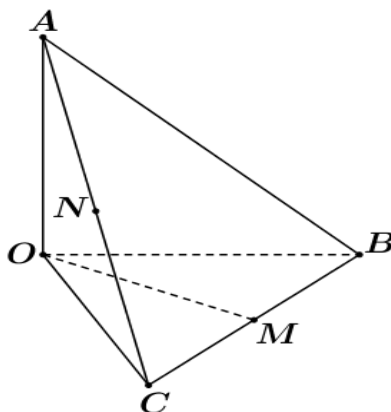


KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 05 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong (α) , $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .
- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$ là
- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 3.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng
- A. $a^{\frac{13}{6}}$. B. $a^{\frac{13}{8}}$. C. $a^{\frac{17}{4}}$. D. $a^{\frac{17}{6}}$.
- Câu 4.** Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng
- A. $32a^3$. B. $16a^3$. C. $64a^3$. D. $8a^3$.
- Câu 5.** Với $a > 0$, $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right)$ bằng
- A. 1000. B. $\log\left(100a + \frac{10}{a}\right)$. C. 3. D. $1 + 2\log a$.
- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $AB \perp (ABC)$. B. $AC \perp BD$. C. $CD \perp (ABD)$. D. $BC \perp AD$.
- Câu 7.** Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-2} = 81$ là
- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 8.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$ là
- A. -2. B. -3. C. $\frac{1}{100}$. D. $\frac{1}{1000}$.
- Câu 9.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và thể tích bằng a^3 . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
- A. $\sqrt{3}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.
- Câu 10.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 5 \leq 0$ là
- A. $S = (-\infty; \log_2 5]$. B. $S = (0; \log_2 5]$. C. $S = [0; \log_2 5]$. D. $S = (0; \log_5 2]$.
- Câu 11.** Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng
- A. $\frac{S}{V}$. B. $\frac{3V}{S}$. C. $\frac{V}{S}$. D. $\frac{S}{3V}$.
- Câu 12.** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



- A. ABO. B. MNO. C. NOM. D. OMN.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 13.** Cho phương trình $\log^2_3 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- Khi $m = 2$ phương trình có 1 nghiệm $x = 3$.
 - Điều kiện xác định của phương trình $x > 0$.
 - Với điều kiện xác định của phương trình, đặt $t = \log_2 x$ ($t > 0$), phương trình đã cho có dạng $t^2 - 2t + 2 - m = 0$
 - Có 2 giá trị nguyên để phương trình có nghiệm $x \in [1; 9]$
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{5}$, đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a$. Dựng AK vuông góc BC và AH vuông góc SK .
- Hai đường thẳng BC và AH vuông góc với nhau.
 - Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC)
 - Đoạn thẳng AK có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}$
 - Tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2}{5}$.
- Câu 15.** Năm 2024 bạn Huyền có số tiền 200 triệu đồng. Do chưa cần sử dụng đến số tiền này nên bạn Huyền gửi tiết kiệm vào một ngân hàng và được nhân viên ngân hàng tư vấn nhiều hình thức gửi khác nhau để bạn Huyền chọn một hình thức gửi.
- Nếu bạn Huyền gửi theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% thì số tiền bạn Huyền thu được cả lãi và gốc sau ba năm là 231,94 triệu.
 - Sau 48 tháng bạn Huyền muốn có số tiền 250 thì bạn Huyền chọn hình thức lãi kép với lãi suất bằng 1,005% một tháng.
 - Bạn Huyền chọn hình thức gửi theo kì hạn 3 tháng với lãi suất không đổi là 6% một năm thì sau 13 quý bạn Huyền có 300 triệu đồng.
 - Vào ngày 01/01/2024 bạn Huyền gửi vào ngân hàng với lãi suất không đổi 5% một năm. Hàng tháng vào ngày 01/01 bạn Huyền rút ra số tiền không đổi là 5 triệu đồng. Sau 44 tháng thì bạn Huyền rút hết số tiền đã gửi trong ngân hàng.
- Câu 16.** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.
- Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
 - Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
 - Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $3\sqrt{3}$.
 - Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{1}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Đáp án:.....

Câu 18. Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Đáp án:.....

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Đáp án:.....

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng ABC ?

Đáp án:.....

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{6}$, cạnh bên $SD = 2\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

Đáp án:.....

Câu 22. Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 2304m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 600000 đồng/ m^2 . Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất (đơn vị: triệu đồng) để xây dựng bể đó là bao nhiêu (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể)?

Đáp án:.....

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	D	C	D	A	C	A	A	C	D

PHẦN II.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III.

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	7	4	15	30	2	578,4

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A.** Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.
C. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$.
D. Nếu a và b cùng nằm trong (α) , $(\alpha) \parallel c$ thì góc giữa a và c bằng góc giữa b và c .

Lời giải

Chọn B

Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$ là
- A.** $[1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định $D = (1; +\infty)$.

- Câu 3.** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng
- A.** $a^{\frac{13}{6}}$. **B.** $a^{\frac{13}{8}}$. **C.** $a^{\frac{17}{4}}$. **D.** $a^{\frac{17}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}} = \sqrt{a^3 a^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{a^{\frac{13}{4}}} = a^{\frac{13}{8}}$.

- Câu 4.** Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng
- A.** $32a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $64a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3 = 8a^3$.

- Câu 5.** Với $a > 0$, $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right)$ bằng
- A.** 1000. **B.** $\log\left(100a + \frac{10}{a}\right)$. **C.** 3. **D.** $1 + 2\log a$.

Lời giải

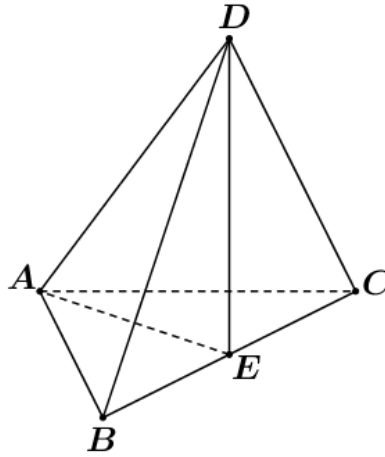
Chọn C

Ta có $\log(100a) + \log\left(\frac{10}{a}\right) = \log\left(100a \cdot \frac{10}{a}\right) = \log 1000 = 3$.

- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $AB \perp (ABC)$. **B.** $AC \perp BD$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $BC \perp AD$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của BC . Khi đó ta có $\begin{cases} AE \perp BC \\ DE \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADE) \Rightarrow BC \perp AD$.

- Câu 7.** Số nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-2} = 81$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{x^2-2} = 81 \Leftrightarrow 3^{x^2-2} = 3^4 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$.
Vậy phương trình có 2 nghiệm thực

- Câu 8.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$ là

- A.** -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** $\frac{1}{1000}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x > 0$

Ta có: $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = 1 \\ \log x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^{-3} \end{cases}$

Vậy tích hai nghiệm là: $\frac{1}{1000} \cdot 10 = \frac{1}{100}$.

- Câu 9.** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và thể tích bằng a^3 . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\sqrt{3}a$. **B.** $2\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích đáy của hình chóp là $S = \frac{(2a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Chiều cao của khối chóp là $h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{a^2 \sqrt{3}} = \sqrt{3}a$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 5 \leq 0$ là

- A.** $S = (-\infty; \log_2 5]$. **B.** $S = (0; \log_2 5]$. **C.** $S = [0; \log_2 5]$. **D.** $S = (0; \log_5 2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow 2^x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq \log_2 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình $2^x - 5 \leq 0$ là $S = (-\infty; \log_2 5]$.

Câu 11. Một khối lăng trụ có thể tích bằng V , diện tích mặt đáy bằng S . Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

- A.** $\frac{S}{V}$. **B.** $\frac{3V}{S}$. **C.** $\frac{V}{S}$. **D.** $\frac{S}{3V}$.

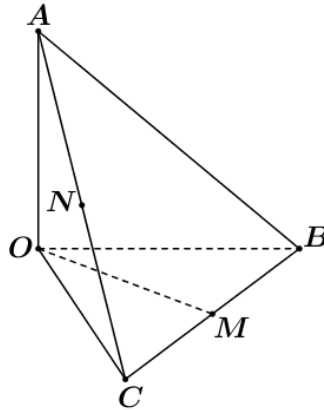
Lời giải

Chọn C

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ.

Ta có thể tích khối lăng trụ là $V = S.h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S}$.

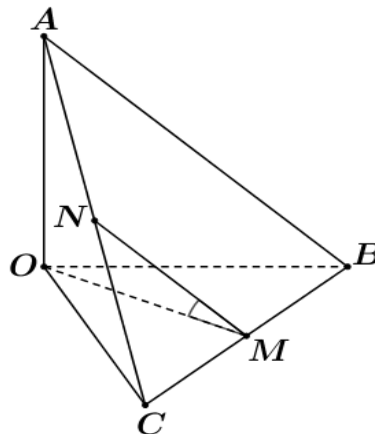
Câu 12. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



- A.** ABO . **B.** MNO . **C.** NOM . **D.** OMN .

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AB \parallel MN$ (do MN là đường trung bình của tam giác ABC)

Khi đó $(AB; OM) = (MN; OM) = NMO$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Khi $m = 2$ phương trình có 1 nghiệm $x = 3$.
- b) Điều kiện xác định của phương trình $x > 0$.
- c) Với điều kiện xác định của phương trình, đặt $t = \log_2 x$ ($t > 0$), phương trình đã cho có dạng $t^2 - 2t + 2 - m = 0$
- d) Có 2 giá trị nguyên để phương trình có nghiệm $x \in [1; 9]$

Lời giải

a) Sai: Thay $m = 2$, vào phương trình ta được $\log_3^2 x - \log_3 x^2 = 0$ điều kiện $x > 0$

$$\text{Phương trình } \log_3^2 x - \log_3 x^2 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 0 \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$$

b) Đúng: Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

c) Sai: Với $x > 0$, đặt $t = \log_3 x$ phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 2 - m = 0$

d) Đúng: Với $x > 0$, đặt $t = \log_3 x$ do $x \in [1; 9] \Rightarrow t \in [0; 2]$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + 2 - m = 0$ (1)

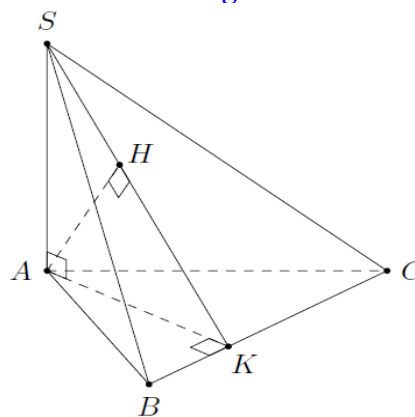
Phương trình (1) $\Leftrightarrow t^2 - 2t + 2 = m$, xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 2$

Vậy để phương trình có nghiệm thì $m \in [1; 2], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2\}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{5}$, đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a$. Dựng AK vuông góc BC và AH vuông góc SK .

- a) Hai đường thẳng BC và AH vuông góc với nhau.
- b) Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC)
- c) Đoạn thẳng AK có độ dài bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}$
- d) Tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2}{5}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$ mà $AH \perp SK$ nên $AH \perp (SBC)$.

Do đó SK là hình chiếu vuông góc của SA trên mặt phẳng (SBC)

Đặt $\alpha = (SA; (SBC)) = (SA; SK) = \angle ASK$.

$$\text{Ta có } AK = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \alpha = \frac{AK}{AS} = \frac{\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{5}.$$

- a) Đúng: Hai đường thẳng BC và AH vuông góc với nhau.
 b) Đúng: Đường thẳng AH vuông góc với mặt phẳng (SBC)
 c) Sai: Đoạn thẳng AK có độ dài bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$
 d) Đúng: Tan góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2}{5}$.

Câu 15. Năm 2024 bạn Huyền có số tiền 200 triệu đồng. Do chưa cần sử dụng đến số tiền này nên bạn Huyền gửi tiết kiệm vào một ngân hàng và được nhân viên ngân hàng tư vấn nhiều hình thức gửi khác nhau để bạn Huyền chọn một hình thức gửi.

- a) Nếu bạn Huyền gửi theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi 5% thì số tiền bạn Huyền thu được cả lãi và gốc sau ba năm là 231,94 triệu.
 b) Sau 48 tháng bạn Huyền muốn có số tiền 250 thì bạn Huyền chọn hình thức lãi kép với lãi suất bằng 1,005% một tháng.
 c) Bạn Huyền chọn hình thức gửi theo kì hạn 3 tháng với lãi suất không đổi là 6% một năm thì sau 13 quý bạn Huyền có 300 triệu đồng.
 d) Vào ngày 01/01/2024 bạn Huyền gửi vào ngân hàng với lãi suất không đổi 5% một năm. Hàng tháng vào ngày 01/01 bạn Huyền rút ra số tiền không đổi là 5 triệu đồng. Sau 44 tháng thì bạn Huyền rút hết số tiền đã gửi trong ngân hàng.

Lời giải

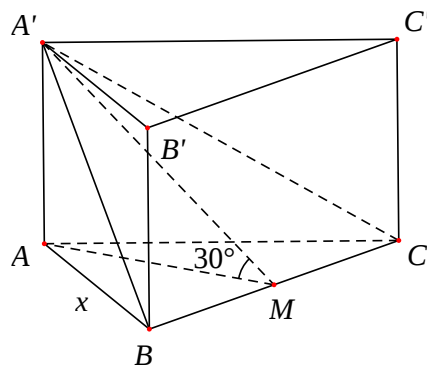
- a) Đúng: Ta có $S_6 = 200 \cdot \left(1 + 5\% \cdot \frac{6}{12}\right)^6 \approx 231,94$.
 b) Đúng: Ta có $250 = 200 \cdot (1 + r\%)^{48} \Leftrightarrow r\% \approx 1,005\%$
 c) Sai: $300 = 200 \cdot \left(1 + 6\% \cdot \frac{3}{12}\right)^n \Leftrightarrow n \approx 27,2$ tức là gần 9 quý
 d) Sai: Ta có $T = 200 \left(1 + 5\% \cdot \frac{1}{12}\right)^n - 5 \frac{\left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^n - 1}{\frac{5\%}{12}}$.

$$\text{Khi bạn Huyền rút hết tiền thì } T = 200 \left(1 + 5\% \cdot \frac{1}{12}\right)^n - 5 \frac{\left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^n - 1}{\frac{5\%}{12}} = 0 \Rightarrow n \approx 45 \text{ tháng.}$$

Câu 16. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18.

- a) Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3\sqrt{3}$.
 b) Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.
 c) Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ thuộc khoảng $3\sqrt{3}$.
 d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

Lời giải



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = A'MA = 30^\circ.$$

$$\text{Xét } \triangle A'MA, \text{ có } A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x.$$

$$S_{A'BC} = 18 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 18 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Suy ra đường cao của hình lăng trụ là } h = A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 3,$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều nên } S_{ABC} = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} A'A \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \approx 15.59$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 27\sqrt{3}.$$

a) Sai: Hình lăng trụ đã cho có đường cao $h = 3$.

b) Đúng: Diện tích đáy của hình lăng trụ đã cho là $S_{ABC} = 9\sqrt{3}$.

c) Sai: Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng $9\sqrt{3}$.

d) Đúng: Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC.A'B'C'} = 27\sqrt{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{1}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Lời giải

Do $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow 2x^2 + mx + 2 > 0$.

Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2x^2 + mx + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 < 0$
 $\Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; \dots; 2; 3\}$ nên có 7 giá trị m .

Câu 18. Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x > 2y \end{cases} \text{ . Đặt } \log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y) = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4^t \\ y = 9^t \\ x - 2y = 6^t \end{cases} \Rightarrow 4^t - 2 \cdot 9^t = 6^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t - \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = -1 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = 2 \end{cases}$$

Khi đó $\frac{x}{y} = \left(\frac{4}{9}\right)^t = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^t\right]^2 = 4.$

Câu 19. Cho biết tính đến ngày 31 tháng 12 năm 2023, dân số nước ta có khoảng 99186471 người và người ta dự đoán tỷ lệ tăng dân số trong vòng 21 năm, từ năm 2020 đến năm 2040 là khoảng 0.99% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 115 triệu người?

Lời giải

Chọn năm 2023 làm mốc tính, số dân hàng tỉ lệ tăng dân số trong vòng 21, từ năm 2020 đến năm 2040 năm là khoảng 0.99% một năm, nên dân số nước ta sau N năm ($-3 \leq N \leq 17$) là:

$$S_N = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N \text{ để dân số là 115 triệu người thì } N \text{ phải thỏa mãn:}$$

$$115000000 = 99186471 \cdot (1 + 0.99\%)^N$$

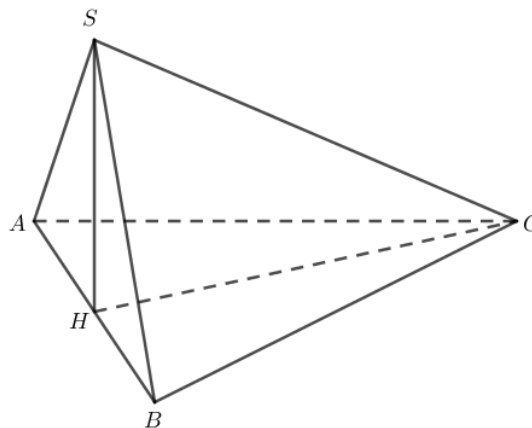
$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{0.99}{100}\right)^N = \frac{115\,000\,000}{99\,186\,471} \Leftrightarrow N \cdot \ln(1.0099) = \ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{\ln\left(\frac{115\,000\,000}{99\,186\,471}\right)}{\ln(1.0099)} \approx 15,016 \approx 15$$

Như vậy sau 15 năm, tức là năm 2038 thì dân số nước ta ở mức khoảng 115 triệu người.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng ABC ?

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB . Do tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên ta có: $SH = \frac{1}{2}AB = a$ và $SH \perp (ABC)$. Suy ra:

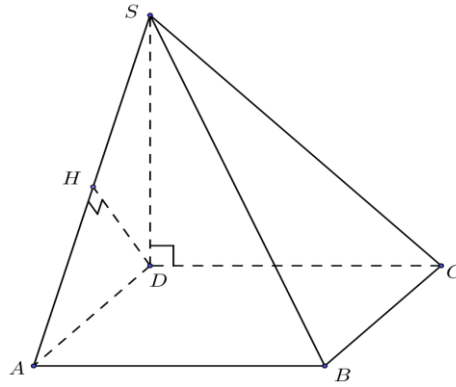
$$(SC, (ABC)) = \angle SCH.$$

ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$ nên $CH = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SCH vuông tại H có: $\tan \angle SCH = \frac{SH}{CH} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $(SC, (ABC)) = 30^\circ$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{6}$, cạnh bên $SD = 2\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp AD \\ SD \cap AD = D \text{ trong } (SAD) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$$

Vẽ $DH \perp SA$ tại H trong mặt phẳng (SAD)

$$\text{Ta có } \begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp SA \\ AB \cap SA = A \text{ trong } (SAB) \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB)$$

Vì $CD \parallel (SAB)$ nên $d(SB; CD) = d((SAB); CD) = d((SAB); D) = DH$.

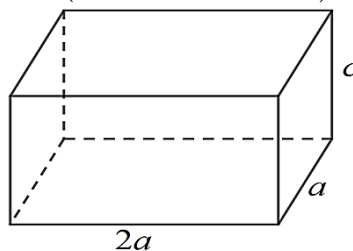
$$\triangle SAD \text{ vuông tại } D \text{ với đường cao } DH \text{ có } DH = \frac{SD \cdot DA}{\sqrt{SD^2 + DA^2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2}} = 2$$

Câu 22. Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 2304m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 600000 đồng/ m^2 . Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất (đơn vị: triệu đồng) để xây dựng bể đó là bao nhiêu (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể)?

Lời giải

Theo bài ra ta có để chi phí thuê nhân công là thấp nhất thì ta phải xây dựng bể sao cho tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là nhỏ nhất.

Gọi ba kích thước của bể là $a, 2a, c$ ($a(\text{m}) > 0, c(\text{m}) > 0$).



Ta có diện tích các mặt cần xây là $S = 2a^2 + 4ac + 2ac = 2a^2 + 6ac$.

$$\text{Thể tích bể } V = a \cdot 2a \cdot c = 2a^2c = 2304 \Rightarrow c = \frac{1152}{a^2}.$$

$$\text{Suy ra } S = 2a^2 + 6a \cdot \frac{1152}{a^2} = 2a^2 + \frac{6912}{a} = 2a^2 + \frac{3456}{a} + \frac{3456}{a} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2a^2 \cdot \frac{3456}{a} \cdot \frac{3456}{a}} = 864.$$

Vậy $S_{\min} = 864\text{m}^2$, khi đó chi phí thấp nhất là $864 \cdot 600000 = 518.4$ triệu đồng.

HẾT