**80. GIỚI HẠN DÃY SỐ, HÀM SỐ DẠNG PHÂN THỨC**

**Tên FB: Đặng Thái An. Email: giadinhthaibinhan@gmail.com**

 **🗸 PHẦN 1: GIỚI HẠN DÃY SỐ**

✝❶**\_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

 **Giới hạn hữu hạn của dãy số**

1. **Định nghĩa**
* *Định nghĩa 1*: Ta nói rằng dãy số có giới hạn là 0 khi  dần đến dương vô cực và viết  viết tắt là  hoặc  , nếu mọi số hạng của dãy số đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
* *Định nghĩa 2*: Ta nói rằng dãy số  có giới hạn là số thực  khi dần đến dương vô cực và viết  , viết tắt là  hoặc  , nếu 
1. **Một vài giới hạn đặc biệt**
2.  ;  với  nguyên dương
3.  nếu 
4. Nếu  ( là hằng số) thì 

**II. Định lý về giới hạn hữu hạn**

 **Định lý 1:**

1. Nếu  ,  thì
* ****
* ****
* ****
* ****(nếu  )
1. Nếu  với mọi  và  thì và 

**III. Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn**

Cấp số nhân vô hạn  có công bội  với  gọi là cấp số nhân lùi vô hạn. Tổng  của cấp số nhân đó là:  .

**IV. Giới hạn vô cực**

1. **Định nghĩa:**
* Ta nói dãy số  có giới hạn  nếu với mỗi số dương tùy ý, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều lớn hơn số dương đó. Khi đó ta viết  hoặc  hoặc 
* Ta nói dãy số  có giới hạn  nếu với mỗi số âm tùy ý, mọi số hạng của dãy số, kể từ một số hạng nào đó trở đi, đều nhỏ hơn số âm đó.

Khi đó ta viết hoặc  hoặc 

1. **Một vài giới hạn đặc biệt**
2.  với  nguyên dương
3.  nếu 
4. **Định lý 2:**
5. Nếu  và  thì 
6. Nếu  ,  và  với mọi  thì 
7. Nếu  và  thì 

 ✝❷**\_Phương pháp Casio:**

**B1:** Nhập dãy số  vào máy (nhập theo biến X)

**B2:** Ấn  , máy hỏi X? Nhập 10^9 (X = )

**B3:** Ấn  , quan sát kết quả và đối chiếu với 4 đáp án A, B, C, D.

**🗵\_ Bài tập minh họa trong các đề đã thi của BGD. *(5-10 câu) hoặc có thể tìm thêm.***

|  |
| --- |
| 1. **(THPT QG 18)**  bằng

 **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Xem *n* như *x*.\*Nhập máy  , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:**  a1R5Q(+3r10^10)==\* Ta nhận được kết quả  **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 2:** Tính : **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Xem *n* như *x*.\*Nhập máy  , ấn , nhập **Thứ tự ấn máy:**  aQ)^3$+4Q)p5R3Q)^3$+Q)d+7r10^9)=\* Ta nhận được kết quả  **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 3:** Kết quả giới hạnlà :1. **B.**  **C.**  **D.**
 |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Xem *n* như *x*.\*Nhập máy  ,ấn , nhập **Thứ tự ấn máy:**  a(p1)^Q(RQ(+5r10^10==\* Ta nhận được kết quả **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 4:** Kết quả giới hạn  là : **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Xem *n* như *x*.\* Nhập máy , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** a2p5^Q(+2R3^Q($+2O5^Q(r100==\* Ta nhận được kết quả : **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm**\*Chú ý, bài này liên quan đến lũy thừa (số mũ) mà máy tính chỉ tính được số mũ tối đa là 100 nên **ta chọn**   |

|  |
| --- |
| **Câu 5:** Tính giới hạn  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.****Rút gọn**  \* Xem *n* như *x*.\* Nhập máy , ấn , nhập **Thứ tự ấn máy:** 2pa1RQ(+1r10^10==\* Ta nhận được kết quả : 2**Chọn C** | **②\_Bài học kinh nghiệm**\*Ta không thể nhập vào máy tính Casio cả biểu thức  số hạng ở trong ngoặc được, vì vậy ta phải tiến hành rút gọn. |

|  |
| --- |
| **Câu 6:** Cho  .Giá trị của  bằng : **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Ta hiểu giá trị của  bằng  \* Ta quan sát dãy số là một cấp số nhân với công bội  và  Vậy . \* Nhập máy  ấn a1R3$Oa1p(pa1R3$)^Q(R1p(pa1R3$)r10^10==\* Ta nhận được kết quả  **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 7:** Tính giới hạn  . Chọn kết quả đúng :1. **B.**  **C.**  **D.**
 |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Cách 1:*** Ta có  là tổng của n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với công sai  . Nên Vậy  Nhập máy  ấn , nhập **Thứ tự ấn máy:** aQ(+1R4Q($r10^9==\* Ta nhận được kết quả  ***Cách 2: Chọn n = 1000 thì*** Nhập máy:  , ấn , nhập **Thứ tự ấn máy:** aq[Q($1$1000RR2Q(dr1000==\* Ta nhận được kết quả **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

 **PHẦN 2: GIỚI HẠN HÀM SỐ PHÂN THỨC**

**Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

1. **Định lý:**
2. Giả sử  và  . Khi đó:
* 
* 
* 
*  (nếu )
1. Nếu với mọi  , trong đó  là một khoảng nào đó chứa  thì  và 
2. **Một vài giới hạn đặc biệt**
*  với  nguyên dương
*  nếu  là số lẻ
*  nếu  là số chẵn
1. **Một vài quy tắc về giới hạn vô cực**

Định lý về giới hạn của tích và thương hai hàm số chỉ áp dụng được khi các hàm số có giới hạn hữu hạn

Sau đây là một số quy tắc tính giới hạn của tích và thương hai hàm số khi một trong hai hàm số có giới hạn vô cực.

Nếu và  thì

 bằng  (dấu “+” nếu hai giới hạn cùng dấu và dấu “- “ nếu hai giới hạn khác dấu.



 (dấu “+” nếu hai giới hạn cùng dấu và dấu “-“ nếu hai giới hạn khác dấu.

Các quy tắc trên vẫn được áp dụng cho các trường hợp :

,  ,  và 

**Dạng 1: *Giới hạn của hàm số tại một điểm  :* **

**Phương pháp Casio:**

**B1:** Nhập vào máy biểu thức F(X)

**B2:** Ấn , máy hỏi X? Cho  hoặc 

**B3:** Ấn , quan sát kết quả và đối chiếu với 4 đáp án A, B, C, D đã cho để tìm đáp án đúng .

**\* Đặc biệt:**

**1/ Dạng vô định .** Tính giới hạn . Trong đó ,

 Cách 1: Ta sẽ đưa về công thức tính đạo hàm tại một điểm . Sử dụng lệnh qy

Vậy 

 Cách 2: Nhập vào máy biểu thức F(X), Ấn , máy hỏi X? Cho  hoặc 

**2/ Giới hạn một bên : Nếu  nhập  , nếu  nhập **

**3/ Quy ước tính giới hạn vô định :**

* 
* 
* 
* 
* 

 **#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |
| --- |
| **Câu 8:** bằng: **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
|  **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** aQ(dp4RQ(dp3Q(+2r2+10^p5==\* Ta nhận được kết quả **Chọn D** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 9:** bằng **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** aQ(^4$pQ(dp72RQ(dp2Q(p3r3+10^p5==\* Ta nhận được kết quả **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 10:**  bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy  , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** a1RQ(p2$pa1RQ(dp4r2p10^p5==\* Ta nhận được kết quả **Chọn C** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 11:** bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy **,** ấn , nhập **Thứ tự ấn máy:** aQ(+3Rq(1pQ(r1+10^p5==\* Ta nhận được kết quả **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 12:**  bằng **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy  ấn Chọn a = 0 khi đó  , kq: 0Chọn a = 1 khi đó  , kq:  Chọn a = 2 khi đó , kq  Chọn a = 3 khi đó , kq: Vậy **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm****Nhận xét bài này thực hiện phép chia giải tự luận nhẹ nhàng hơn!** |

**#Lời giải**

**Dạng 2: *Giới hạn của hàm số tại vô cực :*  hay **

**Phương pháp Casio:** giống giới hạn dãy số , chỉ khác n thay bằng x.

**B1:** Nhập vào máy biểu thức F(X)

**B2:** Ấn , máy hỏi X? Cho  ( nếu  ) hoặc ( nếu  )

**B3**: Ấn , quan sát kết quả và đối chiếu với 4 đáp án A, B, C, D đã cho để tìm đáp án đúng .

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |
| --- |
| **Câu 13: [THAM KHẢO 2018]**  bằng **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** aQ(p2RQ(+3r10^10)==\* Ta nhận được kết quả **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 14: (SGD** **Bà** **Rịa** **Vũng** **Tàu-đề** **1** **năm** **2017-2018)**  bằng **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Nhập máy , ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** aQ(+1R2p6Q(rp10^10==\* Ta nhận được kết quả  **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 15:  .** Giá trị *a* bằng **A.**  **B.**  **C.**  **D.** Không tồn tại. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**\* Với a = -8 thì Nhập máy **,** ấn , nhập**Thứ tự ấn máy:** ap8Q(dp4Q(+5R2Q(d+Q(+1rp10^10==\* Ta nhận được kết quả : - 4**Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |