án B đúng.

$$\vec{AB} = (-2; -2)$$

$$\vec{AC} = (-1; -1)$$

$$\Rightarrow \vec{AB} = 2\vec{AC}$$

Đáp án C đúng.

$$\vec{BA} + 2\vec{CA} = (2 + 2.1; 2 + 2.1) \neq 0$$

Đáp án D sai.

**Câu 50:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(m; -1), B(2; 1 - 2m), C\left(3m + 1; -\frac{7}{3}\right)$ . Biết rằng

có 2 giá trị  $m_1, m_2$  của tham số  $m$  để  $A, B, C$  thẳng hàng. Tính  $m_1 + m_2$ .

- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $-\frac{4}{3}$       C.  $\frac{13}{6}$       D.  $-\frac{1}{6}$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\vec{AB} = (2 - m; 2 - 2m), \vec{AC} = \left(2m + 1; -\frac{4}{3}\right)$$

Ta có:

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{2 - m}{2m + 1} = \frac{2 - 2m}{-\frac{4}{3}} \Leftrightarrow 6m^2 - m - 7 = 0$$

có 2 nghiệm phân

$$m_1 + m_2 = \frac{1}{6}$$

biệt. Do đó:

**Câu 51:** Biết rằng hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương nhưng hai vectơ  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x - 1)\vec{b}$  cùng phương. Khi đó giá trị của  $x$  là

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $\frac{3}{2}$

**Lời giải**

**Chọn C**

Do hai vectơ  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + (x - 1)\vec{b}$  cùng phương.

$$2a - 3b = k[a + (x-1)b] \quad (k \neq 0 \quad k \in \mathbb{R})$$

Suy ra

$$\Rightarrow 2a - 3b = ka + k(x-1)b \Rightarrow (k-2)a + [k(x-1)+3]b = 0 \quad (1)$$

Theo đầu bài hai vectơ  $a$  và  $b$  không cùng phương.

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k(x-1)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ x-1=-\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Vậy

**Câu 52:** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $I(-2;0)$  và  $A(1;3), D(1;1)$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tìm tọa độ điểm  $M$ ?

**A.**  $M(-3; -1)$

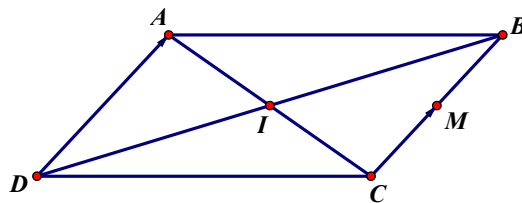
**B.**  $M(-1; -2)$

**C.**  $M(1; 2)$

**D.**  $M(-5; -2)$

**Lời giải**

**Chọn D**



Ta có:  $\vec{DA} = (0; 2)$

Do  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$  nên  $I$  là trung điểm của  $AC$   $\Rightarrow \begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = -5 \\ y_C = 2y_I - y_A = -3 \end{cases}$   
 $\Rightarrow C(-5; -3)$

Giả sử:  $M(x; y)$

Do  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $ABCD$  là hình bình hành nên:

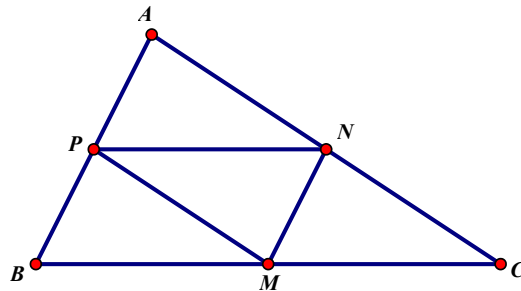
$$\vec{CM} = \frac{1}{2} \vec{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} x+5 = \frac{1}{2} \cdot 0 \\ y+3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-5; -2)$$

**Câu 53:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $M(1; -1), N(3; 2), P(0; -5)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA$  và  $AB$  của tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ điểm  $A$  là

- A.  $(2; -2)$       B.  $(5; 1)$       C.  $(\sqrt{5}; 0)$       D.  $(2; \sqrt{2})$

**Lời giải**

**Chọn A**



Giả sử  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$ . Vì  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA$  và  $AB$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_B + x_C = 2x_M \\ y_B + y_C = 2y_M \\ x_A + x_C = 2x_N \\ y_A + y_C = 2y_N \\ x_A + x_B = 2x_P \\ y_A + y_B = 2y_P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 2 \\ y_B + y_C = -2 \\ x_A + x_C = 6 \\ y_A + y_C = 4 \\ x_A + x_B = 0 \\ y_A + y_B = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -2 \end{cases}$$

Vậy điểm  $A(2; -2)$

**Cách 2:** (ADMIN)



Mặt khác  $ABCD$  là hình hành nên  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = (3; 9) \Rightarrow C(3+m; 9+n)$ .

Vì  $I$  là trung điểm của  $CD$  nên  $I(m; 6+n)$ .

Vì  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCI$  nên  $G\left(\frac{x_B + x_C + x_I}{3}; \frac{y_B + y_C + y_I}{3}\right)$ .

$$G(m+3; n+7)$$

Do đó

**Câu 56:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1; 2)$  và  $B(3; 4)$ . Điểm  $P\left(\frac{a}{b}; 0\right)$  (với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) trên trục hoành thỏa mãn tổng khoảng cách từ  $P$  tới hai điểm  $A$  và  $B$  là nhỏ nhất. Tính  $S = a + b$ .

**A.**  $S = -2$ .

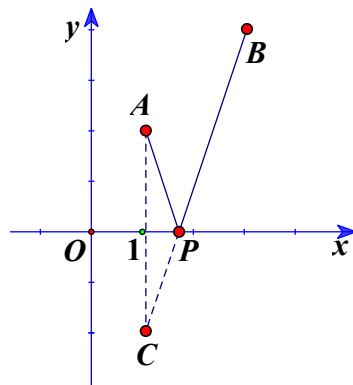
**B.**  $S = 8$ .

**C.**  $S = 7$ .

**D.**  $S = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $A(1; 2)$  qua trục  $Ox$ .

$$C(1; -2)$$

Suy ra

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $C(1; -2)$  và  $B(3; 4)$  là:

$$\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-(-2)}{4-(-2)} \Leftrightarrow 3(x-1) = y+2 \Leftrightarrow 3x - y - 5 = 0$$

Khi đó điểm  $P$  cần tìm là giao điểm của đường thẳng  $BC$  và trục  $Ox$ .

Cho  $y=0$  suy ra:  $x=\frac{5}{3}$ .

Vậy  $P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ . Suy ra:  $a=5; b=3$ . Do đó:  $S=a+b=8$

**Câu 57:** Trong mặt phẳng tọa độ điểm  $N$  trên cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  có  $A(1; -2), B(2; 3), C(-1; -2)$  sao cho  $S_{\Delta ABN} = 3S_{\Delta ANC}$  là

A.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$       B.  $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$

C.  $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$       D.  $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $N(x; y)$  là điểm thuộc cạnh  $BC$ .

$$S_{\Delta ABN} = 3S_{\Delta ANC} \Leftrightarrow BN = 3NC \Leftrightarrow \vec{BN} = 3\vec{NC}$$

Mà  $\vec{BN} = (x-2; y-3), \vec{NC} = (-1-x; -2-y)$  nên  $\vec{BN} = 3\vec{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -3-3x \\ y-3 = -6-3y \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$$

**Câu 58:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(1; 3), B(-1; -2), C(1; 5)$ . Tọa độ  $D$  trên trục  $Ox$  sao cho  $ABCD$  là hình thang có hai đáy  $AB$  và  $CD$  là

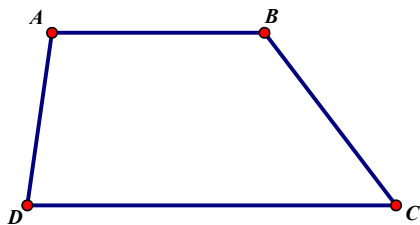
A.  $(1; 0)$       B.  $(0; -1)$

C.  $(-1; 0)$

D. Không tồn tại điểm  $D$

### Lời giải

Chọn D



Giả sử điểm  $D(x_D; 0)$ , ta có  $\vec{AB} = (-2; -5); \vec{DC} = (1 - x_D; 5);$

$\vec{AB}$  và  $\vec{DC}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{1 - x_D}{-2} = \frac{5}{-5} \Leftrightarrow x_D = -1 \Rightarrow D(-1; 0)$

Khi đó:  $\vec{AB} = (-2; -5); \vec{DC} = (2; 5) \Rightarrow \vec{AB} = -\vec{DC}$  nên  $\vec{AB}$  và  $\vec{DC}$  không cùng hướng.

Vậy không tồn tại điểm  $D$ .

**Câu 59:** Cho  $M$  là một điểm thuộc đoạn thẳng  $AB$  thỏa mãn  $MA = 2MB$ . Tìm  $M$  biết  $A(1; 1), B(10; 4)$

A.  $M(7; 3)$

B.  $M(4; 2)$

C.  $M(19; 7)$

D.  $M(-19; -7)$

### Lời giải

Chọn A

Gọi điểm  $M(x; y)$

Vì  $M$  là một điểm thuộc đoạn thẳng  $AB$  và  $MA = 2MB$  nên

$$\vec{MA} = -2\vec{MB} \Leftrightarrow 3\vec{MB} + \vec{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{BM} = \vec{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x - 10) = -9 \\ 3(y - 4) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow M(7; 3)$$

Vậy

**Câu 60:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(-4;5)$ ,  $B(-2;1)$ . Tọa độ của điểm  $M$  trên trục tung sao cho  $|\vec{MA} + \vec{MB}|$  ngắn nhất là

- A.  $M(0;2)$       B.  $M(0;-2)$       C.  $M(0;3)$       D.  $M(0;-3)$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$M(x;y) \in Oy \Rightarrow M(0;y)$$

Gọi

$$\begin{cases} \vec{MA} = (-4; 5-y) \\ \vec{MB} = (-2; 1-y) \end{cases} \Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = (-6; 6-2y)$$

Ta có:

$$\Rightarrow |\vec{MA} + \vec{MB}| = \sqrt{72 - 24y + 4y^2} = \sqrt{(2y-6)^2 + 36} \geq 6$$

$$|\vec{MA} + \vec{MB}| \text{ ngắn nhất là } 6. \text{ Dấu "=" xảy ra khi: } 2y-6=0 \Leftrightarrow y=3$$

$$M(0;3)$$

Vậy

**Câu 61:** Cho ba điểm  $A(1;0)$ ,  $B(0;3)$ ,  $C(-3;-5)$ . Điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho

$|2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}|$  bé nhất. Khi đó tọa độ  $M$  là

- A.  $(-3;0)$       B.  $(3;0)$       C.  $(-4;0)$       D.  $(4;0)$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$M \in Ox \Rightarrow M(x;0)$$

$$2\vec{MA} = (2-2x;0) \quad 3\vec{MB} = (-3x;9) \quad 2\vec{MC} = (-6-2x;-10)$$

Ta có:

$$\Rightarrow \vec{2MA} - \vec{3MB} + \vec{2MC} = (-x - 4; -19)$$

$$\Rightarrow \left| \vec{2MA} - \vec{3MB} + \vec{2MC} \right| = \sqrt{(x+4)^2 + 19^2} \geq 19$$

Giá trị nhỏ nhất của  $\left| \vec{2MA} - \vec{3MB} + \vec{2MC} \right|$  bằng 19, dấu "=" xảy ra khi  $x = -4$

$$M(-4; 0)$$

Vậy

**Câu 62:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1; -1)$  và  $B(3; 2)$ . Tìm  $M$  thuộc trục tung sao cho  $MA^2 + MB^2$  nhỏ nhất.

A.  $M(0; 1)$       B.  $M(0; -1)$

C.  $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$       D.  $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$

### Lời giải

**Chọn C**

Có  $M \in Oy \Rightarrow M(0; y)$  và  $\vec{MA} = (1; -1 - y)$ ,  $\vec{MB} = (3; 2 - y)$

Ta có  $MA^2 + MB^2 = 1 + (y+1)^2 + 3^2 + (y-2)^2 = 2y^2 - 2y + 15 = 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}$  dấu bằng xảy ra

khi  $y - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$

$$M\left(0; \frac{1}{2}\right)$$

Vậy

**Câu 63:** Trong mặt phẳng cho hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(2; 2)$ ,  $B(1; -3)$ ,  $C(-2; 2)$ . Đ

iểm  $M$  thuộc trục tung sao cho  $\left| \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} \right|$  nhỏ nhất có tung độ là

A.  $\frac{1}{3}$

B.  $-\frac{1}{3}$

C.  $\frac{1}{2}$

D. 1

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .  $M$  thuộc trục tung nên  $M(0; y_M)$ .

Ta có  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = |3\vec{MG}| = 3MG$

Do đó  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$  nhỏ nhất khi  $MG$  nhỏ nhất.

Lại có  $MG = \sqrt{\left(\frac{1}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - y_M\right)^2} \geq \frac{1}{3}$

Khi đó  $MG$  nhỏ nhất bằng  $\frac{1}{3}$  xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{1}{3} - y_M = 0 \Leftrightarrow y_M = \frac{1}{3}$ .

**•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai**

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm  $A(0;2); B(1;1); C(-1;-2)$ . Các điểm  $A', B', C'$  lần lượt chia các đoạn  $BC, CA, AB$  theo các tỉ số  $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -2$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$

b)  $B'(2;6)$

c)  $C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$

d) Ba điểm  $A', B', C'$  thẳng hàng.

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-2;5), B(-4;-2), C(1;5)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a) Ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.
- b)  $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$  là tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- c) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi đó tọa độ điểm  $D$  là  $D(3;10)$
- d)  $\angle ACB = 45^\circ$

**Câu 3.** Cho  $a = -i + 3j, b = i + 2j$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $a = (-1; 3)$
- b)  $b = (1; 2)$
- c)  $a + b = (1; 5)$
- d)  $a - b = (2; 1)$

**Câu 4.** Cho  $a = 3i + j, b = -2j$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $a = (-3; 1)$
- b)  $b = (0; -2)$
- c)  $a + b = (3; 1)$
- d)  $a - b = (3; -3)$

**Câu 5.** Cho  $a = 3i + 2j, b = i - j$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $a = (3; -2)$

b)  $b = (-1; 1)$

c)  $2a + 3b = (9; 1)$

d)  $a - 2b = (1; 4)$

**Câu 6.** Cho  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -2\right)$

b)  $\vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right)$

c)  $2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$

d)  $\vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right)$ .

**Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vectơ  $a = (2; -2), b = (4; 1)$  và  $c = (0; -1)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $2a - b - 3c = (0; -2)$

b) Vectơ  $e = (1; -1)$  cùng phương, cùng hướng với vectơ  $a$

c) Vectơ  $\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$  cùng phương, cùng hướng với vectơ  $b$

d)  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh thỏa mãn  $\overrightarrow{OA} = 2i - j, \overrightarrow{OB} = i + j, \overrightarrow{OC} = 4i + j$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $A(2; -1), B(1;1), C(4;1)$
- b)  $E$  là trung điểm  $AB$  nên  $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$
- c)  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  nên  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$
- d) Điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành nên  $D(2; -1)$

**Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a) Tọa độ điểm  $D$  sao cho  $C$  là trọng tâm tam giác  $ABD$  là  $D(8; 11)$
- b) Tọa độ điểm  $E$  thuộc trục hoành sao cho  $A, B, E$  thẳng hàng là  $E(-6; 0)$
- c)  $\overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$
- d) Tọa độ  $F$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF}$  là  $F(20; 5)$

**Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

- a)  $A, B, C$  là ba đỉnh một tam giác.
- b) Điểm  $I(0; -2)$  là trung điểm của  $AB$

- c) Điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho  $AM + BM$  bé nhất có hoành độ bằng  $\frac{5}{4}$
- d) Điểm  $N$  thuộc  $Oy$  sao cho  $BN + CN$  bé nhất có tung độ bằng 2

**Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vector  $a = (2; 3), b = (-1; 2), c = (-6; 4)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $|a| = \sqrt{13}$

b)  $|b| = \sqrt{3}$

c)  $|c| = \sqrt{13}$

d) Vector  $d$  cùng phương với  $a$  và có độ dài bằng  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  có tọa độ  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$  hay  $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $AC = 8$

b) Tam giác  $ABC$  cân tại  $B$

c)  $S_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}$

d)  $\sphericalangle ABC = 30^\circ$

**Câu 13.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(4; 6), B(5; 1), C(1; -3)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overline{AB} = (1; -5)$

b) Tọa độ điểm  $D$  thuộc  $Ox$  cách đều hai điểm  $A, B$  có hoành độ bằng 13

c)  $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$  là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$

d) Bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

**Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overline{AB} = (1; 7), \overline{AC} = (-6; 8)$

b)  $A, B, C$  là ba đỉnh một tam giác.

c) Tọa độ điểm  $K(8; 4)$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $ABC$ .

d) Bốn điểm  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh của một hình vuông.

**Câu 15.** Cho các vector  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{c} = 3\vec{i}, \vec{d} = -2\vec{j}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $a = (2; 3)$

b)  $\vec{b} = \left(\frac{1}{3}; 5\right)$

c)  $c = (0; 3)$

d)  $d = (0; -2)$

**Câu 16.** Cho các vector  $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}, \vec{d} = -4\vec{j}, \vec{e} = 3\vec{i}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề****Đúng Sai**

a)  $a = (1; -3)$

b)  $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$

c)  $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d)  $d = (0; -4), e = (3; 0)$

**Câu 17.** Cho các vector  $\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề****Đúng Sai**

a)  $\vec{a} + \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$

b)  $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$

c) Cho  $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$  khi đó  $\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$

d)  $c = -4a - 12b$

**Câu 18.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3; -5), B(1; 0)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề****Đúng Sai**

a)  $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$  là trung điểm của  $AB$

b) Tọa độ điểm  $C$  sao cho  $\vec{OC} = -3\vec{AB}$  là  $C(6; -15)$

c) Tọa độ điểm  $D$  đối xứng với  $A$  qua  $C$  là  $D(9; 25)$

d) Tọa độ điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k = -3$  là  $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$

**Câu 19.** Cho ba điểm  $A(-1; 1), B(2; 1), C(-1; -3)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác.

b)  $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi  $D(-4; -3)$

d) Điểm  $N$  thuộc trục  $Oy$  sao cho  $N$  cách đều  $B, C$  có tung độ bằng  $-\frac{5}{8}$

**Câu 20.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $ABCD$  là hình bình hành khi  $D(4; 5)$

b) Tọa độ điểm  $E$  để tam giác  $BCE$  nhận điểm  $A$  làm trọng tâm là  $E(8; 1)$

c) Tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  là  $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$

**Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $a = 2i, b = -3j$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $a = (2; 0)$

b)  $b = (0; -3)$

c)  $a + b = (2; 3)$

d)  $3a - 2b = (6; 6)$

**Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-1; 3), B(2; 5)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\vec{AB} = (3; -2)$

b)  $\vec{BA} = (-3; 2)$

c) Tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn:  $\vec{AM} = (-4; 1)$  là  $M(-5; 4)$

d) Tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn  $\vec{NB} = -4\vec{AB}$  là  $N(14; 13)$

**Câu 23.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho Cho  $A(2, 1), B(0, -3), \vec{OC} = j + 3i$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $C(3; 1)$

b)  $\vec{OA} - 2\vec{OB} = (3; 7)$

c) Tọa độ điểm  $D$  sao cho  $\vec{AD} = (7; -9)$  là  $D(9; -8)$

d) Tọa độ điểm  $E$  sao cho  $\vec{OE} = \vec{OA} - 2\vec{OB}$  là  $E(2; 7)$

**Câu 24.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a) Ba điểm  $A(-1; 1), B(0; -1), C(1; 1)$  tạo thành tam giác cân

b) Ba điểm  $A(0; 2), B(6; 4), C(1; -1)$  tạo thành tam giác cân

c) Ba điểm  $A(-2; 1), B(3; 2), C(2; 7)$  tạo thành tam giác vuông

d) Ba điểm  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$  tạo thành tam giác cân

**Câu 25.** Cho  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

b)  $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Độ dài trung tuyến  $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$

d)  $I(6;1)$  là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

**Câu 26.** Biết  $\vec{a} = i - 3j; \vec{b} = \frac{1}{2}i + j; \vec{c} = -i + \frac{3}{2}j; \vec{d} = -4j; \vec{e} = 3i$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $a = (1; 3)$

b)  $\vec{b} = \left( \frac{1}{2}; -1 \right)$

c)  $\vec{c} = \left( 1; \frac{3}{2} \right)$

d)  $d = (0; -4); e = (3; 0)$

**Câu 27.** Cho  $a = (1; -2), b = (0; 3)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $a + b = (1, 1)$

b)  $a - b = (1, 5)$

c)  $2a - 3b = (2, 13)$

d)  $a + 2b = (1, 4)$

**Câu 28.** Cho hai điểm  $A(3; -5), B(1; 0)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overrightarrow{AB} = (-2; 5)$

b) Tọa độ điểm  $C$  sao cho  $\overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{AB}$  là  $C(6; -5)$

c) Tọa độ điểm  $D$  đối xứng của  $A$  qua  $C$  có hoành độ bằng 7

d) Tọa độ điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k = -3$  là  $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

**Câu 29.** Cho ba điểm  $A(1; -2), B(0; 4), C(3; 2)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$

b)  $\overrightarrow{AC} = (2; 4); \overrightarrow{BC} = (3; -2)$

c) Tọa độ trung điểm của đoạn  $AB$  là  $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ điểm  $N$  sao cho  $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} - 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$  là  $N(11; 12)$

**Câu 30.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AC$  là  $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

b)  $\overrightarrow{AB} = (-3; -3), \overrightarrow{AC} = (-5; 1)$

c) Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

d) Tọa độ trọng tâm tam giác  $ABC$  là  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

**Câu 31.** Cho  $a = (1, 3), b = (6, -2), c = (x, 1)$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**Mệnh đề**

**Đúng Sai**

a)  $a \perp b$

b) Khi  $x = -3$  thì  $a \perp c$ .

c) Khi  $x = \frac{1}{3}$  thì  $a$  cùng phương  $c$ .

d)  $\begin{cases} \vec{a} \perp d \\ b \cdot d = 20 \end{cases}$  thì  $d = (3; -1)$

### LỜI GIẢI

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ, cho các điểm  $A(0; 2); B(1; 1); C(-1; -2)$ . Các điểm  $A', B', C'$  lần lượt

chia các đoạn  $BC, CA, AB$  theo các tỉ số  $-1; \frac{1}{2}; -2$ . Khi đó:

$$A' = \left(0; -\frac{1}{2}\right)$$

a)

$$B' (2; 6)$$

b)

$$C' = \left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

c)

b) Ba điểm  $A', B', C'$  thẳng hàng.

### Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

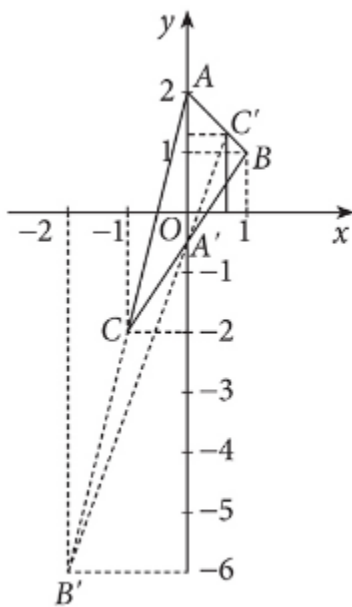
d) Đúng

a) Theo đề bài ta có  $\vec{AB} = -\vec{AC} = -1 \Rightarrow A'$  là trung điểm đoạn  $BC$ . Theo công

thức trung điểm ta có:

$$A' = \left( \frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2} \right) \Rightarrow A' = \left( 0; -\frac{1}{2} \right)$$

Vì  $B'$  chia  $CA'$  tỉ số  $\frac{1}{2}$  nên  $\vec{B'C} = \frac{1}{2} \vec{B'A}$ .



$$\begin{cases} x_{B'} = \frac{x_C - \frac{1}{2}x_{A'}}{1 - \frac{1}{2}} = -2 \\ y_{B'} = \frac{y_C - \frac{1}{2}y_{A'}}{1 - \frac{1}{2}} = -6 \end{cases}$$

Vậy  $B'(-2; -6)$ .

$$C' = \left( \frac{2}{3}; \frac{4}{3} \right)$$

Tương tự tính được

$$\vec{AB} = \left(-2; -\frac{11}{2}\right); \vec{AC} = \left(\frac{2}{3}; \frac{11}{6}\right)$$

b) Ta có

Rõ ràng  $\vec{AB} = -3\vec{AC}$  nên  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(-2; 5), B(-4; -2), C(1; 5)$ . Khi đó:

a) Ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

b)  $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$  là tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

c) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi đó tọa độ điểm  $D$  là  $D(3; 10)$

d)  $\angle ACB = 45^\circ$

### Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

a) Ta có:  $\vec{AB} = (-2; -7), \vec{AC} = (3; 0)$

Do  $\frac{3}{-2} \neq \frac{0}{-7}$  nên  $\vec{AB}, \vec{AC}$  không cùng phương. Vì vậy ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

b) Do  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  nên  $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ .

c) Giả sử  $D(x; y)$ . Ta có:  $\vec{AB} = (-2; -7), \vec{DC} = (1-x; 5-y)$

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nếu  $\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1-x \\ -7 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=12 \end{cases}$ . Vậy  $D(3; 12)$ .

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{53}, AC = \sqrt{[1 - (-2)]^2 + (5 - 5)^2} = 3$$

d) Ta có:

$$BC = \sqrt{[1 - (-4)]^2 + [5 - (-2)]^2} = \sqrt{74}.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-2) \cdot 3 + (-7) \cdot 0 = -6$$

Ta có:

$$\cos \angle BAC = \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-6}{\sqrt{53} \cdot 3} = -\frac{2\sqrt{53}}{53} \quad \angle BAC \approx 106^\circ$$

Suy ra

nên

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 2.5 + 7.7 = 59$$

Ta có:

$$\cos \angle ABC = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{59}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{74}} \quad \angle ABC \approx 20^\circ$$

Suy ra

nên

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle BAC + \angle ABC) \approx 180^\circ - (106^\circ + 20^\circ) = 54^\circ$$

Vậy

**Câu 3.** Cho  $a = -i + 3j, b = i + 2j$ . Khi đó:

- a)  $a = (-1; 3)$
- b)  $b = (1; 2)$
- c)  $a + b = (1; 5)$
- d)  $a - b = (2; 1)$

**Lời giải**

a) **Đúng**

b) **Đúng**

c) **Sai**

d) **Sai**

$$a = (-1; 3), b = (1; 2) \Rightarrow a + b = (0; 5), a - b = (-2; 1)$$

Ta có :

**Câu 4.** Cho  $a = 3i + j, b = -2j$ . Khi đó:

- a)  $a = (-3; 1)$
- b)  $b = (0; -2)$
- c)  $a + b = (3; 1)$

d)  $a - b = (3; -3)$

**Lời giải**

**a) Sai**

**b) Đúng**

**c) Sai**

**d) Sai**

$$a = (3; 1), b = (0; -2) \Rightarrow a + b = (3; -1), a - b = (3; 3)$$

Ta có:

**Câu 5.** Cho  $a = 3i + 2j, b = i - j$ . Khi đó:

a)  $a = (3; -2)$

b)  $b = (-1; 1)$

c)  $2a + 3b = (9; 1)$

d)  $a - 2b = (1; 4)$

**Lời giải:**

**a) Sai**

**b) Sai**

**c) Đúng**

**d) Đúng**

$$\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (1; -1) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (6; 4) \\ 3\vec{b} = (3; -3) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = (9; 1) \quad ; \quad -2\vec{b} = (-2; 2) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = (1; 4)$$

Ta có :

**Câu 6.** Cho  $\vec{a} = \frac{1}{2}i + 2j, \vec{b} = i - \frac{1}{2}j$ . Khi đó:

a)  $\vec{a} = \left( \frac{1}{2}; -2 \right)$

b)  $\vec{b} = \left( 1; -\frac{1}{2} \right)$

c)  $2\vec{a} + 3\vec{b} = \left( 4; \frac{5}{2} \right)$

d)  $\vec{a} - 2\vec{b} = \left( -\frac{3}{2}; 3 \right)$

**Lời giải:**

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

$$\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; 2\right), \vec{b} = \left(1; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (1; 4) \\ 3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow 2\vec{a} + 3\vec{b} = \left(4; \frac{5}{2}\right)$$

Ta có :

$$-2\vec{b} = (-2; 1) \Rightarrow \vec{a} - 2\vec{b} = \left(-\frac{3}{2}; 3\right).$$

**Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vector  $a = (2; -2), b = (4; 1)$  và  $c = (0; -1)$ . Khi đó:

$$2a - b - 3c = (0; -2)$$

a)

b) Vector  $e = (1; -1)$  cùng phương, cùng hướng với vector  $a$

$$\vec{f} = \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$$

c) Vector cùng phương, cùng hướng với vector  $b$

$$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{5}{2}\vec{c}$$

c)

### Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$\begin{cases} 2\vec{a} = (4; -4) \\ -\vec{b} = (-4; -1) \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} = (0; -2) \\ -3\vec{c} = (0; 3) \end{cases}$$

Ta có :

$$\vec{a} = (2; -2) = 2\vec{e} \quad \vec{a}, \vec{e}$$

Ta nên là hai vector cùng phương với nhau, hơn nữa chúng cùng hướng với nhau

$$\vec{a} = k\vec{e}, k = 2 > 0$$

vì

$$\vec{b} = (4; 1) = -4\vec{f} \quad \vec{b} = k\vec{f}, k = -4 < 0 \quad \vec{b} \quad \vec{f}$$

Tương tự : , tức là nên và là hai vector cùng phương, ngược hướng với nhau.

Gọi  $m, n$  là các số thỏa mãn  $a = mb + nc$  ( $b, c$  không cùng phương).

$$\begin{cases} 2 = m \cdot 4 + n \cdot 0 \\ -2 = m \cdot 1 + n \cdot (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow a = \frac{1}{2}b + \frac{5}{2}c$$

Khi đó : . Vậy .

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh thỏa mãn

$\vec{OA} = 2i - j, \vec{OB} = i + j, \vec{OC} = 4i + j$ . Khi đó:

a)  $A(2; -1), B(1;1), C(4;1)$

a)

b)  $E$  là trung điểm  $AB$  nên  $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c)  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  nên  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành nên  $D(2; -1)$

**Lời giải:**

**a) Đúng**

**b) Đúng**

**c) Sai**

**d) Sai**

$$\vec{OA} = 2i - j \Rightarrow A(2; -1), \vec{OB} = i + j \Rightarrow B(1;1), \vec{OC} = 4i + j \Rightarrow C(4;1)$$

a) Ta có :

b)  $E$  là trung điểm  $AB$  nên  $x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}, y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0$  hay  $E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

c)  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$  nên  $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2+1+4}{3} = \frac{7}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1+1+1}{3} = \frac{1}{3}$  hay

$$G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

d) Ta có :  $ABCD$  là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 4 - 1 \\ y_D + 1 = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -1 \end{cases}$$

Vậy  $D(5; -1)$ .

**Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$ . Khi đó:

a) Tọa độ điểm  $D$  sao cho  $C$  là trọng tâm tam giác  $ABD$  là  $D(8; 11)$

b) Tọa độ điểm  $E$  thuộc trục hoành sao cho  $A, B, E$  thẳng hàng là  $E(-6; 0)$

c)  $\overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

d) Tọa độ  $F$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CF}$  là  $F(20; 5)$

**Lời giải:**

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

$C$  là trọng tâm tam giác  $ABD$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B + x_D}{3} \\ y_C = \frac{y_A + y_B + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-4 + 2 + x_D}{3} \\ -2 = \frac{1 + 4 + y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -11 \end{cases}$$

Vậy  $D(8; -11)$ .

Gọi  $E(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (x + 4; -1), \overrightarrow{AB} = (6; 3)$

Ba điểm  $A, B, E$  thẳng hàng cùng phương  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE} \parallel \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{x+4}{6} = \frac{-1}{3} \Leftrightarrow x+4 = -2 \Leftrightarrow x = -6$ . Vậy

$E(-6; 0)$

Gọi  $F(x; y)$ . Ta có:  $\overrightarrow{AF} = (x + 4; y - 1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

$$\Rightarrow -2\vec{AC} = (-12; 6), \vec{CF} = (x-2; y+2), 2\vec{CF} = (2x-4; 2y+4).$$

$$\vec{BC} - 2\vec{AC} + 2\vec{CF} = (2x-16; 2y+4)$$

Suy ra:

$$\vec{AF} = \vec{BC} - 2\vec{AC} + 2\vec{CF} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = 2x-16 \\ y-1 = 2y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=-5 \end{cases} \quad F(20; -5)$$

Ta có :

Vậy

**Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-2; -1), B(1; 3), C(2; -3)$ . Khi đó:

a)  $A, B, C$  là ba đỉnh một tam giác.

b) Điểm  $I(0; -2)$  là trung điểm của  $AB$

b) Điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho  $AM + BM$  bé nhất có hoành độ bằng  $\frac{5}{4}$

c) Điểm  $N$  thuộc  $Oy$  sao cho  $BN + CN$  bé nhất có tung độ bằng  $2$

**Lời giải:**

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Sai

Ta có :  $\vec{AB} = (3; 4), \vec{AC} = (4; -2)$  ; vì  $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{-2} \Rightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$  không cùng phương.

Vậy  $A, B, C$  không thẳng hàng hay  $A, B, C$  là ba đỉnh một tam giác.

Trung điểm  $AB$  có tọa độ  $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

Do  $y_A \cdot y_B = -1.3 < 0$  nên hai điểm  $A, B$  nằm khác phía so với trục  $Ox$ . Vì  $M$  thuộc  $Ox$  mà

$AM + BM$  bé nhất nên  $A, M, B$  thẳng hàng hay  $\vec{AB}, \vec{AM}$  cùng phương.

Gọi  $M(x; 0) \in Ox \Rightarrow \vec{AM} = (x+2; 1)$

Ta có  $\overline{AB}, \overline{AM}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{x+2}{3} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x+8=3 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$ .

Vậy  $M\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$ .

Do  $x_B \cdot x_C = 1 \cdot 2 > 0$  nên hai điểm  $B, C$  nằm cùng phía so với trục  $Oy$ . Lấy  $C'$  đối xứng với  $C$  qua  $Oy$ , suy ra  $C'(-2; -3)$  (lúc này  $C'$  và  $B$  khác phía so với trục  $Oy$ ).

Vì  $N$  thuộc  $Oy$  nên  $\overline{CN} = \overline{C'N}$ . Do vậy  $\overline{BN} + \overline{CN} = \overline{BN} + \overline{C'N}$ ; tổng này bé nhất khi và chỉ khi  $B, N, C'$  thẳng hàng hay  $\overline{BC'}, \overline{BN}$  cùng phương.

Gọi  $N(0; y) \in Oy \Rightarrow \overline{BN} = (-1; y-3), \overline{BC'} = (-3; -6)$ .

Ta có  $\overline{BC'}, \overline{BN}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-3}{-6} \Leftrightarrow 6 = -3y+9 \Leftrightarrow y = 1$ .

Vậy  $N(0; 1)$ .

**Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vectơ  $a = (2; 3), b = (-1; 2), c = (-6; 4)$ . Khi đó:

a)  $|a| = \sqrt{13}$

b)  $|b| = \sqrt{3}$

c)  $|c| = \sqrt{13}$

b) Vectơ  $d$  cùng phương với  $a$  và có độ dài bằng  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  có tọa độ  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$  hay  $\left(-1; -\frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải:**

a) Đúng

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

$$|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}, |\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}, |\vec{c}| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$$

Ta có :

Vì  $\vec{d}$  cùng phương với  $\vec{a}$  nên tồn tại  $k \in \mathbb{R}$  để  $\vec{d} = k\vec{a} = (2k; 3k)$

$$\Rightarrow |\vec{d}| = \sqrt{4k^2 + 9k^2} = \sqrt{13k^2}.$$

$$|\vec{d}| = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{13k^2} = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 13k^2 = \frac{13}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{1}{2}$$

Mặt khác

$$\vec{d} = \left(1; \frac{3}{2}\right) \quad \vec{d} = \left(-1; -\frac{3}{2}\right)$$

Vậy có hai vector thỏa mãn đề bài là hay

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(4\sqrt{3}; -1), B(0; 3), C(8\sqrt{3}; 3)$ . Khi đó:

a)  $AC = 8$

b) Tam giác  $ABC$  cân tại  $B$

b)  $S_{\Delta ABC} = 16\sqrt{3}$

b)  $\angle ABC = 30^\circ$

**Lời giải:**

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

$$\vec{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{(-4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8$$

a) Ta có

$$\vec{AC} = (4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AC = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = 8,$$

$$\vec{BC} = (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 + 0^2} = 8\sqrt{3}.$$

Ta thấy  $AB = AC = 8$  nên tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ .

$$ABC : 2p = AB + AC + BC = 8 + 8 + 8\sqrt{3} = 8(2 + \sqrt{3})$$

b) Chu vi tam giác

$$p = 4(2 + \sqrt{3})$$

Nửa chu vi tam giác là

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 16\sqrt{3}$$

Diện tích tam giác:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{8^2 + 8^2 - (8\sqrt{3})^2}{2 \cdot 8 \cdot 8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$$

c) Ta có :

Vì tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  nên  $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 30^\circ$

**Câu 13.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(4;6), B(5;1), C(1;-3)$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{AB} = (1; -5)$

b) Tọa độ điểm  $D$  thuộc  $Ox$  cách đều hai điểm  $A, B$  có hoành độ bằng 13

c)  $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$  là tọa độ tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$

d) Bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

**Lời giải:**

a) **Đúng**

b) **Sai**

c) **Đúng**

d) **Sai**

a)  $\overrightarrow{AB} = (1; -5)$

b) Gọi  $D(x;0) \in Ox \Rightarrow AD = \sqrt{(x-4)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 52}$  ;

$$BD = \sqrt{(x-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 26}$$

Ta có:  $AD^2 = BD^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 52 = x^2 - 10x + 26 \Leftrightarrow 2x = -26 \Leftrightarrow x = -13$   $D(-13;0)$  . Vậy

c) Gọi  $I(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ . Ta có :  $IA = IB = IC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \quad I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Vậy

$$R = IA = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 6\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}$$

d) Bán kính đường tròn là :

**Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(7; -3), B(8; 4), C(1; 5), D(0; -2)$ . Khi đó:

a)  $\overrightarrow{AB} = (1; 7), \overrightarrow{AC} = (-6; 8)$

b)  $A, B, C$  là ba đỉnh một tam giác.

c) Tọa độ điểm  $K(8; 4)$  là chân đường cao kẻ từ  $A$  của tam giác  $ABC$ .

d) Bốn điểm  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh của một hình vuông.

**Lời giải:**

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

$$\overrightarrow{AB} = (1; 7), \overrightarrow{AC} = (-6; 8)$$

a) Ta có:

b) Vì  $\frac{1}{-6} \neq \frac{7}{8}$  nên hai vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  không cùng phương, suy ra ba điểm  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác.

c) Gọi  $K(x; y)$  là điểm cần tìm, ta có:  $\overrightarrow{AK} = (x-7; y+3), \overrightarrow{BK} = (x-8; y-4), \overrightarrow{BC} = (-7; 1)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \text{ (do } AK \perp BC) \\ \overrightarrow{BK}, \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7(x-7) + 1(y+3) = 0 \\ \frac{x-8}{-7} = \frac{y-4}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x + y = -52 \\ x + 7y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}$$

Ta có:

$$K(8; 4)$$

Vậy

$$\overline{DC} = (1; 7) = \overline{AB} \Rightarrow ABCD$$

d) Ta có: là hình bình hành (1).

Mặt khác:  $\overline{AD} = (-7; 1), \overline{AB} \cdot \overline{AD} = 1 \cdot (-7) + 7 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AD$  (2);  $AB = AD = 5\sqrt{2}$  (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra  $ABCD$  là bốn đỉnh của một hình vuông.

$$\vec{a} = 2i + 3j, \vec{b} = \frac{1}{3}i - 5j, \vec{c} = 3i, \vec{d} = -2j$$

**Câu 15.** Cho các vectơ . Khi đó:

a)  $a = (2; 3)$

b)  $\vec{b} = \left( \frac{1}{3}; 5 \right)$

c)  $c = (0; 3)$

d)  $d = (0; -2)$

**Lời giải:**

a) **Đúng**

b) **Sai**

c) **Sai**

d) **Đúng**

$$\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = \left( \frac{1}{3}; -5 \right), \vec{c} = (3; 0), \vec{d} = (0; -2)$$

Ta có:

$$\vec{a} = i - 3j, \vec{b} = \frac{1}{2}i + j, \vec{c} = -i + \frac{3}{2}j, \vec{d} = -4j, \vec{e} = 3i$$

**Câu 16.** Cho các vectơ . Khi đó:

a)  $a = (1; -3)$

b)  $\vec{b} = \left( \frac{1}{2}; 1 \right)$

c)  $\vec{c} = \left( 1; \frac{3}{2} \right)$

d)  $d = (0; -4), e = (3; 0)$

**Lời giải:**

a) **Đúng**

b) **Đúng**

c) **Sai**

d) **Đúng**

$$\vec{a} = (1; -3), \vec{b} = \left( \frac{1}{2}; 1 \right), \vec{c} = \left( -1; \frac{3}{2} \right), \vec{d} = (0; -4), \vec{e} = (3; 0)$$

Ta có:

$$\vec{a} = (2; 0), \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right), \vec{c} = (4; -6)$$

**Câu 17.** Cho các vectơ . Khi đó:

a)  $\vec{a} + \vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$

b)  $2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$

c) Cho  $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$  khi đó 
$$\begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = \frac{1}{12} \end{cases}$$

d)  $\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$

**Lời giải:**

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

a)  $\vec{a} + \vec{b} = \left(1; \frac{1}{2}\right)$

b) Ta có: 
$$\begin{cases} 2\vec{a} = (4; 0) \\ -3\vec{b} = \left(3; -\frac{3}{2}\right) \\ 5\vec{c} = (20; -30) \end{cases} \Rightarrow \vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c} = \left(27; -\frac{63}{2}\right)$$

b) Ta có:

c) Ta có: 
$$m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 - 4n = 0 \\ \frac{1}{2} + 6n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ n = -\frac{1}{12} \end{cases}$$

c) Ta có:

d) Gọi:  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} (x, y \in \mathbb{R})$  . Ta có: 
$$\begin{cases} 4 = x \cdot 2 + y(-1) \\ -6 = x \cdot 0 + y \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -12 \end{cases}$$

d) Gọi:

. Ta có:

$\vec{c} = -4\vec{a} - 12\vec{b}$

Vậy

**Câu 18.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3; -5), B(1; 0)$ . Khi đó:

a)  $I\left(2; \frac{5}{2}\right)$  là trung điểm của  $AB$

b) Tọa độ điểm  $C$  sao cho  $\vec{OC} = -3\vec{AB}$  là  $C(6; -15)$

c) Tọa độ điểm  $D$  đối xứng với  $A$  qua  $C$  là  $D(9; 25)$

d) Tọa độ điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k = -3$  là  $M\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)$

**Lời giải:**

**a) Sai**

**b) Đúng**

**c) Sai**

**d) Sai**

a) Gọi  $C(x_C; y_C)$ . Ta có:  $\vec{OC} = (x_C; y_C), \vec{AB} = (-2; 5) \Rightarrow -3\vec{AB} = (6; -15)$ ;

$$\vec{OC} = -3\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 6 \\ y_C = -15 \end{cases} \Rightarrow C(6; -15).$$

b)  $D$  đối xứng với  $A$  qua  $C$  hay  $C$  là trung điểm của

$$AD \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_C = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2x_C - x_A = 2 \cdot 6 - 3 = 9 \\ y_D = 2y_C - y_A = 2(-15) - (-5) = -25 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25).$$

c)  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k \Leftrightarrow \vec{MA} = k\vec{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = k(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = k(y_B - y_M) \end{cases}$ .

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A - k \cdot x_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - k \cdot y_B}{1 - k} \end{cases} \quad \text{mà } k = 3 \quad \text{nên} \quad \begin{cases} x_M = \frac{3 + 3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{2} \\ y_M = \frac{-5 + 3 \cdot 0}{4} = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$$

Suy ra:

mà  $k = 3$  nên

**Câu 19.** Cho ba điểm  $A(-1;1), B(2;1), C(-1;-3)$ . Khi đó:

a)  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác.

b)  $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi  $D(-4; -3)$

d) Điểm  $N$  thuộc trục  $Oy$  sao cho  $N$  cách đều  $B, C$  có tung độ bằng  $-\frac{5}{8}$

**Lời giải:**

**a) Đúng**

**b) Sai**

**c) Đúng**

**d) Đúng**

a) Ta có  $\vec{AB} = (3; 0), \vec{AC} = (0; -4)$ . Xét số thực  $k$  thỏa mãn  $\vec{AB} = k \vec{AC}$  (vô lí). Do vậy không tồn tại số  $k$  thỏa mãn  $\vec{AB} = k \vec{AC}$  hay hai vector  $\vec{AB}, \vec{AC}$  không cùng phương; suy ra ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng. Vậy  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác.

b) Ta có:  $AB = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3, AC = \sqrt{0^2 + (-4)^2} = 4, BC = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$

Để thấy  $AB^2 + AC^2 = BC^2$  nên  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

Chu vi tam giác  $ABC$  là:  $2p = AB + AC + BC = 3 + 4 + 5 = 12$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

Diện tích tam giác là:

c) Gọi  $D(x; y) \Rightarrow \vec{DC} = (-1-x; -3-y), \vec{AB} = (3; 0)$

$$\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - x = 3 \\ -3 - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4; -3)$$

$ABCD$  là hình bình hành

$$N(0; y) \Rightarrow \begin{cases} BN^2 = (0 - 2)^2 + (y - 1)^2 \\ CN^2 = (0 + 1)^2 + (y + 3)^2 \end{cases}$$

d) Gọi

$$N \text{ cách đều } B \text{ và } C \Leftrightarrow BN = CN \Leftrightarrow BN^2 = CN^2$$

$$\Leftrightarrow 2^2 + (y - 1)^2 = 1^2 + (y + 3)^2 \Leftrightarrow y^2 - 2y + 5 = y^2 + 6y + 10 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{8} \Rightarrow N\left(0; -\frac{5}{8}\right)$$

**Câu 20.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$ . Khi đó:

a)  $ABCD$  là hình bình hành khi  $D(4; 5)$

b) Tọa độ điểm  $E$  để tam giác  $BCE$  nhận điểm  $A$  làm trọng tâm là  $E(8; 1)$

c) Tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  là  $H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là  $I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$

**Lời giải:**

**a) Sai**

**b) Đúng**

**c) Đúng**

**d) Đúng**

a) Gọi  $D(x; y) \Rightarrow \vec{DC} = (2 - x; -2 - y), \vec{AB} = (-2; 3)$   $ABCD$  là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -2 \\ -2 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases} \Rightarrow D(4; -5)$$

hay

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_C + x_E}{3} \\ y_A = \frac{y_B + y_C + y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = \frac{2 + 2 + x_E}{3} \\ 1 = \frac{4 - 2 + y_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 8 \\ y_E = 1 \end{cases}$$

b) Tam giác  $BCE$  nhận điểm  $A$  làm trọng tâm nên

$$E(8;1)$$

Vậy

$$H(x; y) \Rightarrow \overline{AH} = (x - 4; y - 1), \overline{BH} = (x - 2; y - 4); \overline{BC} = (0; -6) \quad \overline{AC} = (-2; -3)$$

c) Gọi

$$H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0(x - 4) - 6(y - 1) = 0 \\ -2(x - 2) - 3(y - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \quad H\left(\frac{13}{2}; 1\right)$$

hay

d) Gọi  $I(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

$$: IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 \\ (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = (x - 2)^2 + (y + 2)^2 \end{cases}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x - 2y + 17 = -4x - 8y + 20 \\ -8x - 2y + 17 = -4x + 4y + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = 3 \\ -4x - 6y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{4}; 1\right)$$

**Câu 21.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $a = 2i, b = -3j$ . Khi đó:

a)  $a = (2; 0)$

b)  $b = (0; -3)$

c)  $a + b = (2; 3)$

d)  $3a - 2b = (6; 6)$

**Lời giải**

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

$$a = (2; 0), b = (0; -3) \quad a + b = (2; -3)$$

Ta có

$$3a = (6; 0), -2b = (0; 6) \quad m = 3a - 2b = (6 + 0; 0 + 6) = (6; 6)$$

Khi đó

nên

**Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-1; 3), B(2; 5)$ . Khi đó:

$$\overrightarrow{AB} = (3; -2)$$

a)

$$\overrightarrow{BA} = (-3; 2)$$

b)

c) Tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn:  $\overrightarrow{AM} = (-4; 1)$  là  $M(-5; 4)$

d) Tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn  $\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB}$  là  $N(14; 13)$

### Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (3; 2)$$

Ta có

$$\overrightarrow{BA} = (-3; -2)$$

và tương tự

$$M(x; y), \overrightarrow{AM} = (x + 1; y - 3)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AM} = (-4; 1) \text{ nên } \begin{cases} x + 1 = -4 \\ y - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ Vậy } M(-5; 4)$$

Tương tự gọi điểm  $N(x_N; y_N)$  ta có  $\overrightarrow{NB} = (2 - x_N; 5 - y_N), \overrightarrow{AB} = (3; 2)$

Ta có

$$\overrightarrow{NB} = -4\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_N = -4 \cdot 3 \\ 5 - y_N = -4 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 14 \\ y_N = 13 \end{cases} \text{ Vậy } N(14; 13)$$

**Câu 23.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho Cho  $A(2; 1), B(0; -3), \overrightarrow{OC} = j + 3i$ . Khi đó:

$$C(3; 1)$$

a)

$$\vec{OA} - 2\vec{OB} = (3; 7)$$

b)

c) Tọa độ điểm  $D$  sao cho  $\vec{AD} = (7; -9)$  là  $D(9; -8)$

d) Tọa độ điểm  $E$  sao cho  $\vec{OE} = \vec{OA} - 2\vec{OB}$  là  $E(2; 7)$

### Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

$$\vec{OC} = j + 3i \Leftrightarrow \vec{OC} = 3i + j \Leftrightarrow C(3; 1)$$

$$\vec{AD} = (7; -9) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 7 \\ y_D - 1 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = -8 \end{cases} \quad D(9; -8)$$

Ta có

Vậy

Ta có  $\vec{OA} - 2\vec{OB} = (2; 7)$  nên  $\vec{OE} = (2; 7)$  . Vậy  $E(2; 7)$  .

**Câu 24.** Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Ba điểm  $A(-1; 1), B(0; -1), C(1; 1)$  tạo thành tam giác cân

b) Ba điểm  $A(0; 2), B(6; 4), C(1; -1)$  tạo thành tam giác cân

c) Ba điểm  $A(-2; 1), B(3; 2), C(2; 7)$  tạo thành tam giác vuông

d) Ba điểm  $A(1; 1), B(2; 4), C(10; -2)$  tạo thành tam giác cân

### Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

a)  $AB = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}; AC = \sqrt{4} = 2; BC = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \Rightarrow AB = BC (= \sqrt{5}) \Rightarrow \Delta ABC$  cân tại  $B$  .

b)  $AB = \sqrt{36+4} = 2\sqrt{10}; AC = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2}$  Vi

$$\begin{cases} BC^2 = 50 \\ AB^2 + AC^2 = 50 \end{cases} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$$

vuông tại  $A$

c)  $AB = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}; AC = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}; BC = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$

Vi  $AC^2 = AB^2 + BC^2 (=52) \Rightarrow \Delta ABC$  vuông tại  $B$ .

Mà  $BA = BC (= \sqrt{26}) \Rightarrow \Delta ABC$  vuông cân tại  $A$ .

d)  $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (=100) \Rightarrow \Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

**Câu 25.** Cho  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Khi đó:

a)  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

b)  $S_{\Delta ABC} = 12$

c) Độ dài trung tuyến  $BN = \frac{\sqrt{13}}{2}$

d)  $I(6;1)$  là tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

**Lời giải**

**a) Đúng**

**b) Sai**

**c) Sai**

**d) Đúng**

a)  $AB = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}; BC = \sqrt{64+36} = 10; AC = \sqrt{81+9} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 (=100) \Rightarrow \Delta ABC$  vuông tại  $A$ .

b)  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = 15$

$$AC \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2} \\ y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

c) Gọi  $N$  là trung điểm

$$BN = \sqrt{\left(\frac{11}{2} - 2\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2} = \frac{\sqrt{136}}{2}$$

d) Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC \cdot \Delta ABC$  vuông tại  $A \Rightarrow I$  là trung điểm

$$BC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+10}{2} = 6 \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(6;1)$$

**Câu 26.** Biết  $\vec{a} = i - 3j; \vec{b} = \frac{1}{2}i + j; \vec{c} = -i + \frac{3}{2}j; \vec{d} = -4j; \vec{e} = 3i$ . Khi đó:

a)  $a = (1; 3)$

b)  $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; -1\right)$

c)  $\vec{c} = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

d)  $d = (0; -4); e = (3; 0)$

**Lời giải**

a) Sai

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

$$\vec{a} = i - 3j \Rightarrow a = (1; -3); \vec{b} = \frac{1}{2}i + j \Rightarrow b = \left(\frac{1}{2}; 1\right); \vec{c} = -i + \frac{3}{2}j \Rightarrow c = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$$

$$d = -4j \Rightarrow d = (0; -4); e = 3i \Rightarrow e = (3; 0)$$

**Câu 27.** Cho  $a = (1; -2), b = (0; 3)$ . Khi đó:

a)  $a + b = (1, 1)$

b)  $a - b = (1, 5)$

c)  $2a - 3b = (2, 13)$

d)  $a + 2b = (1, 4)$

**Lời giải**

**a) Đúng**

**b) Sai**

**c) Sai**

**d) Đúng**

$x = a + b = (1, 1), y = a - b = (1, -5), z = 2a - 3b = (2, -13)$

$a + 2b = (1, 4)$

**Câu 28.** Cho hai điểm  $A(3; -5), B(1; 0)$ . Khi đó:

a)  $\vec{AB} = (-2; 5)$

a) Tọa độ điểm  $C$  sao cho  $\vec{OC} = -3\vec{AB}$  là  $C(6; -5)$

c) Tọa độ điểm  $D$  đối xứng của  $A$  qua  $C$  có hoành độ bằng 7

d) Tọa độ điểm  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k = -3$  là  $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

**Lời giải**

**a) Đúng**

**b) Sai**

**c) Sai**

**d) Đúng**

$C(a; b) \Rightarrow \vec{OC} = (a, b); \vec{AB} = (-2; 5). \vec{OC} = -3\vec{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -15 \end{cases}$

Gọi

$C(6; -15)$

Vậy

$D(c; d) \Rightarrow \vec{CD} = (c - 6; d + 15). \vec{AC} = (3; -10)$

Gọi

$\vec{AC} = \vec{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} c - 6 = 3 \\ d + 15 = -10 \end{cases} \Rightarrow D(9; -25)$

$M(x; y) \Rightarrow \vec{MA} = (3 - x; -5 - y), \vec{MB} = (1 - x; -y)$   
 Gọi

Vì  $M$  chia đoạn  $AB$  theo tỉ số  $k = -3 \Rightarrow \vec{MA} = -3\vec{MB} \Rightarrow \begin{cases} 3 - x = -3(1 - x) \\ -5 - y = -3(-y) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$

**Câu 29.** Cho ba điểm  $A(1; -2), B(0; 4), C(3; 2)$ . Khi đó:

a)  $\vec{AB} = (-1; 6)$

b)  $\vec{AC} = (2; 4); \vec{BC} = (3; -2)$

c) Tọa độ trung điểm của đoạn  $AB$  là  $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

d) Tọa độ điểm  $N$  sao cho  $\vec{AN} + 2\vec{BN} - 4\vec{CN} = \vec{0}$  là  $N(11; 12)$

### Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

$\vec{AB} = (-1; 6); \vec{AC} = (2; 4); \vec{BC} = (3; -2)$

Vì  $I$  là trung điểm của đoạn  $AB$  nên  $\begin{cases} x_I = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . Vậy

Gọi  $N(x; y)$ . Ta có:  $\vec{AN} = (x - 1; y + 2); \vec{BN} = (x; y - 4); \vec{CN} = (x - 3; y - 2)$

$$\vec{AN} + 2\vec{BN} - 4\vec{CN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 + 2x - 4(x - 3) = 0 \\ y + 2 + 2(y - 4) - 4(y - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow N(11; 2)$$

Vì

**Câu 30.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$ . Khi đó:

a) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng  $AC$  là  $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

$$\vec{AB} = (-3; -3), \vec{AC} = (-5; 1)$$

b)

c) Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

d) Tọa độ trọng tâm tam giác  $ABC$  là  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

### Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

$$AC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2-3}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_M = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Gọi  $M$  là trung điểm

$$\vec{AB} = (-3; -3), \vec{AC} = (-5; 1)$$

Tính được  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 15 \neq 0$  dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm  $A, B, C$  tạo thành một tam giác.

$$ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2-1-3}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{1-2+2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác

**Câu 31.** Cho  $a = (1, 3), b = (6, -2), c = (x, 1)$ . Khi đó:

a)  $a \perp b$

b) Khi  $x = -3$  thì  $a \perp c$

c) Khi  $x = \frac{1}{3}$  thì  $a$  cùng phương  $c$

d)  $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ b \cdot d = 20 \end{cases}$  thì  $d = (3; -1)$

## Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Đúng

d) Đúng

$$a \cdot b = 1 \cdot 6 + 3 \cdot (-2) = 0 \Rightarrow a \perp b$$

a)

$$a \perp c \Leftrightarrow a_1c_1 + a_2c_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot x + 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

b) Ta có:

$$\vec{c} \Leftrightarrow \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} \Leftrightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

c)  $a$  cùng phương

$$\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{d} \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{d} = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1d_1 + a_2d_2 = 0 \\ b_1d_1 + b_2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 + 3d_2 = 0 \\ 6d_1 - 2d_2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ d_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow d = (3; -1)$$

d)

### •Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1.** Tìm tọa độ của vectơ  $u$  biết  $u(2m - 1; -2)$  và cùng phương với  $v(-2; m+3)$ .

Trả lời:.....

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(5;3), N(-3;5)$ . Tìm tọa độ điểm  $P$  nằm trên trục hoành sao cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng

Trả lời:.....

**Câu 3.** Cho các điểm  $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$  tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho

$$\vec{AM} + 2\vec{BM} + 3\vec{CM} = \vec{0}$$

Trả lời:.....

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $a = (m;2), b = (-3;n)$  và  $c = (-2m;7)$ . Tìm  $m, n$  biết:

$$c = a + b$$

Trả lời:.....

**Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $a = (m;2), b = (-3;n)$  và  $c = (-2m;7)$ . Tìm  $m, n$  biết:

$$c = 2a - 3b$$

Trả lời:.....

**Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 2), B(1; -3), C(-3; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  thỏa mãn  $\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$ .

Trả lời:.....

**Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-3; 4), B(-1; -2), C(8; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên đường thẳng  $BC$  sao cho diện tích của tam giác  $ABC$  bằng ba lần diện tích của tam giác  $ABM$ .

Trả lời:.....

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1; 5), B(9; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $\angle AMB = 90^\circ$ .

Trả lời:.....

**Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai vectơ  $a = (3m; 4m - 1)$  và  $b = (\sqrt{2}; \sqrt{2})$  (với  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để góc giữa hai vectơ  $a$  và  $b$  bằng  $45^\circ$ .

Trả lời:.....

**Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(4; -2)$  và  $B(10; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục tung sao cho  $|\vec{MA} + \vec{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

**Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vectơ  $a = (2; -1), b = (1; 1)$  và  $d = (2m + 2; 1 - m^2)$ .

Tìm  $m$  dương biết rằng  $d$  cùng phương với  $a$ .

Trả lời:.....

**Câu 12.** Cho các vectơ  $a = (1; -2), b = (-2; -6), c = (m + n; -m - 4n)$ .

Tìm hai số  $m, n$  sao cho  $c$  cùng phương  $a$  và  $|c| = 3\sqrt{5}$ .

Trả lời:.....

**Câu 13.** Cho các vectơ  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $x$  để:  $a \perp b$

Trả lời:.....

**Câu 14.** Cho các vectơ  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $x$  để:  $|a| = |b|$ .

Trả lời:.....

**Câu 15.** Cho các vectơ  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $x$  để:  $a, b$  cùng phương với nhau.

Trả lời:.....

**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

Trả lời:.....

**Câu 17.** Cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Tính  $\cos B$ .

Trả lời:.....

**Câu 18.** Tìm điểm  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  với  $A(2;4), B(1;1)$ .

Trả lời:.....

**Câu 19.** Tìm đỉnh  $D$  của hình thang cân  $ABCD$  với  $A(2;0), B(0;2), C(0;7)$ .

Trả lời:.....

**Câu 20.** Cho ba điểm  $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $|MA - MB|$  bé nhất.

Trả lời:.....

**Câu 21.** Cho ba điểm  $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$ . Tìm điểm  $N$  thuộc trục hoành sao cho  $|NA - NC|$  bé nhất.

Trả lời:.....

**Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(2,4), B(-1,3), C(2,5)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\vec{AE} - 3\vec{EC} + 2\vec{EB} = 0$

Trả lời:.....

**Câu 23.** Cho hai vectơ  $a = (1;2)$  và  $b = (5;3)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $u = 2a - b$  và  $v = a + 3b$

Trả lời:.....

**Câu 24.** Cho hai vectơ  $a = (2; -2)$  và  $b = (1; 4)$ . Hãy phân tích vectơ  $c = (5; 0)$  theo hai vectơ  $a$  và  $b$ .

Trả lời:.....

**Câu 25.** Cho  $a = (x; 2), b = (-5; 1), c = (x; 7)$ . Tìm  $x$  biết  $c = 2a + 3b$

Trả lời:.....

**Câu 26.** Cho ba điểm  $A(1; 0), B(0; 3), C(-3; -5)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho  $T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

**Câu 27.** Cho  $u = (2x - 1; 3), v = (1; x + 2)$ . Có hai giá trị của  $x$  để  $u$  cùng phương với  $v$ . Tính tích hai giá trị đó.

Trả lời:.....

**Câu 28.** Cho  $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$ . Định  $m$  để  $A, B, C$  thẳng hàng.

Trả lời:.....

**Câu 29.** Cho  $A(1; 2), B(-2; 6)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục  $Oy$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng.

Trả lời:.....

**Câu 30.** Cho  $a = (5; 2), b = (7; -3)$ . Tìm  $x$  thỏa 
$$\begin{cases} a \cdot x = 38 \\ b \cdot x = 30 \end{cases}$$
.

Trả lời:.....

**Câu 31.** Tìm góc giữa  $a$  và  $b$  trong trường hợp sau:  $a = (4; 3), b = (1; 7)$

Trả lời:.....

**Câu 32.** Cho  $A(2; 3), B(9; 4), C(5; y)$ . Tìm  $y$  để  $\Delta ABC$  vuông tại  $C$ .

Trả lời:.....

**Câu 33.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(-3; 6), B(1; -2), C(6; 3)$ . Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

Trả lời:.....

**Câu 34.** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0); B(-1; 1); C(5; -1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

Trả lời:.....

**Câu 35.** Cho  $A(0; -2), B(5; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho  $\Delta ABC$  đều.

Trả lời:.....

**Câu 36.** Cho  $A(2; 4), B(-2; 1)$ . Tìm điểm  $C$  trên trục hoành sao cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ .

Trả lời:.....

**Câu 37.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$  Tìm tọa độ điểm  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BC$ .

Trả lời:.....

**Câu 38.** Cho  $A(-3; 2), B(4; 3)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục hoành sao cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $M$ .

Trả lời:.....

**Câu 39.** Cho  $A(4; 4), B(0; 1)$ . Tìm điểm  $C$  trên  $Oy$  sao cho trung trực của  $AC$  đi qua  $B$ .

Trả lời:.....

**Câu 40.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đoạn  $BC$  sao cho  $S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$ .

Trả lời:.....

**Câu 41.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$  và  $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm các giá trị thực của  $k$  để  $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$ .

Trả lời:.....

**Câu 42.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(0; 4), B(-2; -1), C(5; -1)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC, I$  là trung điểm đoạn  $CG$ . Trên  $AC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $\frac{CF}{FA} = \frac{1}{4}$ . Tìm tọa độ điểm  $F$ ?

Trả lời:.....

**Câu 43.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2)$ .

Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

Trả lời:.....

**Câu 44.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$ .

Tìm tọa độ điểm  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(0;1), B(1;3), C(2;7)$  và  $D(0;3)$ . Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 46.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3;6), B(2;x)$ . Xác định tọa độ điểm  $B$  biết rằng  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 12$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 47.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2;0)$  và  $B(0;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 48.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(0;4), B(-3;0)$  và  $C(10;4)$ . Gọi  $M, N$  là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc  $A$ . Tìm tọa độ  $M$  và  $N$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 49.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(3;4), C(8;1)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC, N$  là giao điểm của  $BD$  và  $AM$ . Xác định các đỉnh còn lại của hình

bình hành  $ABCD$ , biết  $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$ .

**Trả lời:**.....

**Câu 50.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$ .

Tìm tọa độ điểm  $P$  cố định và hằng số  $k$  để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm  $M$ :

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = k\vec{MP}$$

**Trả lời:**.....

**Câu 51.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$ .

Tìm tọa độ điểm  $E$  trên  $Ox$  sao cho  $EA + EB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

**Câu 52.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$ .

Tìm tọa độ điểm  $F$  trên  $Oy$  sao cho  $|\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:.....

## LỜI GIẢI

**Câu 1.** Tìm tọa độ của vectơ  $u$  biết  $u(2m - 1; -2)$  và cùng phương với  $v(-2; m + 3)$ .

Trả lời:  $u(1; -2); u(-8; -2)$

### Lời giải

Vì  $u(2m - 1; -2)$  cùng phương với  $v(-2; m + 3)$  nên  $(2m - 1)(m + 3) - (-2)(-2) = 0$ ,

hay  $2m^2 + 5m - 7 = 0$

Do đó,  $m = 1$  hoặc  $m = -\frac{7}{2}$ .

Vậy tọa độ của vectơ cần tìm là  $u(1; -2); u(-8; -2)$ .

**Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(5;3), N(-3;5)$ . Tìm tọa độ điểm  $P$  nằm trên trục hoành sao cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng

Trả lời:  $P(17;0)$

### Lời giải

$P$  là điểm nằm trên trục hoành nên  $P(x, 0)$ . Ta có:  $\overrightarrow{MN} = (-8; 2); \overrightarrow{MP} = (x - 5; -3)$

Ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng khi  $\overrightarrow{MP} = k\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = k \cdot (-8) \\ -3 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17 \\ k = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy  $P(17;0)$ .

**Câu 3.** Cho các điểm  $A(1;2), B(-2;0); C(0;5)$  tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  
 $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM} = \vec{0}$ .

**Trả lời:**  $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$

### Lời giải

Ta có  $\overrightarrow{AM}(x-1; y-2), \overrightarrow{BM}(x+2; y), \overrightarrow{CM}(x; y-5)$ . Từ điều kiện đã cho ta suy ra

$$\begin{cases} (x-1) + 2(x+2) + 3x = 0 \\ y-2 + 2y + 3(y-5) = 0 \end{cases} \quad x = -\frac{1}{2}, y = \frac{17}{6}$$

. Giải hệ phương trình ta được , suy

ra  $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{17}{6}\right)$ .

**Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $a=(m;2), b=(-3;n)$  và  $c=(-2m;7)$ . Tìm  $m, n$  biết:  
 $c = a + b$

**Trả lời:**  $m=1, n=5$

### Lời giải

Ta có:  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = m - 3 \\ 7 = 2 + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 5. \end{cases}$  Vậy  $m=1, n=5$ .

**Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $a=(m;2), b=(-3;n)$  và  $c=(-2m;7)$ . Tìm  $m, n$  biết:  
 $c = 2a - 3b$ .

$$m = -\frac{9}{4}, n = -1$$

**Trả lời:**

### Lời giải

Ta có:  $2a - 3b = (2m+9; 4-3n)$

$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m = 2m + 9 \\ 7 = 4 - 3n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4} \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{9}{4}, n = -1.$$

Do đó

**Câu 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 2), B(1; -3), C(-3; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  thỏa mãn  $\vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$ .

**Trả lời:**  $E(-11; 6)$ .

### Lời giải

Giả sử  $E(x; y)$ . Ta có:  $\vec{AE} = (x-2; y-2), \vec{AB} = (-1; -5), \vec{AC} = (-5; -2)$ . Suy ra

$$-2\vec{AB} + 3\vec{AC} = (-13; 4) \quad \vec{AE} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -13 \\ y-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ y = 6. \end{cases}$$

Do đó

$E(-11; 6)$ .  
Vậy

**Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-3; 4), B(-1; -2), C(8; 1)$ .

Tìm tọa độ điểm  $M$  trên đường thẳng  $BC$  sao cho diện tích của tam giác  $ABC$  bằng ba lần diện tích của tam giác  $ABM$ .

**Trả lời:**  $M(2; -1)$  và  $M(-4; -3)$ .

### Lời giải

Vì  $M$  nằm trên đường thẳng  $BC$  nên diện tích của tam giác  $ABC$  bằng ba lần diện tích của tam giác  $ABM$  khi và chỉ khi  $BC = 3BM$  (hai tam giác có cùng đường cao kẻ từ  $A$ ).

Giả sử  $M(x; y)$ . Ta có:  $\vec{BM} = (x+1; y+2), \vec{BC} = (9; 3)$ .

Trường hợp 1:  $\vec{BC} = 3\vec{BM}$ .

Ta có:  $\vec{BC} = 3\vec{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 3(x+1) \\ 3 = 3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad M(2; -1)$ .  
Vậy

Trường hợp 2:  $\vec{BC} = -3\vec{BM}$ .

$$\vec{BC} = -3\vec{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = -3(x+1) \\ 3 = -3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \quad M(-4; -3)$$

Ta có:

Vậy

Vậy có hai trường hợp điểm  $M$  thỏa mãn bài toán là:  $M(2; -1)$  và  $M(-4; -3)$ .

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(1; 5), B(9; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $\angle AMB = 90^\circ$ .

**Trả lời:**  $M(4; 0)$  và  $M(6; 0)$ .

### Lời giải

Điểm  $M$  thuộc trục hoành nên giả sử  $M(m; 0)$ .

$$\vec{MA} = (1 - m; 5), \vec{MB} = (9 - m; 3)$$

Ta có:

Theo đề bài,  $\angle AMB = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \Leftrightarrow (1 - m)(9 - m) + 5 \cdot 3 = 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 10m + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = 4 \end{cases}$$

Vậy có hai trường hợp điểm  $M$  thỏa mãn bài toán là:  $M(4; 0)$  và  $M(6; 0)$ .

**Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai vectơ  $a = (3m; 4m - 1)$  và  $b = (\sqrt{2}; \sqrt{2})$  (với  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để góc giữa hai vectơ  $a$  và  $b$  bằng  $45^\circ$ .

**Trả lời:**  $m = \frac{1}{4}$

### Lời giải

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{2}m + (4m - 1)\sqrt{2}}{\sqrt{(3m)^2 + (4m - 1)^2} \cdot \sqrt{2 + 2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{7m - 1}{\sqrt{25m^2 - 8m + 1}} = 1$$

Ta có:  $25m^2 - 8m + 1 > 0(1), 7m - 1 > 0(2)$  và  $7m - 1 = \sqrt{25m^2 - 8m + 1}$  (3)

$$m = \frac{1}{4}$$

Giải phương trình (3), thay giá trị nghiệm vào (1), (2) để kiểm tra ta có

**Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(4; -2)$  và  $B(10; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục tung sao cho  $|\vec{MA} + \vec{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Trả lời:**  $(0; 1)$

### Lời giải

Điểm  $M$  thuộc trục tung nên giả sử  $M(0; m)$ . Ta có:  $\vec{MA} = (4; -2 - m)$ ,  $\vec{MB} = (10; 4 - m)$ . Suy ra

$$\vec{MA} + \vec{MB} = (14; 2 - 2m) \quad |\vec{MA} + \vec{MB}| = \sqrt{14^2 + (2 - 2m)^2} \geq 14$$

. Do đó . Dấu bằng xảy ra khi  $m = 1$ .

Vậy  $|\vec{MA} + \vec{MB}|$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng 14 khi  $M$  có tọa độ là  $(0; 1)$ .

**Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các vectơ  $a = (2; -1), b = (1; 1)$  và  $d = (2m + 2; 1 - m^2)$ .

Tìm  $m$  dương biết rằng  $d$  cùng phương với  $a$ .

**Trả lời:**  $m = 2$

### Lời giải:

Ta có  $d$  cùng phương với  $a$  khi và chỉ khi  $\frac{2m + 2}{2} = \frac{1 - m^2}{-1}$

$$\Leftrightarrow -2m - 2 = 2 - 2m^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vì  $m$  dương nên  $m = 2$  thỏa mãn.

**Câu 12.** Cho các vectơ  $a = (1; -2), b = (-2; -6), c = (m + n; -m - 4n)$ .

Tìm hai số  $m, n$  sao cho  $c$  cùng phương với  $a$  và  $|c| = 3\sqrt{5}$ .

$$\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases} \vee \begin{cases} m=-2 \\ n=-1 \end{cases}$$

Trả lời:

**Lời giải:**

$$|\vec{c}|=3\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+n}{1} = \frac{-m-4n}{-2} \\ \sqrt{(m+n)^2 + (-m-4n)^2} = 3\sqrt{5} \end{cases}$$

$c$  cùng phương  $a$  và

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m-2n=-m-4n \\ (m+n)^2 + (m+4n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2n \\ (3n)^2 + (6n)^2 = 45 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=2n \\ 45n^2 = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases} \vee \begin{cases} m=-2 \\ n=-1 \end{cases}$$

**Câu 13.** Cho các vectơ  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $x$  để:  $a \perp b$

Trả lời:  $x = -40$

**Lời giải:**

$$\vec{a} = \left(\frac{1}{2}; -5\right), \vec{b} = (x; -4); a \perp b \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + (-5)(-4) = 0 \Leftrightarrow x = -40$$

Ta có:

**Câu 14.** Cho các vectơ  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $x$  để:  $|a| = |b|$ .

Trả lời:  $x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$

**Lời giải:**

$$|a| = |b| \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{x^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 16} = \frac{\sqrt{101}}{2} \Leftrightarrow x^2 + 16 = \frac{101}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$$

Ta có:

**Câu 15.** Cho các vectơ  $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}, \vec{b} = x\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $x$  để:  $a, b$  cùng phương với nhau.

Trả lời:  $x = \frac{2}{5}$

**Lời giải:**

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{-4}{-5} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$$

Ta có:  $a, b$  cùng phương khi và chỉ khi

**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

**Trả lời:**  $\frac{3}{2}$

**Lời giải:**

Ta có:  $\vec{AB} = (1;3), \vec{AC} = (9;-3), \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \cdot 9 + 3 \cdot (-3) = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{AC}$

Vậy tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

Ta có:  $AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, AC = \sqrt{9^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{10}$ ;

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \sqrt{10} \cdot 3\sqrt{10} = \frac{3}{2}$$

Diện tích tam giác

**Câu 17.** Cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh  $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$ . Tính  $\cos B$ .

**Trả lời:**  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

**Lời giải:**

Ta có:  $\vec{BA} = (-1;-3), \vec{BC} = (8;-6) \Rightarrow \vec{BA} \cdot \vec{BC} = -1 \cdot 8 + (-3) \cdot (-6) = 10$

$$\cos B = \cos(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{10}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

Suy ra:

**Câu 18.** Tìm điểm  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  với  $A(2;4), B(1;1)$ .

**Trả lời:**  $(-2;2), (4;0)$

**Lời giải:**

Gọi  $C(x; y) \Rightarrow \overline{BC} = (x-1; y-1), BC = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$ ;  $\overline{BA} = (1; 3), BA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$   $\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 0 \\ BA = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ (4 - 3y - 1)^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ [3(y - 1)]^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10(y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn là  $(-2; 2), (4; 0)$

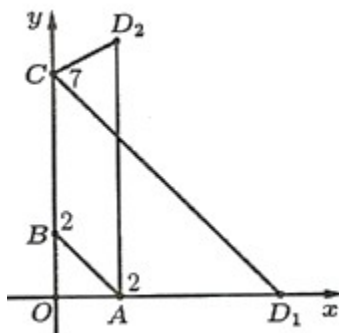
**Câu 19.** Tìm đỉnh  $D$  của hình thang cân  $ABCD$  với  $A(2; 0), B(0; 2), C(0; 7)$ .

Trả lời:  $D(7; 0)$  hoặc  $D(2; 9)$

### Lời giải:

Gọi  $D(x; y)$

$\Rightarrow \overline{CD} = (x; y - 7), \overline{AD} = (x - 2; y)$   
 $\overline{AB} = (-2; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}, \overline{BC} = (0; 5) \Rightarrow BC = 5$



Trường hợp 1: Hình thang có hai đáy  $AB, CD$ .

$$\begin{cases} \overline{AB}, \overline{CD} \text{ cùng phương} \\ AD = BC \end{cases}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} = \frac{y-7}{2} \\ \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y+7 \\ (-y+7-2)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y+7 \\ 2y^2 - 10y + 25 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Với  $\begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases}$  thì  $CD = \sqrt{7^2 + (0-7)^2} = 7\sqrt{2} \neq AB$  nên  $D(7;0)$  thỏa mãn.

Với  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$  thì  $CD = \sqrt{2^2 + (5-7)^2} = 2\sqrt{2} = AB$  (loại).

Trường hợp 2: Hình thang có hai đáy  $BC, AD$

Làm tương tự, ta có được điểm  $D(2;9)$

**Câu 20.** Cho ba điểm  $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục hoành sao cho  $|MA - MB|$  bé nhất.

**Trả lời:**  $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

**Lời giải:**

Ta thấy:  $y_A y_B = 4 \cdot 1 > 0 \Rightarrow A, B$  nằm cùng phía so với trục  $Ox$ . Ta có:  $|AM - BM| \leq AB$  nên

$$|AM - BM|_{\max} = AB$$

Giá trị lớn nhất này đạt được khi  $A, B, M$  thẳng hàng ( $M$  nằm ngoài  $AB$ ). Gọi

$$M(x; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AM} = (x+1; -4), \overline{AB} = (2; -3)$$

Ta có:  $\overline{AM}, \overline{AB}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow 3(x+1) = 8 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$  hay  $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$

**Câu 21.** Cho ba điểm  $A(-1;4), B(1;1), C(3;-1)$ . Tìm điểm  $N$  thuộc trục hoành sao cho  $|NA - NC|$  bé nhất.

**Trả lời:**  $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$

**Lời giải:**

Ta thấy:  $y_A \cdot y_C = 4 \cdot (-1) < 0$  nên  $A, C$  nằm khác phía so với trục  $Ox$ .

Lấy điểm  $C'$  đối xứng với  $C$  qua  $Ox$ . Suy ra  $C'(3;1)$  và  $C', A$  cùng phía so với  $Ox$ .

Ta có:  $N \in Ox \Rightarrow NC = NC'$ . Vì vậy  $|NA - NC| = |NA - NC'| \leq AC'$

Suy ra:  $|NA - NC|_{\max} = AC'$ ; giá trị lớn nhất này đạt được khi  $A, C', N$  thẳng hàng ( $N$  nằm ngoài  $A, C'$ )

Gọi  $N(a; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AN} = (a+1; -4), \overline{AC'} = (4; -3)$

Vì  $\overline{AN}, \overline{AC'}$  cùng phương nên  $\frac{a+1}{4} = \frac{-4}{-3} \Leftrightarrow -3a - 3 = -16 \Leftrightarrow a = \frac{13}{3}$

Vậy  $N\left(\frac{13}{3}; 0\right)$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 22.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(2,4), B(-1,3), C(2,5)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  thỏa mãn đẳng thức vector  $\overline{AE} - 3\overline{EC} + 2\overline{EB} = 0$

**Trả lời:**  $E\left(5; \frac{13}{2}\right)$

**Lời giải**

$$E(x; y) \cdot \vec{AE} = (x-2, y-4), \vec{EC} = (2-x, 5-y), \vec{EB} = (-1-x, 3-y)$$

$$\vec{AE} - 3\vec{EC} + 2\vec{EB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2) - 3(2-x) + 2(-1-x) = 0 \\ (y-4) - 3(5-y) + 2(3-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10 = 0 \\ 2y - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow E\left(5; \frac{13}{2}\right)$$

**Câu 23.** Cho hai vectơ  $a = (1; 2)$  và  $b = (5; 3)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $u = 2a - b$  và  $v = a + 3b$

**Trả lời:**  $v = (16; 11)$

### Lời giải

Ta có:  $2a = (2; 4)$  và  $b = (5; 3)$  nên ta suy ra  $2a - b = (-3; 1)$ . Vậy  $u = (-3; 1)$ .

Ta có  $a = (1; 2), 3b = (15; 9), a + 3b = (16; 11)$ . Vậy  $v = (16; 11)$ .

**Câu 24.** Cho hai vectơ  $a = (2; -2)$  và  $b = (1; 4)$ . Hãy phân tích vectơ  $c = (5; 0)$  theo hai vectơ  $a$  và  $b$ .

**Trả lời:**  $c = 2a + b$

### Lời giải

Giả sử  $c = xa + yb$ . Khi đó ta có  $c = (2x + y; -2x + 4y)$ .

Mặt khác  $c = (5; 0)$  suy ra  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ .

Vậy  $c = 2a + b$ .

**Câu 25.** Cho  $a = (x; 2), b = (-5; 1), c = (x; 7)$ . Tìm  $x$  biết  $c = 2a + 3b$

**Trả lời:**  $x = 15$

### Lời giải

Ta có  $2a = (2x; 4), 3b = (-15; 3)$  suy ra  $c = 2a + 3b = (2x - 15; 7)$ .

Mặt khác  $c = (x; 7)$  nên  $2x - 15 = x \Leftrightarrow x = 15$

**Câu 26.** Cho ba điểm  $A(1; 0), B(0; 3), C(-3; -5)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $Ox$  sao cho  $T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Trả lời:**  $M(-4; 0)$

### Lời giải

$+ M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$

$+ T = |2\overline{MA} - 3\overline{MB} + 2\overline{MC}| = |\overline{MO} + 2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC}|$

Đặt  $u = \overline{MO} + 2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC}$

$2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 2\overline{OC} = (-4; -19); \overline{MO} = (-m; 0) \Rightarrow u = (-m - 4; -19)$

$T = |u| = \sqrt{(m+4)^2 + 19^2} \geq 19, T_{\min} = 19 \Leftrightarrow m = -4 \quad M(-4; 0)$   
 . Vậy .

**Câu 27.** Cho  $u = (2x - 1; 3), v = (1; x + 2)$ . Có hai giá trị của  $x$  để  $u$  cùng phương với  $v$ . Tính tích hai giá trị đó.

**Trả lời:**  $-\frac{5}{2}$

### Lời giải

Với  $x = -2$ : Ta có  $u = (-5; 3); v = (1; 0)$

Vì  $\frac{1}{-5} \neq \frac{0}{3}$  nên hai vectơ  $u; v$  không cùng phương

Với  $x \neq -2$ : Ta có  $u; v$  cùng phương khi và chỉ khi  $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{1} = \frac{3}{x+2}$

$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$

$$1 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{2}$$

Vậy tích của chúng là

**Câu 28.** Cho  $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$ . Định  $m$  để  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Trả lời:**  $m = 10$

### Lời giải

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (4; 4); \overrightarrow{AC} = (m - 2; 8)$

$A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{m - 2}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow m = 10$

Vậy  $m = 10$  thì  $A, B, C$  thẳng hàng.

**Câu 29.** Cho  $A(1; 2), B(-2; 6)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục  $Oy$  sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng.

**Trả lời:**  $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$

### Lời giải

Ta có  $M$  trên trục  $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng khi  $\overrightarrow{AB}$  cùng phương với  $\overrightarrow{AM}$

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 4), \overrightarrow{AM} = (-1; y - 2)$

$\overrightarrow{AB}$  cùng phương với  $\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y - 2}{4} \Leftrightarrow y = \frac{10}{3}$  . Vậy  $M\left(0; \frac{10}{3}\right)$

**Câu 30.** Cho  $a = (5; 2), b = (7; -3)$ . Tìm  $x$  thỏa  $\begin{cases} a \cdot x = 38 \\ b \cdot x = 30 \end{cases}$

**Trả lời:**  $x = (6, 4)$

### Lời giải

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 = 38 \\ b_1x_1 + b_2x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 38 \\ 7x_1 - 3x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \vec{x} = (6, 4).$$

**Câu 31.** Tìm góc giữa  $a$  và  $b$  trong trường hợp sau:  $a = (4; 3), b = (1; 7)$

**Trả lời:**  $45^\circ$

**Lời giải**

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{5.5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$$

**Câu 32.** Cho  $A(2; 3), B(9; 4), C(5; y)$ . Tìm  $y$  để  $\Delta ABC$  vuông tại  $C$ .

**Trả lời:**  $\begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$

**Lời giải**

$$\vec{CA} = (-3; 3 - y); \vec{CB} = (4; 4 - y); \Delta ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \vec{CA} \perp \vec{CB} \Leftrightarrow \vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0$$

$$\Leftrightarrow -12 + (3 - y)(4 - y) = 0 \Leftrightarrow -12 + 12 - 3y - 4y + y^2 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 7y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$

**Câu 33.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(-3; 6), B(1; -2), C(6; 3)$ . Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

**Trả lời:**  $I(1; 3)$

**Lời giải**

Gọi  $I(x_I, y_I)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC \Leftrightarrow IA = IB = IC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 \\ (x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 = (x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-3-x_I)^2 + (6-y_I)^2 = (1-x_I)^2 + (-2-y_I)^2 \\ (-3-x_I)^2 + (6-y_I)^2 = (6-x_I)^2 + (3-y_I)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9+6x_I+x_I^2+36-12y_I+y_I^2 = 1-2x_I+x_I^2+4+4y_I+y_I^2 \\ 9+6x_I+x_I^2+36-12y_I+y_I^2 = 36-12x_I+x_I^2+9-6y_I+y_I^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x_I - 16y_I = -40 \\ 18x_I - 6y_I = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1;3)$$

**Câu 34.** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;0)$ ;  $B(-1;1)$ ;  $C(5;-1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

**Trả lời:**  $H(-8;-27)$

### Lời giải

$$H(x; y) \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ta có:  $\vec{AH} = (x-1; y)$ ;  $\vec{BC} = (6; -2)$ ;  $\vec{BH} = (x+1; y-1)$ ,  $\vec{AC} = (4; -1)$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-1) - 2 \cdot y = 0 \\ 4(x+1) - 1 \cdot (y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 4x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -27 \end{cases}$$

Vậy  $H(-8;-27)$

**Câu 35.** Cho  $A(0;-2)$ ,  $B(5;0)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho  $\Delta ABC$  đều.

$$C\left(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2+5\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{hoặc} \quad C\left(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}; \frac{-2+5\sqrt{3}}{2}\right)$$

**Trả lời:** hoặc

### Lời giải

$$\Delta ABC \text{ đều} \Leftrightarrow AB = BC = AC \Leftrightarrow \begin{cases} AB = BC \\ BC = AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = BC^2 \\ BC^2 = AC^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x_c + 4y_c = 21 & (1) \\ 29 = (x_c - 5)^2 + y_c & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow y_c = \frac{21 - 10x_c}{4} \quad \text{thay vào} \quad (2): 29 = (x_c - 5)^2 + \left(\frac{21 - 10x_c}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{5 + 2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2 + 5\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{hoặc} \quad C\left(\frac{5 - 2\sqrt{3}}{2}; -\frac{2 + 5\sqrt{3}}{2}\right)$$

**Câu 36.** Cho  $A(2; 4), B(-2; 1)$ . Tìm điểm  $C$  trên trục hoành sao cho  $\Delta ABC$  cân tại  $A$ .

**Trả lời:**  $C(-1; 0)$  hoặc  $C(5; 0)$

### Lời giải

$$C \in Ox \Rightarrow C(x_c; 0) \Delta ABC \quad \text{cân tại} \quad A \Leftrightarrow AB = AC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2$$

$$\Leftrightarrow (-2 - 2)^2 + (1 - 4)^2 = (x_c - 2)^2 + (0 - 4)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = -1 \\ x_c = 5 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 0) \quad \text{hoặc} \quad C(5; 0)$$

**Câu 37.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(5; 6), B(4; -1), C(-4; 3)$  Tìm tọa độ điểm  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BC$ .

**Trả lời:**  $K(8; 3)$

### Lời giải

Gọi  $K(x_k, y_k)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BC$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AK} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BK} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BK} \end{cases} (*)$$

$$\overrightarrow{AK} = (x_k - 5; y_k - 6); \overrightarrow{BC} = (1; 1); \overrightarrow{BK} = (x_k - 4; y_k + 1).$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1(x_k - 5) + 1(y_k - 6) = 0 \\ \frac{x_k - 4}{1} = \frac{y_k + 1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_k = 8 \\ y_k = 3 \end{cases} \Rightarrow K(8; 3).$$

**Câu 38.** Cho  $A(-3; 2), B(4; 3)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục hoành sao cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $M$ .

**Trả lời:**  $M(3;0)$  hoặc  $M(-2;0)$

### Lời giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(x_M; 0); \vec{MA} = (-3 - x_M; 2); \vec{MB} = (4 - x_M; 3)$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow MA \perp MB \Leftrightarrow \vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3 - x_M)(4 - x_M) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3 \\ x_M = -2 \end{cases} \Leftrightarrow M(3;0) \text{ hoặc } M(-2;0).$$

**Câu 39.** Cho  $A(4;4), B(0;1)$ . Tìm điểm  $C$  trên  $Oy$  sao cho trung trực của  $AC$  đi qua  $B$ .

**Trả lời:**  $C(0;6)$  và  $C(0;-4)$

### Lời giải

$$C \in Oy \Rightarrow C(0; y_C)$$

Trung trực  $AC$  đi qua  $B \Leftrightarrow B$  nằm trên đường trung trực đoạn  $AC \Leftrightarrow BA = BC$

$$\Leftrightarrow (4 - 0)^2 + (4 - 1)^2 = (0 - 0)^2 + (y_C - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_C = 0 \\ y_C = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C(0;6) \text{ và } C(0;-4)$$

**Câu 40.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(5;6), B(4;-1), C(-4;3)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đoạn  $BC$  sao cho

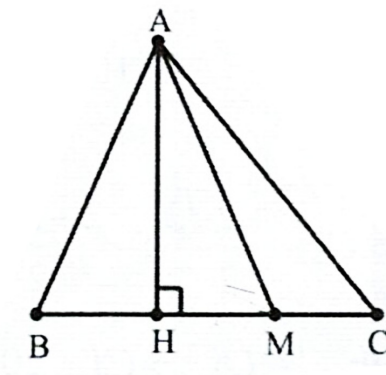
$$S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$$

**Trả lời:**  $M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$

### Lời giải

$$AH \perp BC, S_{\Delta MAB} = 5S_{\Delta MAC}$$

Kẻ



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} AH \cdot MB = 5 \cdot \frac{1}{2} AH \cdot MC \Leftrightarrow MB = 5MC$$

Mà  $\overrightarrow{MB}$  và  $\overrightarrow{MC}$  ngược hướng  $\Rightarrow \overrightarrow{MB} = -5\overrightarrow{MC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_M = -5(x_C - x_M) \\ y_B - y_M = -5(y_C - y_M) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x_M = -5(-4 - x_M) \\ -1 - y_M = -5(3 - y_M) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{8}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

**Câu 41.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$  và  $v = ki - 4j$ . Tìm các giá trị thực của  $k$  để  $2|\vec{u}| = |\vec{v}|$ .

**Trả lời:**  $\begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}$

### Lời giải

Ta có  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow u = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$  và  $v = ki - 4j \Rightarrow v = (k; -4)$

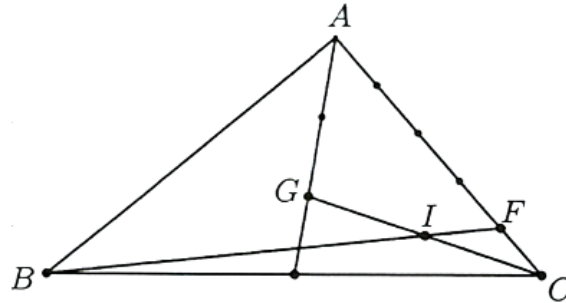
$$2|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{k^2 + (-4)^2} \Leftrightarrow k^2 + 16 = 101 \Leftrightarrow k^2 = 85 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\sqrt{85} \\ k = \sqrt{85} \end{cases}$$

**Câu 42.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(0;4), B(-2;-1), C(5;-1)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam

giác  $ABC, I$  là trung điểm đoạn  $CG$ . Trên  $AC$  lấy điểm  $F$  sao cho  $\vec{CF} = \frac{1}{4} \vec{CA}$ . Tìm tọa độ điểm  $F$ ?

**Trả lời:**  $F(4;0)$

### Lời giải



a) Ta có:  $\vec{AB} = (-2; -5)$  và  $\vec{AC} = (5; -5)$ .

Vì  $\frac{-2}{5} \neq \frac{-5}{-5}$  nên  $\vec{AB}$  không cùng phương với  $\vec{AC}$

$\Rightarrow$  Ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng  $\Rightarrow$  Ba điểm  $A, B, C$  tạo thành một tam giác.

$$\Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0 - 2 + 5}{3} = 1 \\ y_G = \frac{4 - 1 - 1}{3} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(1; \frac{2}{3}\right)$$

b)  $G$  là trọng tâm

$$GC \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+5}{2} = 3 \\ y_I = \frac{\frac{2}{3} - 1}{2} = -\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(3; -\frac{1}{6}\right)$$

$I$  là trung điểm

$$\vec{CF} = \frac{1}{4} \vec{CA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 5 = \frac{1}{4}(0 - x_F) \\ y_F + 1 = \frac{1}{4}(4 - y_F) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 4 \\ y_F = 0 \end{cases} \Rightarrow F(4;0).$$

**Câu 43.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$ .

Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

$$H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

**Trả lời:**

### Lời giải

Gọi  $H(x; y)$  là trực tâm của  $\Delta ABC$ .

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} (*)$$

Ta có

Ta có  $\overrightarrow{AH} = (x+4; y-1), \overrightarrow{BC} = (0; -6), \overrightarrow{BH} = (x-2; y-4), \overrightarrow{AC} = (6; -3)$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} -6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Nên

$$H\left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

Vậy

**Câu 44.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$ .

Tìm tọa độ điểm  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

$$I\left(\frac{-1}{4}; 1\right)$$

**Trả lời:**

### Lời giải

Giả sử  $I(x; y)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ .

Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $AC$ .

Ta có  $M(2;1)$  và  $N\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ .

Vì  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  nên

$$\begin{cases} IM \perp BC \\ IN \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{IM} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{IN} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6(1-y) = 0 \\ 6(-1-x) - 3\left(-\frac{1}{2}-y\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy  $I\left(\frac{-1}{4}; 1\right)$ .

**Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(0;1), B(1;3), C(2;7)$  và  $D(0;3)$ . Tìm giao điểm của hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$ .

Trả lời:  $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$

### Lời giải

Gọi  $I(x; y)$  là giao điểm  $AC$  và  $BD$

Suy ra  $\vec{AI}, \vec{AC}$  cùng phương và  $\vec{BI}, \vec{BD}$  cùng phương.

Mặt khác,  $\vec{AI} = (x; y-1), \vec{AC} = (2; 6)$  suy ra  $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2(1)$

Và  $\vec{BI} = (x-1; y-3), \vec{BD} = (-1; 0)$  suy ra  $y = 3$ .

Thế vào (1) ta có  $x = \frac{2}{3}$ .

Vậy  $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$  là điểm cần tìm.

**Câu 46.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3;6), B(2;x)$ . Xác định tọa độ điểm  $B$  biết rằng  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 12$ .

**Trả lời:**  $B(2;1)$

### Lời giải

Ta có:  $\vec{OA} = (3; 6), \vec{OB} = (2; x)$

Khi đó:  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 12 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 6x = 12 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy tọa độ điểm  $B$  cần tìm là  $B(2;1)$ .

**Câu 47.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2;0)$  và  $B(0;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$ .

**Trả lời:**  $C_1(0;0), C_2(2;2)$

### Lời giải

Gọi  $C(x; y)$ , khi đó  $\vec{CA} = (2-x; -y), \vec{CB} = (-x; 2-y)$

Điều kiện để tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$  là

$$\begin{cases} CA = CB \\ CA \perp CB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x)^2 + y^2 = x^2 + (2-y)^2 \\ (2-x) \cdot (-x) + (-y)(2-y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm  $C$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $C_1(0;0), C_2(2;2)$ .

**Câu 48.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(0;4), B(-3;0)$  và  $C(10;4)$ . Gọi  $M, N$  là chân các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc  $A$ . Tìm tọa độ  $M$  và  $N$ .

**Trả lời:**  $M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right), N = (-16; -4)$

### Lời giải

Ta có:  $\begin{cases} \vec{AB} = (-3; -4) \Rightarrow AB = 5 \\ \vec{AC} = (10; 0) \Rightarrow AC = 10 \end{cases}$

$$M(x_M; y_M)$$

Gọi

$$\vec{MB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \vec{MC} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_M = -\frac{1}{2}(10 - x_M) \\ 0 - y_M = -\frac{1}{2}(4 - y_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{4}{3} \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Ta có:

$$M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

Suy ra

$$N(x_N; y_N)$$

Gọi

$$\vec{NB} = \frac{AB}{AC} \cdot \vec{NC} = \frac{1}{2} \cdot \vec{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_N = \frac{1}{2}(10 - x_N) \\ 0 - y_N = \frac{1}{2}(4 - y_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -16 \\ y_N = -4 \end{cases}$$

Ta có

$$N = (-16; -4)$$

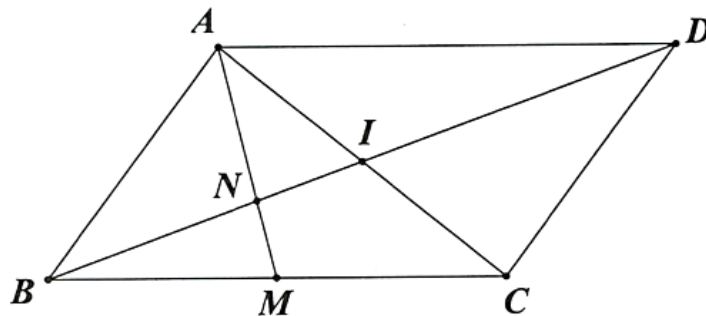
Suy ra

**Câu 49.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(3; 4), C(8; 1)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC, N$  là giao điểm của  $BD$  và  $AM$ . Xác định các đỉnh còn lại của hình

bình hành  $ABCD$ , biết  $N\left(\frac{13}{3}; 2\right)$ .

**Trả lời:**  $B(2; 1), D(9; 4)$

### Lời giải



Vì  $I$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$

Nên  $I$  là trung điểm của  $AC$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2} \\ y_I = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

Xét tam giác  $ABC$  thì  $Bi, AM$  là hai đường trung tuyến nên  $N$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

$$\begin{cases} \frac{13}{3} = \frac{3+x_B+8}{3} \\ 2 = \frac{4+y_B+1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 1 \end{cases} \Rightarrow B(2;1)$$

Do đó

Gọi  $D(x_D; y_D)$

Do  $I$  trung điểm của  $BD$  nên  $D(9;4)$

$$BD \Rightarrow \begin{cases} 2+x_D = 11 \\ 1+y_D = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 9 \\ y_D = 4 \end{cases}$$

Vậy  $B(2;1), D(9;4)$

**Câu 50.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;3), B(-3;1), C(5;-6)$ .

Tìm tọa độ điểm  $P$  cố định và hằng số  $k$  để hệ thức sau thỏa mãn với mọi điểm  $M$ :

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{MP}$$

Trả lời:  $k=4$

### Lời giải

Gọi  $I$  là điểm sao cho  $\overline{IA} + \overline{IB} + 2\overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow I(2; -2)$

$$\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC} = k\overline{MP} \Leftrightarrow 4\overline{MI} = k\overline{MP} \quad (1)$$

Ta có:

Do hệ thức đã cho đúng với mọi  $M$ , nên (1) cũng đúng với mọi  $M$ .

Do đó (1) cũng đúng khi  $M \equiv P$ , khi đó:  $\overrightarrow{4PI} = k\overrightarrow{PP} \Rightarrow P \equiv I \Rightarrow P(2; -2)$

Từ đó suy ra  $(1) \Leftrightarrow \overrightarrow{4MI} = k\overrightarrow{MI} \Rightarrow k = 4$

**Câu 51.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 3), B(-3; 1), C(5; -6)$ .

Tìm tọa độ điểm  $E$  trên  $Ox$  sao cho  $EA + EB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:  $E(-2; 0)$

### Lời giải

Gọi  $E(e; 0)$ .

Ta có:  $A, B$  nằm cùng phía với  $Ox$ .

Gọi  $B'(-3; -1)$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $Ox$ .

Khi đó:  $EA + EB = EA + EB'$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $A, E, B'$  thẳng hàng.

$$\frac{AE}{EB} = 3 \Rightarrow \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{cases} e - 1 = -9 - 3e \\ 3 = 3 \end{cases}$$

Suy ra

$$\Rightarrow e = -2 \Rightarrow E(-2; 0)$$

**Câu 52.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 3), B(-3; 1), C(5; -6)$ .

Tìm tọa độ điểm  $F$  trên  $Oy$  sao cho  $|\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Trả lời:  $F(0; 9)$

### Lời giải

Gọi  $J$  là điểm sao cho  $\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JB} - 2\overrightarrow{JC} = 0 \Rightarrow J(-9; 9)$

Suy ra  $\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC} = 2\overrightarrow{FJ} \Rightarrow |\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC}| = 2FJ$

Nên  $|FA + 3FB - 2FC|$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $FJ$  nhỏ nhất.

Khi đó  $F$  là hình chiếu của  $J$  trên  $Oy$ .

Vậy  $F(0; 9)$ .

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>