

ĐỀ THAM KHẢO

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn 1 phương án đúng.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$	1	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .

Câu 2: Cho hàm số $y = e^x(x-2)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3 + \frac{9}{x+2}$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 0 . B. 1 . C. $\frac{9}{5}$. D. 5 .

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$?

- A. 3 . B. 4 . C. 5 . D. Vô số.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $y = \sin x + 2 \cos x$ là

- A. $\cos x - 2 \sin x + C$. B. $-\cos x + 2 \sin x + C$.
C. $\cos x + 2 \sin x + C$. D. $-\cos x - 2 \sin x + C$.

Câu 6: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích của (H) được tính bằng công thức

- A. $S = \int_1^3 (4x - x^3) dx$ B. $S = \int_1^3 (x^3 - 4x) dx$ C. $S = \int_1^3 (x^3 - 4x)^2 dx$ D. $S = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx$

Câu 7: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ; hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi ở hộp thứ nhất, cho vào hộp thứ hai rồi lại lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ở hộp thứ nhất cùng màu, xác suất lấy được viên bi màu đỏ từ hộp thứ hai là

- A. $0,4$. B. $0,3$. C. $0,6$. D. $0,5$.

Câu 8: Bảng sau ghi lại điểm tổng kết cuối năm môn Ngữ văn của các học sinh lớp 12D.

Điểm	$[7; 7,5)$	$[7,5; 8)$	$[8; 8,5)$	$[8,5; 9)$
Số học sinh	6	16	13	5

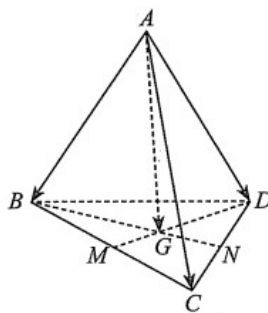
Phương sai của mẫu số liệu trên thuộc khoảng

- A. $[0; 0,2)$. B. $[2, 0; 2, 2)$. C. $[3, 3; 3, 5)$. D. $[3, 5; 3, 7)$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD và G là trọng tâm tam giác BCD .

Phát biểu nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AG}$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$.



Hình 1

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 4; 1)$ và $B(-2; 0; 3)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 24$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 24$.
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 6$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-5}$ có phương trình là

- A. $x - 2z + 1 = 0$. B. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$.
 C. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$. D. $x - 2z - 1 = 0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$$

PHẦN 2. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{9-x^2}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-3; 3)$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}} \quad (-3 < x < 3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{9}{2}$.

d) Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = 3\sin x$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \pi$. Hình phẳng (H_a) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = a$ với $a \in (0; \pi)$.

- a) $\int f(x)dx = 3\cos x + C$
- b) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 6.
- c) Diện tích của hình phẳng (H_a) bằng $3|\cos a - 1|$.
- d) Nếu diện tích của (H_a) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích của (H) thì $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{12}\right)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;1;0), B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$.

- a) Trọng tâm của tam giác ABC là $I(2;1;1)$.
- b) Biết rằng C là trọng tâm của tam giác ABE . Toạ độ của điểm E là $(-2;-7;1)$.
- c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng $\sqrt{37}$.
- d) Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng $\sqrt{37}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;9)$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=2+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$.

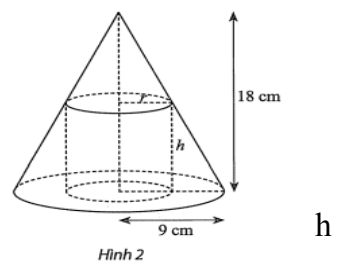
- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $n=(1;1;-1)$.
- b) Điểm M thuộc đường thẳng d .
- c) Một điểm A bất kì thuộc đường thẳng d đều có tọa độ dạng $A(t;-1-t;2+2t)$.
- d) Đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có

phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

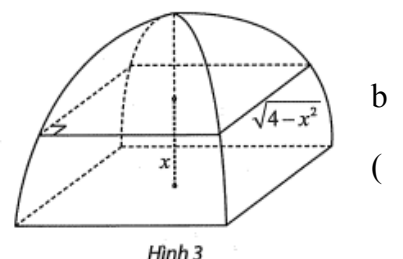
PHẦN 3. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Trong hình bên cho biết mộ hình trụ bán kính đáy $r(cm)$, chiều cao $h(cm)$ nội tiếp hình nón có bán kính đáy $9cm$, chiều cao $18cm$. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm)



Câu 18: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt mái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x(m)$, $0 \leq x \leq 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}(m)$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

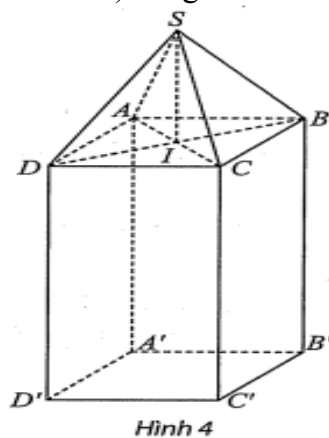


Câu 19: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên Nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 20: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0), B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo góc $\angle AMB$ lớn nhất. Khi đó giá trị $A+b+c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Câu 22: Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0,5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân bên là $60cm$ để lắp ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



hệ
độ
đến

ĐÁP ÁN

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn 1 phương án đúng.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. -2 . B. -1 . C. 2 . D. 1 .

Lời giải

Giá trị cực tiểu bằng 2

chọn C

Câu 24: Cho hàm số $y = e^x(x - 2)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có $D = \mathbb{R}$; $y' = e^x(x - 1)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

chọn D

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3 + \frac{9}{x+2}$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 0 . B. 1 . C. $\frac{9}{5}$. D. 5 .

Lời giải

Xét hàm số trên $[-1; 3]$

$$y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 3] \\ x = -5 \notin [-1; 3] \end{cases}$$

$$y(-1) = 4; y(1) = 1; y(3) = \frac{9}{5}$$

Giá trị nhỏ nhất bằng 1

chọn B

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -4)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải

$$y = \frac{2x+1}{x-m} \text{ DK } x \neq m$$

$$y' = \frac{-2m-1}{(x-m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$

$$\Leftrightarrow \left\{ y' > 0 \forall x \in (-\infty; -4) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-1 > 0 \\ m \notin (-\infty; -4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m \geq -4 \end{cases} \text{ vs } m \in \mathbb{Z}$$

$m = -4; -3; -2; -1$

chọn B

Câu 27: Nguyên hàm của hàm số $y = \sin x + 2 \cos x$ là

A. $\cos x - 2 \sin x + C$.

B. $-\cos x + 2 \sin x + C$.

C. $\cos x + 2 \sin x + C$.

D. $-\cos x - 2 \sin x + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 28: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x, y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$. Diện tích của (H) được tính bằng công thức

A. $S = \int_1^3 (4x - x^3) dx$

B. $S = \int_1^3 (x^3 - 4x) dx$

C. $S = \int_1^3 (x^3 - 4x)^2 dx$

D. $S = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx$

Lời giải

$$S = \int_1^3 |(x^3 - x) - 3x| dx = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx$$

chọn D

Câu 29: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ; hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi ở hộp thứ nhất, cho vào hộp thứ hai rồi lại lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ở hộp thứ nhất cùng màu, xác suất lấy được viên bi màu đỏ từ hộp thứ hai là

A. 0,4.

B. 0,3.

C. 0,6.

D. 0,5.

Lời giải

Gọi A là biến cố lấy được một viên màu đỏ ở hộp thứ hai

Lấy 2 viên bi xanh ở hộp thứ nhất cho vào hộp thứ hai khi đó hộp thứ hai có 10 viên gồm 7 viên màu xanh và 3 viên đỏ.

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$

Chọn B

Câu 30: Bảng sau ghi lại điểm tổng kết cuối năm môn Ngữ văn của các học sinh lớp 12D.

Điểm	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)
Số học sinh	6	16	13	5

Phương sai của mẫu số liệu trên thuộc khoảng

A. $[0; 0,2)$.

B. $[2, 0; 2, 2)$.

C. $[3, 3; 3, 5)$.

D. $[3, 5; 3, 7)$.

Lời giải

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 7,25 + 16 \cdot 7,75 + 13 \cdot 8,25 + 5 \cdot 8,75}{40} = 7,96$$

$$s^2 = \frac{6 \cdot (7,25 - 7,96)^2 + 16 \cdot (7,75 - 7,96)^2 + 13 \cdot (8,25 - 7,96)^2 + 5 \cdot (8,75 - 7,96)^2}{40} = 0,1986$$

Chọn A

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD và G là trọng tâm tam giác BCD .

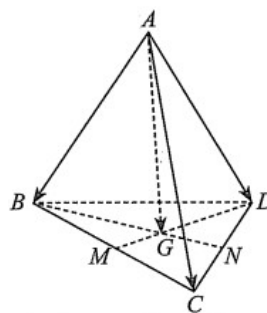
Phát biểu nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AG}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$.



Hình 1

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AG}.$$

Chọn C

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 4; 1)$ và $B(-2; 0; 3)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 24$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 24$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 6$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Lời giải

Tâm mặt cầu là trung điểm I(-1; 2; 2) của AB, bán kính $R = IA = \sqrt{6}$

Nên phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Chọn D

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; 0)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-5}$$

có phương trình là

A. $x - 2z + 1 = 0$.

B. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$.

C. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$. D. $x - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $n = (2; 3; -5)$ và qua A(1;1;0)

Phương trình mặt phẳng là $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.

Chọn C

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

A. 60° . **B.** 120° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1; -2; 1)$

$$\left| \cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) \right| = \frac{|2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Ta có

Vật góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là 60° .

Đáp án **A.**

Phần 2. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc chọn sai.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{9 - x^2}$.

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-3; 3)$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \frac{9 - 2x^2}{\sqrt{9 - x^2}} \quad (-3 < x < 3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{9}{2}$.

d) Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Tập xác định: $D = [-3; 3]$.

Ta có $f'(x) = \sqrt{9 - x^2} + x \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{9 - x^2}} = \frac{9 - 2x^2}{\sqrt{9 - x^2}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ hoặc } x = -\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Bảng biến thiên:

x	-3	$\frac{-3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	3	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f''(x)$	0	$-\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$	0	

Từ bảng biến thiên ta có: Giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{9}{2}$.

Ta có $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$ nên phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x) = 3\sin x$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \pi$. Hình phẳng (H_a) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = a$ với $a \in (0; \pi)$.

a) $\int f(x) dx = 3\cos x + C$

b) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 6.

c) Diện tích của hình phẳng (H_a) bằng $3|\cos a - 1|$.

d) Nếu diện tích của (H_a) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích của (H) thì $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{12}\right)$.

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

a) Ta có: $\int f(x) dx = \int 3\sin x dx = -3\cos x + C$

b) Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_0^\pi |f(x)| dx = \int_0^\pi |3\sin x| dx = (-3\cos x)_0^\pi = -3(-1 - 1) = 6$

c) Diện tích của hình phẳng (H_a) là

$$S_a = \int_0^a |f(x)| dx = \int_0^a |3\sin x| dx = (-3\cos x)_0^a = 3 - 3\cos a = 3|\cos a - 1|$$

d) Nếu diện tích của (H_a) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích của (H) thì $3|\cos a - 1| = \frac{2}{3} \cdot 6$

$$\Rightarrow |\cos a - 1| = \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{cases} \cos a - 1 = \frac{4}{3} \\ \cos a - 1 = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{7}{3} \\ \cos a = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \cos a = -\frac{1}{3} \Rightarrow a \approx 1,91 \notin \left(\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{12}\right)$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;1;0)$, $B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$.

a) Trọng tâm của tam giác ABC là $I(2;1;1)$.

b) Biết rằng C là trọng tâm của tam giác ABE . Tọa độ của điểm E là $(-2;-7;1)$.

c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng $\sqrt{37}$.

d) Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng $\sqrt{37}$.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

a) Toạ độ trọng tâm $I(x_I; y_I; z_I)$ của tam giác ABC được tính bởi công thức:

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, z_I = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \Rightarrow x_I = 2, y_I = 1, z_I = 1.$$

Suy ra $I(2; 1; 1)$.

b) Ta có

$$x_E = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_E = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, z_E = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \Rightarrow x_E = -2, y_E = -7, z_E = 1$$

Suy ra toạ độ của điểm E là $(-2; -7; 1)$.

c) $d(A, (Oyz)) = |x_A| = 6$

d) Ta có $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{MI}| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow IM = \sqrt{5}$

Khi đó, điểm M thuộc đường tròn đáy của hình nón có:

• Đỉnh $I(2; 1; 1)$

• Trục là IH với $H(0; 1; 1)$ là tâm của hình tròn đáy.

• Bán kính đáy $r = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$.

Gọi $A'(0; 1; 0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) .

Khi đó, giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM là

$$d = \sqrt{AA'^2 + A'H^2 + r^2} = \sqrt{36 + 1 + 1} = \sqrt{38}$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 9)$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $n = (1; 1; -1)$.

b) Điểm M thuộc đường thẳng d .

c) Một điểm A bất kì thuộc đường thẳng d đều có toạ độ dạng $A(t; -1 - t; 2 + 2t)$.

d) Đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

c) Đúng

d) Đúng

Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A(t; -1 - t; 2 + 2t); n_\alpha = (1; 1; -1)$

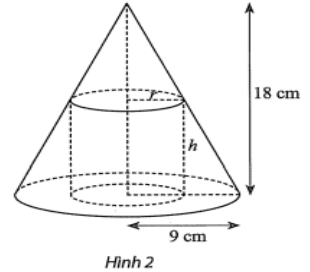
Vì $M \notin d$ nên suy ra $\overrightarrow{MA} = (t-3; -t-2; 2t-7)$ là vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Do $\Delta // (\alpha)$ nên suy ra: $\overrightarrow{MA} \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \Rightarrow t-3-t-2-2t+7=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow A(1; -2; 4)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 39: Trong hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy $r(\text{cm})$, chiều cao



$h(\text{cm})$ nội tiếp hình nón có bán kính đáy 9 cm , chiều cao 18 cm . Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm)

Lời giải

Đáp án: 6 cm .

Ta có $\frac{r}{9} = \frac{18-h}{18} \Rightarrow h = 18 - 2r (0 < r < 9)$

Thể tích của hình trụ: $V = \pi r^2 h = \pi r^2 (18 - 2r) = 2\pi (9r^2 - r^3)$

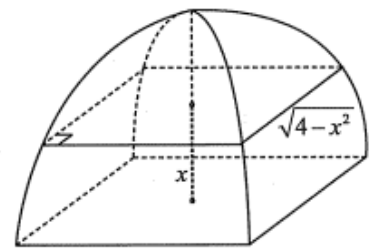
$V' = 2\pi (18r - 3r^2) = 6\pi (6r - r^2)$; $V' = 0 \Leftrightarrow r = 0$ hoặc $r = 6$.

Bảng biến thiên

r	0	6	9	
V'		+	0	-
V				

Từ đó, V đạt giá trị lớn nhất khi $r = 6\text{ cm}$.

Câu 40: Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x(\text{m})$, $0 \leq x \leq 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}(\text{m})$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)



Lời giải

Đáp án: $5,3\text{ m}^3$.

Diện tích mặt cắt: $S(x) = (\sqrt{4-x^2})^2 = 4-x^2$

Thể tích cái màn: $V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 (4-x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{3} \approx 5,3(\text{m}^3)$

Câu 41: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỷ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên Nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,56.

Gọi A là biến cố “Nhân viên nam được chọn có bằng đại học”; B là biến cố “Nhân viên nữ được chọn có bằng đại học”; C là biến cố “Chỉ 1 trong 2 nhân viên có bằng đại học”.

Ta cần tính $P(B|C)$. Ta có

$$P(B|C) = \frac{P(BC)}{P(C)} = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{B}A) + P(\bar{B}\bar{A})} = \frac{9}{16} = 0,5625 \approx 0,56$$

Câu 42: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

Lời giải

Đáp án: 0,42.

Gọi A là biến cố “An lấy được thẻ ghi số chẵn”; B là biến cố “ X chia hết cho 2”

Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})};$$

$$P(A) = \frac{4}{9}; P(\bar{A}) = \frac{5}{9}; P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}.$$

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_{11}^3} = \frac{31}{33}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{22}{53} \approx 0,42$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0), B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo góc $\angle AMB$ lớn nhất. Khi đó giá trị $A+b+c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1,27.

Do M thuộc mặt phẳng (P) và $MA=MB$ nên M thuộc giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) , trong đó (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

+ Tìm được $(Q): y+z=0$

$$d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad \text{với } d = (P) \cap (Q) \Rightarrow M(1 + 3t; -t; t)$$

+ Khi đó M thuộc đường thẳng

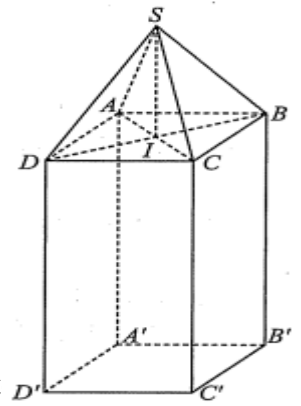
+ Ta có $\vec{AM} = (3t - 1; -t - 2; t), \vec{BM} = (3t - 1; -t; t + 2)$

$$\Rightarrow \cos(\vec{AM}, \vec{BM}) = \frac{(3t - 1)^2 + 2(t^2 + 2t)}{(3t - 1)^2 + t^2 + (t + 2)^2} = \frac{11t^2 - 2t + 1}{11t^2 - 2t + 5} = 1 - \frac{4}{11t^2 - 2t + 5}$$

Suy ra $\angle AMB$ lớn nhất khi và chỉ khi $t = \frac{1}{11} \Rightarrow M\left(\frac{14}{11}; -\frac{1}{11}; \frac{1}{11}\right)$

$$\Rightarrow S = a + b + c = \frac{14}{11} \approx 1,27$$

Câu 44: Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0), A(0;0;1), B(0;0;5;1)$. Biết rằng, ban đầu chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân cạnh bên là $60cm$ để lắp ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a + b + c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)



Hình 4

Lời giải

Đáp án: 1,98.

$$D\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$$

Gọi $I = AC \cap BD$ suy ra $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 1\right)$.

$$BD = \frac{\sqrt{2}}{2}; IB = ID = \frac{\sqrt{2}}{4}; SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}$$

Vậy $S\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{\sqrt{94}}{20} + 1\right)$, suy ra $a + b + c \approx 1,98$