|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI** **AMSTERDAM****TỔ TOÁN – TIN****ĐỀ CHÍNH THỨC** | ĐỀ THI HỌC KỲ IINĂM HỌC 2020 - 2021MÔN: TOÁN 9***Thời gian làm bài 120 phút*** |

**Bài 1** *(2,0 điểm):* Cho các biểu thức: và  với .

1) Tính giá trị biểu thức với 

2) Rút gọn biểu thức 

3) Tìm các giá trị của  thỏa mãn 

**Bài 2.** *(2,0 điểm)*

 1) *Giải bài toán bằng lập hệ phương trình hoặc phương trình.*

 Quãng đường  dài 160 km. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ  để đi đến . Vận tốc của xe thứ

 nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến  sớm hơn xe thứ hai là 48 phút. Tính vận tốc của xe thứ hai.

 2) An đứng trên mặt đất cách chân tòa nhà 25 mét. An ngước nhìn lên đỉnh tòa nhà, tia nhìn tạo với mặt đất góc . Tính chiều cao của tòa nhà biết vị trí mắt của An cách mặt đất là 1 mét. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Bài 3** *( 2,5 điểm )*

 1) Giải hệ phương trình 

 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol  :  và đường thẳng  :  , với m là tham số 

 a) Khi  , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  và parabol 

 b) Tìm tất cả các giá trị khác 0 của tham số m để đường thẳng  cắt parabol  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn .

**Câu 4** *(3,0 điểm )* Cho đường tròn  với đường kính . Gọi  là điểm chính giữa của cung . Lấy  là điểm thuộc đoạn   khác  và . Kẻ  vuông góc với  tại  và  vuông góc với  tại .

1) Chứng minh rằng năm điểm  và  cùng nằm trên một đường tròn.

2) Gọi  là điểm đối xứng với  qua . Chứng minh rằng tứ giác  là hình thang cân.

3) Đường thẳng vuông góc với  tại  cắt  ở . Chứng minh rằng  thẳng hàng.

**Câu 5.** *(0,5 điểm)* Cho  là các số thực không âm, thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Bài 1** *(2,0 điểm):* Cho các biểu thức: và  với .

1) Tính giá trị biểu thức với 

2) Rút gọn biểu thức 

3) Tìm các giá trị của  thỏa mãn 

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO**

1. Ta có:  ĐKXĐ: 

 Thay  (thỏa mãn) vào biểu thức  ta có: 

 Kết luận: Với  thì giá trị biểu thức  là 

1. Ta có:  ĐKXĐ: 







Kết luận:  với 

1. Ta có: 





 mà 



Kết hợp đkxđ: 

 Kết luận: với  thì thỏa mãn đề bài.

**Bài 2.** *(2,0 điểm)*

 1) ***Giải bài toán bằng lập hệ phương trình hoặc phương trình.***

 Quãng đưòng  dài 160 km. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ  để đi đến . Vận tốc của xe thứ nhất lớn hơn vận tốc của xe thứ hai là 10 km/h nên xe thứ nhất đến  sớm hơn xe thứ hai là 48 phút. Tính vận tốc của xe thứ hai.

 2) An đứng trên mặt đất cách chân tòa nhà 25 mét. An ngước nhìn lên đỉnh tòa nhà, tia nhìn tạo với mặt đất góc . Tính chiều cao của tòa nhà biết vị trí mắt của An cách mặt đất là 1 mét. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO**

 1) Gọi vận tốc của xe thứ hai là  (km/h) ().

 Ta có vận tốc của xe thứ nhất là  (km/h).

 Thời gian xe thứ nhất đi là:  (h).

 Thời gian xe thứ hai đi là:  (h).

 Vì xe thứ nhất đến  sớm hơn xe thứ hai là 48 phút bằng  (h) nên ta có phương trình:

 

 

 

 

  (thỏa mãn);  (loại).

 Vậy vận tốc của xe thứ hai là 40 km/h.

 2)



 Gọi chiều cao của bạn An là  ; Khoảng cách từ chỗ bạn An đứng đến chân tòa nhà là  m.

 Trong  vuông tại , ta có: .

 Suy ra chiều cao của tào nhà là:  (m).

 Vậy chiều cao của tòa nhà xấp xỉ 77,94 mét.

**Bài 3** *( 2,5 điểm )*

1) Giải hệ phương trình 

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol  :  và đường thẳng  :  , với m là tham số 

a) Khi  , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  và parabol 

b) Tìm tất cả các giá trị khác 0 của tham số m để đường thẳng  cắt parabol  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn 

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO**

1)  

Đặt  

Khi đó hệ phương trình trở thành :   

 ( tmđk  )

    ( tmđk  )

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất 

2)  : 

  :  

a) Ta thấy  thỏa mãn điều kiện 

 Khi  , thì  : 

Hoành độ giao điểm của và là nghiệm của phương trình:



 

Phương trình có : 

 

Vì  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt 

 

Với  . Ta được 

Với  . Ta được 

Vậy khi  , thì đường thẳng  và parabol cắt nhau tại hai điểm và 

b)  : 

  :  

+ Hoành độ giao điểm của và là nghiệm của phương trình:



 

Phương trình có : 

Để và cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (\*) có hhai nghiệm phân biệt    

Kết hợp với điều kiện ta được 

+ Theo hệ thức Viet ta có 

+ Vì  là nghiệm của phương trình (\*) nên ta có 

 

+ Theo bài ra ta có : 

 

 

 

 

  ( tmđk )

Vậy m = 3

1. *(3,0 điểm).*

Cho đường tròn  với đường kính . Gọi  là điểm chính giữa của cung . Lấy  là điểm thuộc đoạn   khác  và . Kẻ  vuông góc với  tại  và  vuông góc với  tại .

1) Chứng minh rằng năm điểm  và  cùng nằm trên một đường tròn.

2) Gọi  là điểm đối xứng với  qua . Chứng minh rằng tứ giác  là hình thang cân.

3) Đường thẳng vuông góc với  tại  cắt  ở . Chứng minh rằng  thẳng hàng.

**Lời giải**

1) Chứng minh rằng năm điểm  và  cùng nằm trên một đường tròn.

Ta có:

 vuông góc với  tại 

 vuông góc với  tại 

 là điểm chính giữa của cung tại 

Mà cùng nhìn đoạn các điểm  cùng nằm trên đường tròn đường kính 

2) Chứng minh rằng tứ giác  là hình thang cân.

 là điểm đối xứng với  qua là đường trung trực của 

 (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

là hình chữ nhật (vì 

 (c. c. c) (vì:  là cạnh chung)

là tứ giác nội tiếp.

Mà  cùng nằm trên đường tròn đường kính  thuộc trên đường tròn đường kính 

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính 

Từ  và   là hình thang

Ta lại có là hình thang cân

3) Chứng minh rằng  thẳng hàng.

Ta có: vuông cân tại 

Xét đường tròn đường kính có:
 (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung )

Do đó 

Mà tại 



Mặt khác:  nội tiếp

 (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung) (4)

Tứ giác  nội tiếp đường tròn  (cùng bù với  (5)

Từ (4) và (5) 

Mà:  là hình thang cân  

 thẳng hàng.

1. (0,5 điểm) Cho  là các số thực không âm, thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời giải**

***\* Tìm .***

Vì  và  





.

Dấu “=” xảy ra .

Vậy .

***\* Tìm .***







Theo bất đẳng thức Cô si ta có:

.

Dấu “=” xảy ra .

Vậy .