

Người làm: Đặng Thị Phương Du

Zalo: Đặng T Phương Du

- số đt zalo: 0978223990

Email: dangphuongdu1307@gmail.com

CĐ3: CÁC BÀI TOÁN VỀ LŨY THỪA SỐ TỰ NHIÊN

Dạng 1: So sánh hai lũy thừa

Câu 1. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2018 - 2019)

So sánh : 222^{333} và 333^{222}

Lời giải

Ta có: $222^{333} = (222^3)^{111}$; $333^{222} = (333^2)^{111}$

$$222^3 = (2.111)^3 = 8.111^3 = 8.111.111^2 = 888.111^2$$

$$333^2 = (3.111)^2 = 9.111^2$$

$$\forall i \quad 888 > 9 \Rightarrow 888.111^2 > 9.111^2 \Rightarrow 222^3 > 333^2 \Rightarrow (222^3)^{111} > (333^2)^{111} \Rightarrow 222^{333} > 333^{222}$$

$$\text{Vậy } 222^{333} > 333^{222}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện, trường 2022 - 2023)

So sánh hai số: 3^{30} và 5^{20}

Lời giải

$$3^{30} = (3^3)^{10} = 27^{10} \quad 5^{20} = (5^2)^{10} = 25^{10} < 27^{10}$$

;

$$\Rightarrow 3^{30} > 5^{20}$$

Dạng 2. So sánh biểu thức lũy thừa với một số (so sánh hai biểu thức lũy thừa)

Câu 1. (HSG 7 trường THCS Bảo Phương 2018 - 2019)

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2012}} + \frac{1}{3^{2013}} < \frac{1}{2}$$

Chúng minh rằng:

Lời giải

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2012}} + \frac{1}{3^{2013}}$$

$$3B = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{2012}}$$

$$3B - B = 1 - \frac{1}{3^{2013}}$$

$$\Rightarrow 2B = 1 - \frac{1}{3^{2013}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{2013}} < \frac{1}{2}$$

Vậy $B < \frac{1}{2}$.

Câu 2. (HSG 7 trường THCS Điện Hồng 2018 - 2019)

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$$

Chứng minh:

Lời giải

Đặt $A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$, ta có:

$$*A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4}$$

$$*A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6}$$

Câu 3. (HSG 7 HUYỆN THƯỜNG TÍN 2018 - 2019)

Chứng minh rằng: $B = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{2019^3} < \frac{1}{2^2}$

Lời giải

$$2^3 > 1.2.3 \Rightarrow \frac{1}{2^3} < \frac{1}{1.2.3}$$

Ta có:

$$\frac{1}{3^3} < \frac{1}{2.3.4}; \dots; \frac{1}{2019^3} < \frac{1}{2017.2018.2019}$$

Tương tự:

$$\Rightarrow A < \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018.2019} = \frac{1}{2} \left(\frac{3-1}{1.2.3} + \frac{4-2}{2.3.4} + \dots + \frac{2019-2017}{2017.2018.2019} \right)$$

$$\Rightarrow A < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018} - \frac{1}{2018.2019} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2018.2019} \right)$$

$$\Rightarrow A < \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2018.2019.2} < \frac{1}{2^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{2019^3} < \frac{1}{2^2}$$

Dạng 3. Một số bài toán khác

Câu 1. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2022 - 2023)

$$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

Tính giá trị các biểu thức sau:

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - (2^2)^6 \cdot (3^2)^2}{2^{12} \cdot 3^6 + (2^3)^4 \cdot 3^5} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} \\ B &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} = \frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$B = \frac{1}{6}$$

Vậy .

Câu 2. (HSG 7 thị xã Kinh Môn 2021 - 2022)

Tìm x , biết: $(2x - 1)^2 - 4 = 21$

Lời giải

$$(2x - 1)^2 - 4 = 21$$

$$\Rightarrow (2x - 1)^2 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 5 \\ 2x - 1 = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x \in \{3; -2\}$$

Vậy

Câu 3. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

Tìm x biết: $(x - 1)^3 = -27$

Lời giải

$$(x - 1)^3 = -27$$

$$(x - 1)^3 = (-3)^3$$

$$x - 1 = -3$$

$$x = -2$$

Vậy $x = -2$

Câu 4. (HSG 7 huyện Hương Khê 2021 - 2022)

Rút gọn:
$$P = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} \\ &= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} \\ &= \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Vậy
$$P = -\frac{1}{3}$$

Câu 5. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)

$$M = \frac{2016^{10} + 2016^{11}}{2016^{10} - 2016^{11}}$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

$$M = \frac{2016^{10} \cdot (1 + 2016)}{2016^{10} \cdot (1 - 2016)} = \frac{-2017}{2015}$$

Câu 6. (HSG 7 trường Lê Hồng Phong 2018 - 2019)

Tìm x , biết:
$$5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125 \cdot 24$$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{aligned} 5^{2x-1} - 5^{2x-3} &= 5^3 \cdot 24 \\ \Rightarrow 5^{2x-3} (5^2 - 1) &= 5^3 \cdot 24 \\ \Rightarrow 5^{2x-3} &= 5^3 \\ \Rightarrow 2x - 3 &= 3 \\ \Rightarrow x &= 3 \end{aligned}$$

Câu 7. (HSG 7 trường THCS Điện Hồng 2018 - 2019)

$$B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}}$$

Tính :

Lời giải

$$B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}} - \frac{1}{3^{51}}$$

$$= \frac{1}{(-3)} + \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \dots + \frac{1}{(-3)^{50}} + \frac{1}{(-3)^{51}}$$

$$-\frac{1}{3}B = \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{(-3)^3} + \dots + \frac{1}{(-3)^{51}} + \frac{1}{(-3)^{52}}$$

$$\frac{4}{3}B = \frac{1}{-3} - \frac{1}{(-3)^{52}} = \frac{-3^{51} - 1}{3^{52}}$$

$$B = \frac{-3^{51} - 1}{4 \cdot 3^{51}}$$

Câu 8. (HSG 7 trường THCS Phương Trung 2018 - 2019)

$$(x - 1)^5 = -243$$

Tìm x , biết:

Lời giải

$$(x - 1)^5 = (-3)^5$$

$$\Rightarrow x - 1 = -3$$

$$\Rightarrow x = -2$$

Câu 9. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)

$$\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}$$

Tính hợp lý các biểu thức sau:

Lời giải

$$\frac{2^2 \cdot 10 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^4}$$

$$= \frac{2^3 \cdot 5 + 2^3 \cdot 6}{2^2 \cdot 15 - 2^2 \cdot 4}$$

$$= \frac{2^3 \cdot (5+6)}{2^2 \cdot (15-4)}$$

$$= \frac{2 \cdot 11}{11} = 2$$

Câu 10. (HSG 7 huyện 2018 - 2019)

Tìm x , biết: $(2x-1)^7 = (2x-1)^5$.

Lời giải

$$(2x-1)^7 = (2x-1)^5$$

$$\Rightarrow (2x-1)^5 \cdot [(2x-1)^2 - 1] = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 2x-1=1 \\ 2x-1=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Câu 11. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)

Tính giá trị biểu thức:
$$P = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Lời giải

$$P = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+8)}$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Chương Mỹ 2018 - 2019)

Tìm x, y , biết: $(3x-1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$

Lời giải

Ta có: $(3x - 1)^{2018} + \left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$

Vì $(3x - 1)^{2018} \geq 0$; $\left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} \geq 0$

$\Rightarrow (3x - 1)^{2018} = 0$; $\left(y + \frac{3}{5}\right)^{2020} = 0$

$\Rightarrow 3x - 1 = 0$; $y + \frac{3}{5} = 0$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{3}{5}$

Câu 13. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2022 - 2023)

$$A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$$

Tính :

Lời giải

$$P = \frac{(2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9}{(2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} \cdot (2 \cdot 3 + 1)}$$

$$= \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7}$$

Câu 14. (HSG 7 huyện Sơn Trà 2018 - 2019)

Tìm x, y , biết $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0$.

Lời giải

Vì $\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0$ với mọi x ; $|3y + 12| \geq 0$ với mọi y , do đó:

$$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \geq 0 \quad \text{với mọi } x, y.$$

Theo đề bài thì:

$$\left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| \leq 0. \quad \text{Từ đó suy ra: } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y + 12| = 0. \quad \text{Khi đó}$$

$$2x - \frac{1}{6} = 0 \quad \text{và} \quad 3y + 12 = 0.$$

$$x = \frac{1}{12} \quad \text{và} \quad y = -4.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{12}; y = -4$$

Câu 15. (HSG 7 huyện Trục Ninh 2018 - 2019)

Tìm x, y, z biết: $b) (2x - 1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x + y - z| = 0$

Lời giải

$$\text{Vi } (2x - 1)^{2008} \geq 0; \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} \geq 0; |x + y - z| = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 1)^{2008} = 0; \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} = 0; |x + y - z| = 0;$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}; y = \frac{2}{5}; z = \frac{9}{10}.$$

Câu 16. (HSG 7 2018 - 2019)

Tính: a)
$$A = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

b)
$$B = [(0,1)^2]^0 + \left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right]^2 \cdot \frac{1}{49} \cdot [(2^2)^3 : 2^5]$$

Lời giải

a)
$$A = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$$

$$= \frac{5.2^{2.15}.3^{2.9} - 2^2.3^{20}.2^{3.9}}{5.2^{10}.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{3.6}}$$

$$= \frac{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 2 - 3^2)}{2^{29} \cdot 3^{18} \cdot (5 \cdot 3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$$

$$B = 1 + 49 \cdot \frac{1}{49} \cdot (2^6 : 2^5) = 1 + 2 = 3$$

b)

Câu 17. (HSG 7 2018 - 2019)

Tìm số x , thỏa mãn: $3 + 2^{x-3} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$

Lời giải

$$3 + 2^{x-3} = 24 - [16 - (4 - 1)]$$

$$3 + 2^{x-3} = 24 - [16 - 3]$$

$$3 + 2^{x-3} = 24 - 13$$

$$3 + 2^{x-3} = 11$$

$$2^{x-3} = 8 = 2^3$$

$$x - 3 = 3$$

$$x = 6$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>