|  |  |
| --- | --- |
|  | ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN CAO BẰNGNĂM HỌC 2018 – 2019Môn: Toán Lớp: 12 **ĐỀ BÀI** |

1. **(4 điểm)** Cho hàm số  có đồ thị .

**a)** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  biết tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình .

**b)** Gọi  là các điểm cực trị của . Tìm tọa độ điểm  thuộc Parabol  sao cho tam giác  vuông tại .

1. **(4 điểm)**

**a)** Tìm tập xác định của hàm số .

**b)** Giải phương trình: .

1. **(3 điểm)** Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà Toán học nam, 5 nhà Vật lý nữ và 3 nhà Hóa học nữ. Người ta chọn ra từ đó 4 người để đi công tác, tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.
2. **(3 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho tam giác  có phương trình cạnh , phương trình cạnh . Biết trọng tâm tam giác . Xác định tọa độ điểm  và viết phương trình cạnh 
3. **(4 điểm)** Cho hình chóp  có  là tam giác vuông tại , , , hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng  là trọng tâm của tam giác , gọi  là trung điểm biết . Tính thể tích khối chóp  và khoảng cách từ  đến mặt phẳng .
4. **(2 điểm)** Một khách sạn có  phòng. Nếu mỗi phòng cho thuê với giá  ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá lên  ngàn đồng thì có thêm hai phòng bỏ trống không có người thuê. Hỏi giám đốc khách sạn phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

1. **(4 điểm)** Cho hàm số  có đồ thị .

**a)** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  biết tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình .

**b)** Gọi  là các điểm cực trị của . Tìm tọa độ điểm  thuộc Parabol  sao cho tam giác  vuông tại .

**Lời giải**

**a)** Ta có .

Vì tiếp tuyến của  song song với đường thẳng  nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình: .

Với . Phương trình tiếp tuyến:  hay  (thỏa mãn song song với đường thẳng ).

**b)** .

Ta có các điểm cực trị của (C) là:  và .

Gọi  thuộc . Khi đó:  và . Vì  không thuộc  nên

tam giác  vuông tại  .

Vậy có ba điểm thuộc  để tam giác  vuông tại  là .

1. **(4 điểm)**

**a)** Tìm tập xác định của hàm số .

**b)** Giải phương trình: .

**Lời giải**

**a)** Hàm số xác định khi và chỉ khi .Vậy tập xác định của hàm số là .

**b)** Ta có: 

 . Vậy nghiệm phương trình đã cho là .

1. **(3 điểm)** Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà Toán học nam, 5 nhà Vật lý nữ và 3 nhà Hóa học nữ. Người ta chọn ra từ đó 4 người để đi công tác, tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.

**Lời giải**

Chọn ngẫu nhiên 4 nhà khoa học trong 16 nhà khoa học có  cách.

Chọn 4 người đi công tác thỏa mãn yêu cầu bài toán có các trường hợp sau:

Chọn 2 nhà Toán học nam, 1 nhà Vật lỹ nữ, 1 nhà Hóa học nữ có  cách.

Chọn 1 nhà Toán học nam, 2 nhà Vật lỹ nữ, 1 nhà Hóa học nữ có  cách.

Chọn 1 nhà Toán học nam, 1 nhà Vật lỹ nữ, 2 nhà Hóa học nữ có  cách.

Số cách chọn đoàn công tác là  cách.

Vậy, xác suất cần tìm là: 

1. **(3 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  cho tam giác  có phương trình cạnh , phương trình cạnh . Biết trọng tâm tam giác . Xác định tọa độ điểm  và viết phương trình cạnh 

**Lời giải**

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ phương trình: ****

Giải hệ phương trình ta được . Do đó: ****

Gọi **, **

Do **** là trọng tâm tam giác  nên: 

 Hay 

Một vectơ chỉ phương của cạnh **** là 

Phương trình cạnh **** là: ****

1. **(4 điểm)** Cho hình chóp  có  là tam giác vuông tại , , , hình chiếu vuông góc của  lên mặt phẳng  là trọng tâm của tam giác , gọi  là trung điểm  biết . Tính thể tích khối chóp  và khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**Lời giải**

****

Gọi  là trọng tâm của tam giác ,  lần lượt là trung điểm của  và .

Theo giả thiết có: .

a) Xét tam giác  là tam giác vuông tại  có:

, , .

.

Xét tam giác vuông tại  có: .

Khi đó:  (đvtt).

b) Ta có: .

Dựng  với . Ta có: .

Trong  dựng  với . Ta có: .

Suy ra . Do đó .

Ta có: .

Tam giác  vuông tại  và có đường cao  nên:

.

Vậy: .

1. **(2 điểm)** Một khách sạn có  phòng. Nếu mỗi phòng cho thuê với giá  ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá lên  ngàn đồng thì có thêm hai phòng bỏ trống không có người thuê. Hỏi giám đốc khách sạn phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

**Lời giải**

Gọi  ( ngàn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, .

Giá thuê phòng chênh lệch sau khi tăng là:  ( ngàn đồng).

Số lượng phòng cho thuê giảm đi khi chọn mức giá thuê phòng mới là:

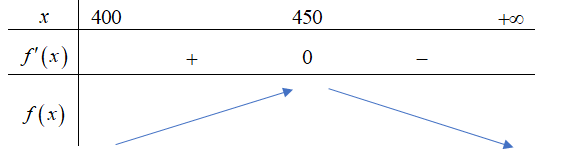
 (phòng).

Số phòng cho thuê với giá  là: .

Tổng doanh thu trong ngày là: .

Xét hàm số  với .

.



Qua bảng biến thiên ta thấy  đạt giá trị lớn nhất khi .

Vậy nếu thuê với giá  ngàn đồng thì khách sạn có doanh thu cao nhất trong ngày.