|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **HUYỆN TIÊN THANH OAI** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN****Môn: Toán 9***Thời gian làm bài: 150 phút*Đề gồm 01 trang |

**Bài 1: (6,0 điểm)**

a) Cho 

1. Tìm điều kiện của x,y để biểu thức P xác định và rút gọn P

2. Tìm x,y nguyên thỏa mãn phương trình: P = 2

b) Chứng minh rằng: Với mọi n∈ N thì n + n +1 không chia hết cho 9

**Bài 2: (4,0 điểm)**

a)Giải phương trình : 

b) Cho các số thực dương a,b thỏa mãn: a + b = a + b = a + b .

 Tính giá trị biểu thức: P = a + b

**Bài 3: (3,0 điểm)**

a/ Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: 

b/ Cho a,b,c > 0. Chứng minh : 

**Bài 4: (6,0 điểm)**

Cho đường tròn (O), đường kính AB = 2R. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn tâm O khác A,B.Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại A và M cắt nhau tại E. Vẽ MP vuông góc với AB(P∈ AB), vẽ MQ vuông góc với AE ( Q∈ AE)

1.Chứng minh rằng: Bốn điểm A,E,M,O cùng thuộc một đường tròn và tứ giác APMQ là hình chữ nhật.

2. Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh O,I,E thẳng hàng

3. Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh ΔEAO đồng dạng với Δ MPB suy ra K là trung điểm của MP

4. Đặt AP = x. Tính MP theo x và R.Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

**Bài 5: (1,0 điểm)**

Tìm nghiệm nguyên ,dương của phương trình: xy+yz+zx= xyz+2

|  |  |
| --- | --- |
|  | **HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**  |
|  | **Môn**: **Toán** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bài** | **Nội dung** | **Điểm** |
| Bài 1(6 đ ) |  a)1. Tìm đúng điều kiện : x ≥ 0, y≥ 0 ,y ≠ 1, x+y≠0    =  =…=2. P=2 ⇔ =2 ⇔  ⇔Ta có ≥ 1⇒ ≤ 1 ⇒ .Kết hợp với điều kiện x ≥ 0. Vậy 0≤x≤4⇒ x ∈ {0,1,2,3,4}. Thay vào phương trình P=2 ta có:(x,y)∈ {(4,0); (2,2)} | 0,5đ.0,5đ.1,0đ. 0,5đ.  0,5đ.   0,5đ  0,5đ |
| b) giả sử tồn tại số tự nhiên n để 9§Æt . V×  (1)Ta cã: V×  kh«ng chia hÕt cho 9 kh«ng chia hÕt cho 9 (2)Ta thÊy (1) vµ (2) m©u thuÉn. VËy ®iÒu gi¶ sö lµ sai.VËy víi  th×  kh«ng chia hÕt cho 9. | 1,0đ.0,5đ.0,5đ. |
| Bài 2(4đ) |  1.(2đ) Tìm đúng điều kiện 0≤ x≤ - Đặt ⇒ ⇒  ⇒ -Giải ra được đến \* Với ut=2⇒ t=1 hoặc t=2- Với t=1 ⇒ x=1-Với t=2 ⇒ x=4\* Với ut=6 ⇒ Pt vô nghiệm-Kết luận nghiệm2. (2đ)Ta có : Tính ra P=2 | 0,25đ0,5đ0,5đ. 0,5đ 0,25đ0,5đ.0,5đ.0,5đ0,5đ. |
| Bài 3(3đ) | 1. Viết được ⇔ y là số nguyên lẻMà ≥ 0⇒ ≥ 0⇔ =1Thay =1 vào tìm được x=2, x=-4Thử lại :… và trả lời .Có các nghiệm (2,1) ;(2,-1) ;(-4,1) ;(-4,-1)2. Với x, y, z > 0 . Ta có:+)  (1).+)  (2)+) x2 + y2 + z2  xy + yz + zx  (3)Xảy ra đẳng thức ở (1), (2), (3)x = y = z.Ta có:  Áp dụng các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được: Dấu “ =” xảy ra    | 0,25đ.0,25đ0,25đ.0,25đ 0,25đ0,25đ.0,25đ0,25đ0,5đ0,5đ |
| Bài 4(6đ) | IKBOMQEAP*x*I1. Vì AE là tiếp tuyến của đường tròn(0) tại A ⇒ AE⊥ AO

⇒ ΔOEA vuông ở A ⇒O,E,A ∈ đường tròn đường kính OE(1) Vì ME là tiếp tuyến của đường tròn(0) tại M ⇒ ME⊥MO⇒ΔMOE vuông ở M⇒M,O,E ∈ đường tròn đường kính OE(2)(1),(2)⇒ A,M,O,E cùng thuộc môt đường tròn\*Tứ giác APMQ có 3 góc vuông :=> Tứ giác APMQ là hình chữ nhậtb) Ta có : I là giao điểm của 2 đường chéo AM và PQ của hình chữ nhật APMQ nên I là trung điểm của AM.Mà E là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại M và tại A nên theo định lý ta có : O, I, E thẳnghàng.c) hai tam giác AEO và PMB đồngdạng vì chúng là 2 tam giác vuông có 1 gócbằng nhau là , vì OE // BM=>  (3)Mặt khác, vì KP//AE, nên ta có tỉ số  (4)Từ (3) và (4) ta có : AO.MP = AE.BP = KP.AB,mà AB = 2.OA => MP = 2.KPVậy K là trung điểm của MP.d) Ta dễ dàng chứng minh được :  abcd  (\*) Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = d MP =  Ta có: S = SAPMQ =  S đạt max ⇔  đạt max ⇔ x.x.x(2R – x) đạt max ⇔  đạt max Áp dụng (\*) với a = b = c =  Ta có :  Do đó S đạt max ⇔  ⇔ . Vậy khi MP= thì hình chũ nhật APMQ có diện tích lớn nhất | 0,25đ.0,75đ.0,75đ.1,5đ. 1,5đ.1,5đ |
| Bài 5(1đ) | Tìmnghiệm nguyên ,dương của phương trình: xy+yz+zx=xyz+2(1)Do vai trò của x,y,z bình đẳng, nên không mất tính chất tông quát.Giả sử x≥ y≥ z≥ 1,từ đó suy ra xy+yz+zx≤ xy+xy+xy=3xy(2)(1),(2)⇒ 3xyz≥ xyz+2Hay 3xy≥ xyz ⇒ z<3Do z là một số nguyên dương ⇒z=1,z=2+khi z=1⇒x+y=2.do x,y nguyên dương ⇒x=1,y=1+khi z=2 ⇒(y-2)(x-2)=2 Do x≥ y≥ z≥ 1 ⇒ Trả lời: (x,y,z)=(1,1,1),(4,3,2)  | 0,5đ0,5đ |