|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| HẢI DƯƠNG  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ GIAO LƯU OLYMPIC**  **MÔN: TOÁN - LỚP 8**  **Năm học: 2021 - 2022**  **Thời gian làm bài: 150 phút**  *(Đề bài gồm 05 câu, 01 trang)* |  | ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI  Môn: Toán lớp 8  Năm học: 2021-2022  ***Thời gian làm bài 150 phút***  ***(Đề gồm có 01 trang)*** |

**Câu 1 (2,0 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức:  với 

2) Cho a, b, c là các số hữu tỉ khác 1 thoả mãn: a + b + c = 3

Chứng minh rằng: là bình phương của một số hữu tỉ.

**Câu 2 (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình: 

2) Tìm đa thức f(x) biết rằng f(x) chia cho x – 3 thì dư 2, f(x) chia cho x + 4 thì dư 9, còn f(x) chia cho x2 + x – 12 thì được thương x2 + 3 và còn dư.

**Câu 3 (2,0 điểm)**

1) Tìm các số tự nhiên n để (n2 – 8)2 + 36 là số nguyên tố.

2) Tìm các số nguyên x, y sao cho: x2 – 2xy – 3y2 = 3x – y + 2

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi O là giao điểm của AC với BD và I là giao điểm của AD với BC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

1) Chứng minh: 

2) Chứng tỏ rằng: I, M, O, N thẳng hàng.

3) Gọi K là một điểm di động trên đường chéo BD.

Chứng minh: KA.BD KB.AD + KD.AB

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho hai số dương x, y thay đổi thoả mãn xy = 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**-----------------------Hết ----------------------**

*(Lưu ý: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)*

*Họ và tên thí sinh …………………………………..……………Số báo danh…………..……*

*Chữ kí giám thị 1………………………………Chữ kí giám thị 2……………………..……...*

|  |
| --- |
| **HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ GIAO LƯU OLYMPIC MÔN TOÁN LỚP 8**  **Năm học 2021-2022**  **( Hướng dẫn chấm gồm 4 trang )** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| 1 | 1 | với | 0,5 |
|  | 0,5 |
| 2 | Đặt  => x + y + z = 0 và | 0,25 |
|  | 0,5 |
| vì  => đpcm | 0,25 |
| 2 | 1 | (1). ĐK: x ≠ 2 | 0,25 |
| Đặt  = t  Khi đó phương trình (2) trở thành :  (t − 6)(t + 2) = 0 | 0,25 |
| Với t = −2 thì    Đối chiếu điều kiện x ≠ 2 thì  thoả mãn bài toán | 0,25 |
| Với t = 6 thì  (vô lí)  Vậy PT (1) có tập nghiệm | 0,25 |
| 2 | Gọi đa thức thương của phép chia đa thức f(x) cho x-3; x+4 lần lượt là P(x); Q(x) . Khi đó ta có  (1)    Do (1) đúng với mọi x nên (1) đúng với x = 3. Thay x = 3 vào (1) ta được f(3) =2  Do (2) đúng với mọi x nên (1) đúng với x = -4. Thay x = -4 vào (2) ta được f(-4) = 9 | 0,25 |
| Vì đa thức f(x) chia cho x2 + x – 12 thì được thương x2 + 3 và còn dư. Ta thấy đa thức chia có bậc là 2 nên dư trong phép chia này có dạng ax + b. Ta có  (3) với mọi x | 0,25 |
| Do (3) đúng với mọi x nên đúng với x = 3; x =-4. Thay x = 3 ; x = -4 vào (3) ta được | 0,25 |
| Từ (4) và (5) trừ vế với vế ta được  Thay a = -1 vào (4) ta được b = 5  Từ đó  Vậy đa thức | 0,25 |
| 3 | 1 | (n2 – 8)2 + 36 = n4 – 16n2 + 100 = (n2 + 10)2 – 36n2  = (n2 – 6n + 10)(n2 + 6n + 10) | 0,25 |
| - Để (n2 – 8)2 + 36 là số nguyên tố thì:  n2 – 6n + 10 = 1 hoặc n2 + 6n + 10 = 1 | 0,25 |
| Xét  Khi đó (n2 – 8)2 + 36 = 37 là số nguyên tố (thoả mãn) | 0,25 |
| Xét (loại do n là số tự nhiên)  Vậy n = 3 thoả mãn bài toán. | 0,25 |
| 2 |  | 0,25 |
| Do x, y là các số nguyên nên x + y – 1 và x – 3y – 2 là các số nguyên thoả mãn(\*) nên x + y – 1 và x – 3y – 2 là các ước của 4  Ta có bảng sau: | 0,25 |
| |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | x + y – 1 | 1 | 4 | -1 | -4 | 2 | -2 | | x – 3y – 2 | 4 | 1 | -4 | -1 | 2 | -2 | | x | 3 | 9/2 | -1/2 | -2 | 13/4 | -3/4 | | y | -1 | 1/2 | 1/2 | -1 | -1/4 | -1/4 | | nhận xét | nhận | loại | loại | nhận | loại | loại |   Vậy x = 3, y = -1 hoặc x = -2, y = -1. | 0,5 |
| 4 | 1 |  |  |
| Xét tam giác OAB và tam giác OCD có AB // CD  (1) | 0,5 |
| Xét tam giác IDC có AB // CD  (2) | 0,25 |
| Từ (1) và (2) suy ra | 0,25 |
| 2 | Gọi giao điểm của IO với AB và CD lần lượt là M’ và N’.  - Xét tam giác IDN’ có AM’ // DN’  - Xét tam giác ICN’ có BM’ // CN’  Suy ra:  (3) | 0,25 |
| - Xét tam giác OAM’ có AM’//CN’  - Xét tam giác OBM’ có BM’//DN’  Suy ra:  (4) | 0,25 |
| Từ (3) và (4) suy ra: | 0,25 |
| Suy ra AM’ = BM’ và CN’ = DN’  => M’ là trung điểm của AB và N’ là trung điểm của CD  => M’ trùng M và N’ trùng với N  => I, M, O, N thẳng hàng. | 0,25 |
| 3 | Trên tia AK lấy E sao cho BE // AD.  Xét tam giác AKD và tam giác có BE // AD    => DK.BE = AD.BK | 0,25 |
| => KB.AD + KD.AB = DK.BE + DK.AB  = DK(BE + AB) (\*) | 0,25 |
| Do  => DK.AE = BD.AK (\*\*) | 0.25 |
| Từ (\*) và (\*\*) => KA.BD KB.AD + KD.AB | 0,25 |
| 5 |  | Chứng minh bất đẳng thức:  với a, b dương    Đặt t = 3x + y , khi đó: | 0,25  0,25 |
|  | 0,25 |
| Dấu “=” xảy ra  ( Vì x,y >0 )  Vậy GTNN của P là  khi | 0,25 |

*- Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn được tính điểm tối đa*