|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH QUẢNG NAM**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn thi : Toán**  **Thời gian: 150 phút**  **Ngày thi: 19/4/2022** |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho biểu thức với 

Rút gọn biểu thức và tìm để 

1. Tìm giá trị của tham số để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho tam giác vuông cân tại . Gọi lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng . Điểm thuộc đoạn thẳng sao cho 

1. Tính diện tích tam giác 
2. Chứng minh tam giác vuông cân

**Câu 4. (4,0 điểm)** Cho tam giác nhọn , nội tiếp trong đường tròn . Dựng các đường cao của tam giác . Đường thẳng cắt đường tròn tại M và N lần lượt nằm trên cung nhỏ Gọi là giao điểm của và là giao điểm của và DE

1. Chứng minh là tia phân giác của 
2. Chứng minh 
3. Chứng minh tứ giác nội tiếp trong đường tròn

**Câu 5. (5,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho tổng của số đó với tổng các chữ số của nó bằng 2023
2. Cho ba số thực dương thỏa mãn . Tìm giá tri nhỏ nhất của biểu thức : 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức với **

**Rút gọn biểu thức và tìm để **

****

****

1. **Tìm giá trị của tham số để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn **

****

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi 

Áp dụng hệ thức Vi-et : 

(vì 



Khi đó 



Vậy 

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Điều kiện : 

Đặt 

Phương trình đã cho trở thành : 



Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm 

1. **Giải hệ phương trình **

Cộng vế theo vế của hai phương trình ta được :





Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm 

**Câu 3. (3,0 điểm) Cho tam giác vuông cân tại . Gọi lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng . Điểm thuộc đoạn thẳng sao cho **

****

1. **Tính diện tích tam giác **

Gọi H là trung điểm của Suy ra 



Ta có : 



1. **Chứng minh tam giác vuông cân**

Gọi K là trung điểm của 

Ta có suy ra là hình bình hành

Hơn nữa, vuông góc là hình chữ nhật

Lại có mà 

Suy ra 5 điểm cùng nằm trên một đường tròn đường kính 

Mà đường tròn đường kính cũng chính là đường tròn đường kính IN

Suy ra 

Lại có nên tam giác vuông cân tại I

**Câu 4. (4,0 điểm) Cho tam giác nhọn , nội tiếp trong đường tròn . Dựng các đường cao của tam giác . Đường thẳng cắt đường tròn tại M và N lần lượt nằm trên cung nhỏ Gọi là giao điểm của và là giao điểm của và DE**

****

1. **Chứng minh là tia phân giác của **

Tứ giác nội tiếp đường tròn nên 

Gọi H là trực tâm của tam giác Tứ giác nội tiếp đường tròn nên 

Suy ra hay là tia phân giác của 

1. **Chứng minh **

Gọi K là giao điểm của và EF, ta có tứ giác nội tiếp nên có 

cân ở O nên 

Do đó 

1. **Chứng minh tứ giác nội tiếp trong đường tròn**

Tứ giác nội tiếp đường tròn nên 

Tứ giác nội tiếp đường tròn nên 

Suy ra 

Lại có (vì chắn hai cung bằng nhau)

Do đó 

Suy ra FB là trung trực của hay AB là trung trực IN, do đó 

**Câu 5. (5,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho tổng của số đó với tổng các chữ số của nó bằng 2023**

Gọi số tự nhiên thỏa đề, là tổng các chữ số của số n

Theo đề bài ta có 

Ta có , do đó 

(Khi 

Suy ra hay 

Nên là số có 4 chữ số 

Nếu 



Mà . Suy ra 

Nếu 

. Suy ra 

Vậy có hai số thỏa mãn đề bài là và 

1. **Cho ba số thực dương** **thỏa mãn** **. Tìm giá tri nhỏ nhất của**

**biểu thức :** 

****

Tương tự : 

Suy ra 

Hay 

Lại có 



Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy 