ĐỀ VDC SỐ 18 Bài tập tiệm cận của đồ thị hàm số

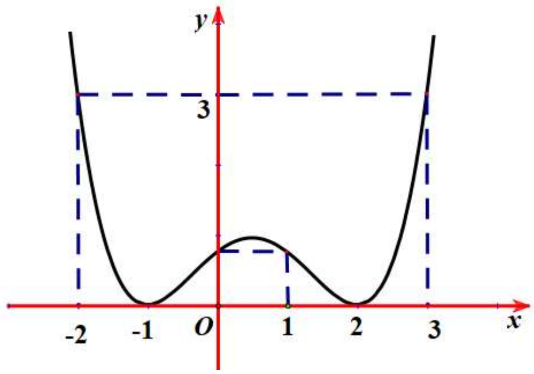
Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)\text{x}-\text{m}}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039. **B.** 4040. **C.** 4038. **D.** 4037.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{20+\sqrt{6x-x^2}}{\sqrt{x^2-8x+2m}}$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng

A. $m\in[6;8)$. **B.** $m\in(6;8)$. **C.** $m\in[12;16)$. **D.** $m\in(0;16)$.

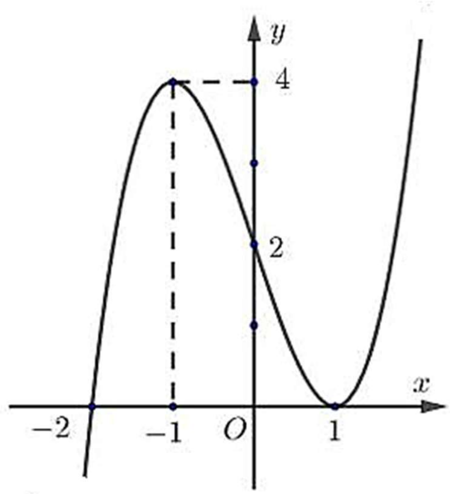
Câu 3: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x^2-4)^4(x-3)(x^3+1)}{f(f(x)-1)}$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

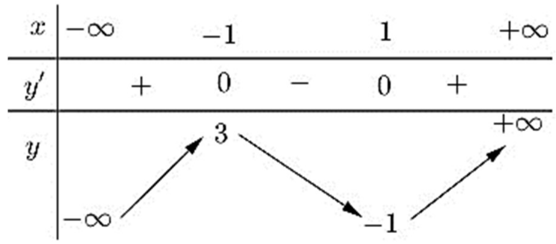
Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ như hình vẽ dưới đây:



Đồ thị của hàm số $g(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{3f^2(x)-6f(x)}$ có bao nhiêu đường tiện cận đứng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

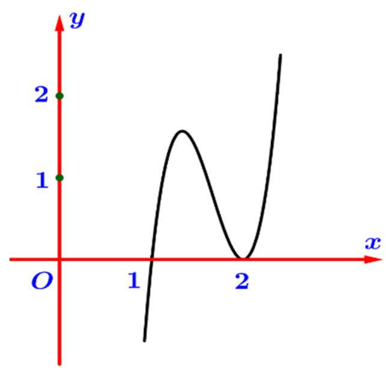
Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.



Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{\left|f\left(x\right)\right|-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang

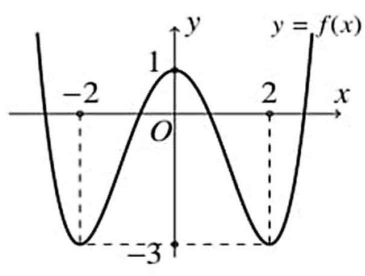
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x\left[f^2\left(x\right)-f\left(x\right)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 7: Cho hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-4\right)\left(x^2+2x\right)}{\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)-3}$ có tổng cộng bao nhiêu tiệm cận đứng?



A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 8: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x+1}+ax+b}{\left(x-5\right)^2}$ không có tiệm cận đứng. Tính a^2+b^3

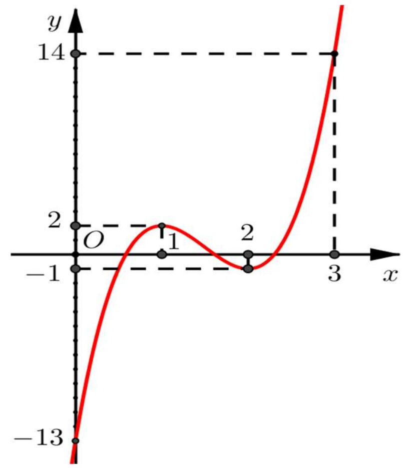
A. $\dfrac{-4841}{152}$. **B.** $\dfrac{-4814}{152}$. **C.** $\dfrac{4841}{152}$. **D.** $\dfrac{4814}{152}$.

Câu 9: Biết rằng tích phân $I=\int_{\frac{1}{3}}^{3}\left(1+x+\frac{4}{x^2}\right).e^{x-\frac{2}{x^2}}dx=3.e^{\frac{a}{b}}-\frac{1}{3}e^{\frac{-c}{d}}$, trong đó các phân số $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ tối giản.

Hãy xác định phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$.

A. $y=\frac{25}{3}$. **B.** $y=\frac{25}{53}$. **C.** $y=\frac{25}{9}$. **D.** $y=3$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\frac{2020}{f\left(f\left(x\right)+1\right)-m}$ có 4 đường tiệm cận bằng

A. 15. **B.** 1. **C.** 13. **D.** 11.

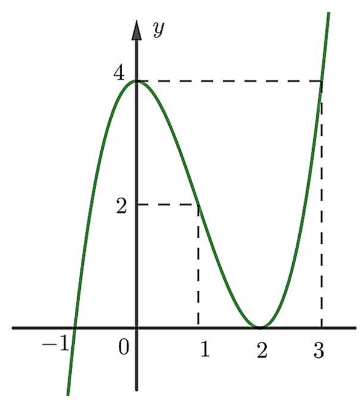
Câu 11: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{\sqrt{6x-3}+mx-2m-3}{3x^3-14x^2+20x-8}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 12: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số: $f\left(x\right)=\frac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln\left(x+1\right)}{x^3-x}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau



Gọi M,m lần lượt là số tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-2x-3\right).\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^4-17x^2+16}}{\left|f\left(x\right)-2\right|.\left(2x^2-3x\right)}$. Khi đó mệnh đề nào đúng?

A. $2M=3m$. **B.** $M=3m$. **C.** $M=2m$. **D.** $M=m$.

Câu 14: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2x-3)\sqrt{x^2+2x-8}}{\left(|x+2|-1\right).\left(\sqrt{4x^2+x+4}+2x\right)}$ có tổng số đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2\sqrt{x+2}}{x\left(x-2\right)^2} & khi \quad x>2\\ \sqrt{4x^2+x+1}+2x & khi \quad x\le 2\end{cases}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 16: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{4x^3-20x^2+\left(m+24\right)x-2m}{20x^2+14x+9-\left(14x+11\right)\sqrt{2x^2+1}}$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m để $\left(C\right)$ có đúng một tiệm cận đứng. Tổng các giá trị trong S là

A. -1. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -7.

Câu 17: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng hai đường tiệm cận ngang $y=-5,y=1$. Tìm giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có đúng một đường tiệm cận ngang.

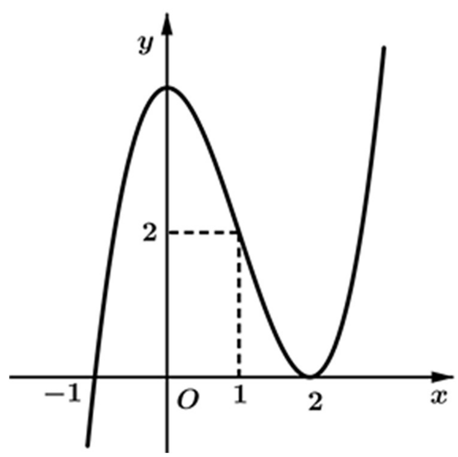
A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 18: Cho hàm số $f\left(x\right)=x.\left(\sqrt[3]{ax^3+bx^2-1}-2\sqrt{x^2-x+1}\right)$. Biết rằng đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang bằng $y=\dfrac{5}{4}$. Giá trị $a+b$ **thuộc** khoảng nào trong các khoảng sau?

.

A. $\left(-5;-3\right)$. **B.** $\left(-3;0\right)$. **C.** $\left(0;3\right)$. **D.** $\left(3;5\right)$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau đây:



Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}(x-2)}{f^2(x)-2f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2 **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

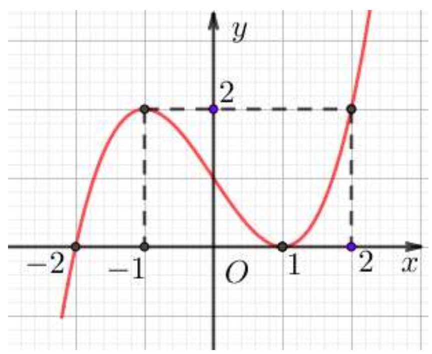
Câu 20: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+4}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $m<2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\\ m\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.$.

Câu 21: Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+m^2-2m-6}$ có đúng hai đường tiệm cận. Số phần tử của S là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

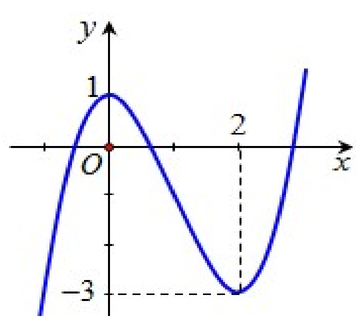
Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Gọi S là tập các giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019;2020)$ để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x+1)\sqrt{f(x)}}{(f(x)-2)(x^2-2mx+m+2)}$ có 5 đường tiệm cận (tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang). Số phần tử của tập S là

A. 2016. **B.** 4034. **C.** 4036. **D.** 2017.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{1-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.C	5.B	6.C	7.D	8.A	9.B	10.D
11.B	12.C	13.C	14.A	15.C	16.C	17.C	18.D	19.	20.
21.	22.	23.							

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = 0$, suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng 3 đường tiệm cận đứng, hay khi $x^3-3mx^2+(2m^2+1)\text{x}-\text{m}=0\,(1)$ có 3 nghiệm phân biệt khác 3.

Ta có $x^3-3mx^2+(2m^2+1)\text{x}-\text{m}=0 \Leftrightarrow (x-m)(x^2-2mx+1)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ f(x)=x^2-2mx+1=0\,(2) \end{array}\right.$$

Để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 3 khi phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 3 và m khi $\begin{cases} \Delta'>0 \\ f(3)\neq 0 \\ f(m)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1>0 \\ 3^2-6m+1\neq 0 \\ m^2-2m^2+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m\neq \dfrac{5}{3} \\ m\neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$.

Vì m là số nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ nên có 4038 giá trị của tham số m.

Câu 2: Chọn B

Ta có tập xác định của hàm số phải thỏa mãn $6x-x^2\geq 0 \Leftrightarrow 0\leq x\leq 6$.

Điều kiện để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là phương trình $x^2-8x+2m=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $0<x_1<x_2<6$.

Ta có: $x^2-8x=-2m$. Đặt $f(x)=x^2-8x$.

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ trên đoạn $[0;6]$.

x	0	4	6
$f(x)$	0 ↘	-16 ↗	-12

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -16<-2m<-12 \Leftrightarrow 6<m<8$.

Câu 3: Chọn A

Hàm số bậc bốn có dạng $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\,(a\neq 0)$. Ta có: $y'=4ax^3+3bx^2+2cx+d$.

Từ đồ thị trong hình vẽ đã cho ta thấy: Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $(-1;0),(x_0;y_0),(2;0)$ với $0<x_0<1;y_0>0$. Ngoài ra đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-2;3),(3;3)$.

Từ đó ta có: $\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y'(2)=0 \\ y(-1)=0 \\ y(2)=0 \\ y(-2)=3 \\ y(3)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+3b-2c+d=0 \\ 32a+12b+4c+d=0 \\ a-b+c-d+e=0 \\ 16a+8b+4c+2d+e=0 \\ 16a-8b+4c-2d+e=3 \\ 81a+27b+9c+3d+e=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \\ d=4 \\ e=4 \end{cases}$.

Suy ra bậc bốn $y=f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4$.

Ta có: $f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4=(x+1)^2(x-2)^2$.

Từ đó ta có hàm số $y=\dfrac{(x^2-4)^4(x-3)(x^3+1)}{f(f(x)-1)} \Leftrightarrow y=\dfrac{(x^2-4)^4(x-3)(x^3+1)}{f\left((x+1)^2(x-2)^2-1\right)}$

$$\Leftrightarrow y=\frac{(x-2)^4(x+2)^4(x-3)(x+1)(x^2-x+1)}{\left((x+1)^2(x-2)^2\right)^2\left((x+1)^2(x-2)^2-3\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{(x-2)^4(x+2)^4(x-3)(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)^4(x-2)^4\left((x+1)^2(x-2)^2-3\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow y=g(x)=\frac{(x-2)^4(x+2)^4(x-3)(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)^4(x-2)^4\left(x^2-x-2-\sqrt{3}\right)^2\left(x^2-x-2+\sqrt{3}\right)^2}.$$

Xét $(x+1)^4(x-2)^4\left(x^2-x-2-\sqrt{3}\right)^2\left(x^2-x-2+\sqrt{3}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=\dfrac{1+\sqrt{9+4\sqrt{3}}}{2}=x_1 \\ x=\dfrac{1-\sqrt{9+4\sqrt{3}}}{2}=x_2 \\ x=\dfrac{1+\sqrt{9-4\sqrt{3}}}{2}=x_3 \\ x=\dfrac{1-\sqrt{9-4\sqrt{3}}}{2}=x_4 \end{array}\right.$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-1} g(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to2} g(x)=\dfrac{-256}{81}$; $\lim\limits_{x\to x_1} g(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to x_2} g(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to x_3} g(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to x_4} g(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$.

Suy ra đồ thị hàm số có 5 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Câu 4: Chọn C

Xét phương trình $3f^2(x)-6f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=2 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta suy ra:

Phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$, với $x=-2$ là nghiệm đơn và $x=1$ là nghiệm kép.

Suy ra: $f(x)=a(x+2)(x-1)^2,(a\neq 0)$.

Phương trình $f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=m(-2<m<-1) \\ x=n(n>1) \end{array}\right.$, các nghiệm đều là nghiệm đơn.

Suy ra $f(x)-2=ax(x-m)(x-n),(a\neq 0)$.

Khi đó: $g(x)=\dfrac{(x-1)(3x+2)}{3f(x)\left[f(x)-2\right]}=\dfrac{(x-1)(3x+2)}{3a^2(x+2)(x-1)^2x(x-m)(x-n)}$

$=\dfrac{(3x+2)}{3a^2x(x+2)(x-1)(x-m)(x-n)},(a\neq 0)$

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 đường tiệm cận đứng

Cách 2: Chọn hàm số $f(x)$. Ta có $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

Đồ thị hàm số qua 4 điểm $A(-2;0),B(-1;4),C(0;2),D(1;0)$.

suy ra $\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=2 \end{cases}$ hay $f(x)=x^3-3x+2$

◆ Khi đó:

$g(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{3f^2(x)-6f(x)}=\dfrac{3x^2-x-2}{3f(x)(f(x)-2)}=\dfrac{3x^2-x-2}{3(x^3-3x+2)(x^3-3x)}$

$=\dfrac{(x-1)(3x+2)}{3(x+2)(x-1)^2x(x^2-3)}$

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 5 đường tiệm cận đứng

Câu 5: Chọn B

Hàm số $g(x)$ xác định khi $\begin{cases} x\geq -\dfrac{5}{4} \\ f(x)\neq \pm 1 \end{cases}$

Ta có $y=f(x)$ là hàm bậc ba và dựa vào bảng biến thiên ta có $y'=a(x^2-1)$

$\Rightarrow y=\dfrac{a}{3}x^3-ax+b$.

$$\begin{cases} y(-1)=3 \\ y(1)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{a}{3}+a+b=3 \\ \dfrac{a}{3}-a+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow y=x^3-3x+1$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{\left|x^3-3x+1\right|-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{7}{x^3}-3\sqrt{\dfrac{4}{x^5}+\dfrac{5}{x^6}}}{\left|1-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}\right|-\dfrac{1}{x^3}}=0$$

$\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$g(x)=\frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{\left|f(x)\right|-1}=\frac{\left(4x^2-8x+4\right)\left(\left|f(x)\right|+1\right)}{\left(f^2(x)-1\right)\left(2x+7+3\sqrt{4x+5}\right)}$$

$$=\frac{4(x-1)^2\left(\left|f(x)\right|+1\right)}{\left(f(x)-1\right)\left(f(x)+1\right)\left(2x+7+3\sqrt{4x+5}\right)}$$

$$=\frac{4(x-1)^2\left(\left|f(x)\right|+1\right)}{x\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)(x+2)(x-1)^2\left(2x+7+3\sqrt{4x+5}\right)}$$

$$=\frac{4\left(\left|f(x)\right|+1\right)}{x\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)(x+2)\left(2x+7+3\sqrt{4x+5}\right)}$$

$$x\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)(x+2)\left(2x+7+3\sqrt{4x+5}\right)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \end{array}\right. \text{ (vì } x\geq -\frac{5}{4}$$

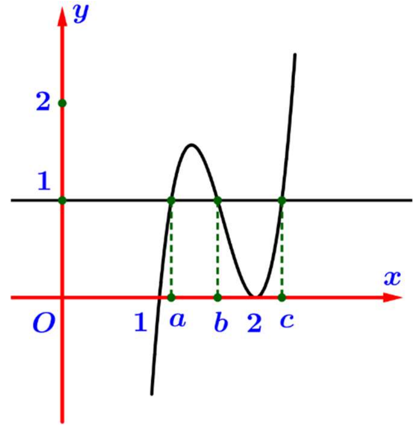
$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=+\infty \end{cases} \Rightarrow x=0 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to \sqrt{3}^+} g(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to \sqrt{3}^-} g(x)=-\infty \end{cases} \Rightarrow x=\sqrt{3} \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

Vậy đồ thị hàm số có tiện cận ngang là $y=0$ và tiệm cận đứng là $y=\sqrt{3}$

Câu 6: **Chọn C**

Điều kiện xác định của hàm số $g(x)$ là $x\geq 1$.



Xét phương trình $x\left[f^2(x)-f(x)\right]=0 \Leftrightarrow x.f(x).\left[f(x)-1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

Xét phương trình $f(x)=0$ có nghiệm kép $x=2$ và nghiệm đơn $x=1$.

Xét phương trình $f(x)=1$ có ba nghiệm đơn $\left[\begin{array}{l} x=a,\ 1<a<2 \\ x=b,\ 1<b<2,\ b\neq a \\ x=c,\ c>2 \end{array}\right.$. Ta thấy $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \end{cases}$

Nên không mất tính tổng quát, ta có

+ $f(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)^2=0$

+ $f(x)=1 \Leftrightarrow (x-a)(x-b)(x-c)=0$

Do đó:

$$g(x)=\frac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}=\frac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}$$

Khi đó

+ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to0^+} g(x) \\ \lim\limits_{x\to0^-} g(x) \end{cases}$ không tồn tại giới hạn $\Rightarrow x=0$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$

+ $\lim\limits_{x\to1^+} g(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=+\infty$.

$\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

+ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=+\infty \end{cases}$

$\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

+ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to a^+} g(x)=\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to a^-} g(x)=\lim\limits_{x\to a^-}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=+\infty \end{cases}$

$\Rightarrow x=a$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

+ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to b^+} g(x)=\lim\limits_{x\to b^+}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=+\infty \\ \lim\limits_{x\to b^-} g(x)=\lim\limits_{x\to b^-}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=-\infty \end{cases}$

$\Rightarrow x=b$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$+\begin{cases}\lim\limits_{x\to c^+} g(x)=\lim\limits_{x\to c^+}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to c^-} g(x)=\lim\limits_{x\to c^-}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=-\infty\end{cases}$$

$\Rightarrow$ $x=c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$+\ \lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-3x+2\sqrt{x-1}}{x(x-1)(x-2)^2(x-a)(x-b)(x-c)}=0$.

$\Rightarrow$ $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 6 đường tiệm cận.

Câu 7: Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{(x^2-4)(x^2+2x)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}=\dfrac{(x-2)(x+2)x(x+2)}{[f(x)]^2+2f(x)-3}=\dfrac{(x-2)(x+2)^2x}{[f(x)]^2+2f(x)-3}$.

Xét $[f(x)]^2+2f(x)-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=1\\f(x)=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m,\ m<-2\\x=0\\x=n,\ n>2\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta thấy các nghiệm $x=0;\ x=\pm2$ là các nghiệm kép (nghiệm bội 2).

Do đó đa thức $[f(x)]^2+2f(x)-3$ có bậc là 8.

Suy ra $y=\dfrac{(x-2)(x+2)^2x}{a^2x^2(x+2)^2(x-2)^2(x-m)(x-n)}=\dfrac{1}{a^2x(x-2)(x-m)(x-n)}$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng là $x=0,\ x=2,\ x=m,\ x=n$.

Câu 8: Chọn A

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{3x+1}+ax+b$ có $f'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}+a$

Để hàm số không có tiệm cận đứng: $f(x)=(x-5)^2.g(x)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f(5)=0\\f'(5)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{3.5+1}+a.5+b=0\\ \dfrac{3}{2\sqrt{3.5+1}}+a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5a+b=-4\\a=\dfrac{-3}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{-17}{8}\\a=\dfrac{-3}{8}\end{cases}$$

Nên $a^2+b^3=\left(\dfrac{-1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{-3}{2}\right)^3=\dfrac{-4814}{152}$

Câu 9: Chọn B

Ta có $I=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}e^{x-\frac{2}{x^2}}dx+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\left(x+\dfrac{4}{x^2}\right).e^{x-\frac{2}{x^2}}dx=I_1+I_2$, với $I_1=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}e^{x-\frac{2}{x^2}}dx$; $I_2=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\left(x+\dfrac{4}{x^2}\right).e^{x-\frac{2}{x^2}}dx$.

Tính $I_1 = \int\limits_{\frac{1}{3}}^{3} \mathrm{e}^{x-\frac{2}{x^2}}\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u = e^{x-\frac{2}{x^2}} \\ \mathrm{d}v = \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \left(1+\dfrac{4}{x^3}\right)e^{x-\frac{2}{x^2}}\mathrm{d}x \\ v = x \end{cases}$.

Ta có $I_1 = x.e^{x-\frac{2}{x^2}}\Big|_{\frac{1}{3}}^{3} - \int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\left(x+\dfrac{4}{x^2}\right).e^{x-\frac{2}{x^2}}\mathrm{d}x = 3e^{\frac{25}{9}} - \dfrac{1}{3}e^{\frac{-53}{3}} - I_2$.

Do vậy $I = I_1 + I_2 = 3e^{\frac{25}{9}} - \dfrac{1}{3}e^{\frac{-53}{3}}$.

Ta có $a = 25; b = 9; c = 53; d = 3$. Suy ra hàm số $y = \dfrac{25x+9}{53x+3}$.

Khi đó đồ thị hàm số $y = \dfrac{25x+9}{53x+3}$ có phương trình đường tiệm cận ngang $y = \dfrac{25}{53}$.

Câu 10: Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số $g(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Để đồ thị hàm số $g(x)$ có 4 đường tiệm cận thì phương trình $f\left(f(x)+1\right) - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Đặt $h(x) = f\left(f(x)+1\right)$. Khi đó, $h'(x) = f'(x).f'\left(f(x)+1\right)$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'\left(f(x)+1\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x)+1 = 1 \\ f(x)+1 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in \{1,2\} \\ x \in \{x_1; x_2; x_3\} \\ x \in \{x_4; x_5; x_6\} \end{array}\right..$$

$\left(x_1 < x_4 < 1 < x_5 < x_2 < 2 < x_3 < x_6\right)$

Ta có $h(x_1) = h(x_2) = h(x_3) = f\left(f(x_1)+1\right) = 2$;

$h(x_4) = h(x_5) = h(x_6) = f\left(f(x_4)+1\right) = -1$; $h(1) = f\left(f(1)+1\right) = 14$; $h(2) = f\left(f(2)+1\right) = -13$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_4		1		x_5		x_2		2		x_3		x_6		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$h(x)$		↗	2	↘	−1	↗	14	↘	−1	↗	2	↘	−13	↗	2	↘	−1	↗	

Căn cứ vào bảng biến thiên để phương trình $f\left(f(x)+1\right) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì: $\left[\begin{array}{l} 2 < m < 14 \\ -13 < m < -1 \end{array}\right.$.

Câu 11: Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ x \neq 2 \\ x \neq \dfrac{2}{3} \end{cases}$. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{6x-3}+mx-2m-3}{3x^3-14x^2+20x-8} = 0$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Ta có $y=f(x)=\dfrac{\sqrt{6x-3}+mx-2m-3}{(x-2)^2(3x-2)}$.

Yêu cầu bài toán trở thành, tìm m để đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng $x=2$ hoặc $x=\dfrac{2}{3}$.

Nếu $\sqrt{6x-3}+mx-2m-3$ nhận $x=\dfrac{2}{3}$ là nghiệm thì $m=-\dfrac{3}{2}$. Khi đó

$$\lim_{x\to\frac{2}{3}}\frac{\sqrt{6x-3}-\frac{3}{2}x}{(x-2)^2(3x-2)}=\lim_{x\to\frac{2}{3}}\frac{-3}{4(x-2)\left(\sqrt{6x-3}+\frac{3}{2}x\right)}=\frac{9}{32}$$

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{\sqrt{6x-3}-\frac{3}{2}x}{(x-2)^2(3x-2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{-3}{4(x-2)\left(\sqrt{6x-3}+\frac{3}{2}x\right)}=-\infty.$$

Suy ra $x=2$ là đường tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số.

Nếu $\sqrt{6x-3}+mx-2m-3=(x-2)\left(\dfrac{6}{\sqrt{6x-3}+3}+m\right)$ nhận $x=2$ là nghiệm kép thì $m=-1$.

Khi đó $\displaystyle\lim_{x\to\left(\frac{2}{3}\right)^+}\frac{\sqrt{6x-3}-x-1}{(x-2)^2(3x-2)}=\lim_{x\to\left(\frac{2}{3}\right)^+}\frac{-1}{(3x-2)\left(\sqrt{6x-3}+x+1\right)}=-\infty$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{6x-3}-x-1}{(x-2)^2(3x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{-1}{(3x-2)\left(\sqrt{6x-3}+x+1\right)}=-\frac{1}{24}$$

Suy ra $x=\dfrac{2}{3}$ là đường tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số.

Vậy có hai giá trị của $m\in\left\{-1;-\dfrac{3}{2}\right\}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 12: Chọn C

Tập xác định: $D=(-1;+\infty)\setminus\{0;1\}$.

Ta có :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln(x+1)}{x^3-x}=0.$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln(x+1)}{x^3-x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt[3]{9-x^2}-2}{x^2-1}.\frac{\ln(x+1)}{x}=2-\sqrt[3]{9}.$$

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln(x+1)}{x^3-x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt[3]{9-x^2}-2}{x^2-1}.\frac{\ln(x+1)}{x}=2-\sqrt[3]{9}$$

$$\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln(x+1)}{x^3-x}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\left(1-x^2\right)\ln(x+1)}{\left(x^2-1\right)x\left(\sqrt[3]{\left(9-x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{9-x^2}+4\right)}$$

$$=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{-\ln(x+1)}{x\left(\sqrt[3]{\left(9-x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{9-x^2}+4\right)}=-\infty.$$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln(x+1)}{x^3-x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\left(1-x^2\right)\ln(x+1)}{\left(x^2-1\right)x\left(\sqrt[3]{\left(9-x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{9-x^2}+4\right)}$$

$$=\lim_{x\to1^+}\frac{-\ln(x+1)}{x\left(\sqrt[3]{\left(9-x^2\right)^2}+2\sqrt[3]{9-x^2}+4\right)}=\frac{1}{12}\ln2.$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\left(\sqrt[3]{9-x^2}-2\right)\ln(x+1)}{x^3-x}=\dfrac{1}{12}\ln2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận $y=0$ và $x=-1$.

Câu 13: ChọnC

Từ giả thiết, ta có $f(x)=x^3-3x^2+4$.

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{\left(x^2-2x-3\right).\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^4-17x^2+16}}{\left|x^3-3x^2+2\right|.\left(2x^2-3x\right)}$.

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-x\ge0\\x^4-17x^2+16\ge0\\\left|x^3-3x^2+2\right|.\left(2x^2-3x\right)\ne0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le-4\\-1\le x\ne1-\sqrt{3}<0\\x\ge4\end{array}\right.$.

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right).\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}.\sqrt{1-\dfrac{17}{x^2}+\dfrac{16}{x^4}}}{\left(1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}\right).\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}=\dfrac{1}{2}\\[2ex]\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right).\left(-\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}\right).\sqrt{1-\dfrac{17}{x^2}+\dfrac{16}{x^4}}}{-\left(1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^3}\right).\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow$ đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của (C).

$$\lim_{x\to0^-}g(x)=\lim_{x\to0^-}\frac{\left(x^2-2x-3\right).\sqrt{1-x}.\sqrt{x^4-17x^2+16}}{\left(x^3-3x^2+2\right).\left(-\sqrt{x}\right).(2x-3)}=-\infty$$

$\Rightarrow$ đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của (C).

$$\lim_{x\to(1-\sqrt{3})^-} g(x)=\lim_{x\to(1-\sqrt{3})^-}\frac{(x^2-2x-3).\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^4-17x^2+16}}{|x^3-3x^2+2|.(2x^2-3x)}=-\infty$$

$\Rightarrow$ đường thẳng $x=1-\sqrt{3}$ là tiệm cận đứng của (C). Vậy $M=2;m=1$ nên $M=2m$.

Câu 14: Chọn A

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{(2x-3)\sqrt{x^2+2x-8}}{(|x+2|-1).(\sqrt{4x^2+x+4}+2x)}$.

Ta có $(|x+2|-1).(\sqrt{4x^2+x+4}+2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|x+2|=1\\ \sqrt{4x^2+x+4}=-2x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+2=\pm1\\ \begin{cases}x\le 0\\ x+4=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-3\\ x=-4\end{array}\right.$.

Suy ra tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là: $D=(-\infty;-4)\cup[2;+\infty)$.

+) $\displaystyle\lim_{x\to(-4)^-} y=\lim_{x\to(-4)^-}\frac{(2x-3)\sqrt{x^2+2x-8}}{(|x+2|-1).(\sqrt{4x^2+x+4}+2x)}$

$$=\lim_{x\to(-4)^-}\frac{(2x-3)\sqrt{(-x+2)(-x-4)}\left(\sqrt{4x^2+x+4}-2x\right)}{(-x-3).(x+4)}$$

$$=\lim_{x\to(-4)^-}\frac{(2x-3)\sqrt{-x+2}\left(\sqrt{4x^2+x+4}-2x\right)}{(x+3).\sqrt{-x-4}}=+\infty$$

Suy ra đường thẳng $x=-4$ là tiệm cận đứng của (C).

+) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x-3)\sqrt{x^2+2x-8}}{(x+1).(\sqrt{4x^2+x+4}+2x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(2-\frac{3}{x}\right)\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{8}{x^2}}}{\left(1+\frac{1}{x}\right).\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}+2\right)}=\frac{1}{2}$.

+) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{(2x-3)\sqrt{x^2+2x-8}}{(-x-3).(\sqrt{4x^2+x+4}+2x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{(2x-3)\sqrt{x^2+2x-8}\left(\sqrt{4x^2+x+4}-2x\right)}{(-x-3)(x+4)}$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left[(2x-3).\frac{\left(-\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{8}{x^2}}\right)\left(-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}}-2\right)}{\left(-1-\frac{3}{x}\right)\left(1+\frac{4}{x}\right)}\right]=+\infty.$$

Suy ra đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của (C).

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 15: Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2\sqrt{x+2}}{x(x-2)^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-2\sqrt{\dfrac{1}{x^5}+\dfrac{2}{x^6}}}{\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^2}=0$.

Suy ra (C) nhận đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang.

$$\lim_{x\to-\infty}y=\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+x+1}+2x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+x+1}-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{4+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-2}=-\frac{1}{4}.$$

Suy ra (C) nhận đường thẳng $y=-\dfrac{1}{4}$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x\to2^+}y=\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-2\sqrt{x+2}}{x(x-2)^2}=\lim_{x\to2^+}\frac{x^4-4(x+2)}{x(x-2)^2\left(x^2+2\sqrt{x+2}\right)}=\lim_{x\to2^+}\frac{x^3+2x^2+4x+4}{x(x-2)\left(x^2+2\sqrt{x+2}\right)}=+\infty.$$

Suy ra (C) nhận đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 16: Chọn C

Ta có $20x^2+14x+9+(14x+11)\sqrt{2x^2+1}=0\ (1)$

$$\Leftrightarrow 350x^2+245x+\frac{315}{2}+\frac{35}{2}(14x+11)\sqrt{2x^2+1}=0$$

$$\Leftrightarrow\left(14x+\frac{35}{4}\right)^2+2\left(14x+\frac{35}{4}\right).\frac{35}{4}\sqrt{2x^2+1}+\frac{1225}{16}\left(2x^2+1\right)+\frac{7}{8}x^2+\frac{315}{8}\sqrt{2x^2+1}+\frac{35}{8}=0$$

$$\Leftrightarrow\left(14x+\frac{35}{4}+\frac{35}{4}\sqrt{2x^2+1}\right)^2+\frac{7}{8}x^2+\frac{315}{8}\sqrt{2x^2+1}+\frac{35}{8}=0\ (2).$$

Nhận thấy phương trình (2) vô nghiệm nên phương trình (1) vô nghiệm.

Do đó $20x^2+14x+9-(14x+11)\sqrt{2x^2+1}=\dfrac{\left(20x^2+14x+9\right)^2-(14x+11)^2\left(2x^2+1\right)}{20x^2+14x+9+(14x+11)\sqrt{2x^2+1}}$

$$=\frac{8x^4-56x^3+118x^2-5x-40}{20x^2+14x+9+(14x+11)\sqrt{2x^2+1}}=\frac{2(x-2)^2\left(4x^2-12x-5\right)}{20x^2+14x+9+(14x+11)\sqrt{2x^2+1}}.$$

Khi đó hàm số $y=f(x)=\dfrac{(x-2)\left(4x^2-12x+m\right)}{2(x-2)^2\left(4x^2-12x-5\right)}.\left[20x^2+14x+9+(14x+11)\sqrt{2x^2+1}\right]$

$$\Leftrightarrow y=\frac{4x^2-12x+m}{2(x-2)\left(4x^2-12x-5\right)}.\left[20x^2+14x+9+(14x+11)\sqrt{2x^2+1}\right].$$

Hàm số $y=f(x)$ có TXĐ là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{2;\dfrac{3\pm\sqrt{14}}{2}\right\}$.

Dễ thấy để đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 tiệm cận đứng thì phương trình $4x^2-12x+m=0\ (1)$ phải có đúng hai trong ba nghiệm $2;\dfrac{3\pm\sqrt{14}}{2}$.

Nếu (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì $x_1 + x_2 = 3 \in \mathbb{Q}$. Do đó, (1) phải có hai nghiệm là $\dfrac{3 \pm \sqrt{14}}{2}$, suy ra $m = -5$. Do đó $S = \{-5\}$.

Vậy tổng các giá trị trong S là -5.

Câu 17: Chọn C

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang $y = -5, y = 1$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ có hai đường tiệm cận ngang $y = -5 + m, y = 1 + m$

Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ có đúng một đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi hai đường thẳng $y = -5 + m, y = 1 + m$ đối xứng qua trục Ox

$\Leftrightarrow -5 + m + 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 18: Chọn D

Trường hợp 1: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{5}{4} \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left[x.\left(\sqrt[3]{ax^3 + bx^2 - 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1}\right)\right] = \dfrac{5}{4}$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} x^2.\left(\sqrt[3]{a + \frac{b}{x} - 1} - 2\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}\right) = \frac{5}{4}$$

Suy ra $\sqrt[3]{a} - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 8$. Thay lại ta được

$$\lim_{x\to+\infty}\left[x.\left(\sqrt[3]{8x^3 + bx^2 - 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1}\right)\right] = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty}\left[x.\left(\sqrt[3]{8x^3 + bx^2 - 1} - (2x-1) + (2x-1) - \sqrt{4x^2 - 4x + 4}\right)\right] = \frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(b+12)x^3 - 6x^2}{\left(\sqrt[3]{8x^3 + bx^2 - 1}\right)^2 + (2x-1)\sqrt[3]{8x^3 + bx^2 - 1} + (2x-1)^2} + \frac{-3x}{(2x-1) + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}}\right) = \frac{5}{4}$$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-3x}{(2x-1) + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}}\right) = \dfrac{-3}{4}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{5}{4}$ nên

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{(b+12)x^3 - 6x^2}{\left(\sqrt[3]{8x^3 + bx^2 - 1}\right)^2 + (2x-1)\sqrt[3]{8x^3 + bx^2 - 1} + (2x-1)^2}\right)$$ phải hữu han.

Do đó $(b + 12) = 0 \Rightarrow b = -12$ thay lại ta được

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-6x^2}{\left(\sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 - 1}\right)^2 + (2x-1)\sqrt[3]{8x^3 - 12x^2 - 1} + (2x-1)^2}\right) = \frac{-1}{2}$$

Thay lai được $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\dfrac{5}{4}$ không thỏa mãn

Trường hợp 2: Xét $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dfrac{5}{4} \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\left[x.\left(\sqrt[3]{ax^3 + bx^2 - 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1}\right)\right] = \dfrac{5}{4}$

$$\Rightarrow \lim_{x\to-\infty} x^2.\left(\sqrt[3]{a + \frac{b}{x} - 1} + 2\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}\right) = \frac{5}{4}$$

Suy ra $\sqrt[3]{a}+2=0 \Leftrightarrow a=-8$.

Thay lại ta được

$$\lim_{x\to-\infty}\left[x.\left(\sqrt[3]{-8x^3+bx^2-1}-2\sqrt{x^2-x+1}\right)\right]=\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to-\infty} x.\left[\left(\sqrt[3]{-8x^3+bx^2-1}+(2x-1)-(2x-1)-\sqrt{4x^2-4x+4}\right)\right]=\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{(b-12)x^3+6x^2}{\left(\sqrt[3]{-8x^3+bx^2-1}\right)^2-(2x-1)\sqrt[3]{-8x^3+bx^2-1}+(2x-1)^2}-\frac{-3x}{(2x-1)-\sqrt{4x^2-4x+4}}\right)=\frac{5}{4}$$

Do $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-3x}{(2x-1)-\sqrt{4x^2-4x+4}}\right)=-\frac{3}{4}$ và $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{5}{4}$

nên $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{(b-12)x^3+6x^2}{\left(\sqrt[3]{-8x^3+bx^2-1}\right)^2+(2x-1)\sqrt[3]{-8x^3+bx^2-1}+(2x-1)^2}\right)$ hữu han.

Do đó $(b-12)=0 \Rightarrow b=12$ thay lại ta được

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{6x^2}{\left(\sqrt[3]{-8x^3+12x^2-1}\right)^2+(2x-1)\sqrt[3]{-8x^3+12x^2-1}+(2x-1)^2}\right)=\frac{1}{2}$$

Từ đó suy ra $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{5}{4}$ thỏa mãn. Vậy ta được $a+b=4\in(3;5)$.

Câu 19: Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} x\geq 0 \\ f^2(x)-2f(x)\neq 0 \end{cases}$. Xét phương trình: $f^2(x)-2f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=2 \end{array}\right.$

Từ đồ thị $\Rightarrow$ phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

$x=-1$ không là tiệm cận đứng do đk $x\geq 0$.

$x=2$ là nghiệm kép và tử số có một nghiệm $x=2 \Rightarrow x=2$ là một đường tiệm cận đứng.

Từ đồ thị $\Rightarrow$ phương trình $f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a<0 \\ x=1 \\ x=b\ (b>2) \end{array}\right.$

$x=a$ không là tiệm cận đứng (vì $x\geq 0$)

$x=1, x=b$ là hai đường tiệm cận đứng.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$ là 3.

Câu 20: Chọn C

$\lim_{x\to-\infty} y=0, \lim_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$, $\forall m$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ m\neq \dfrac{5}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-4>0\\ m\neq \dfrac{5}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq \dfrac{5}{2}\\ \left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\end{cases}.$$

Câu 21: Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{2m}{x}+\dfrac{m^2-2m-6}{x^2}}=0$.

Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Do đó để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình: $x^2-2mx+m^2-2m-6=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}2m+6=0\\ \begin{cases}2m+6>0\\ m^2-4m-5=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-3\\ \begin{cases}m>-3\\ \left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=5\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-3\\ m=-1\\ m=5\end{array}\right.$.

Vậy $S=\{-3;-1;5\}$. Nên tập S có 3 phần tử.

Câu 22: Chọn A

Điều kiện. $\begin{cases}f(x)\geq 0\\ f(x)\neq 2\\ x^2-2mx+m+2\neq 0\end{cases}$

Nếu $f(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -2$

Nếu $f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-1\end{array}\right.$ ($x=1$ là nghiệm kép).

Nếu $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=1\end{array}\right.$ ($x=1$ là nghiệm kép).

Khi đó. $g(x)=\dfrac{(x+1)\sqrt{a(x+2)(x-1)^2}}{a(x-2)(x+1)^2(x^2-2mx+m+2)}=\dfrac{|x-1|\sqrt{a(x+2)}}{a(x-2)(x+1)(x^2-2mx+m+2)}$ $(a>0)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$, nên hàm số có 1 tiện cận ngang $y=0$

$\lim\limits_{x\to 2} g(x)=\infty$, nên hàm số có tiện cận đứng $x=2$

$\lim\limits_{x\to -1} g(x)=\infty$, nên hàm số có tiện cận đứng $x=-1$

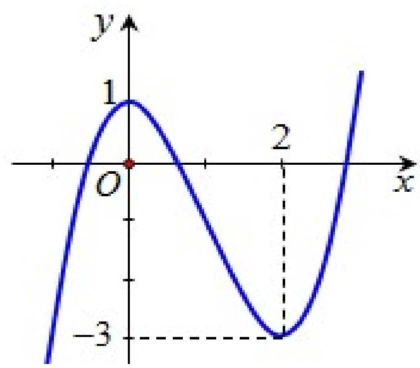
Để hàm số $g(x)$ có 5 đường tiệm cận (tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang). Thì phương trình $h(x)=x^2-2mx+m+2=0$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn -2 và $x\neq\{-1;1;2\}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a_{h(x)}.h(-2) > 0 \\ \dfrac{S}{2} > -2 \\ h(-1) \neq 0 \\ h(1) \neq 0 \\ h(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 5m + 6 > 0 \\ m > -2 \\ 3m + 3 \neq 0 \\ 3 - m \neq 0 \\ 6 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right. \\ m > -\dfrac{6}{5} \\ m > -2 \\ m \neq -1 \\ m \neq 3 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{6}{5} < m < -1 \\ \begin{cases} m > 2 \\ m \neq 3 \end{cases} \end{array}\right. .$$

Do m có giá trị là nguyên và m thuộc khoảng $(-2019;2020)$

Vậy có 2016 giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019;2020)$ là $\{4;5;6.....;2019\}$

Câu 23:



Điều kiện: $\begin{cases} x \leq 1 \\ x - 3 \neq 0 \\ f^2(x) + 3f(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ f^2(x) + 3f(x) \neq 0 \end{cases}$.

Ta có $(x-3)\left[f^2(x) + 3f(x)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 3 & (\text{L}) \\ f(x) = 0 & \\ f(x) = -3 & \end{array}\right.$. Dựa vào đồ thị ta có

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \in (-1;0) \\ x = x_2 \in (0;1) \\ x = x_3 \in (2;+\infty) \end{array}\right.$ (loại $x_3 > 2$), do đó có 2 tiệm cân đứng $x = x_1$, $x = x_2$.

$f(x) = -3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = x_4,\ x_4 < 0 & \\ x = 2 & (\text{L}) \end{array}\right.$, do đó có 1 tiệm cận đứng $x = x_4$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 3 đường tiệm cận đứng.