

6

VECTƠ



▮ BÀI GIẢNG 1 : KHÁI NIỆM VÉCTƠ



LÝ THUYẾT



✎ Memorize :

✎ Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 1: Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy là AB, CD và có hai đường chéo cắt nhau tại O .

- a) Gọi tên hai vectơ cùng hướng với $\overrightarrow{AO}$.
- b) Gọi tên hai vectơ ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$.

 **Lời giải :**

Câu 2: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh bằng a có tâm O và $\angle BAD = 60^\circ$.

- a) Tìm trong hình hai vectơ bằng nhau và có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- b) Tìm trong hình hai vectơ đối nhau và có độ dài bằng $a\sqrt{3}$.

 **Lời giải :**

Câu 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chỉ ra một cặp vectơ:

a) cùng hướng. b) ngược hướng. c) bằng nhau.

 **Lời giải :**

Câu 4: Gọi O là tâm của hình bát giác $ABCDEFGH$

a) Tìm hai vectơ khác $\vec{0}$ và cùng hướng với $\vec{OA}$

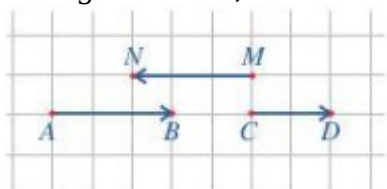
b) Tìm hai vectơ bằng vectơ $\vec{BD}$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

Câu 5: Trong hình bên,

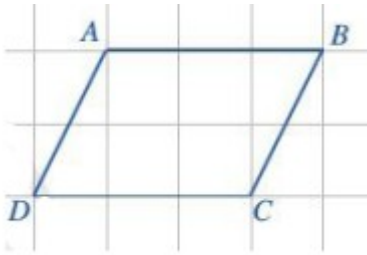


tìm vectơ cùng hướng với vectơ $\vec{AB}$; ngược hướng với vectơ $\vec{AB}$.

Lời giải

Vectơ $\vec{CD}$ cùng hướng với vectơ $\vec{AB}$, vectơ $\vec{MN}$ ngược hướng với vectơ $\vec{AB}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$



a) Vector nào bằng vector $\overrightarrow{AB}$?

b) Vector nào bằng vector $\overrightarrow{AD}$?

Lời giải

a) Vì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng và $AB = DC$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

b) Vì $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng và $AD = BC$ nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Hãy chỉ ra mối quan hệ về độ dài, phương, hướng giữa các cặp vector: $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$. Những cặp vector nào trong các cặp vector trên là bằng nhau?

Lời giải



- Hai vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ có cùng độ dài và cùng hướng. Do đó, hai vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng nhau.

- Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ có cùng độ dài và ngược hướng. Do đó, hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ không bằng nhau.

- Hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ có cùng độ dài nhưng không cùng phương nên không cùng hướng. Do đó, hai vector $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$ không bằng nhau.

Vậy trong các cặp vector đang xét, chỉ có cặp vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là bằng nhau ($\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$).

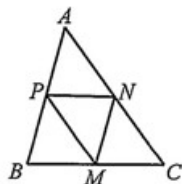
Câu 8: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA}$

b) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{CN}$

Lời giải

Xét tam giác ABC .



Hình 65

a) Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel AB, MN = \frac{1}{2} AB$

Suy ra $MN \parallel AP, MN = AP$. Vậy $\overline{MN} = \overline{PA}$.

b) Chứng minh tương tự như câu a).

Câu 9: Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng tứ giác đó là hình bình hành khi và chỉ khi $\overline{AB} = \overline{DC}$

Lời giải

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel DC \\ AB = DC \end{cases}$

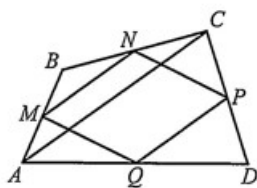
Mà $AB \parallel DC \Leftrightarrow \overline{AB}, \overline{DC}$ cùng phương, do đó cùng hướng.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB}, \overline{DC} \text{ cùng phương} \\ AB = DC \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$$

Vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overline{AB} = \overline{DC}$.

Câu 10: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của bốn cạnh AB, BC, CD, DA (Hình 29). Chứng minh $\overline{MN} = \overline{QP}$.



Hình 29

Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN \parallel AC, MN = \frac{1}{2} AC$.

Vì QP là đường trung bình của tam giác ACD nên $QP \parallel AC, QP = \frac{1}{2} AC$.

Suy ra $MN \parallel QP, MN = QP$ nên $MNPQ$ là hình bình hành. Vậy $\overline{MN} = \overline{QP}$.

▮ BÀI GIẢNG 2 : TỔNG HIỆU VÉCTƠ



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 11: Cho tứ giác $ABCD$.

a) Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b) Chứng minh $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{CB}$.

 **Lời giải :**

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M bất kì. Chứng minh rằng
 $\overline{MA} + \overline{MC} = \overline{MD} + \overline{MB}$

 **Lời giải :**

Câu 13: Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng

a) $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CB} - \overline{CD}$

b) $\overline{AB} - \overline{DC} = \overline{AD} - \overline{BC}$

 **Lời giải :**

Câu 14: Cho M là trung điểm của AB và điểm E bất kì. Chứng minh rằng:
 $\overline{EA} + \overline{EB} = 2\overline{EM}$

 **Lời giải :**

Câu 15: Cho 6 điểm A, B, C, D, E và F . Chứng minh rằng: $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD}$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

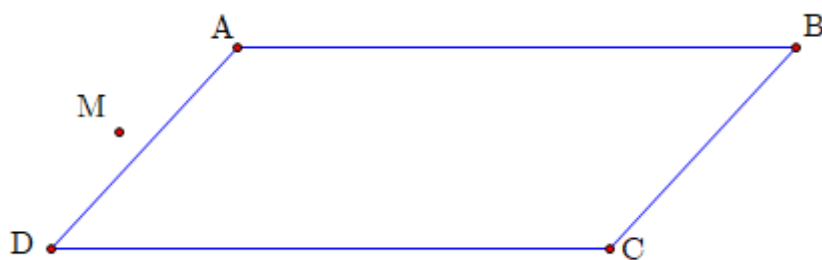
Câu 16: Cho bốn điểm bất kì A, B, C, D . Chứng minh
 $\overline{AB} - \overline{AD} + \overline{CD} - \overline{CB} = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} - \overline{AD} + \overline{CD} - \overline{CB} = (\overline{AB} - \overline{AD}) + (\overline{CD} - \overline{CB}) = \overline{DB} + \overline{BD} = \overline{DD} = 0$

Câu 17: Cho $ABCD$ là hình bình hành. Chứng minh $\overline{MB} - \overline{MA} = \overline{MC} - \overline{MD}$ với mỗi điểm M trong mặt phẳng.

Lời giải

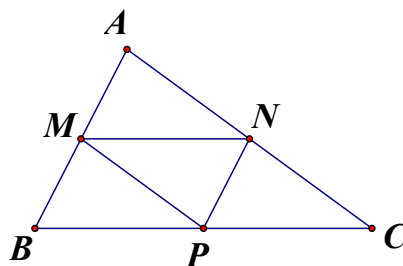


Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} \end{cases}$$

Mà $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên được điều phải chứng minh

Câu 18: Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm của AB , AC và BC . Chứng minh rằng với điểm O bất kì ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.
Lời giải.

Ta có
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}$$



$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{AN} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \mathbf{0} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} \end{aligned}$$

Câu 19: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \mathbf{0}$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \mathbf{0}$.

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải.

a) Ta có
$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC}$$

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

b) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AO} = \vec{0}$.

Tương tự: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

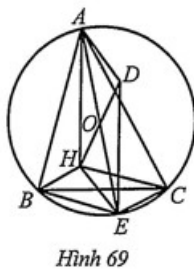
c) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}$
 $= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Câu 20: Cho tam giác nhọn ABC có các cạnh đôi một khác nhau. Gọi H, O lần lượt là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác, D là điểm đối xứng với H qua O . Chứng minh $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$.

Lời giải

Kẻ đường kính AE . Ta có $\overrightarrow{BH} \parallel \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{CH} \parallel \overrightarrow{BE}$. Suy ra $BHCE$ là hình bình hành. Tứ giác $AHED$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên cũng là hình bình hành. Ta có: $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{HD}$



Hình 69



Câu 21: Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$$

Từ các đẳng thức trên, ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 22: Cho tứ giác $ABCD, O$ là trung điểm của AB . Chứng minh: $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} \\ &= \vec{0} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \end{aligned}$$

Câu 23: Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$.
- b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

a) Biến đổi về trái ta có

$$\begin{aligned} VT &= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) = (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{DA} \\ &= (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} = VP \text{ (đpcm).} \end{aligned}$$

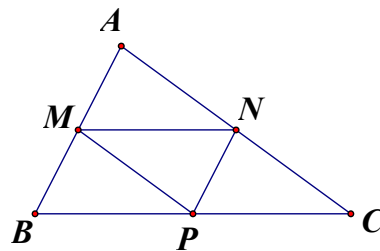
b) Đẳng thức tương đương với $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} = 0$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = 0$ (đúng).

Câu 24: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng

- a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.
- b) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.
- c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải.

a) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$.



Vì N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$.

Do đó theo quy tắc ba điểm ta có

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$$

b) Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} &= \overrightarrow{AM}, \quad \text{kết hợp với quy tắc trừ} \\ \Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} &= \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}. \end{aligned}$$

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC . Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

c) Theo quy tắc ba điểm ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC}) \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} \\ &= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP})\end{aligned}$$

Theo câu a) ta có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Câu 25: Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm là G . Chứng minh $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GC'} \\ &= (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) \\ &= -(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'}) = -\vec{0} + \vec{0} = \vec{0}.\end{aligned}$$

THỦ THUẬT

Câu 26: Cho ba điểm M, N, P . Vector $\vec{u} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN}$ bằng vector nào sau đây?
A. $\overrightarrow{PN}$; B. $\overrightarrow{PM}$ C. $\overrightarrow{MP}$; D. $\overrightarrow{NM}$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$. Chọn C

Câu 27: Cho ba điểm D, E, G . Vector $\vec{v} = \overrightarrow{DE} + (-\overrightarrow{DG})$ bằng vector nào sau đây?
A. $\overrightarrow{EG}$ B. $\overrightarrow{GE}$; C. $\overrightarrow{GD}$; D. $\overrightarrow{ED}$.

Lời giải

Ta có $\vec{v} = \overrightarrow{DE} + (-\overrightarrow{DG}) = \vec{v} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{GE}$. Chọn B

Câu 28: Cho ba điểm M, N, P phân biệt. Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ B. $-\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = -\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29: Cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 30: Cho các điểm A, B, O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 31: Cho tam giác ABC . Điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC là:

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

B. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 32: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 33: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

A. $\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Câu 34: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA . Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

A. $\overrightarrow{BP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{CP}$.

D. $\overrightarrow{PA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BP}$.

Câu 35: Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}$.

Câu 36: Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MQ}$.

D. $\overrightarrow{MR}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 37: Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 38: Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM}$.

Câu 39: Cho hình vuông $ABCD$, tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$.

B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$.

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 40: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

A. $\overrightarrow{BA}$.

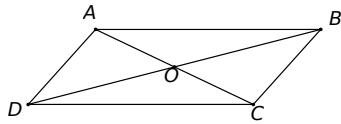
B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B



$$\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Câu 41: Chỉ ra vectơ tổng $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{RN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QR}$ trong các vectơ sau

- A. $\overrightarrow{MR}$. B. $\overrightarrow{MQ}$. C. $\overrightarrow{MP}$. D. $\overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 42: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$.
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}. (\text{đúng}).$$

Câu 43: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

- A. $\overrightarrow{u} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$$

Câu 44: Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. D.
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}.$$

Câu 45: Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Do $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{DO}$ đối nhau

Em hãy chỉ cô biết đâu là châu Mỹ?

Hà chỉ trên bản đồ: Thừa cô, đây ạ!

Cô giáo gật đầu: Tốt lắm! Nào, thế bây giờ trò Tí hãy nói cho cô biết ai đã có công tìm ra châu Mỹ?

Tí: Thừa cô, bạn Hà ạ.

- !?

▮ BÀI GIẢNG 3 : ĐỘ DÀI CỦA VÉCTƠ



LÝ THUYẾT



Memorize :

Lý thuyết bài giảng :



LÀM

Câu 46: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right|$ và $\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right|$.

Lời giải :

Câu 47: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

 **Lời giải :**

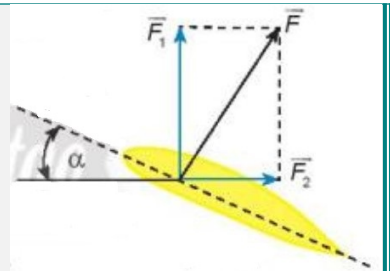
Câu 48: Tìm tính chất của tam giác ABC biết : $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}|$.

 **Lời giải :**

Câu 49: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ đều là 10 N và $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm độ lớn của lực $\overrightarrow{F_3}$.

 **Lời giải :**

Câu 50: Khi máy bay nghiêng cánh một góc α , lực $\vec{F}$ của không khí tác động vuông góc với cánh và bằng tổng của lực nâng $\vec{F}_1$ và lực cản $\vec{F}_2$ như hình bên. Cho biết $\alpha = 30^\circ$ và $|\vec{F}| = a$. Tính $|\vec{F}_1|$ và $|\vec{F}_2|$ theo a .



Lời giải :



MÓN QUÀ

Câu 51: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính độ dài các vectơ:

a) $\vec{BA} + \vec{AC}$

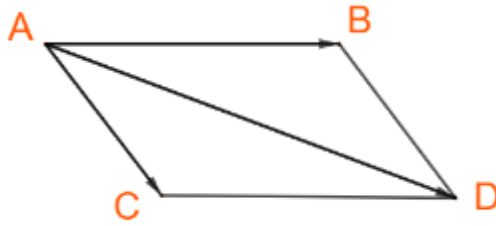
b) $\vec{AB} + \vec{AC}$

c) $\vec{BA} - \vec{BC}$

Lời giải

a) $\vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC} \Rightarrow |\vec{BC}| = BC = a$

b) Vẽ hình bình hành $ABDC$, giao điểm của hai đường chéo là O ta có:



$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \quad \vec{AD} = 2\vec{AO} = 2\sqrt{AB^2 - BO^2} = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = a\sqrt{3}$$

$$c) \vec{BA} - \vec{BC} = \vec{BA} + \vec{CB} = \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{CA}$$

$$\Rightarrow |\vec{BA} - \vec{BC}| = |\vec{CA}| = CA = a$$

Câu 52: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và ba điểm G, H, K thỏa mãn
 $\vec{KA} + \vec{KC} = 0; \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0; \vec{HA} + \vec{HD} + \vec{HC} = 0$

Tính độ dài các vector $\vec{KA}, \vec{GH}, \vec{AG}$

Lời giải

Ta có $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

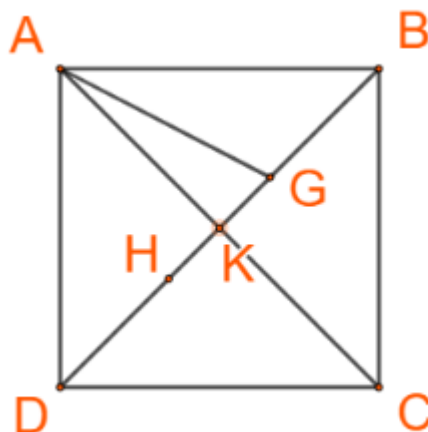
$$+) \vec{KA} + \vec{KC} = 0$$

Suy ra K là trung điểm $AC \Rightarrow AK = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$+) \vec{HA} + \vec{HD} + \vec{HC} = 0, \text{ suy ra } H \text{ là trọng tâm của tam giác ADC}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{2}{3}DK = \frac{1}{3}DB(1)$$

$$+) \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0, \text{ suy ra } G \text{ là trọng tâm của tam giác ABC}$$



$$\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BK = \frac{1}{3}BD(2)$$

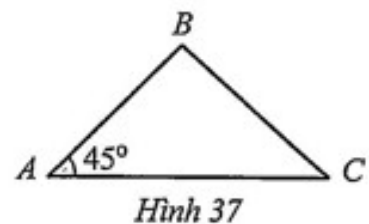
$$\text{Từ } (1,2) \Rightarrow HG = \frac{1}{3}BD = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Mà } KG = KH = \frac{1}{2}HG = \frac{a\sqrt{2}}{6}$$

$$\Rightarrow AG = \sqrt{AK^2 + GK^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{3} \Rightarrow |\vec{AG}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{Vậy } |\vec{KA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}, |\vec{GH}| = \frac{a\sqrt{2}}{3}, |\vec{AG}| = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 53: Cho tam giác ABC có $AB = 2a, AC = 3a$, $\angle BAC = 45^\circ$ (Hình 37). Tính:



a) $|\vec{AB} - \vec{AC}|$

b) $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

Lời giải

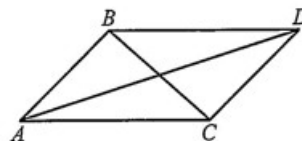
a) Ta có: $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB} \Rightarrow |\vec{AB} - \vec{AC}| = |\vec{CB}| = BC$.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A \\ = (2a)^2 + (3a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3a \cdot \cos 45^\circ = (13 - 6\sqrt{2})a^2.$$

$$\text{Vậy } |\vec{AB} - \vec{AC}| = a\sqrt{13 - 6\sqrt{2}}.$$

b) Dựng hình bình hành $ABDC$ (Hình 38), ta có:



Hình 38

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}.$$

$$\angle ABD = 180^\circ - \angle BAC = 135^\circ, BD = AC = 3a.$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABD ta có:

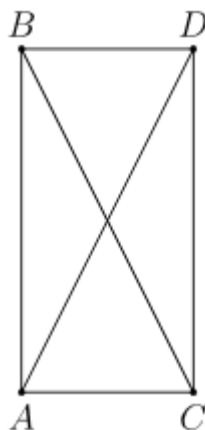
$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD \\ = (2a)^2 + (3a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3a \cdot \cos 135^\circ = (13 + 6\sqrt{2})a^2.$$

$$\text{Vậy } |\vec{AB} + \vec{AC}| = a\sqrt{13 + 6\sqrt{2}}.$$

Câu 54: Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$. Tính độ dài của các vector $\vec{AB} + \vec{BC}$, $\vec{AC} - \vec{BC}$ và $\vec{AB} + \vec{AC}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.



Mà $\sin \angle ABC = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin \angle ABC = a\sqrt{5} \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó $|\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AC}| = AC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $\vec{AC} - \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AB}$.

Ta có: $AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - \frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Vì vậy $|\vec{AC} - \vec{BC}| = |\vec{AB}| = AB = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

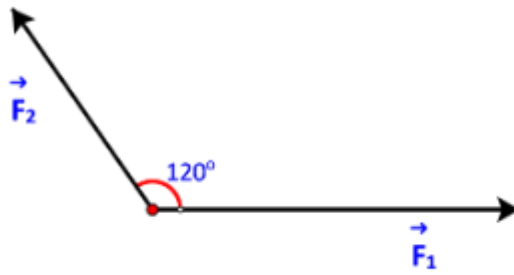
Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Khi đó theo quy tắc hình bình hành ta có $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật suy ra $AD = BC = a\sqrt{5}$.

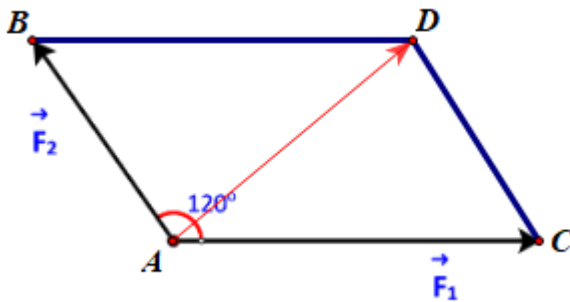
Vậy $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AD}| = AD = a\sqrt{5}$.

Câu 55: Hình 4.19 biểu diễn hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động lên một vật, cho $|\vec{F}_1| = 3N, |\vec{F}_2| = 2N$.
Tính độ lớn của hợp lực $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$.



Lời giải

Dựng hình bình hành $ABDC$ với hai cạnh là hai vector $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ như hình vẽ



Ta có:

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{AC} + \vec{AB} = \vec{AD} \Rightarrow |\vec{F_1} + \vec{F_2}| = |\vec{AD}| = AD$$

Xét $\triangle ABD$ ta có:

$$BD = AC = |\vec{F_1}| = 3, AB = |\vec{F_2}| = 2.$$

$$\angle ABD = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Theo định lí cosin ta có:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD \\ \Leftrightarrow AD^2 &= 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ \Leftrightarrow AD^2 = 19 \\ \Leftrightarrow AD &= \sqrt{19} \text{ Vậy } |\vec{F_1} + \vec{F_2}| = \sqrt{19} \end{aligned}$$



Câu 56: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tính độ dài của các vector sau:

a) $\vec{a} = (\vec{AC} + \vec{BD}) + \vec{CB}$

b) $\vec{b} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{BC} + \vec{DA}$

Lời giải

a) $\vec{a} = (\vec{AC} + \vec{BD}) + \vec{CB} = \vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{AD}$

Suy ra $|\vec{a}| = AD = 1$.

$$b) \vec{b} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{AC}.$$

Suy ra $|\vec{b}| = AC = \sqrt{2}$.

Câu 57: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 1 và M là trung điểm BC . Tính độ dài của các vectơ sau:

$$a) \vec{a} = \vec{AB} - \vec{AC}$$

$$b) \vec{b} = (\vec{MC} - \vec{MA}) + (\vec{MB} - \vec{MA})$$

Lời giải

$$a) \vec{a} = \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}. \text{ Suy ra } |\vec{a}| = CB = 1.$$

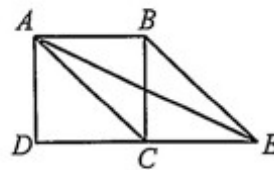
$$b) \vec{b} = (\vec{MC} - \vec{MA}) + (\vec{MB} - \vec{MA}) = (\vec{MC} + \vec{MB}) + (\vec{AM} + \vec{AM}) = 2\vec{AM}.$$

Suy ra $|\vec{b}| = 2AM = \sqrt{3}$.

Câu 58: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\vec{AB} + \vec{AC}|$.

Lời giải

Dựng hình bình hành $ABEC$ (Hình 67).



Hình 67

Ta có: $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AE} \Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AE}| = AE$.

Vì $CD \parallel AB, CE \parallel AB$ nên C, D, E thẳng hàng.

Ta có: $DE = DC + CE = 2a$.

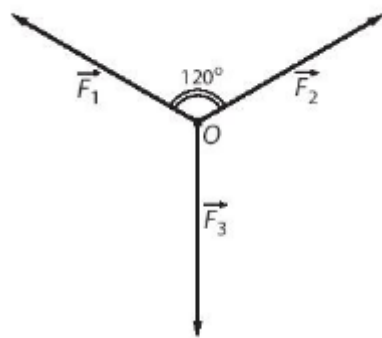
Tam giác ADE vuông tại D , suy ra

$$AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}.$$

Vậy $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AE}| = a\sqrt{5}$.

Câu 59: Trên Hình biểu diễn ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật ở vị trí cân bằng 0.

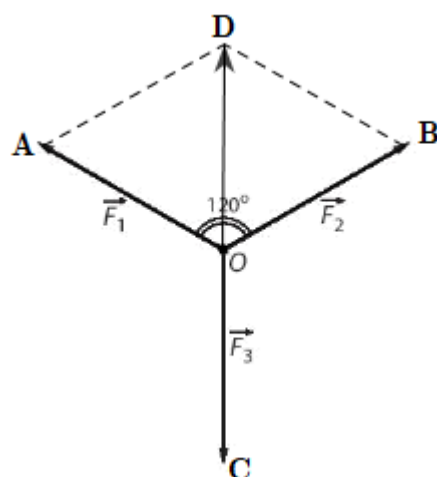
Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và góc tạo bởi $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ bằng 120° .



Tính cường độ của lực $\vec{F}_3$.

Lời giải

Ta sử dụng các vector $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ và $\vec{OD}$ lần lượt biểu diễn cho các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ và hợp lực F của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.



Khi đó, do $F = F_1 + F_2$ và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 100$, nên tứ giác $AOBD$ là hình thoi. Từ đó, do $\angle AOB = 120^\circ$, suy ra $\angle AOD = 60^\circ$, do đó tam giác AOD đều. Bởi vậy $|\vec{F}| = |\vec{OD}| = |\vec{OA}| = 100$.

Do vật ở vị trí cân bằng nên hai lực F và $\vec{F}_3$ ngược hướng và có cường độ bằng nhau, tức là hai vector $\vec{OD}$ và $\vec{OC}$ là hai vector đối nhau. Suy ra cường độ của lực $\vec{F}_3$ bằng $|\vec{F}_3| = F = 100(N)$.

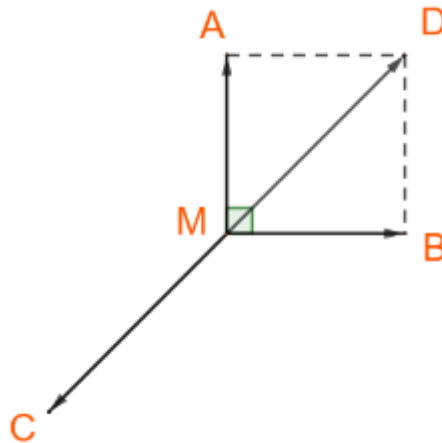
Câu 60: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}$ và $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều là 10 N và $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm độ lớn của lực $\vec{F}_3$.

Lời giải

Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác dụng vào M và vật đứng yên nên hợp lực của chúng có giá trị bằng không, hay:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$$

Dựng hình bình hành $MADB$, khi đó: $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$



$$\Rightarrow \vec{MD} + \vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{MD}, \vec{MC} \text{ (hai vector đối nhau)}$$

$$\Rightarrow MD = MC$$

Xét hình bình hành $MADB$, ta có:

$$AM = AB \text{ và } \angle AMB = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ $MADB$ là hình vuông, cạnh $AB = 10$

$$\Rightarrow MC = MD = AB \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

Vậy độ lớn của lực $\vec{F}_3$ là $|\vec{F}_3| = |\vec{MC}| = MC = 10\sqrt{2}$ (N)

THỦ THUẬT

Câu 61: Cho hình thang cân $ABCD$, có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng $2a$ và $\angle ABC = 45^\circ$.

Tính $|\vec{CB} - \vec{AD} + \vec{AC}|$.

A. $a\sqrt{3}$

B. $2a\sqrt{5}$

C. $a\sqrt{5}$

D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

$$|\vec{CB} - \vec{AD} + \vec{AC}| = |\vec{CB} + \vec{DA} + \vec{AC}| = |\vec{CB} + \vec{DC}| = |\vec{DB}| = \sqrt{BH^2 + DH^2} = 2a\sqrt{5}$$

Đáp án B.

Câu 62: Cho 2 vectơ a và b tạo với nhau góc 60° . Biết $|a| = 6; |b| = 3$. Tính $|a+b| + |a-b|$

A. $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$

B. $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

C. $6(\sqrt{5} + 3)$

D. $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$

Lời giải

Dựng $\overrightarrow{OA} = a; \overrightarrow{OB} = b$

Dựng hình bình hành $OACB \Rightarrow a + b = \overrightarrow{OC}; a - b = \overrightarrow{BA}$

$$\Rightarrow \Delta OAB \text{ vuông tại } B \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$OI = \sqrt{OB^2 + IB^2} = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow OC = \sqrt{63} \Rightarrow |a + b| + |a - b| = \sqrt{63} + 3\sqrt{3}$$

Đáp án B.

Câu 63: Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB = 2a$, $CD = a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó:

A. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$

B. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$

C. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$

D. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 0$

Lời giải

$$|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{DC}| = 3a$$

(vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng)

Đáp án A.

Câu 64: Cho hình thoi $ABCD$ có $\angle BAD = 60^\circ$ và cạnh là a . Tính độ dài $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$.

A. $a\sqrt{3}$

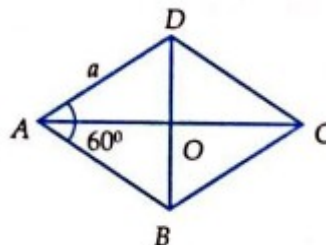
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $a\sqrt{2}$

D. $2a$

Lời giải

Đáp án A



$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = 2AD = a\sqrt{3}$$

Gọi O là giao của 2 đường chéo

Câu 65: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a . O là giao điểm của hai đường chéo. Tính

$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}|$$

A. $a\sqrt{3}$

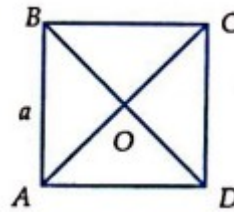
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

Đáp án C



$$|\vec{OA} - \vec{CB}| = |\vec{OA} + \vec{BC}| = |\vec{OA} + \vec{AD}| = |\vec{OD}| = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 66: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Khi đó $|\vec{AC} - \vec{CB} - \vec{AC}|$ bằng:

A. 0

B. $3a$

C. a

D. $a(\sqrt{3} - 1)$

Lời giải

Đáp án A

$$|\vec{AC} - \vec{CB} - \vec{AC}| = |\vec{AC} + \vec{BC} + \vec{CA}| = |\vec{AA}| = 0$$

Câu 67: Cho tam giác ABC đều cạnh a , trọng tâm G . Tính độ dài vector $|\vec{AB} - \vec{GC}|$.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

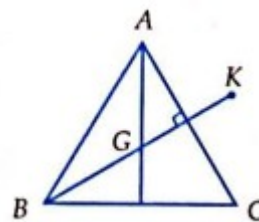
B. $\frac{a}{3}$

C. $\frac{2a}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Đáp án A



$$\vec{AK} = \vec{GC} \Rightarrow |\vec{AB} - \vec{GC}|$$

Gọi K là điểm đối xứng với G qua AC thì

$$= |\vec{AB} - \vec{AK}| = |\vec{KB}| = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 68: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là 3. Tính độ dài $|\vec{AC} + \vec{BD}|$:

A. 6

B. $6\sqrt{2}$

C. 12

D. 0

Lời giải

Đáp án A

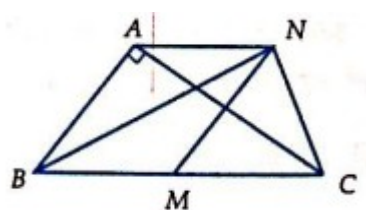
$$|\vec{AC} + \vec{BD}| = |\vec{2AO} + \vec{2OD}| = 2|\vec{AD}| = 6$$

Câu 69: Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC . Tính độ dài vectơ $|\vec{AB} + \vec{BM}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Lời giải

Đáp án D



$$\Rightarrow |\vec{BA} + \vec{BM}| = |\vec{BN}| = BN$$

Dựng hình bình hành $ABMN$

$$NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

Ta có:

Câu 70: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\vec{AD} + \vec{AB}|$ bằng

- A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có

$$|\vec{AD} + \vec{AB}| = |\vec{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

Câu 71: Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|\vec{AC}| = BC$ B. $|\vec{AC}| = a$ C. $|\vec{AB}| = AC$ D. $|\vec{AB}| = a$

Lời giải

Chọn D.

$$|\vec{AB}| = AB = a$$

Câu 72: Cho $\vec{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$?

A. Vô số.
nào.

B. 1 điểm.

C. 2 điểm.

D. Không có điểm

Lời giải

Chọn A.

Ta có $|\vec{AB}| = |\vec{CD}| \Leftrightarrow AB = CD$.

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 73: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB=5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\vec{CA} - \vec{HC}|$.

A. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = 5$.

C. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$.

D. $|\vec{CA} - \vec{HC}| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

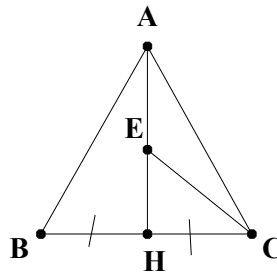
Lời giải

Chọn D.

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $|\vec{CA} - \vec{HC}| = |\vec{CA} + \vec{CH}| = |\vec{CM}| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow |\vec{CA} - \vec{HC}| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 74: Có hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N).

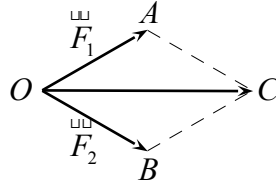
B. $50\sqrt{3}$ (N).

C. $100\sqrt{3}$ (N).

D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử $\vec{F_1} = \vec{OA}$, $\vec{F_2} = \vec{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\angle AOB = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $|\vec{F_1} + \vec{F_2}| = |\vec{OC}| = 50\sqrt{3}$ (N).

Câu 75: Cho hai lực $\vec{F_1} = \vec{MA}$, $\vec{F_2} = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ lần lượt là 300(N) và 400(N). $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

A. 0 (N).

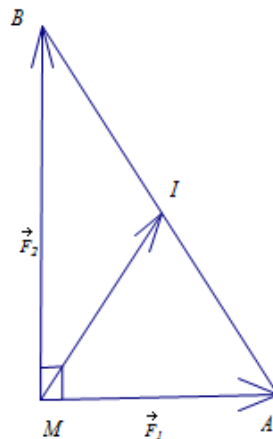
B. 700(N).

C. 100(N).

D. 500(N).

Lời giải

Chọn D.



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F_1} + \vec{F_2}| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của

AB). Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500$ (N).

Đêm nay định thức học bài, lật ra lại thấy nó dài nên thôi 😊
Có bạn nào như thế không ?

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>