**NHỊ THỨC NEWTON**

**A. NHỊ THỨC NIU – TƠN**

***Nhị thức Niu – tơn:***

 

*Nhận xét:* Ở công thức  ta có:

Số các hạng tử là 

Số hạng thứ  là  ; 

Số mũ của  giảm dần từ  đến 0. Số mũ của  tăng dần từ 0 đến  nhưng tổng các số mũ của  và  trong mỗi hạng tử luôn bằng .

Các hạng tử cách đều hạng tử đầu và hạng tử cuối có hệ số bằng nhau

***Các trường hợp đặc biệt:***

Khi  ta có 

 Khi  ta có 

Khi thì  có thể viết thành:



***Tam giác Pa – xcan:***

 

Các hệ số của tam giác Pa – xcan thỏa mãn hệ thức

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 43:** Giá trị của  thỏa mãn đẳng thức  là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 44:** Tính giá trị của

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 45:** Tính tổng .

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Câu 46:** 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 47:** Số hạng thứ  của khai triển  không chứa . Tìm  biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển .

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

**Câu 48:** Trong khai triển  biết tổng các hệ số . Hệ số của  bằng

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

**Câu 49:** Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển ?

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

**Câu 50:** Trong khai triển biểu thức  số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 51:** Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức 

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 52:** Hệ số của số hạng chứa  trong khai triển  là:

**A.** 1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

**Câu 53:** Tìm số hạng chứa  trong khai triển thành các đa thức của  là:

**A.** 135. **B.** 45. **C.** . **D.** .

**Câu 54:** Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Câu 55:** Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau  có giá trị là

**A.** 2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

**Câu 56:** Số hạng không chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 57:** Số hạng chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 58:** Tìm số hạng không chứa  trong khai triển biết là số nguyên dương thỏa mãn 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 59:** Cho khai triển: với  là các hệ số. Tính tổng biết .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 60:** Số lớn nhất trong các số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 61:** Cho là số nguyên dương thỏa mãn 

Xét khai triển . Hệ số lớn nhất của là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 62:** Giả sử thỏa mãn . Hệ số lớn nhất trong các hệ số là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 63:** Cho khai triển . Tìm tất cả các giá trị của  để .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 64:** Cho là số nguyên dương. Gọi  là hệ số của trong khai triển thành đa thức của. Tìm  sao cho .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 65:** Tính tổng  theo ta được

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 66:** Cho số nguyên . Giả sử ta có khai triển . BiếtTính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 67:** Tìm số nguyên dươngthỏa mãn

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 68:** Cho . Kết quả biểu diễn  theo  là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 69:** Trong khai triển của  thành đa thức

, hãy tìm hệ số  lớn nhất ().

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 70:** Cho khai triển , trong đó  và các hệ số thỏa mãn hệ thức . Tìm hệ số lớn nhất?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 71:** Cho khai triển , trong đó  và các hệ số thỏa mãn hệ thức . Tìm hệ số lớn nhất?

**A.** **.** **B.** **.** **C.** **.** **D.** .

**Câu 72:** Tính tổng 

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **

**Câu 73:** bằng

**A. .** **B. .** **C. .** **D. .**

**Câu 74:** Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức  có bao nhiêu số hạng?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 75:** Cho khai triển . Biết , tính giá trị của biểu thức ?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 76:** Cho đa thức: **. Khai triển và rút gọn ta được đa thức *P*(*x*) *=* . Tìm hệ số .

**A.** 715 **B.** 720 **C.** 700 **D.** 730

**Câu 77:** Tìm số tất cả tự nhiên *n* thỏa mãn 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 78:** Một khối lập phương có độ dài cạnh là được chia thành  khối lập phương cạnh . Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 79:** Cho . Tính 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 80:** Tìm  biết rằng  đồng thời .

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**C. HƯỚNG DẪN GIẢI**

**NHỊ THỨC NEWTON**

**Câu 43:** Giá trị của  thỏa mãn đẳng thức  là

**A. **. **B. **. **C.**. **D. **.

**Hướng dẫn giải**

**ChọnC**

***PPsửdụngmáytínhđểchọnđápsốđúng(PPtrắcnghiệm):***

+ Nhập PT vào máy tính: 



+ Tính (CALC) lần lượt với  (không thoả); với  (không thoả); với  (**thoả**), với  (không thoả)



**Câu 44:** Tính giá trị của

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Ta có 

Áp dụng với  ta được 

Suy ra 

**Câu 45:** Tính tổng .

**A.**. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

***\* Phân tích:***

- Có thể làm theo cách trắc nghiệm bằng cách tính  và tương ứng với bộ (hệ số, số mũ) =(3, 2) vào các phương án trả lời, suy ra **Chọn A.**

- Bài toán tổng quát: Tính tổng  với  lập thành một cấp số cộng. Phương pháp để tính S là nhân cả 2 vế với  rồi trừ vế với vế, sử dụng công thức tính tổng  số hạng liên tiếp của một cấp số nhân là xong.

**Hướng dẫn giải:**

- Ta có: 



- Trừ vế với vế của hai biểu thức trên ta được:





.

**Câu 46:** 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn D.**

Xét khai triển:



Cho  ta có được:

 (1)

Cho  ta có được:

 (2)

Lấy (1) + (2) ta có:



Suy ra:.

**Câu 47:** Số hạng thứ  của khai triển  không chứa . Tìm  biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển .

**A. .** **B. .** **C. .** **D..**

**Hướng dẫn giải.**

**ChọnD**

.

Vì số hạng thứ ba của khai triển trên ứng với nên số hạng thứ ba của khai triển là .

Mà số hạng thứ ba của khai triển không chứa  nên .

Số hạng thứ 2 của khai triển là .

Khi đó ta có .

**Câu 48:** Trong khai triển  biết tổng các hệ số . Hệ số của  bằng

**A. .** **B. .** **C..** **D. .**

**Hướng dẫn giải.**

**ChọnC**

.

Thay  vào khai triển ta được

.

Hệ số của  bằng .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển ?

**A. .** **B..** **C. .** **D. .**

**Hướng dẫn giải.**

**ChọnB**

.

Các số hạng hữu tỉ sẽ thỏa mãn .

Từ  đến  có  số chia hết cho .

**Câu 50:** Trong khai triển biểu thức  số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

**A. **. **B.**. **C. **. **D. **.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có số hạng tổng quát 

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để  là một số nguyên thì 

Vậy trong khai triển có hai số hạng nguyên là  và .

**Câu 51:** Tìm hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển đa thức 

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có số hạng tổng quát sau khi khai triển nhị thức  là 



Xét bất phương trình với ẩn số  ta có 



Do đó bất đẳng thức  đúng với  và dấu đẳng thức không không xảy ra.

Ta được  và 

Từ đây ta có hệ số có giá trị lớn nhất trong khai triển nhị thức là



**Câu 52:** Hệ số của số hạng chứa  trong khai triển  là:

**A.**1695. **B.** 1485. **C.** 405. **D.** 360.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Với  thì số hạng tổng quát của khai triển  là:



Theo đề bài thì 

Do  nên .

Vậy hệ số của  trong khai triển  là:

.

**Câu 53:** Tìm số hạng chứa  trong khai triển thành các đa thức của  là:

**A.** 135. **B.** 45. **C.**. **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Với  thì số hạng tổng quát của khai triển  là:



Theo đề bài thì 

Do  nên .

Vậy hệ số của  trong khai triển là: .

**Câu 54:** Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào sai?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.**.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

**Ta có thể sử dụng máy tính để thử trường hợp riêng của đẳng thức trên, tôi xin phép không đưa cách làm cụ thể vì độc giả có thể dễ dàng giải được.**

Tôi xin giới thiệu cách chứng minh cụ thể như sau:

**Với A:** Ta sẽ dùng đẳng thức**.**

Khi đó ta có:



Vậy A đúng.

**Với B:** Ta sẽ dùng đẳng thức**.**

Khi đó ta có:



Vậy B đúng.

Với C: Ta có .

Khi đó ta có: .

.

.

.

Vậy C đúng.

**Chọn D.**

Đọc thêm tính tổng : Các số hạng của  có dạng nên ta sẽ dùng đẳng thức .

Khi đó ta có: .

.

**Câu 55:** Tổng của ba số hạng liên tiếp lập thành cấp số cộng trong dãy số sau  có giá trị là

**A.**2451570. **B.** 3848222. **C.** 836418. **D.** 1307527.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Giả sử 3 số  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi .

.

.

.

Vậy .

**Câu 56:** Số hạng không chứa  trong khai triển là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Số hạng không chứa trong khai triển ứng với . Mà  và nên . Lúc này số hạng không chứa trong khai triển là 

**Câu 57:** Số hạng chứa  trong khai triển là

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Từ lý thuyết ta có công thức tổng quát như sau: Với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Ta có: . Suy ra . Lúc này hệ số của  trong khai triển là 

**Câu 58:** Tìm số hạng không chứa  trong khai triển biết là số nguyên dương thỏa mãn 

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Ta có 

vì .

Lúc này ta có

Từ công thức tổng quát tam thức Newton ta có với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Ta có: . Kết hợp với điều kiện ở trên ta có: . Suy ra số hạng không chứa là 

**Câu 59:** Cho khai triển: với  là các hệ số. Tính tổng biết .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Theo giả thiết ta có: 

Thay ta được. Như vậy ta chỉ cần xác định được 

Với  thì số hạng tổng quát khi khai triển tam thức là 

Hệ số của ứng với: .

Suy ra 

Hệ số của ứng với: .

Suy ra 





Vậy 

**Câu 60:** Số lớn nhất trong các số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Vì nên ta có , suy ra ta chỉ cần tìm số lớn nhất trong các số. Bằng tính toán trực tiếp, ta có 

Như vậy 

Do đó: 

**Câu 61:** Cho là số nguyên dương thỏa mãn 

Xét khai triển . Hệ số lớn nhất của là

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**



Xét bất phương trình:



Từ đây ta có:

Do đó: 

Vậy 

**Câu 62:** Giả sử thỏa mãn . Hệ số lớn nhất trong các hệ số là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**











Từ đây ta có:

Do đó:

Vậy 

**Câu 63:** Cho khai triển . Tìm tất cả các giá trị của  để .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Giả sử  là số nguyên dương sao cho:



Theo công thức khai triển newton ta có:





Ta có: 



Các phép biến đổi trên là đương tương nên ta không cần phải thử lại các giá trị trên.

Vậy  là tất cả các giá trị thỏa mãn bài toán (thử lại thấy thở mãn).

**Câu 64:** Cho là số nguyên dương. Gọi  là hệ số của trong khai triển thành đa thức của. Tìm  sao cho .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Theo công thức khai triển Newton ta có:



Số hạng chứa tương ứng với cặp  thỏa mãn:



Do đó hệ số của là: 



**Câu 65:** Tính tổng  theo ta được

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Các số hạng của  có dạng:

.

Do đó .

Nhận thấy  là hệ số của  trong khai triến .

Vì vậy xét , theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

=

Từ đó ta có:

.



Suy ra: 



**Câu 66:** Cho số nguyên . Giả sử ta có khai triển . BiếtTính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Theo giả thiết ta có:

.

Khi đó và .

Suy ra 



Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:



.

Vậy 

**Câu 67:** Tìm số nguyên dươngthỏa mãn

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Các số hạng của tổng vế trái có dạng:



Do đó ta có:



.

Như vậy ta cần dùng số nguyên dương  thỏa mãn:.

**Câu 68:** Cho . Kết quả biểu diễn  theo  là

**A.**. **B.** .

**C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** Ta có

****

****

****



****

****

Cộng các dẳng thức trên vế theo vế ta được:



Ta có: 

.

Áp dụng câu  với , thay  bởi  ta được:



Vậy **.**

**Cách 2:** Với bài toán này ta có thể dùng máy tính để thử trường hợp riêng.

**Câu 69:** Trong khai triển của  thành đa thức

, hãy tìm hệ số  lớn nhất ().

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A.**

Ta có: 

Hệ số của  trong khai triển 

Ta có: 

 Từ đó: 

Đảo dấu bất đẳng thức trên, ta được:



Vậy hệ số lớn nhất phải tìm là: .

**Câu 70:** Cho khai triển , trong đó  và các hệ số thỏa mãn hệ thức . Tìm hệ số lớn nhất?

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải.**

**Chọn B.**

Số hạng tổng quát trong khai triển  là , , . Vậy hệ số của số hạng chứa  là .

Khi đó, ta có

.

Dễ thấy  và  không phải hệ số lớn nhất. Giả sử  là hệ số lớn nhất trong các hệ số .

Khi đó ta có





Do 

Vậy hệ số lớn nhất là .

**Câu 71:** Cho khai triển , trong đó  và các hệ số thỏa mãn hệ thức . Tìm hệ số lớn nhất?

**A.** **.** **B.****.** **C.** **.** **D.** .

**Hướng dẫn giải.**

**ChọnB**

Số hạng tổng quát trong khai triển  là , , . Vậy hệ số của số hạng chứa  là .

Khi đó, ta có



Dễ thấy  và  không phải hệ số lớn nhất. Giả sử  là hệ số lớn nhất trong các hệ số .

Khi đó ta có



.

Do .

Vậy hệ số lớn nhất là .

**Câu 72:** Tính tổng 

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **

**Hướngdẫngiải:**

**Chọn A.**

Ta có:.

Vế trái của hệ thức trên chính là:



Và ta thấy hệ số của  trong vế trái là



Còn hệ số của  trong vế phải  là 

Do đó .

**Câu 73:** bằng

**A. .** **B. .** **C. .** **D..**

**Hướng dẫn giải.**

**ChọnD**

Xét khai triển .

Thay  vào khai triển ta được .

Thay  vào khai triển ta được :

.

Từ  và  suy ra .

**Câu 74:** Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức  có bao nhiêu số hạng?

**A. ** **B. ** **C.** **D. **

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: . Khai triển này bao gồm tất cả  số hạng. Tuy nhiên ta xét các số hạng bị trùng lũy thừa của nhau.

Ta có:  do đó  phải là số chẵn nhưng không chia hết cho 4. Ta có bảng:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 |
|  | 4 | 7 | 10 | 13 (L) | 16 (L) |

Vậy có 3 cặp số hạng sau khi khai triển trùng lũy thừa của nhau.

**Chọn C.**

**Câu 75:** Cho khai triển . Biết , tính giá trị của biểu thức ?

**A.** **B. ** **C. ** **D. **

**Hướng dẫn giải:**

Ta có:  do vậy lấy đạo hàm hai vế ta được:



Thay  vào khai triển trên ta được:



Vậy với  ta có: .

**Chọn A.**

**Câu 76:** Cho đa thức: **. Khai triển và rút gọn ta được đa thức *P*(*x*) *=* . Tìm hệ số .

**A.**715 **B.** 720 **C.** 700 **D.** 730

**Hướng dẫn giải:**

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newtơn vào bài toán ta có: 

Hệ số của số hạng chứa  là: . Áp dụng vào bài tập ta thấy hệ số  chính là tổng tất cả hệ số của số hạng chứa *.* Vậy hệ số  trong khai triển *P(x)* là: = 715.

**Câu 77:** Tìm số tất cả tự nhiên *n* thỏa mãn 

**A.**  **B.** **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Ta có 

**.**

Khi đó: = 

**Câu 78:** Một khối lập phương có độ dài cạnh là được chia thành  khối lập phương cạnh . Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải:**

Có tất cả  điểm. Chọn  điểm trong  có 

Có tất cả  bộ ba điểm thẳng hàng. Vậy  tam giác.

**Câu 79:** Cho . Tính 

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Xét 



. Vậy 





. Chọn

**Chọn A.**

**Câu 80:** Tìm  biết rằng  đồng thời .

**A. ** **B. ** **C.** **D. **

**Hướng dẫn giải:**

Ta đặt  khi đó .

Như vậy .

**Chọn C.**