TUYỂN TẬP 300 ĐỀ THI

CHUYÊN VÀ BỒI DƯỠNG HSG

LỚP 9 THI VÀO 10

LỚP TOÁN THẦY THÀNH

NGÕ 58 NGUYỄN KHÁNH TOÀN – 0975.705.122

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TP HÀ NỘI 2011-2012

Bài I (2điểm)Với $a \neq \pm b$ giải phương trình: $(a^4 - b^4)x^2 - 2(a^3 - b^3)x + a^2 - b^2 = 0$

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - y - xy = 2 + 3\sqrt{2} \\ x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$

Bài II(2,0điểm)

1) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $n^2 - 9n - 3$ chia hết cho $n - 11$
2) Với ba số x, y, z không âm thỏa mãn $x + y + z = 6$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức : $A = x^2 + y^2 + z^2$

Bài III (3,5 điểm)

Trên đường tròn tâm O đường kính AB = 2R lấy điểm N sao cho AN = R nà M là một điểm bất kì trên cung nhỏ BN(M không trùng với B, N). Gọi I là giao điểm của AM và BN. Đường thẳng đi qua I và vuông góc với AB tại H, cắt tia AN tại điểm C.

1) Chứng minh ba điểm B, M, C thẳng hàng.
2) Xác định vị trí của điểm M để chu vi tứ giác ABMN lớn nhất.
3) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNH luôn thuộc một đường thẳng cố định khi M thay đổi trên cung nhỏ BN của đường trong (O; R).
4) Gọi P là điểm chình giữa của cung AB không chứa điểm N cảu đường tròn (O; R). Đường thẳng MP cắt AB tại D. Chứng minh $\frac{MD}{MA} + \frac{MD}{MB}$ không đổi khi M thay đổi trên cung nhỏ BN của đường tròn (O; R).

Bài IV(1,5điểm)Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (x; y; z) thỏa mãn: $xyz = x^2 - 2z + 2$

Bài V(1,0điểm)Chứng minh rằng từ 53 số tự nhiên bất kì luôn chọn được 27 số mà tổng của chúng chia hết cho 27.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2011-2012

Câu 1: a) Giải phương trình: $x^2+2x+3=2|x|\sqrt{2x+3}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(x-2)(2x-y)=6 \\ (x-3)^2+2y=10 \end{cases}$

Câu 2: a) Cho a,b,c là các số thực khác 0, thoả mãn: ab+bc+ca=0

Tính tổng: $T=\dfrac{bc}{a^2}+\dfrac{ca}{b^2}+\dfrac{ab}{c^2}$

b) Tìm tất cả các số nguyên x,y,z thoả mãn: $3x^2+6y^2+z^2+3y^2z^2-18x=6$

Câu 3: a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=\dfrac{1-4\sqrt{x}}{2x+1}-\dfrac{2x}{x^2+1}$

b) Tìm các giá trị a, b sao cho: $\dfrac{a^2+1}{a-1}.\dfrac{b^2+1}{b-1}=\dfrac{1}{2}(ab+1)$

Câu 4: Cho đường tròn tâm O đường kính BC cố định, A là một điểm thuộc tròn (A không trùng B, C). H là hình chiếu của A trên BC. Đường tròn tâm I đường kính AH cắt AB, AC theo thứ tự tại M, N.

a) Chưng minh MN là tiếp tuyến chung của đường tròn ngoại tiếp tam giác BHM và CHN.

b) Xác định vị trí của A để bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN lớn nhất.

Câu 5: Lấy 2011 điểm thuộc miền trong của tứ giác để cùng với 4 đỉnh ta được 2015 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Biết diện tích của tứ giác ban đầu là $1cm^2$. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 2015 điểm đã cho có diện tích không vượt quá $\dfrac{1}{4024}cm^2$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN BÀ RỊA – VŨNG TÀU 2011-2012

Bài 1: *(3.0 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức : $P=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x^3}+1}{x-1}$

$x-y+xy=1$

2)Giải hệ phương trình: $\left\{ 2\sqrt{x}+y-xy=2 \right.$

Bài 2: *(2.5 điểm)*

Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ (1), với m là tham số.

1) Tìm tất cả giá trị nguyên của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thoã $x_1\geq 0$, $x_2\geq 0$ và $\sqrt{1+x_1}+\sqrt{1+x_2}=1+\sqrt{3}$.

2) Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệmx_1, x_2 sao cho $N=(x_1^2+x_2)(x_2^2+x_1)$ là một số chính phương.

Bài 3: (1.0 điểm)

Cho các số dương a,b,c thay đổi và thoã mãn 3a+4b+5c=12. tính giá trị lớn nhất của

biểu thức: $S=\frac{ab}{ab+a+b}+\frac{2ac}{ac+a+c}+\frac{3bc}{bc+b+c}$.

Bài 4: *(2.5 điểm)*

Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh CD lấy điểm M tuỳ ý khác hai điểm C,D. Đường thẳng d qua m và vuông góc AM; d cắt các đường thẳng AB,BC,DA lần lượt tại các điểm E,F,G.

1) Chứng minh rằng: $\angle MAF=\angle MBC$ và tg$\angle MAF$ + tg$\angle MBC$=1.
2) đường tròn ngoại tiếp tam giác DEG còn cắt đường thẳng AB tại H khác điểm E. Chứng minh rằng đường thẳng MH vuông góc AB.

Bài 5: *(1.0 đểm)*

Cho tam giác ABC, điểm O cố định nằm trong tam giác (O không thộc các cạnh của tam giác). điểm M di động trên tia OA (M khác O và A) sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giácABM còn cắt tia OB tại đểm N khác B và đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM còn cắt tia OC tại điểm P khác C.

1) Chứng minh rằng $\frac{ON}{OP}$ không đổi.
2) Gọi I và J lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác MNP. Chứng minh rằng O,I,J thẳng hàng.
3)

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HẢI PHÒNG 2010-2011

Bài 1(1,0 điểm) Cho biểu thức: $M=\frac{2}{3}\left[\frac{1}{1+\left(\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{3}}\right)^2}+\frac{1}{1+\left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{3}}\right)^2}\right].\frac{2001}{x+1}$

Tìm x để biểu thức có nghĩa, khi đó hãy rút gọn M và tìm giá trị lớn nhất của M.

Bài 2(2,0 điểm)

1.Giải phương trình : $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-4}=3$.

2.Tìm m để phương trình $x^2 + (2m +3)x +3m + 11 = 0$ có hai nghiệm x_1 , x_2 khác 0 thoả mãn

$\left|\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right|=\frac{1}{2}$

Bài 3 (2,0 điểm)

1.Cho các số thực a, b, c, d . Chứng minh rằng :

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

2. Cho các số thực a, b, c thoả mãn $a+ b+c \le 2$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^2+\frac{1}{b^2}}+\sqrt{b^2+\frac{1}{c^2}}+\sqrt{c^2+\frac{1}{a^2}}\ge\frac{\sqrt{97}}{2}$$

Bài 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và đường tròn (O′; R′) cắt nhau tại A và B.Trên tia đối của tia AB lấy điểm C .Kẻ tiếp tuyến CD, CE với đường tròn tâm O, trong đó D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O′.Đường thẳng AD, AE cắt đường tròn (O′) lần lượt tại m và N (M, N khác A). Tia DE cắt MN tại K. Chứng minh:

1.Các tứ giác BEKN và BDMK nội tiếp.

2. ΔBKM đồng dạng với ΔBEA.

3.$O'K \perp MN$.

Bài 5 (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình nghiệm nguyên: $\begin{cases}x+y=z\\x^3+y^3=z^2\end{cases}$.

2. Có 2010 viên sỏi. Hai người chơi thay phiên nhau bốc sỏi, mỗi lượt đi người chơi được quền bốc một số lượng viên sỏi là luỹ thừa với số mũ tự nhiên bất kì của 2(1, 2, 4, ...). Ai bốc được viên sỏi cuối cùng là thắng cuộc. Giả sử cả hai người chơi đều là người thông minh. Hỏi ai là người thắng cuộc?

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TP HỒ CHÍ MINH 2009-2010

Câu 1: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - y - xy = -1 \\ x^2y - xy^2 = 2 \end{cases}$

1) Cho phương trìnht: x^2 - 2mx – 16 + 5m^2 = 0 (x là ẩn số)

a/ Tìm m để pt có nghiệm

b/ Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của pt. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: A= $x_1(5x_1 + 3x_2 - 17) + x_2(5x_2 + 3x_1 - 17)$

Câu 2:

1) Thu gọn biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{45+27\sqrt{2}} + \sqrt{45-27\sqrt{2}}}{\sqrt{5+3\sqrt{2}} - \sqrt{5-3\sqrt{2}}} - \dfrac{\sqrt{3+\sqrt{2}} + \sqrt{3-\sqrt{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{3-\sqrt{2}}}$

2) Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn: xyz = 2.

Tính giá trị biểu thức: $B = \dfrac{x}{xy+x+2} + \dfrac{y}{yz+y+1} + \dfrac{2z}{xz+2z+2}$

Câu 3:

1) Cho 2 số thực a,b,c.

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca + \dfrac{(a-b)^2}{26} + \dfrac{(b-c)^2}{6} + \dfrac{(c-a)^2}{2009}$

2) Cho a > 0, b < 0. Chứng minh: $\dfrac{1}{a} \geq \dfrac{2}{b} + \dfrac{8}{2a-b}$

Câu 4: 1) Cho hệ pt: $\begin{cases} ax + by = 5 \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ (a,b nguyên dương và a khác b)

Tìm a,b để hệ có nghiệm (x;y) với x,y là các số nguyên dương.

2) Chứng minh không tồn tại cá số nguyên x, y, z thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x^2 - 3xy + 3y^2 - z^2 = 31 \\ x^2 + xy + 8z^2 = 100 \end{cases}$

Câu 5:

Cho tam giác ABC (AB<AC) có đường trung tuyến AM và đường phân giác trong AD (M,D thuộc BC). Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM cắt các cạnh AB,AC lần lượt tại E và F. Chứng minh BE=CF

Câu 6:

Cho ABCD là một hình thoi có cạnh bằng 1. Giả sử tồn tại điểm M thuộc cạnh BC và điểm N thuộc cạnh CD sao cho tam giác CMN có chu vi bằng 2 và $BAD = 2MAN$. Tính các góc của hình thoi ABCD

Câu 7: Cho a,b là các số dương thỏa: $\frac{a}{1+a} + \frac{2b}{1+b} = 1$. Chứng minh $ab^2 \le \frac{1}{8}$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TP HỒ CHÍ MINH 2010-2011

Câu 1 : (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $(2x^2 - x)^2 + 2x^2 – x – 12 = 0$

Câu 2 : (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 – 2(2m + 1)x + 4m^2 + 4m – 3 = 0$ (x là ẩn số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa $|x_1| = 2|x_2|$

Câu 3 : (2 điểm)

Thu gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

Câu 4 : (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi P là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Hai đường thẳng AP và BC cắt nhau tại M. Chứng minh rằng:

a) $ABP = AMB$

b) MA. MP = BA. BM

Câu 5 : (3 điểm)

a) Cho phương trình: $2x^2 + mx + 2n + 8 = 0$ (x là ẩn số và m, n là các số nguyên). Giả sử phương trình có các nghiệm đều là số nguyên.

Chứng minh rằng: $m^2 + n^2$ là hợp số.

b) Cho hai số dương a, b thỏa mãn: $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$.

Tính $P = a^{2010} + b^{2010}$

Câu 6 : (2 điểm)

Cho tam giác OAB vuông cân tại O với OA = OB = 2a. Gọi (O) là đường tròn tâm O bán kính a. Tìm điểm M thuộc (O) sao cho MA + 2MB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 7 : (2 điểm)

Cho a, b là các số dương thoả $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\geq\frac{3}{c}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN NAM ĐỊNH 2010-2011

Câu 1. (2,0 điểm)

Giả sử x, y, z là các số thực thay đổi sao cho $x^3 + y^3 + z^3 \neq 0$

Chứng minh: $\frac{xyz-(x+y+z)}{2(x^3+y^3+z^3)}=\frac{1}{6}\Leftrightarrow x+y+z=0$

Câu 2: (2,5 điểm)

1. Giải phương trình: $\sqrt{x-2}-\sqrt{x-3}=\sqrt{x-4}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-2xy-6y+4=0 \\ 5y^2-2xy+5=0 \end{cases}$

Câu 3: (3,5 điểm)

1. Cho đường tròn (O;R) và điểm S nằm ngoài đường tròn.Từ S kẻ hai tiếp tuyến SA,SB với đường tròn (O;R) với A.B là hai tiếp điểm. Đường thẳng đi qua A song song với SB cắt đường tròn (O;R) tại điểm C (khác A).Đường thẳng SC cắt đường tròn (O;R) tại điểm E (khác C). Gọi K là giao điểm của AE và SB.

a) Chứng minh SK = KB

b) Xác định độ dài của đoạn SO để E là trọng tâm của tam giác ABS

2. Cho đường tròn (O) và hai điểm M,N nằm bên trong đường tròn.Gọi P là trung điểm của MN. Điểm H nằm trên đường tròn (O) sao cho M, N, H không thẳng hàng. Các đường thẳng HM, HN, HP cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm M’, N’, P’ (khác H). Gọi I là giao điểm của PP’ và M’N’. Chứng minh:

a) $\frac{HI}{PI}>\frac{HP'}{PP'}$

b) $\frac{MH}{MM'}+\frac{NH}{NN'}>\frac{2.PH}{PP'}$

Câu 4: (1,0 điểm) : Với mỗi số tự nhiên n, đặt T = $2^n + 3^n + 5^n + 6^n$. Chứng minh rằng T không là lập phương của một số nguyên

Câu 5: (1,0 điểm) : Chứng minh rằng : Nếu x, y, z là các số nguyên đôi một phân biệt thoả mãn xy + yz + zx = 11 thì $x^2 + y^2 + z^2 \geq 14$ (1).

Dấu bằng xảy ra ở (1) khi nào ?

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HÀ TĨNH 2010-2011

Bài 1 a. Giải phương trình: $\sqrt[3]{x-2} - \sqrt[3]{2x-3} = 1$.

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+\dfrac{1}{y}} - \sqrt{y+\dfrac{1}{x}} = 1 \\ (xy+1)(x+y) = 5xy \end{cases}$.

Bài 2 Số đo 2 cạnh góc vuông của một tam giác vuông là nghiệm phương trình bậc hai: $(m - 2)x^2 - 2(m - 1)x + m = 0$. Hãy xác định giá trị của m để số đo đường cao tương ứng với cạnh huyền của tam giác là $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

Bài 3 Cho a, b, c là 3 số khác không. Tính giá trị biểu thức: $P = x^{2010} + y^{2010} + z^{2010}$

Biết rằng x, y, z thoả mãn điều kiện: $\dfrac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2} = \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2}$.

Bài 4 Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên đường tròn ấy lấy một điểm D khác A và B. Trên đường kính AB lấy điểm C và kẻ CH vuông góc với AD tại H. Phân giác trong của góc DAB cắt đường tròn tại E và cắt CH tại F. Đường thẳng DF cắt đường tròn ở N. Chứng minh:

a. Ba điểm N, C, E thẳng hàng.

b. Nếu AD = BC thì DN đi qua trung điểm của AC.

Bài 5 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: P = $\dfrac{x}{\sqrt{1-x}} + \dfrac{y}{\sqrt{1-y}}$

Với các số dương x, y thoả mãn điều kiện x + y = 1.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO – BÌNH THUẬN 2010-2011

Bài 1: (*2 điểm*)

1/ Tìm tất cả các bộ ba số thực (x, y, z) sao cho x + y + z > 2 và

$x^2 + y^2 = 4 - 2xy$; $x^2 + z^2 = 9 - 2xz$; $y^2 + z^2 = 16 - 2yz$

2/ Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì S = $\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$ là một số tự nhiên

Bài 2: (*2 điểm*)

Cho hai số a , b thỏa : $2a^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{b^2}{4} = 4$. Xác định a và b để tích a.b nhỏ nhất

Bài 3: (*2 điểm*)

1/ Cho a > 0 . Chứng minh rằng : $a + \frac{1}{a} \geq 2$

2/ Với giá trị nào của n nguyên dương thì các số dương a_1 , a_2 , ….., a_n thỏa mãn

các đẳng thức $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 2$ và $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{a_n} = 2$

Bài 4: (*3 điểm*)

Cho đường thẳng (d) cố định và điểm A cố định không thuộc (d) . Hai điểm B, C thay đổi trên (d) sao cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (d); E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB và AC.

1/ Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp trong đường tròn (O) .

2/ Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng AH với (O) . Chứng minh :

a/ AM.AN = AE.AB

b/ Hai điểm M, N cố định

Bài 5: (*1 điểm*)

Tam giác ABC có độ dài các đường cao là số nguyên dương và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Chứng minh ABC là tam giác đều.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN AN GIANG 2010-2011

Câu I: (2,0 điểm)

Không dùng máy tính, hãy rút gọn các biểu thức sau:

1/ $P_1 = \sqrt{(4-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3-3\sqrt{2})^2}$

2/ $P_2 = \left(\dfrac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right).\left(\dfrac{-1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)$

Câu II: (2,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

1/ $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$.

2/ $\dfrac{x^2-3x+5}{x^2-x-6} = \dfrac{1}{x-3}$

Câu III: (2,0 điểm)

1/ Cho phương trình: $x^2 - 5x + (2+m)(3-m) = 0$ (1), với m là tham số.

Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 17 - 9m$.

2/ Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = -|x|$ có đồ thị (T). Hãy vẽ (P) và (T) trên cùng một mặt phẳng tọa độ, rồi suy ra các tọa độ giao điểm của (P) và (T).

Câu IV: (2,0 điểm)

1/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$

2/ Cho $a \geq 4; b \geq 4$. Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + ab \geq 6(a+b)$. Đẳng thức xảy ra khi nào ?

Câu V: (2,0 điểm)

1/ Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H là chân đường cao). Biết BH = 4cm; AC = 8cm. Tính độ dài cạnh BC và AB.

2/ Một đường tròn (O) có tâm O bán kính r, nội tiếp tam giác đều DEF. Cho hình gồm tam giác đều DEF và đường tròn (O) nói trên, quay một vòng quanh đường cao DK của tam giác đều DEF (K thuộc EF) ta được một hình nón ngoại tiếp một hình cầu. Tính thể tích phần hình nón bên ngoài hình cầu theo r.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2013-2014 (Vòng 1)

Bài 1: Cho biểu thức $P=\left(\frac{8}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}\right)\left(\frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}+\sqrt{x}-10\right)$

a) Tìm điều kiện x để P xác định và rút gọn P

b) Tìm x để P có giá trị bằng 30

Bài 2: Cho phương trình $3x^2+2(m-1)x-(2m+1)=0$

a) Giải phương trình khi m = -1

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)=x_1^2x_2+x_2^2x_1+2$

Bài 3: a) Giải phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{4x+1}=4$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}4xy^2-2x^2y=x-2y\\2x^3-x-8y+3=0\end{cases}$

Bài 4: Cho ΔABC nhọn (AB < AC) có AH ⊥ BC tại H. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên AB và AC. Đường thẳng DE cắt tia CB tại S

a) Chứng minh rằng các tứ giác ADHE, BCED nội tiếp được đường tròn

b) Đường thẳng SA cắt đường tròn đường kính AH tại M. Các đường thẳng BM và AC cắt nhau tại F. Chứng minh rằng $FA.FC+SB.SC=SF^2$

Bài 5: Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$\frac{b^2+c^2-a^2}{bc}+\frac{c^2+a^2-b^2}{ca}+\frac{a^2+b^2-c^2}{ab}>2$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2013-2014 (Vòng 2)

Câu 1:a. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}x^2+\frac{4}{y^2}=4\\x-\frac{2}{y}-\frac{4x}{y}=-2\end{cases}$$

b. Giải phương trình $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{x+8}\right)\left(4+3\sqrt{x^2+8x}\right)=16\left(x-1\right)$

Câu 2:

a. Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ (x-1)^3+(y-2)^3+(z-3)^3=0 \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức $F=(x-1)^2013+(y-2)^2013+(z-3)^2013$

b. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}=2$

Chứng minh rằng $x^2-4xy+6y^2+2x\geq 6$

Câu 3:Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện $\frac{a-b\sqrt{5}}{b-c\sqrt{5}}$ là số hữu tỉ và $a^2+b^2+c^2$ là số nguyên tố.

Câu 4:

Cho tam giác ABC có AB = AC = a, $\angle BAC=120^0$. Các tiếp tuyến của đường tròn (A; AB) tại B và C cắt nhau tại D. Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ BC của đường tròn (A; AB) (M khác B, C). Tiếp tuyến tại M của đường tròn (A; AB) cắt DB, DC lần lượt tại E, F. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AE, AF với đường thẳng BC

a. Chứng minh tứ giác $ABEQ$ nội tiếp được đường tròn và các đường thẳng AM, EQ, FP đồng quy.

b. Xác định vị trí của M trên cung nhỏ BC của (A; AB) để diện tích tam giác APQ Min .Tính giá trị đó theo a

Câu 5:

Từ một đa giác đều 15 đỉnh, ta chọn ra 7 đỉnh bất kỳ. Chứng minh rằng có 3 đỉnh trong số các đỉnh đã chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH 2013-2014

Bài 1 (2điểm)

1. Cho đa thức $P(x)=2(x-1)^5+3(x+1)^3-4(x+2)^2$. Nếu viết $P(x)$ dưới dạng: $P(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$, hãy tính tổng $S=a+b+c+d+e+f$
2. Cho các số a,b,c,x,y,z thoả mãn $x=by+cz;y=ax+cz;z=ax+by;x+y+z\neq 0$. Chứng minh rằng $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+\frac{1}{1+c}=2$

Bài 2 (2,5 điểm)

1. Giải phương trình $2\sqrt{x-1} = x + \sqrt{x-2}$
2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x = y^3 - 5y^2 + 8y - 3 \\ y = -2x^3 + 10x^2 - 16x + 9 \end{cases}$$

Bài 3 (3,5 điểm)

1. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R), có đường cao AA'. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A' trên AB, AC và J là giao điểm của EF với đường kính AD của đường tròn (O, R).

   a. Chứng minh rằng tứ giác $BEJD$ là tứ giác nội tiếp và $A'A^2 = AJ.AD$

   b. Giả sử (O, R) cố định, A là điểm cố định, hai điểm B, C di động trên đường tròn (O, R) và $AA' = R\sqrt{2}$. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

2. Trên mặt phẳng cho lục giác lồi $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Biết rằng mỗi đỉnh đều nhìn các cạnh không đi qua nó dưới cùng một góc. Chứng minh rằng lục giác đã cho là lục giác đều.

Bài 4 (1 điểm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thoả mãn phương trình:

$$(x+y)(x+y-xy-2) = 3 - 2xy$$

Bài 5 (1 điểm)

Cho 9 số nguyên dương lớn hơn 1, đôi một khác nhau và có tính chất: ước nguyên của mỗi số trong chúng thuộc tập $\{3;5;7\}$. Chứng minh rằng trong 9 số đó luôn tồn tại 2 số mà tích của chúng là một số chính phương.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH HÀ TĨNH 2012-2013 (Vòng 2)

Bài 1 :

a)Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + 6x = 6y \\ y^2 + 9 = 2xy \end{cases}$

b)Giải phương trình $\sqrt[3]{x+6} + \sqrt{x-1} = x^2 - 1$

Bài 2:

a) Cho các số a.b.c.x.y.z thỏa mãn : x+y+z=1 ,$\frac{a}{x^3} = \frac{b}{y^3} = \frac{c}{z^3}$

Chứng minh $\sqrt[3]{\frac{a}{x^2} + \frac{b}{y^2} + \frac{c}{z^2}} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$

b)Tìm số nguyên dương m để phương trình $x^2 + m(1-m)x - 3m - 1 = 0$ có nghiệm nguyên dương

Bài 3 ;

Tam giác ABC có góc B,C nhọn ,góc A nhỏ hơn 45^0 nội tiếp đường tròn (O),H là trực tâm.M là 1 điểm trên cung nhỏ BC (M không trùng B,C).Gọi N,P lần lượt là các điểm đối xứng với M qua AB,AC.

a)CMR : AHCP nội tiếp và 3 điểm NHP thẳng hàng

b) Tìm vị trí của M để diện tích tam giác ANP lớn nhất

Bài 4: Cho các số dương a,b,c thỏa mãn : abc=8 .CM:

$$\frac{a+b+c}{2} \geq \frac{2+a}{2+b} + \frac{2+b}{2+c} + \frac{2+c}{2+a}$$

Bài 5: Cho 2012 số thực $a_1, a_2 \ldots\ldots a_{2012}$ có tính chất tổng của 1008 số bất kì lớn hơn tổng của 1004 số còn lại.Chứng minh rằng trong 2012 số thực đã cho có ít nhất 2009 số thực dương

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TP HCM 2013-2014(Hệ Chuyên)

Câu 1. (2 điểm)

a) Giải phương trình: $x\sqrt{2x-2}+5x=9$.

b) Cho ba số thực *x, y, z* đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$. Tính giá trị biểu thức:

$$A=\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{zx}{y^2+2zx}+\frac{xy}{z^2+2xy}$$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2-5mx-4m=0$ (x là ẩn số).

a) Định *m* để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm *m* để biểu thức:

$$A=\frac{m^2}{x_1^2+5mx_2+12m}+\frac{x_2^2+5mx_1+12m}{m^2}$$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3. (1,5 điểm)

Cho ΔABC có *BC* là cạnh dài nhất. Trên cạnh *BC* lấy các điểm *D, E* sao cho *BD=BA, CE=CA*. Đường thẳng qua *D* và song song *AB* cắt *AC* tại *M*. Đường thẳng qua *E* và song song *AC* cắt *AB* tại *N*. Chứng minh *AM=AN*.

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho *x*, *y* là hai số dương thỏa mãn $x + y = 1$.

Chứng minh rằng: $3(3x-2)^2+\dfrac{8x}{y}\geq 7$

Câu 5. (2 điểm)

Từ điểm *A* ở ngoài đường tròn (*O*) vẽ các tiếp tuyến *AB*, *AC* và cát tuyến *AEF* đến đường tròn (*EF* không qua *O* và *B*, *C* là các tiếp điểm). Gọi *D* là điểm đối xứng của *B* qua *O*. *DE*, *DF* cắt *AO* theo thứ tự *M* và *N*. Chứng minh:a) $\Delta CEF\sim\Delta DNM$. b) $OM=ON$.

Câu 6. (1,5 điểm)

Chữ số hàng đơn vị trong hệ thập phân của số $M=a^2+ab+b^2$ $(a, b\in \mathbb{N}^*)$là 0.

a) Chứng minh rằng *M* chia hết cho 20.

b) Tìm chữ số hàng chục của *M*.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN PTNK-ĐHQG TPHCM 2013-2014

Câu I: Cho phương trình: $x^2-4mx+m^2-2m+1=0(1)$ với m là tham số.

a) Tìm m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm $x_1;x_2$ phân biệt. Chứng minh rằng: khi đó $x_1;x_2$ không thể trái dấu nhau.

b) Tìm m sao cho: $\left|\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}\right|=1$

Câu II: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x^2+2y+1=2z\left(x+2\right)\\3y^2+2z+1=2x\left(y+2\right)\\3z^2+2x+1=2y\left(z+2\right)\end{cases}$

Câu III: Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x^3+y^3\leq x-y$

a) Chứng minh rằng: $y\leq x\leq 1$

b) Chứng minh rằng: $x^3+y^3\leq x^2+y^2\leq 1$

Câu IV: Cho $M=a^2+3a+1$ với a là số nguyên dương.

a) Chứng minh rằng mọi ước của M đều là số lẻ.

b) Tìm a sao cho M chia hết cho 5. Với những giá trị nào của a thì M là lũy thừa của 5?

<u>Câu V:</u> Cho ΔABC có $A = 60^0$. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác (với tâm I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Đường thẳng ID cắt EF tại K, đường thẳng qua K và song song với BC cắt AB, AC theo thứ tự tại M, N.

a) Chứng minh rằng: các tứ giác IFMK và IMAN nội tiếp.

b) Gọi J là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh ba điểm A, K, J thẳng hàng.

c) Gọi r là bán kính của đường tròn (I) và S là diện tích tứ giác IEAF. Tính S theo r và chứng minh $S_{IMN} \ge \frac{S}{4}$ (S_{IMN} chỉ là diện tích ΔIMN)

<u>Câu VI:</u> Trong một kỳ thi, 60 thí sinh phải giải 3 bài toán. Khi kết thúc kỳ thi, người ta nhận thấy rằng: với hai thí sinh bất kỳ luôn có ít nhất một bài toán mà cả hai thí sinh đó đều giải được. Chứng minh rằng:

a) Nếu có một bài toán mà mọi thí sinh đều không giải được thì phải có một bài toán khác mà mọi thí sinh đều giải được.

b) Có một bài toán mà có ít nhất 40 thí sinh giải được .

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN BẮC NINH 2013-2014 (Toán +Tin)

Câu 1. (*1,5 điểm*)

a) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x \ge 0, x \ne 1$.

b) Cho $x = \frac{\left(\sqrt{3}-1\right).\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}}{\sqrt{21+4\sqrt{5}}+3}$, tính giá trị của biểu thức $P = \left(x^2+4x-2\right)^{2013}$.

Câu 2. (*2,0 điểm*)

Cho phương trình: $2x^2 - 4mx + 2m^2 - 1 = 0$ (1), với *x* là ẩn, *m* là tham số.

a) Chứng minh với mọi giá trị của *m*, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2. Tìm *m* để $2x_1^2 + 4mx_2 + 2m^2 - 9 < 0$.

Câu 3. *(1,5 điểm)*

a) Cho các số dương *x*, *y* thỏa mãn $x - y = x^3 + y^3$. Chứng minh rằng $x^2 + y^2 < 1$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x = y^2 + 1 \\ 2y = z^2 + 1. \\ 2z = x^2 + 1 \end{cases}$

Câu 4. ***(3,0 điểm)***

Cho đường tròn tâm *O* đường kính $BC = 2R$, điểm *A* nằm ngoài đường tròn sao cho tam giác ABC nhọn. Từ *A* kẻ hai tiếp tuyến *AM*, *AN* với đường tròn (*O*) (*M*, *N* là hai tiếp điểm). Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC*, *F* là giao điểm của *AH* và *BC*. Chứng minh rằng:

a) Năm điểm *A*, *O*, *M*, *N*, *F* cùng nằm trên một đường tròn;

b) Ba điểm *M*, *N*, *H* thẳng hàng;

c) $HA.HF = R^2 - OH^2$.

Câu 5. ***(2,0 điểm)***

a) Tìm tất cả các bộ số nguyên dương $(x; y; z)$ thỏa mãn $\dfrac{x + y\sqrt{2013}}{y + z\sqrt{2013}}$ là số hữu tỷ, đồng thời $x^2 + y^2 + z^2$ là số nguyên tố.

b) Tính diện tích của ngũ giác lồi *ABCDE*, biết các tam giác *ABC*, *BCD*, *CDE*, *DEA*, *EAB* cùng có diện tích bằng 1.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HẢI PHÒNG 2013-2014

Bài 1. (2.0 điểm)

a) Cho $A = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \dfrac{x - 3}{x + 2\sqrt{x} + 4} - \dfrac{7\sqrt{x} + 10}{x\sqrt{x} - 8} \right) : \dfrac{\sqrt{x} + 7}{x + 2\sqrt{x} + 4}$. Tìm x sao cho $A < 2$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m + 4)x + 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = 2x_1 + 3$.

Bài 2. (2.0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{5x - 1} - \sqrt{3x + 13} = \dfrac{x - 7}{3}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + xy = y^2 - 3y + 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$.

Bài 3. (3.0 điểm)

Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên đường tròn (O) đường kính AB sao cho $AC > BC$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D, cắt AB ở E. Hạ AH vuông góc với CD tại H.

a) Chứng minh rằng $AD.CE = CH.DE$.

b) Chứng minh rằng $OD.BC$ là một hằng số.

c) Giả sử đường thẳng đi qua E, vuông góc với AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G. Gọi I là trung điểm AE. Chứng minh rằng trực tâm tam giác IFG là một điểm cố định.

Bài 4. (1.0 điểm)

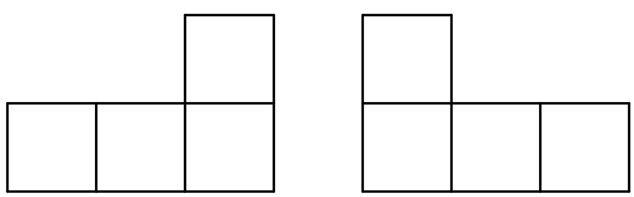
a) Chứng minh rằng nếu $x \ge y \ge 1$ thì $x + \frac{1}{x} \ge y + \frac{1}{y}$.

b) Cho $1 \le a, b, c \le 2$. Chứng minh rằng $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \le 10$.

Bài 5. (2.0 điểm)

a) Cho a, b là hai số nguyên dương thỏa mãn $a + 20$ và $b + 13$ cùng chia hết cho 21. Tìm số dư của phép chia $A = 4^a + 9^b + a + b$ cho 21.

b) Có thể phủ kín bảng 20×13 ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng dưới (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chờm lên nhau không?



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN PTNK-ĐHQG TPHCM 2012-2013

Câu I .

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}(x-y)^2 = 2z - z^2\\(y-z)^2 = 2x - x^2\\(z-x)^2 = 2y - y^2\end{cases}$$

2) Cho hình vuông ABCD cạnh a. M và N là hai điểm lần lượt nằm trên cạnh AB và BC sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CB} = x$ với $0 < x < 1$. Các đường thẳng qua M,N song song với BD lần lượt cắt AD tại Q và CD tại P. Tính diện tích tứ giác $MNPQ$ theo a và x và tìm x sao cho diện tích này lớn nhất.

Câu II .

Số nguyên dương n được gọi là số điều hòa nếu như tổng các bình phương của các ước dương của nó (kể cả 1 và n) đúng bằng $(n+3)^2$.

a) Chứng minh rằng số 287 là số điều hòa.

b) Chứng minh rằng số $n = p^3$ (p nguyên tố) không phải là số điều hòa.

c) Chứng minh rằng nếu số $n = pq$ (p,q là các số nguyên tố khác nhau) là số điều hòa thì $n+2$ là số chính phương.

Câu III .

a) Tìm giá trị $x \in R$ thỏa mãn $x^2 - 5x + 4 + 2\sqrt{x-1} \geq 0$

b) Chứng minh rằng với các số không âm a, b, c thỏa mãn $a+b+c = 3$, ta có bất đẳng thức

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq ab + bc + ac$$

Câu IV .

Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên đường thẳng vuông góc với AB tại B ta lấy điểm D di động cùng phía với C đối với đường thẳng AB.

a) Chứng minh rằng nếu $AC + BD < CD$ thì trên cạnh AB tồn tại hai điểm M, N sao cho $\widehat{CMD} = \widehat{CND} = 90^0$

b) Giả sử điều kiện trên được thỏa mãn. Đường thẳng qua A song song với MD cắt đường thẳng qua B song song với MC tại E. Chứng minh rằng đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V .

Cho đa giác đều n cạnh. Dùng 3 màu xanh,đỏ, vàng tô màu các đỉnh đa giác một cách tùy ý (mỗi đỉnh được tô bởi một màu và tất cả các đỉnh đều được tô màu). Cho phép thực hiện thao tác sau đây: chọn hai đỉnh kề nhau bất kì (nghĩa là hai đỉnh liên tiếp) khác màu và thay màu của hai đỉnh đó bằng màu còn lại.

a) Chứng minh rằng bằng cách thực hiện thao tác trên một số lần ta luôn luôn làm cho các đỉnh đa giác chỉ còn được tô bởi hai màu.

b) Chứng minh rằng với $n = 4$ và $n = 8$, bằng cách thực hiện thao tác trên một số lần ta có thể làm cho các đỉnh của đa giác chỉ còn được tô bởi một màu.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN PTNK-ĐHQG TPHCM 2009-2010

Câu 1:

a) Cho a,b,c,d là các số thực thoả mãn điều kiện $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{3b-d}, a.c\neq 0$

Chứng minh rằng $b^2=d^2$.

b) Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{xy-3}=\dfrac{3-x-y}{7-x^2-y^2}\\ \dfrac{y-2}{xy-4}=\dfrac{3-x-y}{7-x^2-y^2}\end{cases}$$

Câu 2: Giải bất phương trình

a) $2x+1\leq\sqrt{8x+9}$

b) Cho a,b,c thuộc [-1;2] thoả mãn $a^2+b^2+c^2=6$

Chứng minh rằng: $a+b+c\geq 0$

Câu 3:

a) Chứng minh rằng không tồn tại số tự nhiên a sao cho $a^2+a=2010^{2009}$

b) Chứng minh rằng không tồn tại số tự nhiên a sao cho $a^2+a+a^3=2010^{2009}$

Câu 4:

Cho trường tròn (O) tâm O, đường kính AB=2R. C là 1 điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC không cân tại C.Gọi H là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ C. Hạ HE,HF vuông góc AC,BC tương ứng. Các đường thẳng EF và AB cắt nhau tại K

a) Tính theo R diện tích tam giác CEF và độ dài các đoạn KA,KB trong trường hợp $\widehat{BAC}=60^0$

b) Hạ EP, FQ vuông góc AB. Chứng minh rằng đường tròn đường kính PQ tiếp xúc đường thẳng EF.

Câu 5: Trên một đường tròn, người ta sắp xếp các số 1,2,3,...,10 (mỗi số xuất hiện đúng 1 lần)

a) Chứng minh rằng tồn tại 1 cách xếp mà mà tổng 2 số kề nhau đều lớn hơn 10.

b) Tồn tại hay không một cách xếp mà tổng hai số kề nhau đều lớn hơn hoặc bằng 10.

c) Gọi D là giao điểm (O) và đường kính CH, $D\neq C$. Chứng minh rằng $KA.KB=KH^2$ và giao điểm M của các đường thẳng CD và EF luôn luôn thuộc một đường thẳng cố định.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN PTNK-ĐHQG TPHCM 2011-2012

Câu I. Cho phương trình bậc hai $x^2-(m+3)x+m^2=0$, trong đó m là tham số sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

a) Khi $m=1$, chứng minh rằng ta có hệ thức $\sqrt[8]{x_1}+\sqrt[8]{x_2}=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{6}}}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{5}$.

c) Xét đa thức $P(x)=x^3+ax^2+bx$. Tìm tất cả các cặp số (a,b) sao cho ta có hệ thức $P(x_1)=P(x_2)$ với mọi giá trị của tham số m.

Câu II.

1) Cho a, b là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{1+a^2}.\sqrt{1+b^2}}{1+ab}$.

2) Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn điều kiện $|x|\le 1,|y|\le 1,|z|\le 1$. Chứng minh rằng ta có bất đẳng thức $\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1-y^2}+\sqrt{1-z^2}\le\sqrt{9-(x+y+z)^2}$.

Câu III. Cho tam giác nhọn ABC có $AB=b, AC=c$. M là một điểm thay đổi trên cạnh AB. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC cắt cạnh AC tại N.

a) Chứng minh tam giác AMN đồng dạng với tam giác ACB. Tính tỷ số $\dfrac{MA}{MB}$ để diện tích tam giác AMN bằng một nửa diện tích tam giác ACB.

b) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN. Chứng minh I luôn thuộc một đường thẳng cố định.

c) Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMC. Chứng minh rằng độ dài IJ không đổi.

Câu IV. Cho a,b,c là các số nguyên sao cho $2a+b, 2b+c, 2c+a$ đều là các số chính phương (*).

a) Biết rằng có ít nhất một trong ba số chính phương trên chia hết cho 3. Chứng minh rằng tích $(a-b)(b-c)(c-a)$ chia hết cho 27.

b) Tồn tại hay không các số nguyên a, b, c thỏa mãn điều kiện (*) sao cho $(a-b)(b-c)(c-a)$ không chia hết cho 27?

Câu V. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB=3, BC=4$.

a) Chứng minh rằng từ 7 điểm bất kỳ nằm trong hình chữ nhật ABCD luôn tìm được hai điểm mà khoảng cách giữa chúng không lớn hơn $\sqrt{5}$.

b) Chứng minh rằng khẳng định ở câu a) vẫn còn đúng với 6 điểm bất kỳ nằm trong hình chữ nhật ABCD.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG TP HCM 2013-2014

Câu 1.

a) Giải phương trình: $x\sqrt{2x-2}+5x=9$.

b) Cho ba số thực *x*, *y*, *z* đôi một khác nhau thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$. Tính giá trị biểu thức:

$$A=\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{zx}{y^2+2zx}+\frac{xy}{z^2+2xy}$$

Câu 2.

Cho phương trình: $x^2-5mx+4m=0$ (1).

a) Định *m* để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi *x*1, *x*2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm *m* để biểu thức:

$A=\frac{m^2}{x_1^2+5mx_2+12m}+\frac{x_2^2+5mx_1+12m}{m^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3.

Cho ΔABC có *BC* là cạnh dài nhất. Trên cạnh *BC* lấy các điểm *D*, *E* sao cho *BD*=*BA*, *CE*=*CA*. Đường thẳng qua *D* và song song *AB* cắt *AC* tại *M*. Đường thẳng qua *E* và song song *AC* cắt *AB* tại *N*. Chứng minh *AM*=*AN*.

Câu 4.

Cho *x*, *y* là hai số dương thỏa mãn *x*+*y*=1.

Chứng minh rằng: $3(3x-2)^2+\frac{8x}{y}\geq 7$.

Câu 5.

Từ điểm *A* ở ngoài đường tròn (*O*) vẽ các tiếp tuyến *AB*, *AC* và cát tuyến *AEF* đến đường tròn (*EF* không qua *O* và *B*, *C* là các tiếp điểm). Gọi *D* là điểm đối xứng của *B* qua *O*. *DE*, *DF* cắt *AO* theo thứ tự ở *M* và *N*. Chứng minh:

a/ tam giác CEF đồng dạng DNM   b/ OM=ON

Câu 6. Chữ số hàng đơn vị trong hệ thập phân của số $M=a^2+ab+b^2$; *a*, *b* $\in \mathbb{N}^*$ là 0.a) Chứng minh rằng *M* chia hết cho 20.

b) Tìm chữ số hàng chục của *M*.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI- HẢI DƯƠNG 2013-2014

Bài 1 (2điểm)

1. Cho đa thức $P(x) = 2(x-1)^5 + 3(x+1)^3 - 4(x+2)^2$. Nếu viết $P(x)$ dưới dạng: $P(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$, hãy tính tổng $S = a+b+c+d+e+f$
2. Cho các số a,b,c,x,y,z thoả mãn $x = by + cz; y = ax + cz; z = ax + by; x + y + z \neq 0$. Chứng minh rằng $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$

Bài 2 (2,5 điểm)

1. Giải phương trình $2\sqrt{x-1} = x + \sqrt{x-2}$
2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x = y^3 - 5y^2 + 8y - 3 \\ y = -2x^3 + 10x^2 - 16x + 9 \end{cases}$$

Bài3: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R), có đường cao AA'. Goi $E.F$ lần lượt là hình chiếu của A' trên AB,AC và J là giao điểm của EF với đường kính AD của đường tròn (O, R).

a. Chứng minh rằng tứ giác $BEJD$ là tứ giác nội tiếp và $A'A^2 = AJ.AD$

b. Giả sử (O, R) cố định, A là điểm cố định, hai điểm B, C di động trên đường tròn (O, R) và $AA' = R\sqrt{2}$. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

*

Trên mặt phẳng cho lục giác lồi $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Biết rằng mỗi đỉnh đều nhìn các cạnh không đi qua nó dưới cùng một góc.

Chứng minh rằng lục giác đã cho là lục giác đều.

Bài 4 (1 điêm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên (x; y) thoả mãn phương trình:

$$(x+y)(x+y-xy-2) = 3 - 2xy$$

Cho 9 số nguyên dương lớn hơn 1, đôi một khác nhau và có tính chất: ước nguyên của mỗi số trong chúng thuộc tập $\{3;5;7\}$. Chứng minh rằng trong 9 số đó luôn tồn tại 2 số mà tích của chúng là một số chính phương.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH 2012-2013

Bài 1: *(1,25 điểm)*

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{1-x}$.

2) Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số y = 2mx + 1 đi qua điểm M (1; 2).

3) Lập một phương trình bậc hai có hai nghiệm là 2 và 3.

4) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết HB = 1cm, HC = 4cm.

Tính độ dài đoạn AH.

5) Cho một hình tròn có chu vi bằng 20π cm. Tính độ dài đường kính.

Bài 2: *(1,5 điểm)* Cho biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} + \frac{3\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{x\sqrt{x}+1}$$, với điều kiện: x > 0.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Chứng minh A < 4.

Bài 3: *(2,0 điểm)* Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x - 3m + 3 = 0 \ (1)$ (m là tham số).

1) Giải phương trình (1) với m = 5.

2) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2. Tìm các giá trị của m sao cho:

$$6x_1x_2 - \left(x_1^2 + x_2^2\right) + 4m^2 = 0.$$

Bài 4: *(3,0 điểm)* Cho nửa đường tròn đường kính AB, gọi C là điểm thuộc nửa đường tròn (C khác A và C khác B). Kẻ đường cao CH của tam giác ABC và đường cao HK của tam giác HBC.

1) Chứng minh CH.BC = HK.AB.

2) Gọi M và I lần lượt là trung điểm của BH và CH, chứng minh MK ⊥ KI.

3) Chứng minh đường thẳng IK tiếp xúc với đường tròn đường kính AH.

Bài 5: *(1,25 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases}(y+1)(2x+1)=x(2y+3)\\(x+1)(2y+1)=(2x-3)(4y+5).\end{cases}$

Bài 6: *(1,0 điểm)* Cho a, b, c ,d là các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện a + b +c + d = 3.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^4+b^4+c^4+d^4}{a^3+b^3+c^3+d^3}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH Vinh 2013 – 2014 V1

1. (Z) $\dfrac{1}{a-1966}+\dfrac{1}{b-2013}=1$

Câu 2 (2,5 điểm). Cho phương trình $x^2-2mx+m(m+1)=0(1)$.

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm bé là x_1, nghiệm lớn là x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1+2x_2=0$.

Câu 3 (1,5 điểm). Giả sử x và y là các số dương có tổng bằng 1. Đặt $S=xy+\dfrac{1}{xy}$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của S

b) Biểu thức S có giá trị lớn nhất hay không ? Vì sao?

Câu 4 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC có AB = 6, AC = 8, BC = 10. Gọi M, N, P tương ứng là chân đường cao, chân đường phân giác, chân đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A.

a) Chứng minh rằng, điểm N nằm giữa hai điểm M và P.

b) Tính diện tích các tam giác APB, ABN và ABM.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH Vinh 2013 – 2014 V2

Bài 1: n là số nguyên tố lớn hơn 2 *chứng minh* $\dfrac{2013n^2+3}{8}$ là số nguyên dương.

1 *Tính* $A=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$. 3 $\begin{cases} x^2+y^2+6xy=17 \\ 6y^2-xy+x-5y-1=0 \end{cases}$

Câu 4 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC có $BC=a, CA=b, AB=c$ và $\hat{A} \ge \hat{B} \ge \hat{C}$.

Chứng minh rằng $9ab \ge (a+b+c)^2$.

Câu 5 (4,0 điểm). Cho tam giác ABC. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A, biết rằng H nằm trên đoạn thẳng BC và không trùng với B hoặc C. Đường thẳng AB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ACH tại D phân biệt với A. Đường thẳng AC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH tại E phân biệt với A.

a) Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và AC. Chứng minh rằng bốn điểm I, J, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh rằng HA là tia phân giác của EHD.

c) Xác định mối liên hệ giữa AB, AC và AH để DE tiếp xúc với cả hai đường tròn nói trên.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH Vinh 2012 – 2013 V1

Câu 1.(1,5 điểm) Rút gọn biểu thức

$$A=\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}+\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}-\left(\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$$

trong đó a, b là các số thực dương phân biệt.

Câu 2. (1 điểm). Chứng minh rằng với mọi tham số m bất kì thì phương trình $4x^2-2(m+1)x+m-3=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 3. (1,5 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x+4y-10xy=0 \\ 5x-2y-8xy=0 \end{cases}$.

Câu 4.(2,0 điểm)

1. Tìm hai số nguyên dương p, q sao cho $p^2-q^2=7$.
2. Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương lớn hơn 1 thì n^4+4^n không phải là số nguyên tố.

Câu 5. (4 điểm). Cho đường tròn (O,R) có đường kính AB cố định và đường kính CD thay đổi sao cho CD không vuông góc cũng không trùng với AB. Gọi d là tiếp tuyến tại A của $(O;R)$. Các đường thẳng BC và BD cắt d tương ứng tại E và F.

1.Chứng minh rằng $CDEF$ là tứ giác nội tiếp.

2. Gọi M là trung điểm của EF, chứng minh rằng $BM \perp CD$.

3. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDEF$. Chứng minh rằng $MK = R$.

4. Gọi H là trực tâm của tam giác $D\mathrm{EF}$, chứng minh rằng H luôn chạy trên một đường tròn cố định.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH Vinh 2012 – 2013 V2

Câu 1.(1,5 điểm). Giả sử *a, b, c* là các số nguyên sao cho $a^2+b^2+c^2$ chia hết cho 4. Chứng minh rằng *a, b, c* đồng thời chia hết cho 2.

Câu 2. (1,5 điểm). Giải phương trình $x^4+|2x^2-3|-2=0$.

Câu 3. (1,0 điểm). Tìm các số nguyên dương *p, q, r* sao cho $(p^2+1)(q^2+4)(r^2+9)=48pqr$.

Câu 4.(1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 20(x+y)=9xy \\ 30(y+z)=11yz \\ 12(z+x)=5zx \end{cases}$

Câu 5. (1,5 điểm). Chứng minh rằng $\dfrac{1}{2\sqrt{1}}+\dfrac{1}{3\sqrt{2}}+...+\dfrac{1}{2012\sqrt{2011}}+\dfrac{1}{2013\sqrt{2012}}<2.$

Câu 6 (3,5 điểm).

Cho đường tròn (*O*) đường kính *AB*. Lấy điểm *C* thuộc (*O*) sao cho *CA* > *CB*. Các tiếp tuyến tại *A* và *C* cắt nhau tại *D*. Vẽ hình bình hành *BODE*.

a) Chứng minh rằng ba điểm *B, C, E* thẳng hàng.

b) Gọi $F = AE \cap OD$ và $H = OE \cap CD$. Chứng minh rằng *HF*//*AC*.

c) Chứng minh rằng ba đường thẳng *OC, DE, HF* đồng qui.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH Vinh 2011 – 2012 V2

Câu 1: *Cho phương trình:* $x^2+4x+m^2-3m=0$ (1)

1. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.

2. Giả sử x_1,x_2 *là hai nghiệm của phương trình (1). Hãy tìm các giá trị của m sao cho* $x_1=x_2^2-4x_2$

Câu 2: *Tìm các số nguyên không âm a,b sao cho* $a^2-b^2-5a+3b+4$ *là số nguyên tố*

Câu 3: *Giả sử x,y,z là các số thực không âm thỏa mãn hệ thức:* $x+y+z=8$. Tìm GTLN của biểu thức: $P=x^3y+y^3z+z^3x$

Câu 4: *Cho nửa đường tròn (O;R) đường kính AB. M là điểm bất kì trên đó. Gọi H thuộc AB sao cho MH vuông góc với AB. Tia phân giác góc HMB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMH tại điểm thứ hai I và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BMH tại điểm thứ hai J.*

1. Gọi E,F là trung điểm MA,MB. CMR: E,I,F thẳng hàng.

2. Gọi K là trung điểm của IJ. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác KEF theo R.

Câu 5: *Bên trong hình lục giác đều có cạnh bằng 2 cho 81 điểm phân biệt. CMR: Tồn tại một hình vuông có cạnh bằng 1 chứa ít nhất 6 điểm trong các điểm đã cho.*

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH Vinh 2011 – 2012 V1

$$P=\frac{(x+1)\sqrt{y}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{(y+1)\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

Bài 1

trong đó x,y là các số thực dương phân biệt. Tính giá trị của P khi $x=5+\sqrt{21}, y=5-\sqrt{21}$.

Câu 2. Cho các hàm số: $y=ax^2+2a^2-1 \quad (P)$ và $y=2ax+2a^2 \quad (d)$.

1. Tìm các giá trị của a sao cho (P) đi qua điểm $A(2;15)$.
2. Với các giá trị nào của a thì (d) tiếp xúc với (P).

3 $\begin{cases} x+y+xy = 55 \\ x^2+y^2 = 85 \end{cases}$

Câu 4. Cho các số thực dương a,b,c thoả mãn hệ thức $a+b+c=3$. Tìm GTNN của biểu thức: $P=(1+\frac{3}{a})(1+\frac{3}{b})(1+\frac{3}{c})$.

Câu 5. Cho đường tròn tâm O, bán kính $R=15cm$. Điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA=25cm$. Từ A kẻ các tiếp tuyến AB,AC với đường tròn (O).

1. Tính độ dài đoạn BC.
2. Điểm M thuộc cung nhỏ BC, M khác B, khác C, tiếp tuyến với đường tròn tại M cắt AB,AC lần lượt tại E và F. BC cắt OE,OF lần lượt tại P và Q. Chứng minh rằng tỷ số $\frac{PQ}{EF}$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TP Hà Nội 2010

BÀI I *(2,0 điểm)*

1) Cho n là số nguyên, chứng minh $A = n^3 + 11n$ chia hết cho 6

2) Tìm tất cả các số tự nhiên n để $B = n^4 - 3n^2 + 1$ là số nguyên tố

BÀI II *(2,0 điểm)*

Cho phương trình : $(m^2 + 2m + 2)x^2 - (m^2 - 2m + 2)x - 1 = 0$.Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho.

1) Tìm các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2(2x_1x_2 - 1)$.

2) Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1 + x_2$

BÀI III *(2.0 điểm)*

1) Cho a là số bất kì,chứng minh rằng: $\dfrac{a^{2010} + 2010}{\sqrt{a^{2010} + 2009}} > 2$

2) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình $y^2 - x(x-2)(x^2 - 2x + 2) = 0$

BÀI IV *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn (O;R) và một điểm M nằm ngoài đường tròn.Đường tròn đường kính OM cắt đường tròn (O;R) tại hai điểm E , F.

1) Chứng minh giao điểm I của đoạn thẳng OM với đường tròn (O;R) là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF.

2) Cho A là một điểm bất kì của thuộc cung EF chứa điểm M của đường tròn đường kính OM (A khác E,F). Đoạn thẳng OA cắt đoạn thẳng EF tại điểm B. Chứng minh $OA.OB = R^2$.

3) Cho biết OM=2R và N là một điểm bất kì thuộc cung EF chứa điểm I của đường tròn (O;R) (N khác E,F). Gọi d là đường thẳng qua F và vuông góc với đường thẳng EN tại điểm P, d cắt đường tròn đường kính OM tại điểm K (K khác F). Hai đường thẳng FN và KE cắt nhau tại điểm Q. chứng minh rằng: $PN.PK + QN.QK \le \dfrac{\sqrt{3}}{2}R^2$

BÀI V *(1,0 điểm)*

Giải phương trình: $x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1 = 0$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH QUẢNG TRỊ 2010

Câu 1 (2.0 điểm). Cho biểu thức

$$P=\left(\frac{2(a+b)}{\sqrt{a^3}-2\sqrt{2b^3}}-\frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{2ab}+2b}\right).\left(\frac{\sqrt{a^3}+2\sqrt{2b^3}}{2b+\sqrt{2ab}}-\sqrt{a}\right).$$

1. Tìm điều kiện của a và b để biểu thức P xác định. Rút gọn biểu thức P.

2. Biết $a=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $b=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}$. Tính giá trị của P (không sử dụng máy tính cầm tay).

Câu 2 (2.0 điểm). Cho phương trình $ax^2+bx+c=0$. (1)

1. Chứng minh rằng nếu các số a, b, c thỏa mãn điều kiện $4a-5b+9c=0$, thì phương trình (1) luôn luôn có nghiệm.

2. Cho $a = 2$, tìm điều kiện của b và c để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và thỏa mãn

$$\left|x_1+x_2+\sqrt{x_1x_2}\right|+\left|x_1+x_2-\sqrt{x_1x_2}\right|=2010.$$

Câu 3 (1.0 điểm). Tìm số các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn điều kiện

$$1+2009x+2011y=xy$$

Câu 4 (3.0 điểm).

1. Cho ngũ giác lồi $ABDEC$ thỏa mãn các điều kiện $AB = AC$, $\widehat{BAD}+\widehat{CAE}=\widehat{DAE}$ và $\widehat{BDA}+\widehat{CEA}=180^0$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE cắt nhau tại A và O (O khác A).

   a) Chứng minh ba điểm B, O và C thẳng hàng.

   b) Chứng minh rằng $AO\perp DE$.

2. Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45^0$ và $\widehat{BAC}=30^0$. Điểm M di động trên tia AC và điểm N di động trên tia BC sao cho $M\neq N$ và $OM = BN$, trong đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Trên nửa mặt phẳng bờ là AC chứa điểm B, lấy điểm D sao cho tam giác ACD đều.

   a) Chứng minh AB là đường trung trực của đoạn thẳng CD.

   b) Chứng minh ba điểm D, M và N tạo thành một tam giác cân.

Câu 5 (2.0 điểm).

1. Một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c thỏa mãn

$$(a+b-c)^3+(b+c-a)^3+(c+a-b)^3=a^3+b^3+c^3.$$

Chứng minh tam giác đó là tam giác đều.

2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}4x^3+3xy^2=7y,\\ y^3+6x^2y=7.\end{cases}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH QUẢNG BÌNH 2010

Câu 1: (3,0 điểm)

a) Chứng minh $P = \dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ là một số nguyên.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $y = \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}$

Câu 2: (1,0 điểm)

Tìm tất cả các bộ ba số dương $(x;y;z)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2.x^{2010} = y^6 + z^6 \\ 2.y^{2010} = z^6 + x^6 \\ 2.z^{2010} = x^6 + y^6 \end{cases}$$

Câu 3: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng (d) : $y = 2x - a^2$ và parabol (P) : $y = ax^2$ (với a là tham số, $a > 0$).

a) Tìm a để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Chứng minh rằng lúc đó A và B nằm về bên phải trục tung.

b) Gọi x_1, x_2 theo thứ tự là hoành độ của A, B. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{2}{x_1 + x_2} + \frac{3}{x_1 x_2 + 1}$$

Câu 4: (1,0 điểm) Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn :

$$\sqrt{(x-2)(4-x)} + \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} + 6x\sqrt{3x} \le x^3 + 30$$

Câu 5: (1,5 điểm)

Cho đường tròn (O, R). Từ một điểm P nằm trong (O) kẻ hai dây AB và CD vuông góc nhau. Chứng minh rằng: $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm P nằm trong đường tròn.

Câu 6: (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có số đo ba cạnh là BC = a, CA = b, AB = c và một điểm M nằm trong tam giác. Dựng MA' vuông góc BC, MB' vuông góc CA và MC' vuông góc AB (A', B', C' lần lượt thuộc BC, CA, AB). Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng:

$$Z = \frac{a}{MA'} + \frac{b}{MB'} + \frac{c}{MC'}$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN TN HẦU AN GIANG 2011 – 2012

Câu I: (2,0 điểm)

Không dùng máy tính, hãy rút gọn các biểu thức sau:

1/ $P_1 = \sqrt{(4-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3-3\sqrt{2})^2}$

2/ $P_2 = \left(\dfrac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) . \left(\dfrac{-1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}\right)$

Câu II: **(2,0 điểm)**

Giải các phương trình sau:

1/ $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$. 2/ $\dfrac{x^2 - 3x + 5}{x^2 - x - 6} = \dfrac{1}{x - 3}$

Câu III: **(2,0 điểm)**

1/ Cho phương trình: $x^2 - 5x + (2+m)(3-m) = 0$ (1), với m là tham số.

Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 17 - 9m$.

2/ Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = -|x|$ có đồ thị (T). Hãy vẽ (P) và (T) trên cùng một mặt phẳng tọa độ, rồi suy ra các tọa độ giao điểm của (P) và (T).

Câu IV: **(2,0 điểm)**

1/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$

2/ Cho $a \ge 4; b \ge 4$. Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + ab \ge 6(a+b)$. Đẳng thức xảy ra khi nào ?

Câu V: **(2,0 điểm)**

1/ Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H là chân đường cao). Biết BH = 4cm; AC = 8cm. Tính độ dài cạnh BC và AB.

2/ Một đường tròn (O) có tâm O bán kính r, nội tiếp tam giác đều DEF. Cho hình gồm tam giác đều DEF và đường tròn (O) nói trên, quay một vòng quanh đường cao DK của tam giác đều DEF (K thuộc EF) ta được một hình nón ngoại tiếp một hình cầu. Tính thể tích phần hình nón bên ngoài hình cầu theo r.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HÀ TĨNH 2011 – 2012

Câu 1: a) Giải phương trình: $x^2+2x+3=2|x|\sqrt{2x+3}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(x-2)(2x-y) = 6 \\ (x-3)^2 + 2y = 10 \end{cases}$

Câu 2: a) Cho a,b,c là các số thực khác 0, thoả mãn: ab+bc+ca=0

Tính tổng: $T=\frac{bc}{a^2}+\frac{ca}{b^2}+\frac{ab}{c^2}$

b) Tìm tất cả các số nguyên x,y,z thoả mãn: $3x^2+6y^2+z^2+3y^2z^2-18x=6$

Câu 3: a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=\frac{1-4\sqrt{x}}{2x+1}-\frac{2x}{x^2+1}$

b) Tìm các giá trị a, b sao cho: $\frac{a^2+1}{a-1}.\frac{b^2+1}{b-1}=\frac{1}{2}(ab+1)$

Câu 4: Cho đường tròn tâm O đường kính BC cố định, A là một điểm thuộc tròn (A không trùng B, C). H là hình chiếu của A trên BC. Đường tròn tâm I đường kính AH cắt AB, AC theo thứ tự tại M, N.

c) Chưng minh MN là tiếp tuyến chung của đường tròn ngoại tiếp tam giác BHM và CHN.

d) Xác định vị trí của A để bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN lớn nhất.

Câu 5: Lấy 2011 điểm thuộc miền trong của tứ giác để cùng với 4 đỉnh ta được 2015 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Biết diện tích của tứ giác ban đầu là 1cm^2. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 2015 điểm đã cho có diện tích không vượt quá $\frac{1}{4024}$cm^2.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TÂY NINH 2011 – 2012

<u>Câu 1</u>: (1 điểm)

Không dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị của biểu thức:

A = $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\frac{2y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{y}}\right)$ với x = $\frac{5+\sqrt{21}}{4}$; y = $\frac{5-\sqrt{21}}{4}$

<u>Câu 2</u>: (2 điểm)

Cho phương trình: $x^2 – 2mx + 2m – 2 = 0$ (m là tham số)

1/ Chứng tỏ rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

2/ Tìm m để phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=10$

<u>Câu 3</u>: (1 điểm)

Cho a, b là hai số dương. Chứng minh rằng $\sqrt{a^2+\frac{1}{b^2}}+\sqrt{b^2+\frac{1}{a^2}}\ge 2\sqrt{2}$. Khi nào dấu đẳng thức xẩy ra.

<u>Câu 4</u>: (3 điểm)

1/ Giải phương trình: $\sqrt{x+2}+\sqrt{4x+1}=9-2x$

2/ Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2+16}+\sqrt{x^2+25}\le 10$

3/ Tìm x, y, z thỏa mãn phương trình $\sqrt{x-2}+\sqrt{y+2010}+\sqrt{z-2011}=\frac{1}{2}(x+y+z)$

Câu 5: (3 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Điểm M di động trên cung nhỏ BC (M khác B và C). Dây cung AM cắt dây cung BC tại D.

1/ Chứng minh rằng tích AD.AM là một hằng số.

2/ Chứng minh rằng AM = BM + CM

3/ Tia CM cắt tia AB tại K. Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BKM.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN NINH BÌNH 2011 – 2012 v2

Câu 1: ***(3 điểm)***

Cho biểu thức: P = $\left(\frac{x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}-2}+\frac{4}{\sqrt{x}-2}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}-\frac{x-\sqrt{x}-5}{x-\sqrt{x}-2}\right)$

với $x\in$ R và x ≥ 0, $x\ne 4$.

a) Rút gọn P b) Tìm giá trị của x thoả mãn P = 4 .c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Câu 2: ***(3 điểm)***

a) Rút gọn A = $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$

b) Giải phương trình: $4x^2+y^2=4xy+4x-2y-2\sqrt{x+y-2}-1$

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x=2\sqrt{y}+1\\ y=2\sqrt{z}+1\\ z=2\sqrt{x}+1\end{cases}$

Câu 3: ***(1 điểm)***Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=75^0$, đường cao AH, H thuộc đoạn BC và BH = $\sqrt{3}$CH.

Chứng minh rằng: AH = BH. Xác định các góc $\widehat{ABC}, \widehat{ACB}$.

Câu 4: ***(2,0 điểm)***Cho nửa đường tròn đường kính AB, tâm O bán kính R và C là điểm chính giữa của cung AB. Trên đoạn OC lấy điểm M, N sao cho OC = 2OM=3ON; Tia AM cát đường tròn (O;R) tại điểm thứ hai D; tia BN cắt đường tròn (O;R) tại điểm thứ hai E; gọi I là giao điểm của AM và BN.

a) Tính diện tích tam giác IAB theo R.

b) Chứng minh rằng: Góc $\widehat{DOE}$ có số đo bằng 90^0.

Câu 5: ***(1,0 điểm)***Cho ba số tự nhiên x, y, z thoả mãn: $x^2 + y^2 = z^2$. Chứng minh rằng: $xy \vdots 12$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN NINH BÌNH 2011 – 2012 v1

Câu 1: (3,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$

c) Rút gọn các biểu thức: $A = 3\sqrt{12} - 12\sqrt{3} + 6\sqrt{48}$; $B = \left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1}\right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

Câu 2: (2,5 điểm)

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2(m - 1)x – m + 3$ với m là tham số.

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$

b) Chứng minh rằng: Với mọi giá trị của m thì đồ thị (P) luôn cắt đường thẳng (d) tại 2 điểm phân biệt

c) Gọi $A(x_A,y_A)$và $B(x_B,y_B)$ là 2 giao điểm của (P) và (d). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $E = y_A + y_B$

Câu 3: (1,5 điểm)

Hai đội công nhân hợp tác làm cùng 1 công việc. Nếu 2 đội cùng làm công việc đó thì sau 15 giờ họ hoàn thành công việc. Nếu đội 1 làm một mình trong 3 giờ rồi nghỉ và đội 2 làm tiếp công việc đó 5 giờ nữa thì công việc hoàn thành được 25%. Tính thời gian 2 đội làm riêng để hoàn thành công việc đó.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R và 1 điểm S ở ngoài đường tròn.Kẻ 2 tiếp tuyến SA, SB tới đường tròn (O,R) (A,B là 2 tiếp điểm). Điểm I thuộc đoạn AB (I khác A và B) đường thẳng qua I và vuông góc với OI lần lượt cắt SA, SB lần lượt ở M và N.

a) Chứng minh: 4 điểm O,I,A,M cùng thuộc 1 đường tròn

b) Chứng minh: MI=NI

c) Xác định vị trí của điểm I trên đoạn AB sao cho tam giác SMN có diện tích lớn nhất

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN VŨNG TÀU 2011 – 2012

Bài 1: *(3.0 điểm)* Rút gọn biểu thức : $P=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{x}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x^3}+1}{x-1}$

2)Giải hệ phương trình: $x-y+xy=1$ VÀ $2\sqrt{x}+y-xy=2$

Bài 2: *(2.5 điểm)*

Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ (1), với m là tham số.

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thoã $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ và $\sqrt{1+x_1}+\sqrt{1+x_2}=1+\sqrt{3}$.

4) Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệmx_1, x_2 sao cho $N=(x_1^2+x_2)(x_2^2+x_1)$ là một số chính phương.

Bài 3: (1.0 điểm) Cho các số dương a,b,c thay đổi và thoã mãn 3a+4b+5c=12. tính giá trị lớn nhất của

biểu thức: $S=\frac{ab}{ab+a+b}+\frac{2ac}{ac+a+c}+\frac{3bc}{bc+b+c}$.

Bài 4: *(2.5 điểm)* Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh CD lấy điểm M tuỳ ý khác hai điểm C,D. Đường thẳng d qua m và vuông góc AM; d cắt các đường thẳng AB,BC,DA lần lượt tại các điểm E,F,G.

3) Chứng minh rằng: $\angle MAF = \angle MBC$ và tg $\angle MAF$ + tg $\angle MBC$=1.

4) đường tròn ngoại tiếp tam giác DEG còn cắt đường thẳng AB tại H khác điểm E. Chứng minh rằng đường thẳng MH vuông góc AB.

Bài 5: *(1.0 đểm)*Cho tam giác ABC, điểm O cố định nằm trong tam giác (O không thộc các cạnh của tam giác). điểm M di động trên tia OA (M khác O và A) sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giácABM còn cắt tia OB tại đểm N khác B và đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM còn cắt tia OC tại điểm P khác C.

4) Chứng minh rằng $\frac{ON}{OP}$ không đổi.

5) Gọi I và J lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tam giác MNP. Chứng minh rằng O,I,J thẳng hàng.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐỒNG NAI 2011 – 2012

<u>Câu 1</u> : Cho pt : $x^2 - 20x - 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của pt đã cho (Với $x_1 > x_2$)

Tính giá trị biểu thức

$M = \dfrac{x_1}{\sqrt[3]{x_2}} + \dfrac{x_2}{\sqrt[3]{x_1}}$ **<u>Câu 2</u>** : Giải HPT : $\begin{cases} x^3 + 2xy = -5 \\ y^3 + xy = 6 \end{cases}$

<u>Câu 3</u>: (Oxy) cho (P): $y = 2x^2$ và (d): $y = 4x + 6$. Gọi E là điểm thuộc (P) có hoành độ bằng - 2. Gọi F, G là các giao điểm của (d) và (P) , biết F có hoành độ âm , G có hoành độ dương . Vẽ hình bình hành EFGH. Xác định tọa độ điểm H . <u>CM</u> điểm H không thuộc (P)

<u>Câu 4</u> : Tìm các số tự nhiên a, b, c thỏa: $a^2(b + c) + b^2(c + a) + c^2(a + b)$ là số nguyên tố.

<u>Câu 5</u>: Cho ΔABC có các góc ∠ABC, ∠BCA, ∠CAB đều là góc nhọn . Biết D là trực tâm của ΔABC . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDBC, gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDCA

1)CM ΔCIJ là tam giác cân

2)Chứng minh IJ = AB .

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH SP HCM 2013 – 2014 CHUNG

Câu 1: Cho phương trình: $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 2m + 2 = 0$, (m là tham số)

1) Tìm m để phương trình có một nghiệm là -1. Tìm nghiệm còn lại.
2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_1 = 2$.

Câu 2: Cho hàm số: $y = -\dfrac{x^2}{2}$ (P) và $y = mx - 4$ (D), với $m \neq 0$.

1) Khi m = 1, hãy vẽ (P) và (D) trên cùng trên một mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P) bằng phép tính.

2) Tìm m để (P), (D) và (D′): $y = x + \dfrac{1}{2}$ đồng quy.

Câu 3: Cho biểu thức: $P = \dfrac{3x + 5\sqrt{x} - 11}{x + \sqrt{x} - 2} - \dfrac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} + \dfrac{2}{\sqrt{x} + 2} - 1$, với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

1) Rút gọn P.

2) Tìm x để P nhận giá trị nguyên. **CÂU 4** $\begin{cases} x^2+4x+y=0 \\ (x+2)^4+5y=16 \end{cases}$

Câu 5: Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) có đường cao AH. Vẽ đường tròn (O) đường kính AB cắt AC tại N. Gọi E là điểm đối xứng của H qua AC, EN cắt AB tại M và cắt (O) tại điểm thứ hai D.

1) Chứng minh: AD = AE.

2) Chứng minh HA là phân giác của $\widehat{MHN}$.

3) Chứng minh:

a) 5 điểm A, E, C, M, H thuộc đường tròn (O_1).

b) 3 đường thẳng CM, BN, AH đồng quy.

4) DH cắt (O_1) tại điểm thứ hai Q. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của DQ và BC. Chứng tỏ I thuộc đường tròn (AHK).

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU AN GIANG 2013 – 2014

Câu 1: *(3,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng: $\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{2}$.

b) Chứng minh rằng nếu a + b + 5c = 0 thì phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$, $(a \neq 0)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

c) Giải phương trình: $x^3-10x\sqrt{x}+16=0$

Câu 2: *(2,0 điểm)* Cho hàm số: y = 2|x| - 1. a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho.

b) Tính diện tích tam giác tạo bởi đồ thị hàm số và trục hoành.

CÂU 3

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=2+m \\ 3x-4y=-8+7m \end{cases}$ (m là số cho trước)

a) Giải hệ phương trình.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x; y) sao cho x^4+y^4 nhỏ nhất.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho hình vuông ABCD nội tiếp trong đường tròn (O); M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ CD; MB cắt AC tại E.

a) Chứng minh rằng góc $\widehat{ODM}+\widehat{BEC}=180^0$.

b) Chứng minh rằng hai tam giác MAB và MEC đồng dạng. Từ đó suy ra: MC.AB = MB.EC.

c) Chứng minh: MA + MC = MB.$\sqrt{2}$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)* $A=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4}-\frac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}\right)$ Tìm x sao cho $A<2$

b) Tìm m sao cho phương trình: $x^2-(2m+4)x+3m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2=2x_1+3$

2 a) Giải phương trình: $\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x+13}=\frac{x-7}{3}$ ***B,*** $\begin{cases}2x^2+xy=y^2-3y+2\\ x^2-y^2=3\end{cases}$

Câu 3: *(3,0 điểm)*

Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên (O) đường kính AB sao cho AC>BC. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt tiếp tuyến tại A ở D, cắt AB ở E. Hạ $AH\perp CD$ tại H.

a) Chứng minh: AD.CE = CH.DE

b) Chứng minh: OD.BC là hằng số.

c) Giả sử đường thẳng đi qua E vuông góc AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G. Gọi I là trung điểm của AE. Chứng minh trực tâm ÌG là điểm cố định.

3 a) Chứng minh $x\geq y\geq 1$ thì $x+\frac{1}{x}\geq y+\frac{1}{y}$.

b) Cho $1\leq a, b, c\leq 2$. Chứng minh: $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\leq 10$

a) CHo a, b, là 2 số nguyên dương thỏa mãn a + 20; b + 13 cùng chia hết 21. Tìm số dư của phép chia $A=4^a+9^b+a+b$ cho 21.

4 b) Có thể phi kiến bảng 20 x 13 ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chòm lên nhau?

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG 2013 – 2014

Câu 1: *(2,5 điểm)*

a) Tìm các nghiệm của phương trình: $2x^2+4x+3a=0$, (1) biết rằng phương trình (1) có một nghiệm là số đối của một nghiệm nào đó của phương trình: $2x^2-4x-3a=0$.

b) Cho hệ thức: $x^2+(x^2+2)y+6x+9=0$, với x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của y.

Câu 2: *(2,5 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x^4+1)(y^4+1)=4xy\\ \sqrt[3]{x-1}-\sqrt{y-1}=1-x^3\end{cases}$

b) Tìm các số nguyên x, y sao cho: $2x-2\sqrt{y+2}=2\sqrt{2x+1}-y$.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho đoạn thẳng BC có M là trung điểm. Gọi H là một điểm của đoạn thẳng BM (H khác các điểm B và M). Trên đường thẳng vuông góc với BC tại H lấy điểm A sao cho $\widehat{BAH} = \widehat{MAC}$. Đường tròn tâm A bán kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai ở D và cắt đoạn thẳng AC tại E. Gọi P là giao điểm của AM và EB.

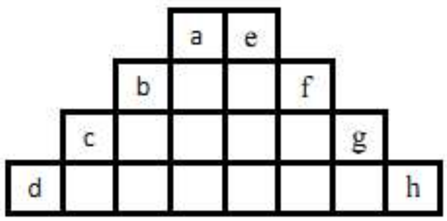
a) Đặt AB = r. Tính tích: DH.AM theo r.

b) Gọi h_1, h_2, h_3 lần lượt là khoảng cách từ điểm P đến các đường thẳng BC, CA, AB. Chứng minh rằng: $\dfrac{h_2}{AB} + \dfrac{h_3}{AC} < 1 - \dfrac{2h_1}{BC}$

c) Gọi Q là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác APE và BPM. Chứng minh rằng tứ giác BCEQ là tứ giác nội tiếp.

Câu 4: *(1,5 điểm)*

Cho một tháp số (gồm 20 ô vuông giống nhau) như hình vẽ. Mỗi ô vuông được ghi một số nguyên dương n với $1 \le n \le 20$, hai ô vuông bất kỳ không được ghi cùng một số. Ta quy định trong tháp số này 2 ô vuông kề nhau là 2 ô vuông có chung cạnh. Hỏi có thể có cách ghi nào thỏa mãn điều kiện: Chọn 1 ô vuông bất kỳ (khác với các ô vuông được đặt tên a, b, c, d, e, f, g, h như hình vẽ) thì tổng của số được ghi trong ô đó và các số được ghi trong 3 ô vuông kề với nó chia hết cho 4?



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH YÊN BÁI 2013 – 2014

Câu 1: *(1,5 điểm)* Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{3\sqrt{a}}{a+\sqrt{ab}+b}-\dfrac{3a}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right):\dfrac{(a-1)(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a+\sqrt{ab}+b}$

a) Tìm điều kiện của a, b để P có nghĩa, rồi rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của a để $Q = P(3a + 5)$ nhận giá trị nguyên.

Câu 2: *(3,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+xy-3y=4 \\ 2x-3y+xy=3 \end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2 - mx + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Xác định các giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 (nếu có) của phương trình (1) thỏa mãn đẳng thức: $x_1 - 2x_2 = 1$

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 2.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB, lấy M là điểm tùy ý thuộc nửa đường tròn (M không trùng với A và B). Kẻ đường cao MH của tam giác MAB. Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của H trên MA và MB.

a) Chứng minh tứ giác ABFE nội tiếpng một đường tròn.

b) Kéo dài EF cắt cung MA tại P. Chứng minh $MP^2 = MF.MB$. Từ đó suy ra tam giác MPH cân.

c) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) để tứ giác MEHF có diện tích lớn nhất. Tìm diện tích của tứ giác đó theo R.

4

$2x^2 + 3y^2 + 4x - 19 = 0.$

(Z)

5 Cho ba số dương x, y, x thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{z}=0$. $T=\dfrac{x+z}{2x-z}+\dfrac{z+y}{2y-z}$ ***MIN***

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN TỤY NINH BÌNH 2013 – 2014

1 1) Rút gọn biểu thức: $M=\sqrt{2}+2\sqrt{8}-\sqrt{18}$ 2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=9 \\ 3x-2y=10 \end{cases}$ **2**

Cho biểu thức: $A=\dfrac{2x^2+4}{1-x^2}-\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

1) Rút gọn A.

2) Tìm giá trị lớn nhất của A.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m = 0$ (1) với x là ẩn, m là tham số)

1) Giải phương trình (1) với $m = 0$.

2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{12}$.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Một điểm C cố định thuộc đoạn thẳng AO (C khác A và C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn đã cho tại D. Trên cung BD lấy điểm M (M khác B và M khác D). Tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho tại M cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là giao điểm của AM và CD.

1) Chứng minh tứ giác BCFM là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh: EM = EF.

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác FDM. Chứng minh ba điểm D, I, B thẳng hàng, từ đó suy ra góc ABI có số đo không đổi khi M di chuyển trên cung BD.

Câu 5: *(1,5 điểm)*

1) Chứng minh rằng phương trình: $(n + 1)x^2 + 2x - n(n + 2)(n + 3) = 0$ (x là ẩn số, n là tham số) luôn có nghiệm hữu tỉ với mọi số nguyên n.

2) Giải phương trình: $5\sqrt{1+x^3} = 2\left(x^2+2\right)$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG 2013 – 2014

Câu 1:

1. Cho biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} + \dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}-1+x} - \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

   a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn A.

   b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

2. Cho phương trình: $x^2 - 24x + m^2 + 2m + 84 = 0$ (1) (x là ẩn, m là tham số)

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_2 = x_1^3 - 29x_1 - 24$.

1. Giải phương trình: $\sqrt{24+5x-x^2}-\sqrt{12+4x-x^2}=\sqrt{2}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5\left(x^2+y^2\right)+\dfrac{2}{\left(x+y\right)^2}-2xy=\dfrac{251}{5} \\ \dfrac{x^2+2xy+y^2+1}{x+y}=5--x+y \end{cases}$

Câu 3:

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $(x^2 - x + 2)y = 3x - 5$.

2. Cho một bảng có kích thước 8x8 (bảng gồm 8 dòng và 8 cột). Trong mỗi ô vuông đơn vị (kích thước 1x1) được ghi một số tự nhiên không vượt quá 16. Các số được ghi thỏa mãn tính chất: Bất kỳ hai số nào ghi trong hai ô có chung một cạnh hoặc hai ô có chung một đỉnh của bảng là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong các số tự nhiên đó có số xuất hiện trong bảng ít nhất 7 lần.

Câu 4:

1. Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O;R).Trên cung nhỏ AD lấy điển E (E không trùng với A và D).Tia EB cắt các đường thẳng AD,AC lần lượt tại I và K.Tia EC cắt các đường thẳng DA, DB lần lượt tại M,N.Hai đường thẳng AN, DK cắt nhau tại P.

a. Chứng minh rằng tứ giác EPND là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh rằng: $\widehat{EKM}=\widehat{DKM}$.

c. Khi điểm M ở vị trí là trung điểm củaAD. Hãy tính độ dài đoạn AE theo R.

2. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Tính độ dài cạnh AB biết: $BC=\sqrt{5}+1$ và $\widehat{BAC}=108^0$.

Câu 5: Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=\sqrt{3}$.

Tìm GTNN của biểu thức: $B=\sum\dfrac{1}{\sqrt{x\left(y+2z\right)}}$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN BẮC KẠN 2013 – 2014

Câu 1: *(2 điểm)* Cho hàm số $y = |2x - 1|$

1. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2. Tìm các giá trị của m để đồ thị (C) cắt đường thẳng (D): y = x + m tại hai điểm phân biệt A và B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4.

1. Giải phương trình: $\sqrt{x^2-4x+3}=4x-x^2$.

2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=35 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=30 \end{cases}$

Câu 3: *(1 điểm)* Cho $0° < \alpha < 90°$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = 3\sin\alpha + \sqrt{3}\cos\alpha + 3$.

Câu 4: *(1 điểm)*

Để thành lập đội tuyển học sinh giỏi khối 9 nhà trường tổ chức thi chọn các môn Toán, Văn, Ngoại Ngữ trên tổng số 111 học sinh. Kết quả có 70 học sinh giỏi Toán, 65 học sinh giỏi Văn và 62 học sinh giỏi Ngoại ngữ. Trong đó có 49 học sinh giỏi cả Toán và Văn; 32 học sinh giỏi cả Toán và Ngoại ngữ; 34 học sinh giỏi cả Văn và Ngoại ngữ. Hãy xác định số học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn và Ngoại ngữ. Biết rằng có 6 học sinh không đạt yêu cầu cả ba môn.

Câu 5: *(3 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB bằng 2R. Gọi M là một điểm chuyển động trên nửa đường tròn (O) (M khác A và B). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B vẽ hai tiếp tuyến tiếp xúc với đường tròn tâm M lần lượt tại C và D.

1. Chứng minh ba điểm M, C, D cùng nằm trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M.
2. Chứng minh tổng AC + BD không đổi. Tính tích số AC.BD theo CD.
3. Giả sử CD cắt AB tại K. Chứng minh $OA^2 = OB^2 = OH.OK$.

Câu 6: *(1 điểm)*

Cho đa thức $P(x, y) = x^2 + xy + y^2$. Chứng minh rằng không thể phân tích đa thức đã cho thành tích của hai đa thức bậc nhất đối với x và y.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN CAO BẰNG 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1) Cho $x = \dfrac{\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}\left[(1+a)\sqrt{1+a}-(1-a)\sqrt{1-a}\right]}{a\left(2+\sqrt{1-a^2}\right)}$, với $-1 \le a \le 1, a \ne 0$.

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x^4 - x^2 + 8$.

2) Giải phương trình: $\dfrac{2}{3x^2-4x+1}+\dfrac{13}{3x^2+2x+1}=\dfrac{6}{x}$.

Câu 2: *(1,5 điểm)* Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng Δ: $y = 5mx + 4m$, với m là tham số.

1) Tìm m để đường thẳng Δ tiếp xúc với parabol (P).

2) Xác đinh m để đường thẳng Δ cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, ... Khi đó hãy tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{m^2}{x_1^2+5mx_2+12m}+\frac{x_2^2+5mx_1+12m}{m^2}$$

3

$$\begin{cases} x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1 \\ \sqrt{x+y}=2y^2-6x+11 \end{cases}$$

5 $x+y+z+\sqrt{xyz}=2\left(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}\right)$

4

Cho đường tròn tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD (A, B là 2 tiếp điểm, C nằm giữa M và D) với đường tròn. Đường thẳng AB cắt OM tại H, cắt CD tại I. Gọi K là giao điểm của đoạn MO với đường tròn (O), E là trung điểm của CD. Chứng minh rằng:

1) $MA^2 = MI.ME$

2) Tứ giác OHCD là tứ giác nội tiếp.

3) CK là đường phân giác của góc HCM.

1. Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{\dfrac{(x-y)^3}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3} + 2x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}} + \dfrac{3(\sqrt{xy} - y)}{x - y}$, với $x > 0, y > 0, x \neq y$.

2. Tính x biết: $x^3 = 1 - 3\sqrt[3]{4} + 3\sqrt[3]{2}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*
Cho $f(x) = x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 1$ (x là biến, m là tham số)
1.Giải phương trình $f(x) = 0$ khi $m = 1$.
2. Tìm tất cả các giá trị của $m \in Z$ để phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = \dfrac{x_1x_2}{x_1 + x_2}$ có giá trị là số nguyên.

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \dfrac{1}{3x-y} + \dfrac{4}{2x+y} = 2 \\ 12y + 4x = 7(2x+y)(3x-y) \end{cases}$

2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $5x^2 + y^2 = 17 + 2xy$.

Câu 4: *(3,0 điểm)*
Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đoạn thẳng AB lấy một điểm M (M không trùng với O và không trung với hai đầu mút A và B). Đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N. Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn (O) ở điểm P. Chứng minh rằng:
1. Tứ giác OMNP nội tiếp đương tròn.
2. Tứ giác CMPO là hình bình hành.
3. Tích CM.CN không đổi.
4. Khi M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì điểm P chạy trên một đoạn thẳng cố định.

Câu 5: *(1,0 điểm)*
Tìm hai số nguyên a và b để $M = a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)* Cho phương trình: $x^2 - mx - m - 1 = 0$ (m là tham số)

1) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt x_1; x_2.
2) Cho x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$S = \frac{m^2 + 2m}{x_1^2 + x_2^2 + 2}$$

1) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}=3$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{9}{2} \\ xy+\dfrac{1}{xy}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$

Câu 5: *(1,0 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=\dfrac{2}{2-x}+\dfrac{1}{x}$, (với $0 < x < 2$)

Câu 4: *(1,0 điểm)* Tìm số thực x để phương trình sau có nghiệm nguyên.

$$x^2 - ax + a + 2 = 0$$

Câu 3: *(4,0 điểm)* BC là một dây cung của đường tròn (O; R), ($BC \neq 2R$). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho O luôn nằm trong tam giác ABC. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

1) Chứng minh: $\Delta DEF \backsim \Delta ABC$.

2) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O; R). Chứng minh tứ giác BHKC là hình bình hành.

3) Gọi A' là trung điểm của BC. Chứng minh: AH = 2OA'.

4) Gọi A_1 là trung điểm của EF. Chứng minh: $R.AA_1 = AA'.OA'$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH 2013 – 2014 CHUNG

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn. Nửa đường tròn đường kính AB cắt các đoạn thẳng CA, CB lần lượt tại M, N (khác A, B). Gọi H là giao điểm của AN và BM.

1. Chứng minh tứ giác CMHN nội tiếp và $\widehat{BAC} + \widehat{NAM} = 90^0$.
2. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Kẻ đường kính CD của đường tròn (O). Chứng minh: AH = BD.
3. Gọi I là trung điểm của AB. Đường thẳng đi qua H và vuông góc với H cắt các cạnh CA, CB lần lượt tại P, Q. Chứng minh H là trung điểm của PQ.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Tìm x và y thỏa mãn đồng thời 2 điều kiện sau:

$$x < y + 2 \text{ và } x^4 + y^4 - (x^2 + y^2)(xy + 3x - 3y) = 2(x^3 - y^3 - 3x^2 - 3y^2)$$

Câu 1: *(1,5 điểm)*

1. Cho phương trình: $x^2 + 4x - m = 0$. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
2. Tìm tọa độ của điểm thuộc đồ thị hàm số $y = 4x^2$. Biết rằng điểm đó có tung độ bằng 4.
3. Cho hàm số $y = (m + 5)x + 3m$ (với $m \neq -5$). Tìm m để hàm số đồng biến trên R.
4. Cho đường tròn đường kính BC = 5cm và điểm A thuộc đường tròn đó sao cho AC = 4cm. Tính $\tan\widehat{ABC}$?

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $M = \left(\dfrac{3\sqrt{3x^3}+1}{x\sqrt{3}+\sqrt{x}} + \sqrt{3}\right) : \dfrac{3x+1}{x+4}$ với $x > 0$

1. Rút gọn M.
2. Chứng minh rằng với $x > 0$ thì $M \geq 4$. Tìm x để M = 4.

Câu 3: *(2,5 điểm)*

1. Tìm hai số dương biết rằng tích của hai số đó bằng 180 và nếu tăng số thứ nhất thêm 5 đơn vị đồng thời bớt số thứ hai đi 3 đơn vị thì tích hai số mới vẫn bằng 180.
2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2(x+y)+m|x| = 2m+2 \\ m(5x+5y)-2|x| = m \end{cases}$ (1)

a) Giải hệ phươn trình khi m = 1.

b) Chứng minh rằng nghiệm (x; y) của hệ phương trình thỏa mãn:

$$(x + y - 1)(5x + 5y - 1) = 2|x| - x^2.$$

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN BIÊN HÒA HÀ NAM 2013 – 2014

Cho biểu thức: $M = \dfrac{2\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{2a}-\sqrt{3b}\right)+\sqrt{3b}\left(2\sqrt{a}-\sqrt{3b}\right)-2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}+\sqrt{3ab}}$.

a) Tìm điều kiện của a, b để M xác định và rút gọn M.

b) Tính giá trị của M khi $a = 1 + 3\sqrt{2};\ b = 10 + \dfrac{11\sqrt{8}}{3}$

Câu 2: Cho phương trình: $x^3 - 5x^2 + (2m + 5)x - 4m + 2 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3.

b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

Câu 3: Cho số nguyên n và các số $A = \underbrace{44\ldots44}_{2n \text{ chữ số } 4}$ và $B = \underbrace{88\ldots88}_{n \text{ chữ số } 8}$. Chứng minh rằng: A + 2B + 4 là số chính phương.

Câu 4: Cho đường tròn (O) và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C, D. Từ điểm M tùy ý trên d kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm CD.

a) Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp.

b) Giả sử MO và AB cắt nhau tại H. Chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác COD.

c) Chứng minh AB đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên d.

d) Chứng minh: $\frac{MD}{MC}=\frac{HA^2}{HC^2}$

Câu 5: Cho 3 số dương a, b, c và a + b + c = 2013. Chứng minh:

$$\frac{a}{a+\sqrt{2013a+bc}}+\frac{b}{b+\sqrt{2013b+ac}}+\frac{c}{c+\sqrt{2013c+ab}}\le 1.$$

Chỉ rõ dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HẠ LONG QUẢNG NINH 2013 – 2014

1) Cho biểu thức $A=\frac{2\sqrt{x}+13}{x+5\sqrt{x}+6}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0$.

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên.

2) Tìm số nguyên dương n để $p=\frac{n(n+1)}{2}-1$ là số nguyên tố.

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm nằm về hai phía của trục tung.

b) Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$. Tìm giá trị của m để $|y_1-y_2|=\sqrt{24-x_2^2-mx_1}$

1) Giải phương trình: $x^2+2x\sqrt{x+\frac{1}{x}}=8x-1$ 2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+4y^2-8xy=2\\ x=2y+4xy\end{cases}$

Câu 4: *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R), đường kính AB cố định, đường kính CD thay đổi (CD ≠ AB). Các tia BC, BD cắt tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lần lượt ở E và F.

a) Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp.

b) Khi đường kính CD thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của EF theo R.

c) Đường tròn đi qua ba điểm O, D, F và đường tròn đi qua ba điểm O, C, E cắt nhau ở G, (G ≠ O). Chứng minh ba điểm B, A, G thẳng hàng.

Cho số thực x thỏa mãn: $0 < x < 1$. Chứng minh rằng: $\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x}\ge 3+2\sqrt{2}$

5

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HÀ TĨNH 2013 – 2014

Câu 1:

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{8}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} \right)\left(\frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x} - 10 \right)$

a. Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn P.

b.Tìm các giá trị của x để P = 30.

Cho phương trình: $3x^2 + 2(m - 1)x - (2m + 1) = 0$ (m là tham số)

a. Giải phương trình khi m = -1.

b. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$(x_1+1)(x_2+1) = x_1^2x_2 + x_2^2x_1 + 2$$

a. Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x+1} = 4$

$$\begin{cases} 4xy^2 - 2x^2y = x - 2y \\ 2x^3 - x - 8y + 3 = 0 \end{cases}$$

Cho tam giác nhọn ABC có AB < AC và AH vuông góc với BC tại H. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB, AC. Đường thẳng DE cắt tia CB tại S.

a. Chứng minh rằng các tứ giác ADHE và BCED nội tiếp đường tròn.

b. Đường thẳng SA cắt đường trong đường kính AH tại M (M khác A). Các đường thẳng BM và AC cắt nhai tại F. Chứng minh: $FA.FC + SB.SC = SF^2$.

5

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:

$$\frac{b^2+c^2-a^2}{bc} + \frac{c^2+a^2-b^2}{ac} + \frac{a^2+b^2-c^2}{ab} > 2$$

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN QUẢNG BÌNH 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)* Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(5+\sqrt{21}\right)\left(\sqrt{14}-\sqrt{6}\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}$

b) $B = \dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}+2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{5}+1}$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{4-x}+2\right) = -2x$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - x + y^2 = 19 \\ xy(x-1)(2-y) = 20 \end{cases}$

Câu 3: *(1,5 điểm)* Cho x, y, z > 0 thoả mãn x + y + z = 3.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{x^2}{y+3z} + \dfrac{y^2}{z+3x} + \dfrac{z^2}{z+3y}$.

Câu 4: *(3,5 điểm)* Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn (O; R) cố định. Từ điểm A kẻ đường thẳng d bất kỳ không đi qua O, cắt đường tròn (O) tại B, C (B nằm giữa A và C). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau tại D. Kẻ DH vuông góc với AO tại H; DH cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi I là giao điểm của DO và BC.

a) Chứng minh năm điểm B, C, D, H, O nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Chứng minh tích HB.HC không đổi khi đường thẳng d quay quanh điểm A.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Chứng minh: $N = 2012^4n + 2013^4n + 2014^4n + 2015^4n$ không phải là số chính phương với mọi là số nguyên dương.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN QUẢNG NAM 2013 – 2014

Cho biểu thức: $A = \dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để A nguyên.

a) Giải phương trình: $3x^2 - 15 = \sqrt{x^2+x+3} - 3x$ **B,** : $\begin{cases} 2xy + x + 2y = 20 \\ \dfrac{1}{y} + \dfrac{2}{x} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $2x - y - a^2 = 0$ và parabol (P): $y = ax^2$ (a là tham số)

a) Tìm giá trị a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Chứng tỏ A và B nằm bên phải trục tung.

b) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{4}{x_1 + x_2} + \frac{1}{x_1x_2}$.

Câu 4: *(2,0 điểm)* Cho tam giác ABC nhọn có số đô góc đỉnh A là 45^0. Nửa đường tròn tâm O đường kính BC cắt cạnh AB và AC lần lượt tại E và F. Vẽ bán kính OM vuông góc với BC.

a) Chứng minh $EF = R\sqrt{2}$, (Biết: BC = 2R).

b) Chứng minh M là trực tâm của ΔAEF.

Câu 5: *(2,0 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), có AB < AC. Hạ các đường cao BE và CF, gọi H là trực tâm, M là giao điểm của EF và AH. Vẽ đường kính AK cắt cạnh BC tại N.

a) Chứng minh ΔAMF đồng dạng với tam giác ΔANC.

b) Chứng minh HI song song với MN, với I là trung điểm BC.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Cho hai số x và y thỏa mãn $xy\left(2013 - \frac{xy}{2}\right) = \frac{x^4}{4} + \frac{y^4}{4} - 2014$.

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của tích xy.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN QUẢNG NGÃI 2013 – 2014 (CHUNG)

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{\dfrac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}+x^2+1}$, với $x\ge 0$.

2. Chứng minh khi giá trị của m thay đổi thì các đường thẳng $(m-1)x+(2m+1)y=4m+5$ luôn đi qua một điểm cố định. Tìm tọa độ điểm cố định đó.

Bài 2: (1,5 điểm)

1. Tìm số chính phương có 4 chữ số, biết rằng khi giảm mỗi chữ số một đơn vị thì số mới được tạo thành cũng là một số chính phương có 4 chữ số.
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2+xy+y^2=3x+y-1$

Bài 3: (2,5 điểm)

1. Tìm các giá trị của m để phương trình: $x^2+(m+2)x-m+1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $\left|\dfrac{1}{x_1}-\dfrac{1}{x_2}\right|=\dfrac{3}{10}$.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+1)\sqrt{x}=2\sqrt{y}\\(y+1)\sqrt{y}=2\sqrt{x}\end{cases}$.

3. Giải phương trình: $3(x^2-6)=8(\sqrt{x^3-1}-3)$.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, AB < AC và đường tròn (O; R) ngoại tiếp tam giác đó. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) cắt đường thẳng BC tại điểm M. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC.
1. Chứng minh rằng: BC = 2RsinBAC.
2. Điểm N chuyển động trên cạnh BC (N khác B và C). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm N lên AB, AC. Xác định vị trí của điểm N để độ dài đoạn EF ngắn nhất.
3. Đặt BC = a, CA = b, AB = c. Tính độ dài đoạn thẳng MN theo a, b, c.
4. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O; R) cắt đường thẳng MA lần lượt ở P và Q. Chứng minh rằng HA là tia phân giác của $\widehat{PHQ}$.

Bài 5: (1,0 điểm)

Trong tam giác đều có cạnh bằng 8, đặt 193 điểm phân biệt. Chứng minh tồn tại 2 điểm trong 193 điểm đã cho có khoảng cách không vượt quá $\sqrt{3}$/[illegible].

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN QUẢNG NGÃI 2013 – 2014 (CHUYÊN)

1) Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}.\sqrt{\dfrac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}}$

2) Cho hai số x, y thỏa mãn: $x^2+y^2-2xy-2x+4y-7=0$.
Tìm giá trị của x khi y đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2 1) Giải phương trình: $x^3+2=3\sqrt[3]{3x-2}$ $\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{7}{xy}-1\\x+y+xy=5\end{cases}$

1) Tìm các số tự nhiên n để $n^5 + n^4 + 1$ là số nguyên tố.

2) Đặt: $S_n = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + n(n+1)$ $(n \in N^*)$.

Chứng minh: $3(n+3)S_n + 1$ là số chính phương.

Bài 3

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ A kẻ đường thẳng d bất kỳ không đi qua điểm O và cắt (O) tại B, C (AB < AC). Các tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau tại D. Kẻ DH vuông góc AO tại H. DH cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi I là giao điểm của DO và BC.

Chứng minh rằng:

1) Ngũ giác DBHOC và tứ giác DIHA nội tiếp.

2) AM là tiếp tuyến của (O).

3) HB. HC không đổi khi di quay quanh A.

Trong một hình tròn diện tích $2012cm^2$. Ta lấy 6037 điểm phân biệt sao cho 4 điểm bất kỳ trong chúng là các đỉnh của một đa giác lồi. Chứng minh rằng tồn tại 3 điểm trong 6037 điểm đã lấy là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích không vượt quá $0,5\ cm^2$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN BÌNH ĐỊNH 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Rút gọn biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1}\right)$$

2. Chứng minh: $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{47}+\sqrt{48}} > 3$

Câu 2: *(2,0 điểm)*

Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $\dfrac{a+1}{b} + \dfrac{b+1}{a}$ là một số nguyên dương.

Gọi d là ước của a, b. Chứng minh bất đẳng thức: $d \le \sqrt{a+b}$.

Câu 3: *(3,5 điểm)*

Cho hai số a, b > 0, a ≠ b. Chứng minh rằng: $\dfrac{a+b}{2} > \dfrac{(a-b)^2}{4\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2} > \sqrt{ab}$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Một đường thẳng (Δ) thay đổi nhưng luôn đi qua điểm A cắt hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) tương ứng tại M và N. Giả sử (Δ) cắt đường tròn (O) tại E (E ≠ A và E thuộc cung lớn BC). Đường thẳng MC cắt BN tại F.

1. Chứng minh rằng tam giác ACN đồng dạng với tam giác MBA. Tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN.

2. Chứng minh tứ giác BMEF nội tiếp đường tròn.

3. Chứng minh đường thẳng EF luôn đi qua điểm cố định khi (Δ) thay đổi (luôn đi qua A).

Câu 5: *(1,5 điểm)*

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3(x^2 + xy + y^2) = x + 8y$

Câu 5: *(1,5 điểm)*

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3(x^2 + xy + y^2) = x + 8y$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH PHÚ YÊN 2013 – 2014

Bài 1: Tìm các giá trị của m để một nghiệm của phương trình $2x^2 - 7x - 3m = 0$ gấp ba lần một nghiệm của phương trình $4x^2 - 8x - m = 0$ (m là tham số).

Bài 2 $x^2 + 2(2-x)\sqrt{x-1} - 3x + 2 = 0$. ***Bài 3*** $\begin{cases} xy - 3x - 2y = 6 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 53 \end{cases}$

Bài 4 Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$. ***Tìm m để***

$3\sqrt{x_1x_2 - x_1 - x_2 + 2} - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2m^2 - 1} \geq 2$

Bài 5

Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm hai đường chéo. Lấy E là điểm trên OC sao cho CE = 2OE và M là giao điểm của DE là BC. Trên đoạn thẳng DE lấy điểm F sao cho $\widehat{EFC} = \widehat{ODC}$.
Chứng minh rằng:
a) ΔOMD đồng dạng với ΔFDC.
b) $\widehat{EFA} = 2\widehat{OBA}$

Bài 6

Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định. Một đường thẳng a tiếp xúc với (O) tại A. Gọi M (khác A, B) là điểm thuộc đường tròn (O). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M cắt a tại C. Gọi I là tâm đường tròn tiếp xúc với a tại C và đi qua M, giả sử CD là đường kính của đường tròn tâm I. Gọi J là giao điểm của OC và đường tròn (I).
Chứng minh rằng:
a) J là trung điểm của đoạn thẳng OC.
b) Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BC luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường tròn (O).

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO BÌNH THUẬN 2013 – 2014

Bài 1 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = (m - 2)x + 3 (với m $\neq$ 2)
Gọi A, B là giao điểm của (d) với hai trục tọa độ. Tìm m để:
1) Diện tích tam giác OAB bằng 3 (đvdt)
2) Khoảng cách từ O đến (d) bằng 1.

Bài 2
1) Rút gọn: $A = \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{10}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2014}+\sqrt{2016}}$
2) Chứng minh tổng $B = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{2015}$ chia hết cho 15.

Bài 3
1) Giải phương trình: (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 45.
2) Tính diện tích tam giác vuông. Biết chu vi 24cm và hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 2cm.

Bài 4

4. (4,0 điểm)

Cho đường thẳng (O; R) đường kính AC. Trên bán kính OA lấy điểm B tùy ý (B khác O và A). Vẽ đường tròn (N) tâm N đường kính AB. Gọi M là trung điểm của đoạn BC. Qua M vẽ dây cung DE vuông góc với BC, AD cắt (N) tại I.

1) Chứng minh:

a) Tứ giác BMDI nội tiếp.

b) Ba điểm I, B, E thẳng hàng.

c) MI là tiếp tuyến của (N).

2) Đường tròn tâm D bán kính DM cắt (O) tại P và Q. Chứng minh PQ qua trung điểm của đoạn MD.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN THĂNG LONG LÂM ĐỒNG 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)* Rút gọn: $A=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

Câu 2: *(2,0 điểm)* Cho α là góc nhọn. Chứng minh: $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1$.

Câu 3: *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)^2-6(x+y)=-8\\ x-y=6\end{cases}$

Câu 4: *(2,0 điểm)* Giải phương trình: $\sqrt{x^2+2\sqrt{3}x+3}+2x=4\sqrt{3}$.

Câu 5: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC, lấy điểm M nằm giữa B và C, lấy điểm N nằm giữa A và M. Biết diện tích tam giác ABM và diện tích tam giác NBC đều bằng $10m^2$, diện tích tam giác ANC là $9m^2$. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 6: *(1,5 điểm)* Trên mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên hai trục tọa độ bằng nhau) cho A(6; 0), B(3; 0), C(0; -4), D(0; -8). Đường thẳng AC cắt đường thẳng BD tại M. Tính độ dài đoạn thẳng OM.

Câu 7: *(1,5 điểm)* Cho phương trình bậc hai: $x^2-3(m+1)x-m^2-15=0$ (x là ẩn số, m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$2x_1-x_2=-12.$$

Câu 8: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Trên tia đối của tia AC lấy điểm D và trên tia đối của tia BC lấy điểm E sao cho AD = BE. Chứng minh tứ giác DAOE nội tiếp.

Câu 9: *(1,5 điểm)* Tìm giá trị nhỏ nhất của $M=x-2\sqrt{x-5}$.

Câu 10: *(1,5 điểm)* Tìm số tự nhiên n để n + 4 và n + 11 đều là số chính phương.

Câu 11: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại A, lấy điểm D nằm giữa B và C, lấy điểm E nằm giữa A và B, lấy điểm F nằm giữa A và C sao cho $\widehat{EDF}=\widehat{B}$. Chứng minh: $BE.CF\le\dfrac{BC^2}{4}$.

Câu 12: *(1,5 điểm)* Cho đường tròn tâm O đường kính AB, M là một điểm nằm trên đường tròn (M khác A và B), kẻ MH vuông góc với AB tại H. Đường tròn tâm M bán kính MH cắt (O) tại C và D. Đoạn thẳng CD cắt MH tại I. Chứng minh: I là trung điểm của MH.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐẮK LẮK 2013 – 2014

1) Giải phương trình: $(x^2 - 2x - 3)(x^2 + 10x + 21) = 25$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{\sqrt{x}} + \sqrt{10 - \dfrac{4}{y}} = 5 \\ \dfrac{4}{\sqrt{y}} + \sqrt{10 - \dfrac{4}{x}} = 5 \end{cases}$

1) Tìm số tự nhiên lớn nhất sao cho số 2015 viết được dưới dạng:

$2015 = a_1 + a_2 + ... + a_n$ với $a_1, a_2, ..., a_n$ là hợp số.

2) Tìm số dư khi chia $2012^{2013} + 2015^{2014}$ cho 11.

3) Cho a, b, c là những số dương thỏa mãn đẳng thức: $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = 2$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{1+\dfrac{b}{a}} + \dfrac{b}{1+\dfrac{c}{b}} + \dfrac{c}{1+\dfrac{a}{c}} \geq 1$

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Gọi C là điểm chính giữa cung AB, M là một điểm bất kì trên cung AC. Tia phân giác $\widehat{COM}$ cắt BM tại điểm D. Chứng minh rằng khi điểm M di động trên cung AC thì điểm D thuộc một đường tròn cố định.

Cho tam giác đều ABC. Lấy điểm P tùy ý trong tam giác ABC. Từ điểm P hạ PD, PE, PF lần lượt vuông góc với các cạnh BC, CA, AB.

Tính tỉ số: $\dfrac{PD + CE + AF}{PD + PE + PF}$

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN VŨNG TÀU 2013 – 2014

Câu 1: *(3,0 điểm)*

1) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\dfrac{a\sqrt{a}-8}{a-2\sqrt{a}} - \dfrac{a\sqrt{a}+8}{a+2\sqrt{a}} + \dfrac{a+4}{\sqrt{a}}\right).\dfrac{1}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{2}\right)^2}$ với $a > 0,\ a \neq 4$.

2) Giải phương trình: $\dfrac{2013x^2}{\sqrt{2013x^2+1}-1} = \sqrt{2013x^2+4}$.

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \\ x^2y = 3y - x \end{cases}$

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-2)x - m - 2 = 0$ (1), với m là tham số. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $|x_1 - x_2| = 3$.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1) Tìm các số nguyên dương x,y,z thoả mãn: $\dfrac{x^2+y^2}{x^2y^2} + \dfrac{2}{z^2} = 1$

2) Cho a,b là các số thực lớn hơn 1. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{b-1} + \dfrac{b^2}{a-1} \geq 8$.

Câu 4: *(2,5 điểm)*

Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn (O;R). Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt tia phân giác của $\widehat{ABC}$ ở I, cắt cạnh BC ở E và cắt đường tròn (O; R) ở M (M khác A).

1) Chứng minh M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC.

2) Đường vuông góc với AE tại E cắt cung BIC của đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC ở H. Chứng minh $ME.MA = MH^2$.

3) Hai điểm P và Q lần lượt di động trên 2 tia OA và OI sao cho OP + OQ = 2R. Chứng minh rằng khi P thay đổi trên tia OA và Q thay đổi trên tia OI thì trung đi ểm J của đoạn thẳng PQ luôn chạy trên 1 đường thẳng cố định.

Câu 5: *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC và O là 1 điểm nằm trong tam giác đó. Gọi M,N,K lần lượt là giao điểm của AO với BC, BO với AC và CO với AB. Qua O kẻ các đoạn thẳng EF, PQ, IJ sao cho EF//BC ($E \in AB$, $Q \in BC$, PQ//AC ($P \in AB$, QBC, IJ//AB ($I \in AC$, $J \in BC$).

1) Chứng minh: $\dfrac{OM}{AM} + \dfrac{ON}{BN} + \dfrac{PK}{CK} = 1$

2) Chứng minh: $\dfrac{EF}{BC} + \dfrac{PQ}{AC} + \dfrac{IJ}{AB} = 2$

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC 2013 – 2014

Câu 1: *(2,0 điểm)*

a. Tính: $A = \sqrt{8+2\sqrt{7}} + \sqrt{16-6\sqrt{7}}$

b. Rút gọn biểu thức: $M = \left(\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right) : \dfrac{\sqrt{x}+1}{x}$, với $x > 0,\ x \neq 1$.

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $\sqrt{3}\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)=\sqrt{x_1x_2+17}$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

a. Giải phương trình: $\sqrt{x+1}+\sqrt{5x}=\sqrt{4x-3}+\sqrt{2x+4}$

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+2y-2)(2x+y)=2x(5y-2)-2y\\ x^2-7y=-3\end{cases}$

Câu 4: *(1,0 điểm)*

a. Chứng minh rằng: Trong 3 số chính phương tùy ý luôn tồn tại hai số mà hiệu của chúng chia hết cho 4.

b. Giải phương trình nghiệm nguyên: $3x^2 - 2y^2 - 5xy + x - 2y - 7 = 0$.

Câu 5: *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), AB < AC. Các tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại E; AE cắt (O) tại D (khác A). kẻ đường thẳng d qua E và song song với tiếp tuyến tại A của (O), d cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại P, Q. Gọi M là trung điểm BC. Đường thẳng AM cắt (O) tại N (khác A).

a. Chứng minh: $EB^2 = ED.EA$ và $\dfrac{BE}{BD}=\dfrac{CA}{CD}$

b. Chứng minh các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC, EBP, ECQ cùng đi qua một điểm.

c. Chứng minh E là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCQP.

d. Chứng minh tứ giác BCND là hình thang cân.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

a. Chứng minh: $a^3 + b^3 \ge ab(a + b)$, với $a, b > 0$.

b. Cho a, b, là hai số dương thỏa mãn: $a + b \ge 1$. Tìm Min của $F=\left(a^3+b^3\right)^2+a^2+b^2+\dfrac{3}{2}ab$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TIỀN GIANG 2013 – 2014

1. Trục căn thức ở mẫu: $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$

2. Giải phương trình và hệ phương trình:

a. $\sqrt{3x-5}+\sqrt{7-3x}=9x^2-36x+38$

b. $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}=2\\ \sqrt{x+2}+\sqrt{y+2}=4\end{cases}$

Bài 2

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I(0; 1) có hệ số góc k ($k \in R$).

a. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B với $\forall k \in R$.

b. Chứng minh rằng tam giác OAB vuông. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác OAB.

2. Giả sử phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2.

Đặt: $S_n=x_1^n+x_2^n,\ (n\in N)$. Chứng minh rằng: $aS_{n+2} + bS_{n+1} + cS_n = 0$ với mọi $n \in N$.

Áp dụng: Tính: $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^7+\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^7$

Bài 3 :

1. Cho x, y > 0. Chứng minh rằng: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq\frac{4}{x+y}$

2. Cho a, b > 0. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a+b+2c}+\frac{1}{a+2b+c}+\frac{1}{2a+b+c}\leq\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}$.

Bài 4:

1. Tìm tất cả các số nguyên tố a, b, c sao cho $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

2. Chứng minh: Trong 5 số nguyên tố bất kỳ luôn luôn chọn được 3 số có tổng chia hết cho 3.

Bài 5

Cho tam giác ABC cố định, cân tại A nội tiếp đường tròn (O; R), M là điểm di động trên đoạn thẳng BC (M khác B và C). Vẽ đường tròn tâm D qua M và tiếp xúc với AB tại B. Vẽ đường tròn tâm E qua M tiếp xúc với AC tại C. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường tròn (D) và (E).

1. Chứng minh rằng: N thuộc đường tròn (O; R) và A, M, N thẳng hàng.
2. Chứng minh rằng: MB.MC = R^2 - OM^2.
3. Xác định vị trí điểm M sao cho MA.MN đạt giá trị nhỏ nhất.
4. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Chứng minh: Diện tích tam giác IBC không đổi.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TÂY NINH 2013 – 2014

Câu 1: *(1,0 điểm)*

Xác định a và b để đa thức: $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 2x + b$ chia hết cho $x - 1$ và $x + 2$.

Câu 2: *(1,0 điểm)*

Cho $f(x) = \dfrac{2+\sqrt{4+2x}}{x+2} + \dfrac{2+\sqrt{4-2x}}{x-2}$. Hãy tính giá trị $f\left(\sqrt{3}\right)$.

Câu 3: *(1,0 điểm)*

Tìm m để hệ phương trình sau có vô số nghiệm: $\begin{cases} x + my = m + 2 \\ mx + y = 3 \end{cases}$.

Câu 4: *(1,0 điểm)*

Biết rằng phương trình bậc hai: $x^2 - 3x - 1 = 0$ (*) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2. Không giải phương trình (*), hãy lập một phương trình bậc hai mà hai nghiệm của nó là $2x_1 + 1$ và $2x_2 + 1$.

Câu 5: *(1,0 điểm)*

Cho biết $a^2 + b^2 = 1$. Chứng minh rằng: $a^2 + 4ab + 3 \geq 2b^2$.

Câu 6: *(1,0 điểm)*

Vẽ đồ thị hàm số $y = 2|x| + x + 1$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tìm m lớn nhất để với mọi giá trị của x ta đều có $2|x| + x + 1 \geq m$.

Câu 7: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB < AC. Vẽ đường trung tuyến AM và đường cao AH của tam giác ABC. Tính độ dài các cạnh góc vuông AB và AC. Biết rằng $\dfrac{AH}{AM} = \dfrac{24}{25}$, $BC = 5cm$.

Câu 8: *(1,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của (O), lấy hai điểm M và N sao cho M, N ở về một phía của B. Các đường thẳng AM, AN cắt (O) lần lượt tại C và D (khác A). Chứng minh rằng tứ giác MCDN là tứ giác nội tiếp.

Câu 9: *(1,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A, AC = b, AB = c, M là điểm trên cạnh BC. Gọi E, F lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và ACM. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AEF nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo b, c.

Câu 10: *(1,0 điểm)*

Cho $a > 0$, $b > 0$ và $a + b = 1$. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2 + 2b^2}{a + 2b} + \dfrac{b^2 + 2a^2}{b + 2a} \geq 1$.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 HUYỆN THANH OAI 2013 – 2014 VÒNG 2

Bài 1 (5 điểm)1. Chứng minh rằng: Nếu n là số nguyên thì $n^5 + 5n^3 - 6n$ chia hết cho 30

2. Cho f(x) = $\dfrac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Hãy tính giá trị biểu thức sau:

$$A= f\left(\frac{1}{2012}\right)+f\left(\frac{2}{2012}\right)+...+f\left(\frac{2010}{2012}\right)+f\left(\frac{2011}{2012}\right)$$

Bài 2 (5 điểm)1. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x^3 - y^3 = \dfrac{1}{x+y} \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y)$

Bài 3 (3 điểm)Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện

$15\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)=10\left(\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{bc}+\dfrac{1}{ca}\right)+2014$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$P = \frac{1}{\sqrt{5a^2+2ab+2b^2}}+\frac{1}{\sqrt{5b^2+2bc+2c^2}}+\frac{1}{\sqrt{5c^2+2ca+2a^2}}$$

Bài 4 (6 điểm)Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Từ một điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB. Vẽ các tiếp tuyến CD; CE với đường tròn tâm O (D; E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt đường tròn tâm O' lần lượt tại M và N (M và N khác với điểm A). Đường thẳng DE cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a. MI.BE = BI.AE

b. Khi điểm C thay đổi thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5 (1 điểm)Cho x, y là các số nguyên khác 1 thỏa mãn $\dfrac{x^2-1}{y+1}+\dfrac{y^2-1}{x+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng : $x^2y^{22} - 1$ chia hết cho x + 1

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TP HÀ NỘI 2006 – 2007

Câu 1: Cho x, y là các số thỏa mãn: $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^3 + y^3 + 2.xy$.

Câu 2:

a) Cho p là số tự nhiên khác 0. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 + 5px - 1 = 0$; x_3, x_4 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 + 4px - 1 = ($
Chứng minh rằng tích: $(x_1 - x_3).(x_2 - x_3).(x_1 + x_4).(x_2 + x_4)$ là một số chính phương.

b) Tìm số tự nhiên m thỏa mãn đồng thời các điều kiện $9000 < m < 10000$, m chia cho 95 dư 25 và m chia cho 97 dư 11.

Câu 3:

a) Tìm các số a,b để phương trình: $(x-1).(x-a)+1=(x-2).(x+b)$ có ít nhất ba nghiệm là $x = 30, x = 3, x = 2007$.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-\frac{1}{4x}}+\sqrt{x-\frac{1}{4x}}=x$, với điều kiện $x\geq\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$.

B

Câu 4: Trong mặt phẳng cho 19 điểm phân biệt, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và nằm trong hình chữ nhật kích thước 2×3. Chứng minh rằng trong 19 điểm đã cho có 3 điểm nằm trong hình tròn bán kính $\frac{3}{4}$ và tạo thành một tam giác có ít nhất một góc không vượt quá 45^0.

Câu 5: Trong đường tròn (O;R), cho dây AB cố định ($AB<2R$) và C là điểm chính giữa của cung nhỏ AB. Gọi M là điểm tùy ý trên cung lớn AB, N là giao của dây CM với dây AB.

a. CMR: Tích CN.CM có độ lớn không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

b. Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB sao cho: $AM-BM=\frac{1}{3}.AB$.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TP HÀ NỘI 2007 – 2008

Câu 1:

a) Tìm số nguyên tố p thỏa mãn: (p+4),(p+8) cũng là các số nguyên tố.

b) Tìm số hữu tỉ a thỏa mãn: a^2+5a là số tự nhiên và là số chính phương.

Câu 2 Cho $x\geq1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\sqrt{x-1}+\sqrt{2x^2-5x+7}$.

Câu 3

Cho phương trình

$2x^2-2(2+m)x+8-4m=3\sqrt{x^3+8}$ với x là ẩn số

a) Giải phương trình khi m = 1.

b) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?

Câu 4: Cho đa giác đều 91 đỉnh. Mỗi đỉnh của đa giác được tô bởi 1 trong 2 màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh luôn tìm được 3 đỉnh trong 91 đỉnh của đa giác thỏa mãn: 3 đỉnh này cùng màu và là 3 đỉnh của 1 tam giác cân có ít nhất 1 góc nhỏ hơn 60 độ.

Câu 5:

Cho đường tròn (O;R) và dây BC cố đinhk (BC<2R). A là điểm di chuyển trên cung lớn BC (A khác B,C). Gọi M là trung điểm của đoạn AC, H là hình chiếu vuông góc của M trên AB. Xác định vị trí điểm A trên cung lớn BC để đoạn thẳng CH có độ dài lớn nhất.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TP HÀ NỘI 2008 – 2009

C©u I (4 ®iÓm)

1) Chøng minh r»ng víi mäi sè nguyªn a ta ®Òu cã ($a^3 + 5a$) lµ sè nguyªn chia hÕt cho 6.

2) Cho A = $2730^{10} + 927309^{10^2} + 27309^{10^3} + \ldots + 27309^{10^{10}}$. T×m sè d- trong phÐp chia A cho 7.

C©u II (4 ®iÓm)

1) Chøng minh $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ víi x>0 vµ y>0. X¶y ra ®¼ng thøc khi nµo?

2) T×m gi¸ trÞ nhá nhÊt cña biÓu thøc P, biÕt

$P = \frac{2}{a^2+b^2} + \frac{35}{ab} + 2ab$ víi a>0 , b>0 vµ a+b≤4.

C©u III (4®iÓm)

Cho ph-¬ng tr×nh x + m -1 = m $\sqrt[3]{2x-1}$ (víi x lµ Èn sè).

1) Gi¶i ph-¬ng tr×nh khi m=3.

2) Víi gi¸ trÞ nµo cña m th× ph-¬ng tr×nh ®· cho cã nghiÖm lín h¬n 1.

C©u IV (4 ®iÓm)

Cho ®-êng trßn (O;3) vµ ®iÓm A cè ®Þnh (A kh¸c O). Chøng minh :

1) NÕu HK lµ ®-êng kÝnh cña ®-êng trßn (O;3) th× AH≥ 3 hoÆc AK ≥ 3.

2) Tån t¹i h×nh thang c©n MNPQ néi tiÕp ®-êng trßn (O;3) tho¶ m·n ®ång thêi hai ®iÒu kiÖn MA + NA + PA + QA >12 vµ MN + NP +PQ +QM <12.

C©u V (4 ®iÓm)

Cho nöa ®-êng trßn t©m O ®-êng kÝnh AB = 2R vµ C lµ ®iÓm chÝnh gi÷a cña cung AB. LÊy ®iÓm M tuú ý trªn cung BC (M kh¸c B). Gäi N lµ giao ®iÓm cña hai tia OC vµ BM; H, I lÇn l-ît lµ trung ®iÓm cña c¸c ®o¹n th¼ng AO, AM ; K lµ giao ®iÓm c¸c ®-êng th¼ng BM vµ HI.

1) Chøng minh c¸c ®iÓm A, H, K vµ N cïng n»m trªn mét ®-êng trßn.

2) X¸c ®Þnh vÞ trÝ cña ®iÓm M trªn cung BC (M kh¸c B) sao cho AK = $\frac{R\sqrt{10}}{2}$.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 HUYỆN THANH OAI 2012 – 2013

Bài 1 (6 điểm)

Cho P = $\left(1-\dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\dfrac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}-\dfrac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\right)$

1. Rút gọn P. 2. Tìm x để P > 0 3. Với x > 4, x ≠ 9. Tìm giá trị lớn nhất của P.(x + 1)

Bài 2 (4 điểm) 1. Tìm tất cả số tự nhiên n sao cho $n^2 - 14n - 256$ là 1 số chính phương.

2. Cho: a > 0, b > 0 và ab = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = (a+b+1)(a^2+b^2)+\frac{4}{a+b}$$

Bài 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình : $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{2012-y}=\sqrt{2012}\\ \sqrt{2012-x}+\sqrt{y}=\sqrt{2012}\end{cases}$

1. Chứng minh rằng : x = y 2. Tìm nghiệm của hệ phương trình.

Bài 4 (5 điểm)

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') tiếp xúc ngoài tại A(R > R'). Vẽ dây AM của đường tròn (O) và dây AN của đường tròn (O') sao cho AM ⊥ AN. Gọi BC là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn (O) và (O') với B ∈ (O) và C ∈ (O')

1. Chứng minh OM // O'N.

2. Chứng minh : Ba đường thẳng MN, BC, OO' đồng qui.

3. Xác định vị trí của M và N để tứ giác MNO'O có diện tích lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 5 (3 điểm) 1. Cho tam giác nhọn ABC. Gọi ha, hb, hc lần lượt là các đường cao và ma, mb, mc lần lượt là trung tuyến của các cạnh BC, CA, AB; R và r lần lượt là bán kính của các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ABC. Chứng minh rằng :

$$\frac{ma}{ha}+\frac{mb}{hb}+\frac{mc}{hc}\le\frac{R+r}{r}$$

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương a,b sao cho : $a + b^2$ chia hết cho $a^2b - 1$.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH HÀ TĨNH 2008 – 2009

Câu 1 , Giải hệ pt

$(1)\ x^2+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{x}{y}=12$

$(2)\ x+\dfrac{1}{y}+\dfrac{x}{y}=8$

Câu 2, giải pt

$$x^3+2\sqrt{(3x-2)^3}=3x(3x-2)$$

Câu 3

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến AD,AE (D, E là các tiếp điểm). Tia AO cắt (O) tại B,C(B nằm giữa A và C). Kẻ DH vuông góc với CE tại H. Gọi P là trung điểm của DH.Tia CP cắt (O) tại Q. Gọi giao điểm của AC và DE là I.

Chứng minh a,tứ giác DQIP là tứ giác nt

b,AC là tiếp tuyến của đường tròn đi qua 3 điểm A,D,Q

Câu 4,

Cho đường thẳng d nằm ngoài đường tròn tâm (O), vẽ OA vuông góc với d tại A.Từ A vẽ cát tuyến d_1, d_2 lần lượt cắt (O) tại B,C và D,E(B nằm giữa A và C, D nằm giữa A và E).Gọi M, N là giao điểm của BE và CD với d.chứng minh ΔOMN là Δ cân

Câu 5,

cho các số thực x,y,z thõa mãn: $x^4 + y^4 + z^4 = 3$

Tìm Min P= $x^2(x+y) + y^2(y+z) + z^2(x+z)$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH HÀ TĨNH 2007 – 2008

Bài 1: a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} = 5 \\ x^2 + y^2 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{4}{y^2} = 7 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $\dfrac{x + \sqrt{1 - x^2}}{1 - 2x^2} = 1$

Bài 2: a) Các cạnh a, b, c của tam giác ABC thoả mãn đẳng thức :

$\dfrac{1}{p} = \dfrac{1}{p-a} - \dfrac{1}{p-b} - \dfrac{1}{p-c}; p = \dfrac{a+b+c}{2}$. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

b) Các số dương x, y, z thoả mãn $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$

Tính giá trị biểu thức: $P = \sqrt{(1+x)(1+y)(1+z)}\left[\dfrac{\sqrt{x}}{1+x} + \dfrac{\sqrt{y}}{1+y} + \dfrac{\sqrt{z}}{1+z}\right]$

Bài 3: Ba đường tròn (O;R), (O_1;R_1), (O_2;R_2) với R < R_1 < R_2 tiếp xúc ngoài với nhau từng đôi một đồng thời tiếp xúc với một đường thẳng. Gọi S, S_1, S_2 lần lượt là diện tích các đường tròn tâm O, O_1, O_2 . Chứng minh: $\dfrac{1}{\sqrt[4]{S}} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{S_1}} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{S_2}}$

Bài 4: Cho đường tròn (O, R) và đường tròn (O' , R') cắt nhau tại A và B. Trên tia đối của tia AB, lấy điểm C, kẻ tiếp tuyến CD, CE với đường tròn tâm O (D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Đường thẳng AD, AE cắt đường tròn tâm O' lần lượt tại M và N (M và N khác A). Tia DE cắt MN tại I. Chứng minh:

a) ΔMIB đồng dạng với ΔAEB

b) $O'I \perp MN$

Bài 5: Tam giác ABC có góc A không nhọn, BC = a, CA = b, AB = c.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P=\left(1+\frac{a}{b}\right)\left(1+\frac{b}{c}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH HÀ TĨNH 2005 – 2006

<u>Bµi 1</u>: a) Chøng minh r»ng nÕu c¸c sè kh«ng ©m a, b, c tho¶ m·n:

$\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}=\sqrt{a+b-c}$ th× $\sqrt[2006]{a}+\sqrt[2006]{b}-\sqrt[2006]{c}=\sqrt[2006]{a+b-c}$;

b) C¸c sè thùc x, y, z tho¶ m·n ®¼ng thøc: $x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-z^2}+z\sqrt{1-x^2}=\frac{3}{2}$. Chøng minh r»ng: $x^2+y^2+z^2=\frac{3}{2}$.

<u>Bµi 2</u>: T×m nghiÖm (x, y, z) víi x > 0, y > 0, z > 0 cña hÖ ph-¬ng tr×nh:

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=12\\ x+2y+3z=3\end{cases}$$

<u>Bµi 3</u>: Cho tam gi¸c ABC cè ®Þnh. H×nh ch÷ nhËt MNPQ thay ®æi sao cho M, N thuéc ®-êng th¼ng BC; P, Q thø tù thuéc c¸c c¹nh AC, AB.

a) T×m vÞ trÝ cña P, Q trªn c¹nh AC, AB ®Ó diÖn tÝch h×nh ch÷ nhËt MNPQ ®¹t gi¸ trÞ lín nhÊt.

b) Khi h×nh ch÷ nhËt MNPQ thay ®æi th× giao ®iÓm I cña 2 ®-êng chÐo cña nã ch¹y trªn ®-êng nµo?

<u>Bµi 4</u>: Trªn nöa ®-êng trßn t©m O, ®-êng kÝnh BC lÊy ®iÓm A. VÏ AH vu«ng gãc víi BC (H$\in$ BC). Gäi M, N thø tù lµ ®iÓm chÝnh gi÷a cña c¸c cung AB, AC. C¸c d©y BN, CM c¾t nhau t¹i K. Tia ph©n gi¸c cña c¸c gãc AHB, AHC lÇn l-ît c¾t BN, CM t¹i E, F. Chøng minh:

a) AK vu«ng gãc víi EF;

b) Tø gi¸c BEFC néi tiÕp ®-êng trßn.

<u>Bµi 5</u>: C¸c sè d-¬ng x, y tho¶ m·n $x \geq xy + 1$. T×m gi¸ trÞ lín nhÊt cña biÓu thøc:

$$P = \frac{xy}{x^2 + y^2}.$$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH NINH THUẬN 2013 – 2014

Bài 1 Tìm x, y thỏa mãn phương trình: $4y\sqrt{x-2} + 2x\sqrt{y-1} = y(3x-2)$

Bài 2 Cho các số thực a, b, c không âm. Chứng minh rằng:

$$(a+b+c)^3 \geq a^3 + b^3 + c^3 + 24abc$$

Bài 3. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM = 1 và $\widehat{ABC} = \widehat{CAM}$. Tính độ dài AB.

Bài 4. Chứng minh rằng $ab(a^2 - b^2)$ chia hết cho 3 với mọi số nguyên a và b.

Bài 5. Cho hình bình hành ABCD. Trên các cạnh AB và AD lần lượt lấy các điểm E và F (E, F không trùng với các đỉnh của hình bình hành). Gọi K là giao điểm của ED và FB. Chứng minh rằng hai tứ giác ABKD và CEKF có diện tích bằng nhau.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH NINH BÌNH 2013 – 2014

Câu 1 (6,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức: $M = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\sqrt{1 + \frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2}$

b) Giải phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{1}{x^2} = \frac{5}{3}\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{x}\right)$

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$

Câu 2 (3,0 điểm):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình y = mx – 2 và parabol (P) có phương trình $y = \frac{-x^2}{4}$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm các giá trị của m để đoạn AB có độ dài nhỏ nhất

Câu 3 (2,0 điểm):

Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $0 \le a;b;c \le 2$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \ge \frac{9}{4}$

Câu 4 (6,0 điểm):

Cho đường tròn tâm O có đường kính MN, dây cung AB vuông góc với MN tại điểm I nằm giữa O, N. Gọi K là một điểm thuộc dây AB nằm giữa A, I. Các tia MK, NK cắt đường tròn tâm O theo thứ tự tại C, D. Gọi E, F, H lần lượt là hình chiếu của C trên các đường thẳng AD, AB, BD. Chứng minh rằng

a) AC.HF = AD.CF

b) F là trung điểm EH

c) Hai đường thẳng DC và DI đối xúng với nhau qua đường thẳng DN

Câu 5 (3,0 điểm):

Cho n và k là các số tự nhiên, $A = n^4 + 4^{2k+1}$

a) Tìm k, n để A là số nguyên tố

b) Chứng minh rằng:

+ Nếu n không chia hết cho 5 thì A chia hết cho 5

+ Với p là ước nguyên tố lẻ của A ta luôn có p -1 chia hết cho 4

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BẮC NINH 2013 – 2014

Câu 1. (4 điểm). Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x} - 1}$ $(x > 0, x \neq 1)$.

1. Rút gọn P. 2. Tìm giá trị của x để P = 3.

Câu 2. (4 điểm). Cho phương trình $x^2 + (4m+1)x + 2(m-4) = 0$ (1)

1. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Tìm m để $\left|x_1 - x_2\right| = 17$.

Câu 3. (4 điểm) 1.Giải hệ phương trình $4x^2 + y^4 - 4xy^3 = 1$ **VÀ** $2x^2 + y^2 - 2xy = 1$

2. Cho các số thực m, n, p thoả mãn: $n^2 + np + p^2 = 1 - \frac{3m^2}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $S = m + n + p$.

Câu 4 (5 điểm). Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định. Ax và Ay là hai tia thay đổi luôn tạo với nhau góc 60^0, nằm về hai phía của AB, cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Đường thẳng BN cắt Ax tại E, đường thẳng BM cắt Ay tại F. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng EF.

1. Chứng minh rằng $\frac{EF}{AB} = \sqrt{3}$.

2. Chứng minh OMKN là tứ giác nội tiếp.

3. Khi tam giác AMN đều, gọi C là điểm di động trên cung nhỏ AN $(C \neq A, C \neq N)$. Đường thẳng qua M và vuông góc với AC cắt NC tại D. Xác định vị trí của điểm C để diện tích tam giác MCD là lớn nhất.

Câu 5 (3 điểm). 1. Cho 2014 số nguyên dương không lớn hơn 2014 và có tổng bằng 4028. Chứng minh rằng từ 2014 số đó luôn chọn được các số mà tổng của chúng bằng 2014.

2. Cho tam giác ABC có các điểm D,E,F lần lượt nằm trên các cạnh AB,BC,CA. Gọi giao điểm của AE với BF và CD lần lượt là Q,R, giao điểm của CD và BF là P. Biết diện tích bốn tam giác ADR, BEQ, CFP, PQR cùng bằng 1. Chứng minh các tứ giác AFPR, BDRQ, CEQP có diện tích bằng nhau.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH QUẢNG NGÃI 2013 – 2014

Bài 1:(4 điểm) Cho *a*;*b* là hai số nguyên dương khác nhau, thoả mãn $2a^2+a = 3b^2+b$.

Chứng minh $\frac{a-b}{2a+2b+1}$ là phân số tối giản.

b) Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) thoả mãn: $15x^2 - 7y^2 = 9$

Bài 2: (4 điểm) Cho $-\frac{3}{2} \le x \le \frac{3}{2}$; $x \neq 0$ và $\sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x} = a$.

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{9-4x^2}}}{x}$ theo *a*.

B Cho *a*,*b*,*c* là 3 số dương thoả mãn $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $Q=abc$

Bài 3: **(4 điểm)**a) Giải phương trình: $(x-1)(x+2)+4(x-1)\sqrt{\dfrac{x+2}{x-1}}=12$.

b) Giải hệ phương trình: $2\sqrt{x}\left(1+\dfrac{1}{x+y}\right)=3$ và $2\sqrt{y}\left(1-\dfrac{1}{x+y}\right)=1$.

Bài 4: **(6 điểm)**Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB cố định. EF là dây cung di động trên nửa đường tròn đó, sao cho E thuộc cung AF và $EF=\dfrac{AB}{2}=R$. Gọi H là giao điểm của AF và BE; C là giao điểm của AE và BF; I là giao điểm của CH và AB.

a) Tính số đo CIF

b) Chứng minh rằng biểu thức *AE.AC+BF.BC* có giá trị không đổi khi EF di động trên nửa đường tròn.

c) Xác định vị trí của EF trên nửa đường tròn để tứ giác ABFE có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó theo R.

Bài 5: **(2 điểm)**Tìm cạnh của hình vuông nhỏ nhất, biết rằng: hình vuông đó chứa 5 đường tròn có bán kính bằng 1 và 5 đường tròn này đôi một không có quá 1 điểm chung.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH AN GIANG 2013 – 2014

Bài 1: (3,0 điểm) ***TÍNH*** $T=\dfrac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}}-\dfrac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{99}-\sqrt{100}}$

Bài 2 Cho đa thức $P(x)=x^5-x$; $g(x)=(x^2-4)(x^2-1)x$

a. Hãy phân tích đa thức $P(x)-g(x)$ thành tích các nhân tử.

b. Chứng tỏ rằng nếu x là số nguyên thì $P(x)$ luôn chia hết cho 5.

Bài 3 Cho $x_1, x_2 \in [0;1]$.

a. Chứng minh rằng : $(1+x_1)^2 \geq 4x_1^2$

b. Chứng minh rằng : $(1+x_1+x_2)^2 \geq 4(x_1^2+x_2^2)$

Bài 4 Cho hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{5}.x-\sqrt{3}.y=\sqrt{5}+\sqrt{3}\\(\sqrt{3}-1)x-\sqrt{5}.y=\sqrt{5}-3\end{cases}$

a. Giải hệ phương trình.

b. Tìm một phương trình bậc nhất hai ẩn $x; y$ nhận một nghiệm là nghiệm của hệ phương trình đã cho và một nghiệm là (0,0).

Bài 5

Cho đường tròn tâm O đường kính AB= 4 cm. Lấy một điểm M trên đường tròn sao cho $\widehat{BAM} = 30^0$. Tiếp tuyến với đường tròn tại điểm A và điểm M cắt nhau tại C, CM cắt AB tại D.

a. Chứng minh rằng BM song song OC.
b. Tính diện tích tam giác ACD.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BẮC GIANG 2013 – 2014

Câu 1.(5,0 *điểm*) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{4a+8}{a-2} + \frac{\sqrt{a+2}-2}{\sqrt{a+2}+2} + \frac{\sqrt{a+2}+2}{2-\sqrt{a+2}}\right) : \frac{3\sqrt{a+2}+a+2}{\sqrt{a+2}+2}$$

1)Rút gọn biểu thức P 2)Tính giá trị của P khi $a = \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} - \sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}$

Câu 2.(4,0 *điểm*)

1) Giải phương trình: $5x^2 + 4x + 7 - 4x\sqrt{x^2+x+2} - 4\sqrt{3x+1} = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 3xy - 3(x-y) = 0 \\ x^4 + 9y(x^2+y) - 5x^2 = 0 \end{cases}$

Câu 3. (4,0 *điểm*)

1) Cho phương trình $x^2 - 5x + m = 0 (1)$(với m là tham số).Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đồng thời $T = (x_1^2 + 5x_2)^2 + 46m$ nhỏ nhất.

2) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $2x^2 - xy + 7x + 2y - y^2 - 7 = 0$

Câu 4. (6,0 *điểm*)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O), BE, CF là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và Ccát nhau tại I ,đường thẳng BC cắt OI tại M.

1) Chứng minh $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{BI}{ME}$.

2) Chứng minh tam giác ABI và tam giác AEM đồng dạng.

3) Gọi N là giao điểm của AM và EF,P là giao điểm của AI và BC.Chứng minh rằng NP vuông góc với BC.

-

Câu 5.(1,0 *điểm*) Cho các số thực dương a, b, c.Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c} + \frac{\sqrt{c^2+b^2}}{a} + \frac{\sqrt{a^2+c^2}}{b} \geq 2\left(\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}} + \frac{b}{\sqrt{c^2+a^2}} + \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BẮC GIANG 2011 – 2012

Câu 1 *(5,0 điểm)*Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \dfrac{1+4x}{1+\sqrt{1+4x}} + \dfrac{1-4x}{1-\sqrt{1-4x}}$, biết $x = \dfrac{\sqrt{2}}{9}$.

1. Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình $(m+1)x^2-(2m+1)x+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2+x_2^2-2009x_1x_2=2012$.

Câu 2 *(4,0 điểm)*Giải phương trình: $\left(2\sqrt{x+2}-\sqrt{4x+1}\right)\left(2x+3+\sqrt{4x^2+9x+2}\right)=7$.

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x+y-2=4\sqrt{z-2} \\ y+z-2=4\sqrt{x-2} \\ z+x-2=4\sqrt{y-2} \end{cases}$.

Câu 3 *(4,0 điểm)***1.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của *x* biết x và y là hai số thoả mãn đẳng thức $y^2=3\left(xy+y-x-x^2\right)$.

2. Tìm các số nguyên *k* để biểu thức $k^4-8k^3+23k^2-26k+10$ là số chính phương.

Câu 4 *(6,0 điểm)* Cho đường tròn *(O)* đường kính *AB*. Trên đoạn thẳng *AO* lấy điểm *H* bất kì không trùng với *A* và *O*, kẻ đường thẳng *d* vuông góc với *AB* tại *H*, trên *d* lấy điểm *C* nằm ngoài đường tròn, từ *C* kẻ hai tiếp tuyến *CM* và *CN* với đường tròn *(O)* với *M, N* là các tiếp điểm, (*M* thuộc nửa mặt phẳng bờ *d* có chứa điểm *A*). Gọi *P* và *Q* lần lượt là giao điểm của *CM, CN* với đường thẳng *AB*.

1. Chứng minh *HC* là tia phân giác của MHN.

2. Đường thẳng đi qua *O* vuông góc với *AB* cắt *MN* tại *K* và đường thẳng *CK* cắt đường thẳng *AB* tại *I*. Chứng minh *I* là trung điểm của *PQ*.

3. Chứng minh rằng ba đường thẳng PN, QM và CH đồng quy.

Câu 5 *(1,0 điểm)*Cho ba số dương x, y và z thoả mãn $x+y+z=6$. Chứng minh rằng: $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx+xyz\geq 8$.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BÌNH DƯƠNG 2007 – 2008

Bài 1

Cho số 2^{48}-1. Biết số này chia hết duy nhất cho hai số từ 60 đến 70. Tìm hai số đó.

Bài 2

Cho số 0,(3636) .Viết dưới dạng phân số tối giản rồi tính tổng của tử và mẫu.

Câu 3

Cho 2x – 3y – z = 0 và x + 3y -14z = 0 ($z \neq 0$)

Tìm giá trị của $\dfrac{x^2+3xy}{y^2+x^2}$

Câu 4

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD. Biết AB = BC =1, AD = 4. Tính CD.

Cho tam giác ABC có hai trung tuyến AM và CN. Gọi P là trung điểm của AC. MP cắt CN tại Q. AM và CN cắt nhau tại O. Nếu tam giác OQM có diện tích bằng n.

Câu 5 Tính diện tích tam giác ABC

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BÌNH DƯƠNG 2011 – 2012

Câu 1: (4 điểm):

a) Chứng minh rằng $a^3 - a$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên a .

b) Cho n số nguyên $a_1, a_2, ..., a_n$ có tổng $a_1 + a_2 + ... + a_n$ chia hết cho 6 (n là số nguyên dương). Chứng minh rằng $a_1^3 + a_2^3 + ... + a_n^3$ chia hết cho 6 .

Câu 2: (4 điểm):

Giải phương trình : $x^2 + \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^2 = 1$

Câu 3: (4 điểm):

Cho hai phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1) và $cx^2 + bx + a = 0$ (2) trong đó $a > c > 0$.

a) Chứng minh phương trình (1) và (2) cùng có nghiệm hay vô nghiệm .

b) Giải phương trình (1) và (2) có nghiệm tương ứng x_1 , x_2 và x'_1 , x'_2 sao cho $x_1 + x_2 > x'_1 + x'_2$. Chứng minh: $b > 0$.

c) Giả sử phương trình (1) và (2) cùng vô nghiệm. Chứng minh $b < a + c$.

Câu 4: (4 điểm):

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, H là trực tâm của tam giác. Các đường thẳng song song với AB, AC và đi qua H cắt AC, AB lần lượt tại E, F.

Chứng minh AB + AC > AH + BH + CH .

Câu 5: (4 điểm):

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O). Phân giác góc A của tam giác cắt đường tròn (O) tại M. Kẻ đường cao AH của tam giác cắt đường tròn (O) tại E, vẽ đường kính AOD.

a) Tứ giác BEDC là hình gì ?

b) Chứng minh AM là phân giác của góc EAD .

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – BÌNH DƯƠNG 2012 – 2013

<u>Baøi 1</u>: (1 ñieåm)Cho Bieåu thöùc $A = \frac{x-y}{y^2}\sqrt{\frac{x^2y^4}{x^2-2xy+y^2}}$

1) Ruùt goïn bieåu thöùc A
2) Tính giaù trò cuûa A vôùi 2 tröôøng hôïp: x =1, y=-1 ; x=-1, y=1 .

<u>Baøi 2</u>: (1,5 ñieåm)

Chöõ soá haøng chuïc cuûa moät soá coù 2 chöõ soá lôùn hôn chöõ soá haøng ñôn vò laø 1. Neáu ñoåi choã 2 chöõ soá cho nhau seõ ñöôïc moät soá baèng $\frac{5}{6}$ soá ban ñaàu. Tìm soá coù 2 chöõ soá ban ñaàu .

<u>Baøi 3</u>: (2 ñieåm)Tìm caùc soá a, b, c thoûa : $\sqrt{a}+\sqrt{b-1}+\sqrt{c-2}=\frac{1}{2}(a+b+c)$

1) Cho a + 2b = 1. Tìm giaù trò lôùn nhaát cuûa ab .

<u>Baøi 4</u>: (2 ñieåm): Giaûi phöông trình vaø heä phöông trình $x^2+\sqrt{x^2-9}-29=0$ $\begin{cases} x^2+xy+x+y=4 \\ (x+1)(1+xy)=4 \end{cases}$

<u>Baøi 5</u>: (3,5 ñieåm):

1) Cho tam giaùc ABC. Veà phía ngoaøi cuûa tam giaùc ABC ta döïng caùc tam giaùc vuoâng caân ABE vaø ACF ñænh A. Chöùng minh raèng trung tuyeán AI cuûa tam giaùc ABC vuoâng goùc vôùi EF vaø AI = $\frac{1}{2}$EF.
2) Cho ñöôøng troøn taâm (O) vaø daây cung AB khoâng qua taâm. C laø moät ñieåm baát kyø treân cung nhoû AB, ñöôøng thaúng BC caét tieáp tuyeán taïi A cuûa ñöôøng troøn ôû D vaø tia phaân giaùc cuûa goùc BAC caét (O) taïi M. Goïi I laø trung ñieåm AM. Chöùng minh OI song song vôùi phaân giaùc cuûa goùc ADB .

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – BÌNH DƯƠNG 2011 – 2012

<u>Baøi 1</u>: (2 ñieåm)

3) Cho a ≥ 1, ruùt goïn bieåu thöùc sau : $A=\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}+\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$
4) Chöùng minh: $a+b\le\sqrt{2\left(a^2+b^2\right)}$, vôùi moïi a,b

Baøi 2: (2,5 ñieåm)

1) Cho 2 phöông trình $x^2 - 3x + m = 0$ (1) ; $x^2 - x + m = 0$ (1)

   Ñònh m ñeå phöông trình (1) coù moät nghieäm khaùc 0 gaáp 2 laàn moät nghieäm cuûa phöông trình (2)

2) Tìm nghieäm nguyeân cuûa heä phöông trình : $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy - z^2 = 1 \end{cases}$

Baøi 3: (2 ñieåm)

Goïi x_1; x_2 laø hai nghieäm cuûa phöông trình: $2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3 = 0$

Tìm giaù trò lôùn nhaát cuûa bieåu thöùc A = $\left| x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 \right|$

Baøi 4: (3,5 ñieåm)

1) Cho töù giaùc ABCD coù AB = CD. Goïi I; K laàn löôït laø trung ñieåm cuûa ñöôøng cheùo AC vaø BD. Chöùng mihn raèng ñöôøng thaúng IK taïo vôùi AB vaø CD nhöõng goùc baèng nhau .

2) Trong taát caû caùc tam giaùc coù cuøng chieàu daøi cuûa moät caïnh laø a vaø coù cuøng chieàu cao töông öùng vôùi caïnh aáy laø h, haõy tìm tam giaùc coù baùn kính ñöôøng troøn noäi tieáp trong tam giaùc aáy lôùn nhaát .

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – BÌNH DƯƠNG 2009 – 2010

C©u1: Gi¶i ph-¬ng tr×nh $x^2 + \sqrt{x^2 - 2x - 19} = 2x + 39$

C©u 2: Gi¶i hÖ ph-¬ng tr×nh $\begin{cases} (x+y)^2 + 3(x+y) + 2 = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$

C©u 3: Cho a,b $\in$ R tháa: $\left(a + \sqrt{a^2 + 3}\right)\left(b + \sqrt{b^2 + 3}\right) = 3$ TÝnh a+ b

C©u 4 Cho Ph-¬ng tr×nh bËc hai , x lµ Èn, tham sè m: $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$

1- Chøng minh ph-¬ng tr×nh lu«n cã hai nghiÖm ph©n biÖt víi mäi gi¸ trÞ m.

2- Gäi x_1,x_2 lµ hai nghiÖm cña ph-¬ng tr×nh . Chøng tá M = $x_1 + x_2 - x_1x_2$ kh«ng phô thuéc vµo gi¸ trÞ cña m .

C©u 5 Cho tam gi¸c ABC cã 3 gãc nhän . BE vµ CF lµ hai ®-êng cao. Trùc t©m H. Trªn HB vµ HC lÇn l-ît lÊy ®iÓm M , N sao cho $AMC = ANB = 90^0$. Chøng minh : AM = AN .

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – BÌNH DƯƠNG 2007– 2008

<u>Baøi 1</u>: (1,5 ñieåm)Chöùng minh baát ñaúng thöùc: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$.

<u>Baøi 2</u>: (2 ñieåm)Giaûi heä phöông trình : $\begin{cases} \dfrac{3}{2x-y} - \dfrac{6}{x+y} = -1 \\ \dfrac{1}{2x-y} - \dfrac{1}{x+y} = 0 \end{cases}$

<u>Baøi 3</u>: (2 ñieåm)Cho phöông trình baäc hai : $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 4 = 0$

a) Chöùng minh raèng phöông trình ñaõ cho luoân coù 2 nghieäm phaân bieät .

b) Goïi x_1, x_2 laø 2 nghieäm cuûa phöông trình .Tìm giaù trò nhoû nhaát cuûa $x_1^2 + x_2^2$

<u>Baøi 4</u>: (1,5 ñieåm)Cho a,b,c laø ñoä daøi caùc caïnh cuûa moät tam giaùc . Chöùng minh raèng phöông trình:

$(a^2 + b^2 - c^2)x^2 - 4abx + a^2 + b^2 - c^2 = 0$ coù nghieäm .

<u>Baøi 5</u>: (3 ñieåm)

Cho töù giaùc ABCD noäi tieáp ñöôøng troøn (O).

a) Chöùng minh : AC.BD = AB.CD + AD.BC

b) Giaû söû BCD laø tam giaùc ñeàu coù caïnh baèng $10\sqrt{3}cm$. Chöùng toû AC = AB + AD vaø tính dieän tích hình quaït troøn OBC .

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG – BÌNH DƯƠNG 2008 2009

Sở Giáo dục – Đào tạo
Bình Dương

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THPT Chuyên Hùng Vương - Năm học 2008 – 2009

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : Toán (Chuyên)
Thời gian làm bài :150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Bài 1 : (2 điểm)

Cho hai số x, y thỏa hệ : $\begin{cases} x + y + xy = 1 \\ x^2y + y^2x = -12 \end{cases}$. Tính $x^3 + y^3$.

Bài 2 : (2 điểm)

Xác định m để hệ : $\begin{cases} (x-1)^2 = m + y \\ (y-1)^2 = m + x \end{cases}$ có nghiệm.

Bài 3 : (2 điểm)

Cho biết a, b là nghiệm của phương trình: $x^2 + px + 1 = 0$ và b, c là nghiệm của phương trình $x^2 + qx + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức: (b-a)(b-c) theo p và q.

Bài 4 : (2 điểm)

Cho phương trình bậc 2 tham số m : $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có nghiệm.

b) Với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình, tìm m để biểu thức $N = 6x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất ấy.

Bài 5 : (2 điểm)

Cho đường tròn (O,R) có hai đường kính AB, CD không trùng nhau. Vẽ tiếp tuyến (d) của đường tròn tại B. Các đường thẳng AC, AD lần lượt cắt đường thẳng (d) tại P và Q.

a) Chứng minh tứ giác CPQD nội tiếp được.

b) Chứng minh trung tuyến AI của tam giác APQ vuông góc với CD.

------------------ Hết ---------------------

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN BẾN TRE 2013 – 2014

Câu 1 (4,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + mx + n = 0$ (x là ẩn số) (1).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -3$; $n = -4$.

b) Khi $m = -3$. Tìm n để phương trình (1) có một nghiệm nhỏ hơn 1 còn nghiệm kia lớn hơn 1.

c) Chứng minh rằng nếu m, n là các số nguyên lẻ thì phương trình (1) không có nghiệm nguyên.

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, chứng minh rằng $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} + \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = 2\sqrt{2}$.

b) Giải phương trình $x^4 - x^3 - 14x^2 + x + 1 = 0.$

c) Cho $\left(x + \sqrt{x^2 + 2013}\right)\left(y + \sqrt{y^2 + 2013}\right) = 2013$. Tính $P = x + y$.

Câu 3 (3,5 điểm).

Cho các hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và $y = -ax + a + 2$ (a là tham số) có đồ thị là (d).

a) Chứng minh rằng khi a thay đổi (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 ; x_2.

b) Tìm a để $|x_1 - x_2| = \sqrt{29}$.

Câu 4 (7,0 điểm)

Cho đường tròn tâm *O*. Từ một điểm *A* nằm ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến *AT* và *AS* với đường tròn (*T*, *S* là các tiếp điểm). Trên cung lớn *TS* lấy điểm *D* sao cho $TOD < SOD < 180^0$. Kẻ các đường cao *TE*, *SF* và đường trung tuyến *DM* của tam giác *TSD*.

a) Chứng minh rằng:

i) $DE.TA = DT.TM$.

ii) $DOT = ETM$.

iii) Tam giác *DEM* đồng dạng với tam giác *DTA*.

b) Gọi *N* là giao điểm của *DM* và *EF*; *P* là giao điểm của *AD* và *TS*. Chứng minh rằng *NP* song song với *AM*.

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN VĨNH LONG 2013 – 2014

Bài 1: (1.0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}} + \dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{27}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

Bài 2: (1.0 điểm) Giải phương trình $x + \dfrac{4}{x} = \sqrt{x} - \dfrac{2}{\sqrt{x}} + 4$

Bài 3: (2.5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$

b) Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị (P) với đường thẳng (d): $y = x + 2$ bằng phép tính.

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

Bài 4: (2.5 điểm) Cho phương trình $x^2 + (2m - 5)x - n = 0$ (x là ẩn số)

a) Giải phương trình khi $m = 1$ và $n = 4$.

b) Tìm m và n để phương trình có hai nghiệm là 2 và -3.

c) Cho $m = 5$. Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để phương trình có nghiệm dương.

Bài 5: (2.0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Vẽ các đường cao BE, CF của tam giác ABC. Gọi H là giao điểm của BE và CF. Kẻ đường kính BK của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành.

c) Đường tròn đường kính AC cắt BE tại M, đường tròn đường kính AB cắt CF tại N Chứng minh AM = AN.

Câu 6: (1.0 điểm) Cho tam giác ABC có BC = a, CA = b, AB = c và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $R(b+c) = a\sqrt{bc}$. Xác định hình dạng của tam giác ABC.

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN 2012 – 2013

Bài 1 (1,5 điểm) Chứng minh :

1.2.3….1005.1006.1007 + 1008.1009….2013.2014 chia hết cho 2015

Bài 2 (1.5 điểm) Chứng minh rằng phương trình $2013x^2 + 2 = y^2$ không có nghiệm nguyên.

Bài 3 (1 điểm) Kí hiệu [x] dùng để chỉ số nguyên lớn nhất không vượt quá x .

Ví dụ [3,47] = 3; [5] = 5; [-2,75] = -3 …

Hãy giải phương trình $\left[\dfrac{4-3x}{5}\right] = \dfrac{5x-5}{7}$

Bài 4 (2 điểm) Cho biểu thức $P = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x^3}-x}{\sqrt{x}-1}$

a. Tìm x để P > 0

b. Tìm giá trị của P khi $x = \dfrac{53}{9-2\sqrt{7}}$

Bài 5 (1 điểm) Ta viết dãy phân số $\frac{1}{1};\frac{2}{1};\frac{1}{2};\frac{3}{1};\frac{2}{2};\frac{1}{3};\frac{4}{1};\frac{3}{2};\frac{2}{3};\frac{1}{4};\frac{5}{1}\ldots$

Hỏi phân số $\dfrac{2012}{2013}$ đứng ở vị trí thứ bao nhiêu trong dãy trên.

Bài 6 (1,5 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD nội tiếp trong một đường tròn. Gọi K là một điểm tùy ý trên cung nhỏ AD (K không trùng với A hoặc D), gọi K_1,K_2,K_3,K_4 lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ K xuống AD, AB, CD, CB.

Chứng minh K_1 là trực tâm của tam giác $K_2K_3K_4$.

Bài 7 (1,5 điểm) Trong hình tròn tâm O, bán kính R dựng hai đường kính vuông góc AE và BF. Trên cung nhỏ EF lấy điểm C. Gọi P là giao điểm của AC và BF, gọi Q là giao điểm của AE và CB.

Chứng minh diện tích của tứ giác APQB bằng R^2.

ĐỀ THI THỬ TS VÀO 10 THPT CHUYÊN 2013 – 2014

Câu 1. *(2,0 điểm)* Cho biểu thức $x^2 - x - 1 = 0$.

TÝnh gi¸ trÞ cña biÓu thøc $Q = \dfrac{x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2013}{x^6 - x^3 - 3x^2 - 3x + 2013}$

Câu 2. *(2,0 điểm)* Gi¶i ph-¬ng tr×nh : $4\sqrt{2}(x^2+x+1)\sqrt{x^2+1} = 3\left[(x^2+x+1)^2 + x^2 + 1\right]$

Câu 3. *(2,0 điểm)* Gi¶i hÖ ph-¬ng tr×nh : $\begin{cases} 27y^3 - 3x^2 + 9y = 1 \\ \sqrt{x} + \sqrt{3y} = \sqrt[4]{72\left(\dfrac{x^2}{9} + y^2\right)} \end{cases}$

Câu 4. *(1,0 điểm)* T×m tÊt c¶ c¸c sè nguyªn d-¬ng a tho¶ m·n ®¼ng thøc sau :

$$\sqrt{a^2+\left(2^{a-3}+2^{-a-1}\right)^2}+\sqrt{a^4+2a^2+2}=\sqrt{\left(a^2+a+1\right)^2+\left(1+2^{a-3}+2^{-a-1}\right)^2}$$

Câu 5. *(2,0 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), có AB < AC. Hạ các đường cao BE và CF vµ AQ chóng c¾t nhau t¹i H , M là giao điểm của EF và AH. Vẽ đường kính AK cắt cạnh BC tại N. Gäi S , R , T lÇn l-ît lµ h×nh chiÕu cña H trªn c¸c c¹nh EF , FQ , QE . Gäi I , P theo thø tù lµ h×nh chiÕu cña M vµ H trªn c¹nh AK.

a) Chøng minh tØ sè : $\dfrac{671(HS+HR+HT)}{HR}=2013$

b) Chứng minh ®¼ng thøc : MI.AH^2 = HP.AM^2

Câu 6. *(1,0 điểm)* Cho $f(x)=ax^2+bx+c>0$ víi mäi x vµ a,b,c nguyªn d-¬ng (b kh¸c 1).

Chøng minh r»ng : $\dfrac{3350a+1340c+4ac+2b+1}{b}>2014$

Giáo Viên : Nguyễn Văn Tuyên

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN PHÚ YÊN 2012 – 2013

Câu 1.(5,0 *điểm*) Cho biểu thức $P=\dfrac{1}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$.

a) Tìm điều kiện xác định của biểu thức *P*.

b) Với điều kiện vừa tìm, rút gọn biểu thức *P* .

c) Tìm các số nguyên *x* để *P* có giá trị nguyên.

Câu 2.(3,0 *điểm*)

a) Cho *x, y, z* là 3 số thực thỏa: $x+y+z=0$. Chứng minh rằng $x^3+y^3+z^3=3xyz$.

b) Giải phương trình: $1005-x\ ^3+\ 1007-x\ ^3+\ 2x-2012\ ^3=0$

Câu 3.(5,0 *điểm*) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=2m+1 \\ x^2y+y^2x=2m^2-m-1 \end{cases}$, với *m* là tham số.

a) Giải hệ phương trình với *m* =2.

b) Chứng minh rằng hệ luôn có nghiệm với mọi *m*.

Câu 4.(4,0 *điểm*) Cho tam giác đều *ABC* cạnh *a*. Trên các cạnh *AB*, *BC*, *CA* lần lượt lấy các điểm *D*, *E*, *F* sao cho *D* không trùng với *A*, *B* và $EDF=60^0$.

a) Chứng minh rằng $AF.BE = AD.DB$.

b) Chứng minh $AF.BE \le \frac{a^2}{4}$. Điểm D ở vị trí nào thì dấu đẳng thức xảy ra?

Câu 5.(3,0 *điểm*) Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB. Gọi C là trung điểm của OB, O' là tâm đường tròn đường kính AC. Đường thẳng d qua A cắt đường tròn (O) tại D ($D \ne A$) và cắt đường tròn (O') tại K ($K \ne A$). BK cắt CD tại H.

a) Tính tỷ số $\frac{HC}{CD}$.   b) Khi d quay quanh A, điểm H chạy trên đường nào?

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LONG AN 2012 – 2013

Câu 1: (1,5 điểm)Rút gọn biểu thức:$A = \frac{3x - 11\sqrt{x} + 3}{x - 8\sqrt{x} + 15} + \frac{\sqrt{x} + 1}{5 - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$ $(x \ge 0, x \ne 9, x \ne 25)$.

Câu 2: (2 điểm).

Cho phương trình: $x^2-(2m+3)x+m^2+m+2=0$ (m là tham số).

a) Định m để phương trình có nghiệm.

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 = 2x_2$.

Câu 3: (1 điểm). Giải phương trình: (x+3)(x-2)(x+1)(x+6)= - 56.

Câu 4: (2,5 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB, trên cung AB lấy một điểm C (C không trùng với A, B và AC < CB).Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại E ($E \in AB$). Qua điểm C vẽ một đường thẳng vuông góc với BD tại M ($M \in BD$), đường thẳng này cắt đường tròn (O) tại G và cắt BE tại H.

a) Chứng minh tứ giác BCEM nội tiếp.

b) Chứng minh EH.MG = EA.HM.

c) Gọi K là giao điểm của AG và ED. Chứng minh AG.AK – AE.EB = AE^2.

Câu 5: (1điểm). Tìm các số nguyên x để $\sqrt{199 - x^2 - 2x} + 2$ là một số chính phương chẵn.

Câu 6: (1 điểm). Cho $a,b,c \in \mathbf{R}$; a,b,c > 0, a+b+c=1.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2a+b} + \frac{1}{2b+c} + \frac{1}{2c+a} \ge 3$.

<u>Câu 7:</u> (1 điểm). Cho hai tia Ax và Ay vuông góc với nhau, trên tia Ax lấy điểm B cố định, điểm C di chuyển trên tia Ay. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC lần lượt tiếp xúc với AC, BC tại M và N. Chứng minh MN đi qua một điểm cố định.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG 2012 – 2013

Câu I. *(4 điểm)*

1. Cho biểu thức $A=\frac{2x-7\sqrt{x}+6}{x-3\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$. Tính giá trị của A khi $x=7+4\sqrt{3}$.

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-4(m+1)x+3m^2+2m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+4(m+1)x_2+3m^2+2m-5>0$.

Câu II. *(4 điểm)*

1. Giải phương trình $\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}\right)\left(1+\sqrt{x^2+2x-3}\right)=4$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+3x^2y-4y^3+x-y=0 \\ \left(x^2+3x+2\right)\left(y^2+7y+12\right)=24. \end{cases}$

Câu III. *(4 điểm)*

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $2x^2y^2-xy=2x^2+y^2$.

2. Trong tập hợp các số tự nhiên từ 1 đến 2013 có thể chọn ra nhiều nhất bao nhiêu số phân biệt thoả mãn tổng ba số bất kỳ trong tập hợp các số được chọn đều chia hết cho 10?

Câu IV. *(6 điểm)*

1. Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PM, PN tới đường tròn (O), (M, N là hai tiếp điểm). Gọi I là một điểm thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{MN}$ của đường tròn (O), (I khác điểm chính giữa của cung $\overset{\frown}{MN}$). Kéo dài PI cắt MN tại điểm K, cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là J. Qua điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với PJ tại điểm F và cắt đường thẳng MN tại điểm Q. Gọi E là giao điểm của PO và MN.

a. Chứng minh rằng $PI \cdot PJ = PK \cdot PF$.

b. Chứng minh năm điểm Q, I, E, O, J cùng thuộc một đường tròn.

2. Trong một hình vuông có độ dài cạnh bằng 5 đặt 101 điểm. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 5 điểm trong số đó có thể phủ được bằng một hình tròn có bán kính $\frac{5}{7}$.

Câu V. *(2 điểm)*

Cho ba số dương a,b,c thỏa mãn $6a+2b+3c=11$.

Chứng minh rằng $\frac{2b+3c+16}{1+6a}+\frac{6a+3c+16}{1+2b}+\frac{6a+2b+16}{1+3c}\geq 15$.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN HÀ NAM 2012 – 2013

<u>Bµi 1. *(2,0 ®iÓm)*</u> Cho biÓu thøc $M=\left[\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3b}\ \ a-b}+\frac{a+b\sqrt{3}}{b\sqrt{3a}\ \ a-b}\right].\left(\frac{\sqrt{a^3b}-\sqrt{ab^3}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$

1. T×m ®iÒu kiÖn cña a, b ®Ó M x¸c ®Þnh vµ rót gän M

2. TÝnh gi¸ trÞ cña M khi a = $a=\sqrt{5}-2,\ b=\dfrac{2}{3}+\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Bµi 2. *(2,0®iÓm)* Cho ph¬ng tr×nh $x^4-2(m^2+3)x^2+m^4+5=0$ (m là tham số)

1. Chøng minh r»ng ph¬ng tr×nh cã bèn nghiÖm $x_1; x_2; x_3; x_4$ víi mäi m thuéc R

2. X¸c ®Þnh m ®Ó $2x_1x_2x_3x_4-(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2)=28$

Bµi 3. *(1,5 ®iÓm)* T×m c¸c sè nguyªn x, y tho¶ m·n ph¬ng tr×nh: $x^3 - x^2y + 3x - 3y - 5 = 0$

Bµi 4. *(3,5 ®iÓm)* Cho tam gi¸c ®Òu ABC néi tiÕp trong ®êng trßn (O). Mét ®êng thÈng d thay ®æi ®i qua A, c¾t (O) t¹i ®iÓm thø hai lµ E, c¾t hai tiÕp tuyÕn kÎ tõ B vµ C cña ®êng trßn (O) lÇn lît t¹i M vµ N sao cho A, M, N n»m ë cïng nöa mÆt ph¼ng bê BC. Gäi giao ®iÓm cña hai ®êng th¼ng MC vµ BN lµ F. Chøng minh r»ng:

1. Hai tam gi¸c MBA vµ CAN ®ång d¹ng vµ tÝch MB.CN kh«ng ®æi.
2. Tø gi¸c BMEF néi tiÕp trong mét ®êng trßn.
3. §êng th¼ng EF lu«n ®i qua mét ®iÓm cè ®Þnh khi (d) thay ®æi

Bµi 5. *(1.0 ®iÓm)* Cho bèn sè thùc a, b, c, d tho¶ m·n: ad – bc = $\sqrt{3}$.

Chøng minh r»ng: $a^2+b^2+c^2+d^2+ac+bd\geq 3.$

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH BẮC NINH 2012 – 2013

Bài 1 *(2,5 điểm)* 1/ Rút gọn biểu thức sau: $A=\sqrt{4-\sqrt{10-2\sqrt{5}}}-\sqrt{4+\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$.

2/ Giải phương trình: $x^2+\sqrt{x^2-2x-19}=2x+39$.

Bài 2 *(2,0 điểm)* 1/ Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $4a-5b+9c=0$. Chứng minh rằng phương trình $ax^2+bx+c=0$ luôn có nghiệm.

2/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+y^2+x=7y \\ \dfrac{x}{y}(x+y)=12 \end{cases}$

Bài 3 *(1,5 điểm)* 1/ Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn: $a+b+c=1$. Chứng minh rằng:

$$(1+a)(1+b)(1+c)\geq 8(1-a)(1-b)(1-c).$$

2/ Phân chia chín số: $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ thành ba nhóm tùy ý, mỗi nhóm ba số. Gọi T_1 là tích ba số của nhóm thứ nhất, T_2 là tích ba số của nhóm thứ hai, T_3 là tích ba số của nhóm thứ ba. Hỏi tổng $T_1 + T_2 + T_3$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

Bài 4 ***(2,5 điểm)***Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung BC cố định khác đường kính. Gọi A là một điểm chuyển động trên cung lớn BC của đường tròn (O) sao cho tam giác ABC nhọn; AD,BE,CF là các đường cao của tam giác ABC. Các đường thẳng BE, CF tương ứng cắt (O) tại các điểm thứ hai là Q, R.

1/ Chứng minh rằng QR song song với EF.

2/ Chứng minh rằng diện tích tứ giác AEOF bằng $\dfrac{EF.\,R}{2}$.

3/ Xác định vị trí của điểm A để chu vi tam giác DEF lớn nhất.

Bài 5 ***(1,5 điểm)*** 1/ Tìm hai số nguyên a,b để $a^4 + 4b^4$ là số nguyên tố.

2/ Hãy chia một tam giác bất kì thành 7 tam giác cân trong đó có 3 tam giác bằng nhau.

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN TỈNH BÌNH ĐỊNH 2012-2013

Bài 1. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$

b) Cho $x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$. Chứng minh rằng $x^2 + y^2 = 1$.

Bài 2. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + \sqrt{x+1} = 1$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 - xy + 2y - x = 0 \\ x^2 - y^2 + 6x + 12 = 0 \end{cases}$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho $p \geq 5$ là số nguyên tố sao cho $2p + 1$ cũng là số nguyên tố.
Chứng minh rằng $p + 1$ chia hết cho 6 và $2p^2 + 1$ không phải là số nguyên tố.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC, lấy 3 điểm D, E, F theo thứ tự trên các cạnh BC, CA, AB sao cho AEDF là tứ giác nội tiếp. Trên tia AD lấy điểm P (D nằm giữa A và P) sao cho DA.DP = DB.DC.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABPC nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tam giác DEF và tam giác PCB đồng dạng với nhau.

c) Gọi S và S' lần lượt là diện tích hai tam giác ABC và DEF. Chứng minh rằng:

$$\frac{S'}{S} \leq \left(\frac{EF}{2AD}\right)^2$$

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho các số a, b, c sao cho $abc > 1$ và $a^3 > 36$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BẾN TRE 2013 – 2014

Câu 1 (5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A=\left(\sqrt{x-\sqrt{18}}-\sqrt{x+\sqrt{18}}\right)\sqrt{x+\sqrt{x^2-18}}$ với $x\ge\sqrt{18}$

b) Cho $2x=5+\sqrt{13}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$B=x^5-5x^4+4x^3-2x^2-12x+2023$$

Câu 2 (4 điểm)

Giải hệ phương trình : $\begin{cases}15(x-3y)^2-17(x^2-9y^2)-4(x+3y)^2=0\\ x+3y+\dfrac{3}{x-3y}=5\end{cases}$.

Câu 3 (3 điểm)

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $x^2+y^2-13(x-y)=0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình thang ABCD (AB // CD), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\dfrac{MN}{AB}+\dfrac{MN}{CD}=2.$

b) Biết $S_{AOB}=m^2$; $S_{COD}=n^2$. Tính S_{ABCD} theo m và n (với S_{AOB}, S_{COD}, S_{ABCD} lần lượt là diện tích tam giác AOB, diện tích tam giác COD, diện tích tứ giác ABCD).

Câu 5 (5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O và $\widehat{ACB}=45^0$. Kẻ các đường cao AA' và BB'. Gọi H là trực tâm tam giác ABC, M và N tương ứng là trung điểm AB và CH.

a) Chứng minh rằng A'MB'N là hình vuông.
b) Chứng minh rằng A'B', MN, OH đồng quy.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BÌNH DƯƠNG 2013 – 2014

__Caâu 1:__ (4 ñieåm)

a) Chöùng minh raèng n^4+n^2+1 laø hợp số , vôùi n laø soá töï nhieân lôùn hôn 1.

b) Tìm soá töï nhieân n coù 3 chöõ soá sao cho noù chia heát caùc chöõ soá töø 1 ñeán n.

__Caâu 2:__ (4 ñieåm)Chöùng minh heä phöông trình $\begin{cases}x^2-4xy+1=k\\ y^2-3xy=4\end{cases}$ coù nghieäm vôùi moïi $k\in R$.

Giaûi phöông trình : $x^2+3x+1=(x+3)\sqrt{x^2+1}$

__Caâu 3:__ Cho bieåu thöùc: $P=a^2+\sqrt{a^4+a+1}$ Chöùng minh raèng neáu $a=\dfrac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+\dfrac{1}{8}}-\dfrac{1}{8}\sqrt{2}$ thì $P=\sqrt{2}$

Caâu 4: (4 ñieåm) Cho tam giaùc ABC, M laø trung ñieåm AC. Caùc ñöôøng thaúng AD, BM vaø CE ñoàng quy taïi K. Hai tam giaùc AKE vaø BKE laàn löôït coù dieän tích laø 10 vaø 20. Tính dieän tích tam giaùc ABC.

Caâu 5: (4 ñieåm) Cho tam giaùc ABC coù ñieåm E thuoäc trung tuyeán AM, F laø hình chieáu cuûa E treân BC. Goïi X, Y laàn löôït laø hình chieáu cuûa E, F treân AB; Z, T laàn löôït laø hình chieáu cuûa E, F treân AC. Qua E keû ñöôøng thaúng song song vôùi BC caét AB vaø AC laàn löôït taïi H vaø K. Chöùng minh :

a) Tam giaùc FHK caân.

b) Hai tam giaùc EXY vaø EZT ñoàng daïng.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH BÌNH ĐỊNH 2013 – 2014

Bài 1 (6 điểm) a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-x-6}+x^2-x-18=0$

b) Tìm hai số nguyên dương khác nhau x, y thỏa mãn: $x^3+7y=y^3+7x$

Bài 2 (2 điểm) Tính tổng: $S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\ldots+\sqrt{1+\frac{1}{2013^2}+\frac{1}{2014^2}}$

Bài 3 (3 điểm) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4x}{1-x}=3x+m$, trong đó m là tham số.

Tìm chữ số m để biểu thức $|x_1-x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4 (6 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông ở A. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó các tam giác ABD vuông cân ở B, tam giác ACE vuông cân ở C. CD cắt AB tại M; BE cắt AC tại N.

a) Tính DM biết $AM=3cm, AC=4cm$.

b) Chứng minh $AM=AN$.

2) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm O và H là trực tâm tam giác ABC. Lấy M thuộc cung BC.

a) Xác định vị trí điểm M sao cho tứ giác $BHCM$ là hình bình hành.

b) Với điểm M bất kì thuộc cung nhỏ BC, gọi N, E lần lượt là điểm đối xứng của M qua AB, AC. Chứng minh rằng ba điểm N, H, E thẳng hàng.

Bài 5 (3 điểm) Với $2\le a,b,c,d\le 3$. Chứng minh rằng: $\frac{2}{3}\le\frac{a(c-d)+3d}{b(d-c)+3c}\le\frac{3}{2}$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH HƯNG YÊN 2013 – 2014

Bài 1 (3 điểm) Cho $x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A=(4x^5+4x^4-x^3+1)^{19}+\left(\sqrt{4x^5+4x^4-5x^3+5x+3}\right)^3+\left(\frac{1-\sqrt{2}x}{\sqrt{2x^2+2x}}\right)^{2014}$$

Bài 2 (5 điểm) 1) Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn: $2xy+4x+2y+1>5x^2+2y^2$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x^3-y^3 & = & x+2y \\ 52x^2-82xy+21y^2 & = & -9 \end{cases}$

Bài 3 (4 điểm)

1) Cho parabol $(P): y=-2x^2$ và đường thẳng $(d): y=ax+a-2$. Tìm số nguyên dương a sao cho (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn $AB=\sqrt{5}$.

2) Cho $\begin{cases} a,b,c>0 \\ a+2b+3c\geq 10 \end{cases}$, chứng minh rằng: $a+b+c+\frac{3}{4a}+\frac{9}{8b}+\frac{1}{c}\geq\frac{13}{2}$

Bài 4 (6 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB<AC$) có các đường cao BD,CE cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm BC. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác BEI và CDI cắt nhau tại điểm thứ hai K. Gọi M là gia điểm của DE và BC. Chứng minh rằng:

1) Các điểm A,E,H,K,D thuộc một đường tròn.

2) A,K,I thẳng hàng.

3) $\widehat{MEC}=\widehat{MKC}$

Bài 5 (2 điểm)

Cho 19 điểm nằm trong hoặc trên cạnh của một lục giác đều cạnh bằng $4cm$. Chứng minh rằng luôn tồn tại 2 trong số 19 điểm đã cho mà khoảng cách giữa chúng không vượt quá $\frac{4\sqrt{3}}{3}\,cm$.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH TP HÀ NỘI 2013 – 2014

Bài 1 a) Cho các số thực khác 0 thỏa mãn $a+b+c=2014$ và $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2014}$

Tính giá trị $M=\frac{1}{a^{2013}}+\frac{1}{b^{2013}}+\frac{1}{c^{2014}}$

b) Tìm số tự nhiên n để $5^{2n^2-6n+2}-12$ là số nguyên tố

Bài 2 a) Giải phương trình $x^2-2x-2\sqrt{2x+1}-2=0$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2 & = & 4z-5+2xy \\ x^4+y^4 & = & 9z-5-4z^2-2x^2y^2 \end{cases}$

Bài 3 : Cho các số thực a,b,c thỏa mãn $a+b+c=6$ và $0\leq a,b,c\leq 4$

Tìm giá trị lớn nhất của $P=a^2+b^2+c^2+ab+bc+ac$

Bài 4 : Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O) , tâm đường tròn nội tiếp (I) , tia AI cắt (O) ở M , kẻ đường kính MN , cắt BC tại P .

a) Chứng minh các tam giác MIB và MIC là tam giác cân .

b) Chứng minh $sin\,\dfrac{\angle BAC}{2} = \dfrac{IP}{IN}$

c) Giả sử ID và IE vuông góc với AB, AC sao cho D, E nằm lần lượt trên AB, AC . Gọi H, K lần lượt đối xứng với D, E qua I .

Chứng minh rằng nếu $AB + AC = 3BC$ thì bốn điểm B, C, H, K nằm trên một đường tròn.

Bài 5 : a) Giải phương trình nghiệm tự nhiên $5^x - 2^y = 1$

b) Cho lục giác đều $ABCDEF$ và điểm P nằm trong lục giác này . Các tia AP, BP, CP, DP, EP, FP cắt các cạnh đa giác ở $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$. Biết rằng cạnh lục giác $ABCDEF$ là 1 . Chứng minh lục giác $M_1M_2M_3M_4M_5M_6$ có ít nhất một cạnh không nhỏ hơn 1 .

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH CÀ MAU 2013 – 2014

Bài 1: (4 điểm)

Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2012}+\sqrt{2013}} \qquad B = \frac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

Bài 2: (2 điểm)

Chứng minh rằng: $\dfrac{a+b+c}{3} \le \sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}}$ (với mọi a, b, c)

Bài 3: (4 điểm)

a) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A(2; 2) và điểm B(7; 3). Hãy xác định điểm M trên trục Ox sao cho (MA + MB) bé nhất.

b) Giải phương trình: $\dfrac{x}{x+1} = \dfrac{10(x+1)}{x} + 3$

Bài 4: (4 điểm)

Một đội xe tải gồm 3 chiếc (mỗi chiếc được sơn một màu), chở 145 tấn hàng hóa với 50 chuyến xe. Hai lần số chuyến xe màu đỏ bằng ba lần số chuyến xe màu vàng. Mỗi chuyến, xe màu xanh chở được 3 tấn, xe màu đỏ chở được 2 tấn, xe màu vàng chở được 4 tấn. Hỏi mỗi xe chở bao nhiêu chuyến ?

Bài 5: (6 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và đường tròn (O; r), trong đó $\dfrac{R}{2} < r < R$. Lấy một điểm H trên đường tròn (O; r). Kẻ tiếp tuyến của đường tròn (O; r) tại H, tiếp tuyến này cắt đường tròn (O; R) tại A và B. Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại A và B cắt nhau tại C.

a) Tính độ dài đoạn thẳng HC theo R, r.

b) Đường thẳng OC cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm E và D. Chứng minh rằng:

$\dfrac{DA}{DC} =$ ***(EA / CA)***

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH HÀ TĨNH 2013 – 2014

Câu 1 a) Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = x^2 + 1$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3 + xy^2 = 2y \\ y^3 + x^2y = -2x. \end{cases}$

Câu 2 a) Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3 = 1$.

Tính $\mathbb{P} = a^{2012} + b^{2013} + c^{2014}$.

b) Cho $x, y > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathbb{P} = \dfrac{x^2}{y^2} + \dfrac{y^2}{x^2} + \dfrac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}$.

Câu 3

Giả sử phương trình $\dfrac{x^2}{yz} + \dfrac{y^2}{zx} + \dfrac{z^2}{xy} = 3$ có 3 nghiệm không đồng thời bằng nhau $(a; b; c); (p; q; r); \left(\dfrac{a}{p}; \dfrac{b}{q}; \dfrac{c}{r}\right)$.

Chứng minh $(ap^2; bq^2; cr^2)$ cũng là nghiệm của phương trình đó.

Câu 4

Tam giác ABC có $AB = AC = a; \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \alpha \in (0^0; 90^0)$. Gọi M là trung điểm của BC. Góc $\widehat{xMy}$ quay quanh điểm M sao cho Mx, My cắt AB, AC tại D, E.

a) Tính tích $BD.CE$ theo $a; \alpha$.

b) Gọi $d_{(M;DE)} = R$. Chứng minh rằng AB, AC là các tiếp tuyến của $(M; R)$.

c) Tìm vị trí của $D; E$ sao cho S_{ADE} lớn nhất.

Câu 5

Lấy 2014 điểm phân biệt trên đường tròn bán kính $R = 1$ sao cho khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ khác $\sqrt{3}$. Chứng minh có thể chọn ra 672 điểm sao cho bất cứ bộ ba điểm nào cũng là 3 đỉnh của một tam giác có một góc lớn hơn 120^0.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH ĐẮK LẮK 2013 – 2014

Câu 1.(4 điểm)

a) Chứng minh rằng $\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ là một số nguyên

b) Cho số n nguyên dương tùy ý .Xét ba số tự nhiên là $a = 11...1$(có 2n chữ số 1), $b = 11...1$(có n+1 chữ số 1) và $c = 66...6$(có n chữ số 6). Chứng minh rằng $a+b+c+8$ là một số chính phương

Câu 2.(4 điểm)

a) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2 \le x+y$. Chứng minh rằng $x+y \le 2$

b) Giải phương trình $x^2+\dfrac{x^2}{(x+1)^2}=15$

Câu 3.(4 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+y+z)^2=3(xy+yz+xz)\\ x^{2013}+y^{2013}+z^{2013}=3^{2014}\end{cases}$

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình $x^3-y^3+2x^2+3x+1=0$

Câu 4.(2 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x)=|x-1|+2|x-2|+3|x-3|+4|x-4|+5|x-5|$$

Câu 5.(4 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 8cm, AC = 6cm$. Đường tròn tâm O nội tiếp tam giác tiếp xúc với hai cạnh AB, BC lần lượt tại E, F. Tia AO cắt EF tại K. Chứng minh rằng tứ giác $KFCO$ nội tiếp và tính diện tích tam giác OKC

Câu 6.(2 điểm) Cho tam giác ABC đều. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $\widehat{BAM}=15^o$.Đường thẳng qua điểm C và song song với đường thẳng AB cắt đường thẳng AM tại điểm N. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{3}{4AB^2}$$

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH ĐỒNG NAI 2013 – 2014

Câu 1 : Tìm các số thực x thỏa mãn: $x^4+2x^3+x^2+2x+1=0$

Câu 2 : Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^3+2y=1\\ y^3+2x=-1\end{cases}$

Câu 3 : Cho m, n là hai số nguyên dương lẻ thỏa mãn : $\begin{cases}(m^2+2)\vdots n\\ (n^2+2)\vdots m\end{cases}$

1) Hãy tìm một cặp gồm 2 số nguyên dương lẻ (m;n) thỏa các điều kiên đã cho với $m>1, n>1$

2) Chứng minh $(m^2+n^2+2)\vdots 4mn$

Câu 4 : 1) Tính số các ước dương của 1000
2) Tính số các ước dương chẵn của 1000

Câu 5 :

Cho tam giác ABC có ba góc $\widehat{CAB}; \widehat{ABC}; \widehat{BCA}$ đều là góc nhọn. Gọi (O) là đường tròn tâm O nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với 2 cạnh $AB; AC$ lần lượt tại $D; E$. Gọi M là giao điểm của 2 đường thẳng OB và DE, gọi N là giao điểm của 2 đường thẳng OC và DE. Chứng minh bốn điểm $B; C; M; N$ cùng thuộc 1 đường tròn.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TP CẦN THƠ 2013 – 2014

Câu 1 (5 điểm) Cho phân thức $P=\dfrac{n^3+2n^2-1}{n^3+2n^2+2n+1}$ với $n\in\mathbb{Z}$ và n khác -1

a) Rút gọn P. b) Chứng minh giá trị của phân thức trong câu a) tại n là một phân số tối giản.

Câu 2 (5 điểm) a) Giải phương trình: $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x}=2x-6$

b) Chứng minh $x=\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ là nghiệm của phương trình $x^3-3x-18=0$ Từ đó tính giá trị của x ở dạng thập phân.

Câu 3 (3 điểm) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3x^2+4y^2+6x+3y-4=0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắt các cạnh BC, AC, AB tại A_1, B_1, C_1. Xác định vị trí của điểm M để biểu thức $\dfrac{A_1M}{AM}+\dfrac{B_1M}{BM}+\dfrac{C_1M}{CM}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm nằm trong tam giác ABC. Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AH, BC. Hai đường phân giác của các góc $\widehat{ABD}, \widehat{ACE}$ cắt nhau tại K.

a) Chứng minh $KE=KD$

b) chứng minh ba điểm M, N, K thẳng hàng.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TP ĐÀ NẴNG 2013 – 2014

Bài 1: (2.5 đ)

a)Cho $x>0; x\neq 1$. Chứng minh rằng: $\left(\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}<1$

b)Cho $A=\left(\dfrac{2-\sqrt[3]{4x}}{x-\sqrt[3]{2x^2}}\right):(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{x})-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ với $x\neq 0;-2$. Tìm x nguyên sao cho A^3 nguyên.

Bài 2: (2 đ) a)Giải PT: $\sqrt{-2x^2+3x-1}+2=\sqrt{2x-1}+2\sqrt{1-x}$

b)Giải HPT: $\begin{cases} x = 4y^2(x-1) \\ y = 4z^2(y-1) \\ z = 4x^2(z-1) \end{cases}$

Bài 3: (2 đ) Trên cùng mặt phẳng toạ độ, cho 2 hàm số $y = -2x + 4$ và $y = mx + n$ có đồ thị là d và $\triangle$

a) Tìm tất cả giá trị m, n để 2 đồ thị trên cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.

b) Khi $d, \triangle$ và Oy đồng quy, tìm m, n để $\triangle$ là phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Oy

Bài 4: (2 đ) Cho $\triangle\ ABC$ cân tại A nội tiếp (O), $\widehat{BAC} < 90^0$. K là điểm chính giữa cung AC. Trên cung KC nhỏ lấy D tuỳ ý(D khác C), vẽ đường kính DD'. BC cắt AD, AD' tại M, N. Gọi P là giao điểm AC và BD.

a)Tìm hệ thức liên hệ giữa $\widehat{ABC}, \widehat{APB}, \widehat{CMD}$

b)Khi D thay đổi, chứng minh $MNDD'$ luôn nội tiếp đường tròn.

-

Bài 5: (1.5 đ) Cho $\triangle\ ABC$ nhọn nội tiếp (O), tiếp tuyến tại C cắt AB tại G. Qua A vẽ đường thẳng song song với CG cắt (O) tại điểm thứ hai M. Trên cung nhỏ BM lấy D tuỳ ý. Gọi E là điểm trên (O) sao cho $CE//AD$, Gọi F là giao điểm CD và BE.

a)Chứng minh: $GF//AD$

b)Khi D thay đổi, tìm quỹ tích điểm F.

MỘT SỐ ĐỀ ÔN THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN TOÁN

ĐỀ SỐ 1

Câu 1: Giải các phương trình: a) $\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) - 9 = 0$

b) $\left(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}\right)\left(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}\right) = 3$

Câu 2: a) Cho 3 số a, b, c khác 0 thỏa mãn: abc = 1 và $\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} = \frac{b^3}{a} + \frac{c^3}{b} + \frac{a^3}{c}$.

Chứng minh rằng trong 3 số a, b, c luôn tồn tại một số là lập phương của một trong hai số còn lại.

b) Cho $x = \sqrt[3]{1 + \frac{\sqrt{84}}{9}} + \sqrt[3]{1 - \frac{\sqrt{84}}{9}}$. Chứng minh x có giá trị là một số nguyên.

Câu 3: Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z \le 3$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$A = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)$.

Câu 4: Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Lấy D thuộc AB; E thuộc AC sao cho chu vi của tam giác ADE bằng 2R.

a) Chứng minh tứ giác ABOC là hình vuông.

b) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔADE.

Câu 5: Trên mặt phẳng cho 99 điểm phân biệt sao cho từ 3 điểm bất kì trong số chúng đều tìm được 2 điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng 1 chứa không ít hơn 50 điểm.

ĐỀ SỐ 2

Câu 1: a) Tìm các số hữu tỉ x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$x(\sqrt{2011}+\sqrt{2010})+y(\sqrt{2011}-\sqrt{2010})=\sqrt{2011^3}+\sqrt{2010^3}$$

b) Tìm tất cả các số nguyên $x \geq y \geq z \geq 0$ thoả mãn: $xyz + xy + yz + zx + x + y + z = 2011$.

Câu 2: a) Giải phương trình: $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3+1}$.

b) Cho a, b, c $\in$ [0; 2] và a + b + c = 3. Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$.

Câu 3: Tìm tất cả các số hữu tỉ x sao cho giá trị của biểu thức $x^2 + x + 6$ là một số chính phương.

Câu 4: Cho đường tròn (O) ngoại tiếp Δ ABC có H là trực tâm. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M. Gọi N, I, K lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. Chứng minh:

a) Ba điểm K, N, I thẳng hàng. b) $\dfrac{AB}{MK}+\dfrac{AC}{MI}=\dfrac{BC}{MN}$ .c) NK đi qua trung điểm của HM.

Câu 5: Tìm GTLN và GTNN của biểu thức: $P = 2x^2 - xy - y^2$ với x, y thoả mãn điều kiện sau:

$x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$.

ĐỀ SỐ 3

Câu 1: a) Cho a, b, c là 3 số từng đôi một khác nhau và thoả mãn: $\dfrac{a}{b-c}+\dfrac{b}{c-a}+\dfrac{c}{a-b}=0$

Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{(b-c)^2}+\dfrac{b}{(c-a)^2}+\dfrac{c}{(a-b)^2}=0$

b) Tính giá trị của biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt[4]{2010^2} - \sqrt[4]{2010}}{1 - \sqrt[4]{2010}} + \frac{1 + \sqrt{2010}}{\sqrt[4]{2010}} \right)^2 - \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{\sqrt{2010}} + \frac{1}{2010}}}{1 + \sqrt{2010}}$

Câu 2: a) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh tam giác, chứng minh:

$$\frac{1}{a^2 + bc} + \frac{1}{b^2 + ac} + \frac{1}{c^2 + ab} \le \frac{a + b + c}{2abc}.$$

b) Cho biểu thức: $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Câu 3: a) Giải phương trình: $2\sqrt{x - 1} + 3\sqrt{5 - x} = 2\sqrt{13}$.

b) Cho hàm số y = f(x) với f(x) là một biểu thức đại số xác định với mọi số thực x khác không. Biết rằng: $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 \quad \forall x \neq 0$. Tính giá trị của f(2).

Câu 4: Cho lục giác đều ABCDEF. Gọi M là trung điểm của EF, K là trung điểm của BD. Chứng minh tam giác AMK là tam giác đều.

Câu 5: Cho tứ giác lồi ABCD có diện tích S và điểm O nằm trong tứ giác sao cho: $OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2 = 2S$. Chứng minh ABCD là hình vuông có tâm là điểm O.

ĐỀ SỐ 4

Câu 1: a) Cho x và y thoả mãn $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $A = \frac{xy}{x + y + 2}$.

b) Cho x, y, z là 3 số thực dương thoả mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Chứng minh:

$$\frac{2}{x^2 + y^2} + \frac{2}{y^2 + z^2} + \frac{2}{z^2 + x^2} \le \frac{x^3 + y^3 + z^3}{2\,xyz} + 3.$$

Câu 2: a) Giải phương trình: $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x + 10}$.

b) Tìm x, y thoả mãn: $\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 = -y^3 \end{cases}$.

Câu 3: a) Chứng minh rằng nếu: $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}} = a$ thì $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$.

b) Chứng minh rằng nếu phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm thì $5(a^2 + b^2) \ge 4$.

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính AB = 2R và bán kính OC vuông góc với AB. Tìm điểm M trên nửa đường tròn sao cho $2MA^2 = 15MK^2$, trong đó K là chân đường vuông góc hạ từ M xuống OC.

Câu 5: Cho hình thang ABCD (AB//CD). Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BD và AC. Gọi G là giao điểm của đường thẳng đi qua F vuông góc với AD với đường thẳng đi qua E vuông góc với BC. So sánh GD và GC.

ĐỀ SỐ 5

Câu 1: 1) Giải phương trình: $x^2 + \dfrac{81x^2}{(x+9)^2} = 40$.

2) Giải phương trình: $x^2 - 2x + 3(x - 3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}} = 7$.

Câu 2: 1) Tìm giá trị nhỏ nhất biểu thức: $A = \dfrac{5 - 3x}{\sqrt{1 - x^2}}$.

2) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác. Chứng minh:

$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq \sqrt{2}\,(a + b + c)$.

Câu 3: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^2 - xy + 1 = 0 & (1) \\ x^2 + 2x + y^2 + 2y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$

Câu 4: Cho hình thang ABCD có 2 đáy BC và AD (BC $\neq$ AD). Gọi M, N là 2 điểm lần lượt trên 2 cạnh AB và DC sao cho $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{CN}{CD}$. Đường thẳng MN cắt AC và BD tương ứng với E và F. Chứng minh EM = FN.

Câu 5: Cho đường tròn tâm (O) và dây AB, điểm M chuyển động trên đường tròn. Từ M kẻ MH vuông góc với AB (H $\in$ AB). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên MA, MB. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt AB tại D.

1) Chứng minh đường thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đường tròn.

2) Chứng minh: $\dfrac{MA^2}{MB^2} = \dfrac{AH}{BD} \cdot \dfrac{AD}{BH}$.

ĐỀ SỐ 6

Câu 1: Tính giá trị biểu thức: A = $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$.

Câu 2: a) Cho các số khác không a, b, c. Tính giá trị của biểu thức:

$M = x^{2011} + y^{2011} + z^{2011}$Biết x, y, z thoả mãn điều kiện:

$\dfrac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2}$

b) Chứng minh rằng với a > $\frac{1}{8}$ thì số sau đây là một số nguyên dương.

$$x = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3}\sqrt{\frac{8a-1}{3}}} + \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3}\sqrt{\frac{8a-1}{3}}}.$$

Câu 3: a) Cho a, b, c > 0 thoả mãn: $\frac{1}{1+a} + \frac{35}{35+2b} \le \frac{4c}{4c+57}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A = a.b.c.

b) Giả sử a, b, c, d, A, B, C, D là những số dương và

$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \frac{d}{D}$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{aA} + \sqrt{bB} + \sqrt{cC} + \sqrt{dD} = \sqrt{(a+b+c+d)(A+B+C+D)}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi M, N, P, Q là bốn đỉnh của một hình chữ nhật (M và N nằm trên cạnh BC, P nằm trên cạnh AC và Q nằm trên cạnh AB).

a) Chứng minh rằng: Diện tích hình chữ nhật MNPQ có giá trị lớn nhất khi PQ đi qua trung điểm của đường cao AH.

b) Giả sử AH = BC. Chứng minh rằng, mọi hình chữ nhật MNPQ đều có chu vi bằng nhau.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông cân ở A, đường trung tuyến BM. Gọi D là hình chiếu của C trên tia BM, H là hình chiếu của D trên AC. Chứng minh rằng AH = 3HD.

ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN BÌNH ĐỊNH 2008-2009

Câu 1 *(1,5 điểm)*.hứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \frac{1}{2\sqrt{a}}$ với $a > 0$.

Câu 2: *(3,0 điểm)*.Giải các phương trình sau:a) $\frac{2x}{x-3} = \frac{x^2+11x-6}{x^2-9}$ b) $\sqrt{x^2-2x+1} - \sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1$

Câu 3: *(1,5 điểm)*. Cho $x \ge 1$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $y = 3x + \frac{1}{2x}$.

Câu 4: *(2,5 điểm)*. Một đường tròn tâm O tiếp xúc với đoạn thẳng AB tại điểm C nằm giữa A và B. Tia A*x* tiếp xúc với đường tròn (O) tại D, (D khác C). Trên tia A*x* lấy điểm M. Đường thẳng qua O vuông góc với BM cắt CD tại E. Tia AE cắt BM tại F. Chứng minh rằng điểm F luôn nằm trên một tia cố định khi M (M khác A) di động trên tia A*x*.

Câu 5: *(1,5 điểm)*. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) với $x > 1$, $y > 1$ sao cho $3x+1$ chia hết cho y đồng thời $3y+1$ chia hết cho x.

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TỈNH PHÚ YÊN 2013 – 2014

Câu 1: Tính $A = \dfrac{\sqrt{6+\sqrt{12}-\sqrt{8}-\sqrt{24}}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$

Câu 2. (4,0 điểm) Giải phương trình: $\dfrac{2x}{x^2-4x+7}+\dfrac{3x}{2(x^2-5x+7)}=1$

Câu 3. (5,0 điểm) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{1+x}+\sqrt{6-y}=m\sqrt{14} \\ \sqrt{6-x}+\sqrt{1+y}=m\sqrt{14} \end{cases}$

a) Chứng minh rằng nếu hệ phương trình có nghiệm $(x_o; y_o)$ thì $(5-x_o; 5-y_o)$ cũng là nghiệm.

b) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A $(\angle A < 90^o)$, có BH là đường cao, BD là phân giác của $\angle ABH$ $(H, D \in AC)$. Chứng minh rằng: $\dfrac{BH}{CD} > 1$

Câu 5. (5,0 điểm) a) Cho 3 số dương a, b, c .Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b} \geq \dfrac{3}{2}$

b) Cho ΔABC có AD là phân giác trong của góc A $(D \in BC)$. Gọi k_a là khỏang cách từ D đến AB (hoặc AC). Tương tự, gọi BE là phân giác trong của góc B $(E \in AC)$ và gọi k_b là khỏang cách từ E đến BA (hoặc BC), gọi CF là phân giác trong của góc C $(F \in AB)$ và k_c là khỏang cách từ F đến CA (hoặc CB). Gọi h_a, h_b, h_c tương ứng là 3 chiều cao kẻ từ các đỉnh $A; B; C$ của tam giác đã cho. Tìm giá trị bé nhất của biểu thức $\dfrac{k_a}{h_a}+\dfrac{k_b}{h_b}+\dfrac{k_c}{h_c}$

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN TỈNH HUYỆN PHÙ NINH 2011 – 2012

__Bài 1.__ *(4 điểm)* 1. Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\dfrac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

2. Cho biểu thức $B = \sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$ Tìm giá trị lớn nhất của B và giá trị x tương ứng.

__Bài 2.__ *(3,0 điểm):* Tìm x biết : $\sqrt{x^2-\dfrac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\dfrac{1}{4}}}=\dfrac{1}{2}(2x^3+x^2+2x+1)$

__Bài 3.__ *(1,5 điểm)* Giải hệ phương trình : $6\left(x-\dfrac{1}{y}\right)=3\left(y-\dfrac{1}{z}\right)=2\left(z-\dfrac{1}{x}\right)=xyz-\dfrac{1}{xyz}$

__Bài 4.__ *(1,5 điểm)* Cho a,b là các số nguyên dương thỏa mãn $P=a^2+b^2$ là số nguyên tố. $P-5$ chia hết cho 8. Giả sử các số nguyên x,y thỏa mãn ax^2-by^2 chia hết cho P. Chứng minh rằng cả hai số x,y đều chia hết cho P.

__Bài 5.__ *(5,0 điểm)* Cho đường tròn tâm O đường kính AB; E là một điểm bất kì thuộc đường kính AB (E khác A và B). Vẽ đường tròn (O') đường kính EB, qua trung điểm H của AE vẽ dây cung CD của đường tròn (O) và vuông góc với AE, BC cắt đường tròn (O') tại I. Chứng minh rằng:

a) Ba điểm I, E, D thẳng hàng. b) HI là tiếp tuyến của đường tròn (O').

c) ΔCHO = ΔHIO'. d) $HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ không đổi khi E chuyển động trên đường kính AB.

Bài 6. *(2,0 điểm)* Cho (O; R) và hai điểm A, B cố định nằm ngoài đường tròn sao cho OA = $R\sqrt{2}$. Tìm vị trí điểm M trên đường tròn sao cho tổng MA+ $\sqrt{2}$ MB đạt giá trị nhỏ nhất?

Bài 7 *(1,0 điểm)*. Cho $a,b,c>0$. Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}>2$.

Bài 8 *(1,0 điểm)* Gọi a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có ba góc nhọn. Chứng minh rằng với mọi số thực x, y, z ta luôn có: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}>\frac{2x^2+2y^2+2z^2}{a^2+b^2+c^2}$

ĐỀ THI TS VÀO 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG 2012 – 2013

Câu I. (2 *điểm*)

1) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x-1=0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $|x_1-x_2|=2$.

2) Lập phương trình bậc hai nhận $x_1=y_1\sqrt{y_2}+3\sqrt{y_1}$ và $x_2=y_2\sqrt{y_1}+3\sqrt{y_2}$ làm các nghiệm, biết rằng $\{y_1; y_2\}$ là tập nghiệm của phương trình $y^2-7y+1=0$.

Câu II. (2,5 *điểm*)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2=|x|+y \\ y^2=|y|+x. \end{cases}$

2) Giải phương trình

$x=\sqrt{40-x}.\sqrt{45-x}+\sqrt{45-x}.\sqrt{72-x}+\sqrt{72-x}.\sqrt{40-x}.$

Câu III. (2 *điểm*)

1) Cho x, y, z, t là bốn số thực thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2+t^2\le 1$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{(x+z)^2+(y-t)^2}+\sqrt{(x-z)^2+(y+t)^2}\le 2.$$

2) Tìm tất cả các số tự nhiên x, y thỏa mãn điều kiện $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2012}$.

Câu IV. (2,5 *điểm*) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AB. Biết rằng các cặp đường thẳng AB, CD cắt nhau tại E và AD, BC cắt nhau tại F. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại M. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng AB. Hai đường thẳng CH và BD cắt nhau tại N.

1) Chứng minh rằng $\frac{DB}{DM}.\frac{NM}{NB}=1.$

2) Hai đường tròn ngoại tiếp tam giác BCE và CDF cắt nhau tại điểm thứ hai là L. Chứng minh rằng ba điểm E, F, L thẳng hàng.

Câu V. (1 *điểm*)

Cho tam giác ABC không đều, có các cạnh $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Gọi các điểm I và G lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng nếu IG và IC vuông góc với nhau thì

$$6ab=(a+b)(a+b+c).$$

NGUYỄN DUY THÁI SƠN (*ĐHSP Đà Nẵng*)

THÁI TRUNG (*Sở GD - ĐT Đà Nẵng*) giới thiệu

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐHSP TP HCM 2013-2014

Câu I. (2 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(xy-2y^2)=3 \\ x^2+y-2xy=4. \end{cases}$

Câu II. (2 điểm)

1) Tổng các chữ số của một số chính phương có thể là 2013 được không? Hãy giải thích.

2) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn phương trình $(x+y)^5=120y+3$.

Câu III. (2 điểm)

Cho ba số dương x, y, z. Chứng minh rằng

$$\frac{x}{2x+y+z}+\frac{y}{x+2y+z}+\frac{z}{x+y+2z}\le\frac{3}{4}.$$

Câu IV. (3 điểm)

1) Cho tam giác ABC có I là tâm đường tròn nội tiếp. Đường thẳng vuông góc với AI tại I cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng

a) $BM.\,CN=IM^2$;

b) $BC.IA^2+CA.IB^2+AB.IC^2=AB.BC.CA$.

2) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) tâm O, đường kính AD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Gọi H là hình chiếu của I lên AD và M là trung điểm của ID. Đường tròn (HMD) cắt (O) tại N (N khác D). Gọi P là giao điểm của BC và HM.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BCMH$ nội tiếp.

b) Chứng minh rằng ba điểm P, D, N thẳng hàng.

Câu V. (1 điểm)

Mỗi điểm của mặt phẳng được tô bằng một trong ba màu xanh, vàng hoặc đỏ. Chứng minh rằng luôn tìm được hai điểm cùng màu có khoảng cách bằng 1cm.

NGUYỄN ĐỨC TẤN (*TP.Hồ Chí Minh*)

Sưu tầm và giới thiệu

ĐỀ THI HSG TOÁN 9 TP HCM 2011 – 2012

Câu 1. (4 điểm) Thu gọn các biểu thức

a) $A=\dfrac{(2-\sqrt{a})^2-(3+\sqrt{a})^2}{2\sqrt{a}+1}$ với a ≥ 0. b) $B=\dfrac{\sqrt{a}+1}{a\sqrt{a}+a+\sqrt{a}}:\dfrac{1}{a^2-\sqrt{a}}$

Câu 2. (4 điểm)

a) Chứng minh rằng $ad+bc\le\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{c^2+d^2}$ với a, b, c, d là các số thực.

b) Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng $\dfrac{a^3}{b}+\dfrac{b^3}{c}+\dfrac{c^3}{a}\ge ab+bc+ca$.

Câu 3. (3 điểm) Cho phương trình $x^2-(3m-2)x+2m^2-5m-3=0$, x là ẩn số.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm dương.

c) Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm âm.

Câu 4. (3 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2 \\ \dfrac{2}{xy}-\dfrac{1}{z^2}=4 \end{cases}$.

b) Chứng minh rằng số có dạng $n^4+6n^3+11n^2+6n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n.

Câu 5:

Trên hai cạnh Ox, Oy của góc vuông xOy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho OA = OB.

Một đường thẳng đi qua A cắt OB tại M (M ở trong đoạn thẳng OB). Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AM, cắt AM tại H, cắt AO kéo dài tại I.

a) Chứng minh rằng OI = OM và tứ giác OM HI nội tiếp được.

b) Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BI tại K. Chứng minh rằng OK = KH. Điểm K di động trên đường cố định nào khi M di động trên OB?

Câu 6. (2 điểm) Cho tam giác ABC cân tại B có $\widehat{ABC}=80^o$. Lấy điểm I trong tam giác ABC sao cho $\widehat{IAC}=10^o$ và $\widehat{ICA}=30^o$. Hãy tính số đo góc $\widehat{AIB}$.

THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN QUẢNG NGÃI 2011 – 2012

Câu 1. (1,5 *điểm*) 1) Cho biểu thức

$$A=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2+4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}-b$$

với $a>0$ và $b>0$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của b để giá trị của biểu thức A bằng 1.

2) Giải phương trình

$$x^2-x+3=3\sqrt{x^2-x+1}.$$

Câu 2. (1,5 *điểm*)

1) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $(p-1)(p+1)$ chia hết cho 24.

2) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x\,;y)$ thỏa mãn

$$x^2-2xy+2y^2+4y-13=0.$$

Câu 3. (2 *điểm*)

Cho phương trình bậc hai (ẩn x)

$$x^2-2(m-1)x+m-3=0 \qquad (1)$$

1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) và $A=\dfrac{x_1^2+x_2^2+6x_1x_2+12}{x_1^2+x_2^2+14x_1x_2+36}$.

a) Tính A theo m.

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để A nhận giá trị nguyên.

Câu 4. (4 *điểm*)

1) Từ một điểm A bất kì ở bên ngoài đường tròn tâm O kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Lấy điểm I thuộc đoạn thẳng BC (I khác B, I khác C và I khác trung điểm của đoạn BC). Đường thẳng vuông góc với OI tại I cắt đường thẳng AB tại E và cắt đường thẳng AC tại F.

a) Chứng minh rằng tam giác EOF cân.

b) Chứng minh rằng $AEOF$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2) Cho tam giác ABC vuông tại A và có diện tích bằng a^2 (với a là số dương cho trước). Chứng minh bất đẳng thức

$$BC+2a\le\sqrt{2}(AB+AC).$$

Câu 5. (1 *điểm*)

Chứng minh rằng trong 17 số tự nhiên bất kì ta luôn chọn ra được 5 số có tổng chia hết cho 5.

TRẦN VĂN HẠNH

(GV Khoa Cơ Bản, ĐH Phạm Văn Đồng, Quảng Ngãi)

sưu tầm và giới thiệu

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT CHUYÊN ĐH SP HCM 2012 – 2013 CHUYÊN

Câu 1 : 1) Giải phương trình $(x-1)^2=2-x\sqrt{x-\frac{1}{x}}$. 2) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^3-3a^2+8a=9$ và $b^3-6b^2+17b=15$.

Tính $a+b$.

Câu 2 : 1) Cho m, n là hai số nguyên. Chứng minh nếu $5(m+n)^2+mn$ chia hết cho ***441 thì*** mn cũng chia hết cho 441

2) Hãy tìm tất cả các dãy số tự nhiên liên tiếp có tổng bằng 180.

Câu 3

1) Cho x, y là hai số thực dương. Chứng minh rằng $(1+x^2)(1+y^2)\geq(x+y)(1+xy)$.

2. cho a,b dương. Tìm Min $\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{\sqrt{ab}}{a+b}$.

Câu 4 1) Cho tam giác ABC có B, C cố định và A di động sao cho $AB = 2AC$.

a) Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $IB = 2IC$. Chứng minh rằng AI là tia phân giác **BAC**

b) Chứng minh rằng điểm A luôn di động trên một đường tròn cố định.

2) Cho tam giác ABC. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm I, tiếp xúc với BC tại D. Đường tròn bàng tiếp góc A của tam giác ABC có tâm J, tiếp xúc với BC tại E.

a) Gọi F là giao điểm của AE và DI. Chứng minh rằng F thuộc đường tròn (I).

b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng đường thẳng MI luôn đi qua trung ***điểm*** của AD.

Câu 5 Từ 625 số tự nhiên 1, 2, 3, ..., 624, 625 ta chọn ra 312 số sao cho không có hai số nào có tổng bằng 625. Chứng minh rằng trong 312 sô được chọn, bao giờ cũng có ít nhât một số chính phương