**Câu 1: [1D3-4-4] (SGD - Bắc Ninh - 2017 - 2018 - BTN)** Cho hình vuông  có cạnh bằng . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (Hình vẽ).

Từ hình vuông  lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông ,, ,., ... Gọi  là diện tích của hình vuông . Đặt . Biết , tính ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Cạnh của hình vuông  là: . Do đó diện tích .

Cạnh của hình vuông  là: . Do đó diện tích . Lý luận tương tự ta có các ,, . tạo thành một dãy cấp số nhân lùi vô hạn có  và công bội .

. Với  ta có .

**Câu 2: [1D3-4-4] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - 2018 - BTN)** Hai siêu máy tính  và  tham gia thi đấu trong trận chung kết giải cờ vua. Máy nào thắng một ván được cộng một điểm và không có ván hòa. Xác suất thắng một ván của Máy  là  và của Máy  là . Máy nào hơn máy kia hai điểm thì thắng trận đấu. Vậy xác suất để Máy  thắng trong trận đấu là bao nhiêu, nếu số ván đấu là vô cùng lớn ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  là số ván máy  thắng, khi đó số ván máy  thắng là , khi đó số ván đấu là 

Gọi  là số khả năng xảy ra trong trường hợp trận đấu có  ván.

- Nếu  thì có một khả năng là  khi đó 

- Nếu  thì có hai khả năng là  hoặc  khi đó .

- Giả sử số ván đấu là  khi đó số khả năng là  với  và ta luôn có máy *A* phải thắng hai ván cuối, nghĩa là các trường hợp xảy ra phải là .

Với mỗi khả năng thì luôn cảm sinh ra hai khả năng để số ván đấu là  đó là hoặc , do đó , nghĩa là  lập thành một cấp số nhân với công bội bằng 2, nên 

Do đó xác xuất để máy thắng là



Đây là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu bằng , công bội là 

Do đó 

**Câu 3: [1D3-4-4] (THPT Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - Lần 1 - 2018 - BTN)** Cho dãy số  xác định bởi  với mọi , trong đó  là hằng số, , . Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng . Tính ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Chọn** **C**

**Cách** **1.** Ta có: 

Đặt 

Khi đó 

Vậy .

Do đó: .

**Cách** **2.** Theo giả thiết ta có . Áp dụng công thức tổng quát, ta được , suy ra , hay 



**Câu 4: [1D3-4-4]** (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)Ông A vay ngân hàng  triệu đồng để mua nhà theo phương thức trả góp với lãi suất  mỗi tháng. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất sau khi vay, ông hoàn nợ cho ngân hàng số tiền cố định  triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả. Hỏi sau khoảng bao nhiêu tháng ông A sẽ trả hết số tiền đã vay?

**A. ** tháng. **B. ** tháng. **C. ** tháng. **D. ** tháng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Sau tháng thứ nhất số tiền còn nợ (đơn vị triệu đồng) là .

Sau tháng thứ hai số tiền còn nợ là

.

Ký hiệu  thì số tiền còn lại ở tháng thứ  là:

.

Như vậy để trả hết nợ thì số tháng là .

**Câu 5: [1D3-4-4] (THPT Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2017 - 2018 - BTN)** Cho bốn số ,  theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác . Biết tổng ba số hạng đầu bằng , đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  .

Và cấp số cộng có  , , . Gọi  là công sai của cấp số cộng. Vì cấp số nhân có công bội khác  nên .

Ta có :  .

Từ  và  ta được : .

Do  nên .

Từ  và , suy ra .

Do đó :   .

Vậy .

**Câu 6: [1D3-4-4] (THPT Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2017 - 2018 - BTN)** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác  được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác .

Ta xây dựng dãy các tam giác  sao cho  là một tam giác đều cạnh bằng  và với mỗi số nguyên dương , tam giác  là tam giác trung bình của tam giác . Với mỗi số nguyên dương , kí hiệu  tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác . Tính tổng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì dãy các tam giác  là các tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác bằng cạnh.

Với  thì tam giác đều  có cạnh bằng  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác có bán kính   .

Với  thì tam giác đều  có cạnh bằng  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  có bán kính   .

Với  thì tam giác đều  có cạnh bằng  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  có bán kính   .

...................

Như vậy tam giác đều  có cạnh bằng  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác  có bán kính   .

Khi đó ta được dãy , ,  là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  và công bội .

Do đó tổng  .

**Câu 7: [1D3-4-4] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - Lần 2 - 2018 - BTN)**  Cho dãy số xác định bởi , . Khi đó  bằng:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: .

 

Đặt , từ ta suy ra: .

Do đó  là cấp số nhân với , công bội .

Suy ra: .

Vậy .