

CD1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH
DẠNG 10: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, trường Đào Duy Từ 2018 – 2019, Huyện Nam Trà My 2018-2019; trường Phan Đình Phùng 2017 - 2018)

Biết $a + b = 9$. Kết quả của phép tính $\overline{0, a(b)} + \overline{0, b(a)}$ là:

- A. 2. B. 1. C. 0,5. D. 1,5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{0, a(b)} + \overline{0, b(a)} = 0, a + 0,0(b) + 0, b + 0,0(a) = 0, (a) + 0, (b)$

Mà $0, (a) = \frac{a}{9}$; $0, (b) = \frac{b}{9}$

Nên $0, (a) + 0, (b) = \frac{a}{9} + \frac{b}{9} = \frac{a+b}{9} = 1$ (do $a + b = 9$).

Câu 2. (HSG 7 huyện Sơn Động 2022 - 2023) Đề 369

Giá trị biểu thức: $A = 7x^2y - 5xy^2 - 11x^2y - 10xy^2 + 15xy^2 + 4x^2y - 2023$ tại $x = 1, y = 0,5$

- A. 0. B. 1. C. -2023. D. 2023.

Lời giải

Chọn C

Thay $x = 1$ vào biểu thức A , ta được:

$$\begin{aligned} A &= 7x^2y - 5xy^2 - 11x^2y - 10xy^2 + 15xy^2 + 4x^2y - 2023 \\ &= 7y - 5y^2 - 11y - 10y^2 + 15y^2 + 4y - 2023 \\ &= (7y - 11y + 4y) + (-5y^2 - 10y^2 + 15y^2) - 2023 = -2023 \end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức A tại $x = 1, y = 0,5$ là -2023.

Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023) Đề 373

Cho $a, b, c \neq 0$ và $a - b - c = 0$. Kết quả nào sau đây là giá trị của biểu thức

$$P = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) + 2023$$

- A. 2023. B. 2022. C. 2000. D. 2024.

Lời giải

Chọn B

Từ $a - b - c = 0 \Rightarrow a - c = b, b - a = -c, b + c = a$

$$P = \left(1 - \frac{c}{a}\right) \left(1 - \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) + 2023 = \frac{a-c}{a} \cdot \frac{b-a}{b} \cdot \frac{b+c}{c} + 2023$$

$$P = \frac{b}{a} \cdot \frac{-c}{b} \cdot \frac{a}{c} + 2023 = -1 + 2023 = 2022$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023) Đề 373

Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{3x^2 - y^2}$ là

- A. -1. B. -0,9. C. $-\frac{8}{11}$. D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{7} \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{2xy}{42} = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{16} = \frac{3x^2 - y^2}{-22}$

$$A = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{3x^2 - y^2} = \frac{16}{-22} = -\frac{8}{11}$$

Câu 5. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023) Đề 373

Giá trị của biểu thức $Q = a^2 - b^2 + c^2$ biết $ab = 2, bc = 6$ và $ac = 3$ là

- A. 10. B. -6. C. -10. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Từ $ab = 2, bc = 6 \Rightarrow \frac{ab}{bc} = \frac{2}{6} \Rightarrow a = \frac{1}{3}c \Rightarrow \frac{1}{3}c \cdot c = 3 \Rightarrow c = \pm 3$

$a = \pm 1, b = \pm 2$

$$Q = a^2 - b^2 + c^2 = 1 - 4 + 9 = 6$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Thanh Thủy 2022 - 2023) Đề 375

Biết $\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = \frac{5x - 9y}{9x - 5y}$ là

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{9}{5}$. C. $-\frac{15}{29}$. D. $\frac{-29}{15}$.

Lời giải

Chọn C

$\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$ suy ra $x = \frac{6}{5}y$. Thay vào A ta được:

$$A = \frac{5 \cdot \frac{6}{5}y - 9y}{9 \cdot \frac{6}{5}y - 5y} = \frac{6y - 9y}{\frac{54}{5}y - 5y} = \frac{-3y}{\frac{29}{5}y} = -\frac{15}{29}$$

Câu 7. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 2x - 18$ tại $|x| = 4$ là

- A. $B = 54$.
 B. $B = 70$.
 C. $B = 54$ hoặc $B = 70$.
 D. $B = 45$ hoặc $B = 70$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|x| = 4 \Rightarrow x = 4$ hoặc $x = -4$

+ Nếu $x = 4$ thì $B = 5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 - 18 = 5 \cdot 16 - 8 - 18 = 54$

+ Nếu $x = -4$ thì $A = B = 5 \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 18 = 5 \cdot 16 + 8 - 18 = 70$

Vậy $B = 54$ hoặc $B = 70$ tại $|x| = 4$.

Câu 8. (HSG 7 huyện Việt Yên 2022 - 2023)

Cho biểu thức $A = x^2 - 3x + 8$. Giá trị của biểu thức A tại $x = -2$ là

- A. 13 .
 B. 18 .
 C. 19 .
 D. 9 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $A = x^2 - 3x + 8$

Thay $x = -2$ vào biểu thức A ta được: $A = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 8 = 18$

Câu 9. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)

Với $-3 \leq x \leq -1$ thì $A = |x+3| + |1-x|$ bằng

- A. $-2x - 4$.
 B. $2x + 4$.
 C. 4 .
 D. 2 .

Lời giải

Chọn C

Với $-3 \leq x \leq -1$ thì $x+3 \geq 0$, $1-x \geq 2 > 0$

Do đó: $A = |x+3| + |1-x| = x+3+1-x = 4$

Câu 10. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)

Biết (x, y) là cặp số thỏa mãn $(-2x-5)^2 + |3y+4| \leq 0$ khi đó $2x+3y$ bằng

- A. -1 .
 B. 1 .
 C. 9 .
 D. -9 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $(-2x-5)^2 + |3y+4| \leq 0$

Do $(-2x-5)^2 \geq 0$; $|3y+4| \geq 0$ với mọi x, y nên $(-2x-5)^2 + |3y+4| \geq 0$ với mọi x, y

$$\Rightarrow (-2x - 5)^2 + |3y + 4| = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x - 5 = 0 \\ 3y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$2x + 3y = 2 \cdot \frac{-5}{2} + 3 \cdot \frac{-4}{3} = -9$$

Khi đó:

Câu 11. (HSG 7 huyện Tân Yên 2022 - 2023)

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Cho dãy tỉ số bằng nhau

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Tính giá trị của biểu thức

- A. 4 B. -4 C. 4 hoặc -4 D. 16

Lời giải

Chọn C

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Từ:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

Suy ra:

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \quad (*)$$

Nếu $a+b+c+d = 0 \Rightarrow a+b = -(c+d)$; $(b+c) = -(a+d)$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì từ (*), ta có $a=b=c=d$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$$

Vậy $M = 4$ nếu $a+b+c+d \neq 0$

$M = -4$ nếu $a+b+c+d = 0$

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Nghi Xuân 2022 - 2023)

$$M = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{47.49} + \frac{1}{48.50} \quad C = 2M + \frac{1}{49}$$

Cho biểu thức

Tính

Lời giải

$$M = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{47.49} + \frac{1}{48.50}$$

$$2M = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{2.4} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{47.49} + \frac{2}{48.50}$$

$$2M = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{47} - \frac{1}{49} + \frac{1}{48} - \frac{1}{50}$$

$$2M = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{49} - \frac{1}{50}$$

$$C = 2M + \frac{1}{49} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{49} - \frac{1}{50} + \frac{1}{49} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{50} = \frac{37}{25}$$

$$C = \frac{37}{25}$$

Vậy

Câu 2. (HSG 7 huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Cho $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$ và $P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$

Tính $(S - P)^{2022}$

Lời giải

Ta có: $P = \frac{1}{1008} + \frac{1}{1009} + \frac{1}{1010} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015}$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} \right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1006} + \frac{1}{1007} + \frac{1}{1008} + \dots + \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2014} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2013} - \frac{1}{2014} + \frac{1}{2015} = S$$

Do đó $(S - P)^{2022} = 0$

Câu 3. (HSG 7 huyện Thái Thụy 2022 - 2023)

Cho biểu thức $D = x^2y - 2y^3 + 1$. Tính giá trị của biểu thức D biết: $x = \frac{1}{2}; y = 2$

Lời giải

Thay $x = \frac{1}{2}; y = 2$ vào biểu thức D ta được: $D = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 - 2 \cdot 2^3 + 1 = \frac{-29}{2}$

Vậy khi $x = \frac{1}{2}; y = 2$ thì biểu thức D có giá trị là $\frac{-29}{2}$.

Câu 4. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)

Cho biểu thức $P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$. Tính giá trị biểu thức P với $x = 99$

Lời giải

$$P = x^{99} - 100x^{98} + 100x^{97} - 100x^{96} + \dots + 100x - 1$$

$$P = x^{99} - 99x^{98} - x^{98} + 99x^{97} + x^{99} - 99x^{96} - x^{96} + \dots + 99x + x - 1$$

$$P = x^{98}(x - 99) - x^{97}(x - 99) + x^{96}(x - 99) - \dots - x(x - 99) + (x - 1)$$

$$P = (x - 99)(x^{98} - x^{97} + x^{96} - \dots - x) + (x - 1)$$

Với $x = 99$, ta có:

$$P = (99 - 99)(99^{98} - 99^{97} + 99^{96} - \dots - 99) + (99 - 1) = 98$$

Vậy $P = 98$ với $x = 99$

Câu 5. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $x^{2021} - 2022x^{2020} + 2022x^{2019} - 2022x^{2018} + \dots - 2022x^2 + 2022x + 1$ tại $x = 2021$

Lời giải

Ta có tại $x = 2021$

$$\begin{aligned} & x^{2021} - 2022x^{2020} + 2022x^{2019} - 2022x^{2018} + \dots - 2022x^2 + 2022x + 1 \\ &= x^{2021} - (2021+1)x^{2020} + (2021+1)x^{2019} - (2021+1)x^{2018} + \dots - (2021+1)x^2 + (2021+1)x + 1 \\ &= x^{2021} - (x+1)x^{2020} + (x+1)x^{2019} - (x+1)x^{2018} + \dots - (x+1)x^2 + (x+1)x + 1 \\ &= x^{2021} - x^{2021} - x^{2020} + x^{2020} + x^{2019} - x^{2019} - x^{2018} + \dots - x^3 - x^2 + x^2 + x + 1 \\ &= x + 1 \\ &= 2021 + 1 \\ &= 2022 \end{aligned}$$

Câu 6. (HSG 7 trường Phạm Đôn Lễ - huyện Hưng Hà 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $B = x^{2023} - 2022x^{2022} - 2022x^{2021} - \dots - 2022x + 1$ khi $x = 2023$.

Lời giải

$$x = 2023 \Rightarrow 2022 = x - 1$$

Thay $2022 = x - 1$ vào biểu thức B ta được:

$$B = x^{2023} - (x - 1)x^{2022} - (x - 1)x^{2021} - \dots - (x - 1)x + 1$$

$$B = x^{2023} - x^{2023} + x^{2022} - x^{2022} + x^{2021} - \dots - x^2 + x + 1$$

$$B = x + 1$$

$$\Rightarrow B = 2023 + 1 = 2024$$

Vậy $B = 2024$ khi $x = 2023$.

Câu 7. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Nguyễn Tông Quai 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức $f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017$ tại $x = 2017$

Lời giải

$$f(x) = x^5 - 2018x^4 + 2016x^3 + 2018x^2 - 2016x - 2017 \text{ tại } x = 2017$$

Ta có $x = 2017 \Rightarrow \begin{cases} 2018 = x + 1 \\ 2016 = x - 1 \end{cases}$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} f(2017) &= x^5 - (x+1)x^4 + (x-1)x^3 + (x+1)x^2 - (x-1)x - x \\ &= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 - x^3 + x^3 + x^2 - x^2 + x - x = 0 \end{aligned}$$

Vậy $f(2017) = 0$

Câu 8. (HSG 7 huyện Sông Lô 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức $N = xy^2z^3 + x^3y^4z^5 + \dots + x^{2014}y^{2015}z^{2016}$ tại $x = -1; y = -1; z = -1$

Lời giải

Ta có: $N = xyz \cdot yz^2 + x^2y^2z^2 \cdot yz^2 + x^3y^3z^3yz^2 + \dots + x^{2014}y^{2014}z^{2014}yz^2$

Thay $y = -1; z = -1$ ta được:

$$\begin{aligned} N &= -xyz - x^2y^2z^2 - x^3y^3z^3 - \dots - x^{2014}y^{2014}z^{2014} \\ &= -(xyz) - (xyz)^2 - (xyz)^3 - \dots - (xyz)^{2014} \end{aligned}$$

Thay $xyz = -1$ ta được: $N = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 = 0$

Vậy $N = 0$

Câu 9. HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)

Tính $A = x^{22} - 2023x^{21} + 2023x^{20} - \dots - 2023x^3 + 2023x^2 - 2023x + 1$ với $x = 2022$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= x^{22} - 2023x^{21} + 2023x^{20} - \dots - 2023x^3 + 2023x^2 - 2023x + 1 \\ &= x^{22} - 2022x^{21} - x^{21} + 2022x^{20} + x^{20} - \dots - 2022x^3 - x^3 + 2022x^2 + x^2 - 2022x - x + 1 \\ &= (x^{22} - 2022x^{21}) - (x^{21} - 2022x^{20}) + \dots - (x^3 - 2022x^2) + (x^2 - 2022x^1) - x + 1 \\ &= x^{21}(x - 2022) - x^{20}(x - 2022) + \dots - x^2(x - 2022) + x(x - 2022) - x + 1 \\ &= (x - 2022)(x^{21} - x^{20} + \dots - x^2 + x) - x + 1 \end{aligned}$$

Thay $x = 2022$ vào biểu thức A ta được:

$$\begin{aligned} A &= (2022 - 2022)(2022^{21} - 2022^{20} + \dots - 2022^2 + 2022) - 2022 + 1 \\ &= 0 \cdot (2022^{21} - 2022^{20} + \dots - 2022^2 + 2022) - 2022 + 1 = 0 - 2022 + 1 = -2021 \end{aligned}$$

Vậy $A = -2021$ với $x = 2022$

Câu 10. (HSG 7 cấp huyện 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức $C = \frac{2x^2 - 5x + 3}{2x - 1}$ tại $x = \left| \frac{3}{2} \right|$.

Lời giải

Ta có: $x = \left| \frac{3}{2} \right| \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

$$C = \frac{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 1} = -\frac{15}{4}$$

Thay $x = \frac{3}{2}$ vào biểu thức C ta được:

Vậy $C = -\frac{15}{4}$ khi $x = \left|\frac{3}{2}\right|$.

Câu 11. (HSG 7 huyện Mù Cang Chải 2016 - 2017; huyện Khoái Châu 2014 - 2015)

Cho biểu thức: $A = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 2005}{3x^4 - x^3 + 3x + 2014}$. Tính giá trị của biểu thức với $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $x = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x - 1 = 0$

$$A = \frac{3x^3 - x^2 - 3x + 2005}{3x^4 - x^3 + 3x + 2014} = \frac{x^2(3x - 1) - (3x - 1) + 2014}{x^3(3x - 1) + (3x - 1) + 2015} = \frac{2014}{2015}$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Tiên Phước 2018 - 2019; trường Nguyễn Văn Trỗi 2017 - 2018; trường Võ Thị Sáu, Phù Yên 2016 - 2017)

Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$ với $a = \frac{1}{3}; b = -2; x = \frac{3}{2}; y = 1$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{a(-x-y) + b(-x-y) - a(b-x) + y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{-ax - ay - bx - by - ab + ax + by - xy}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{-ay - bx - ab - xy}{abxy(xy+ay+ab+by)} \\ &= \frac{-xy + ay + ab + by}{abxy(xy+ay+ab+by)} = \frac{-1}{abxy} \end{aligned}$$

Thay $a = \frac{1}{3}; b = -2; x = \frac{3}{2}; y = 1$ vào biểu thức A ta được: $A = \frac{-1}{\frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \frac{3}{2} \cdot 1} = -1$

Câu 13. (HSG 7 huyện Năm Căn; huyện Trà Lý; huyện Dương Nam 2017-2018; huyện Phú Lý 2016 - 2017; huyện Đức Phổ 2015 - 2016)

Tính giá trị biểu thức $P = \left|a - \frac{1}{2014}\right| + \left|a - \frac{1}{2016}\right|$, với $a = \frac{1}{2015}$

Lời giải

Thay $a = \frac{1}{2015}$ vào biểu thức $P = \left| \frac{1}{2015} - \frac{1}{2014} \right| + \left| \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016} \right|$

Ta được: $P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}$

$$P = \frac{1}{2014} - \frac{1}{2016} = \frac{2016 - 2014}{2014 \cdot 2016}$$

$$P = \frac{2}{2014 \cdot 2016} = \frac{1}{1007 \cdot 2016} = \frac{1}{2030112}$$

Câu 14. (HSG 7 huyện Tam Dương, 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức $A = \left| a - \frac{1}{2020} \right| + \left| a - \frac{1}{2022} \right|$ với $a = \frac{1}{2021}$

Lời giải

$A = \left| a - \frac{1}{2020} \right| + \left| a - \frac{1}{2022} \right|$ với $a = \frac{1}{2021}$

Thay $a = \frac{1}{2021}$ vào biểu thức $A = \left| a - \frac{1}{2020} \right| + \left| a - \frac{1}{2022} \right|$ ta được

$$A = \left| \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} \right| + \left| \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \right| = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022}$$

$$= \frac{2022 - 2020}{2020 \cdot 2022} = \frac{2}{2020 \cdot 2022} = \frac{1}{1010 \cdot 2022} = \frac{1}{2042220}$$

Vậy với $a = \frac{1}{2021}$ thì $A = \frac{1}{2042220}$

Câu 15. (HSG 7 TP Bắc Ninh 2022 - 2023)

$P = \left| a - \frac{1}{2021} \right| + \left| a - \frac{1}{2023} \right|$ với $a = \frac{1}{2022}$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

Thay $a = \frac{1}{2022}$ vào biểu thức $P = \left| a - \frac{1}{2021} \right| + \left| a - \frac{1}{2023} \right|$ ta có

$$P = \left| \frac{1}{2022} - \frac{1}{2021} \right| + \left| \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} \right| = \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023}$$

$$= \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} - \frac{1}{2023} = \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} = \frac{2}{4088483}$$

Câu 16. (HSG 7 huyện Bát Xát, tỉnh Lào Cai, 2021 - 2022)

Tính giá trị biểu thức $B = 5x^2 - 2x - 18$ tại $|x| = 4$.

Lời giải

Ta có $|x| = 4 \Rightarrow x = 4$ hoặc $x = -4$

+ Nếu $x = 4$ thì $B = 5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 - 18 = 5 \cdot 16 - 8 - 18 = 54$

+ Nếu $x = -4$ thì $A = B = 5 \cdot (-4)^2 - 2 \cdot (-4) - 18 = 5 \cdot 16 + 8 - 18 = 70$

Vậy $B = 54$ hoặc $B = 70$ tại $|x| = 4$.

Câu 17. (HSG 7 huyện Văn Bàn 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $A = 2x^2 - 3x + 1$ với $|x| = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Vì $|x| = \frac{1}{2}$ nên $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$.

+ Với $x = \frac{1}{2}$ thì $A = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = 0$

+ Với $x = -\frac{1}{2}$ thì $A = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1 = 3$

Vậy $A = 0$ hoặc $A = 3$ khi $|x| = \frac{1}{2}$.

Câu 18. (HSG 7 trường Thanh Mai 2018 - 2019)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$ lần lượt tại $a = \frac{2}{3}; a = -2$

b) $B = 2x^2 - 3xy - 6y^2$ tại $|x| = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3}$

Lời giải

a) Thay $a = \frac{2}{3}$ vào biểu thức $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$, ta được: $A = 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\left|\frac{2}{3}\right| + 3 \cdot \frac{2}{3} - 1 = \frac{-7}{9}$

Thay $a = -2$ vào biểu thức $A = 2a^2 - 4|a| + 3a - 1$, ta được: $A = 2(-2)^2 - 4|-2| + 3 \cdot (-2) - 1 = -7$

$$|x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b) Ta có

Trường hợp 1: $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3}$, ta được: $B = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{19}{6}$

Trường hợp 2: $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{2}{3}$, ta được: $B = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} - 6\left(\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{7}{6}$

Câu 19. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến, Đà Nẵng 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x^3 - x^2 + 3y}{x^2 - y}$ biết $|x| = \frac{1}{2}; y$ là số nguyên âm lớn nhất.

Lời giải

$$|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ta có:

Do y là số nguyên âm lớn nhất nên $y = -1$

+ Thay $x = -\frac{1}{2}, y = -1$ vào biểu thức ta được: $A = \frac{-17}{50}$

+ Thay $x = \frac{1}{2}, y = -1$ vào biểu thức ta được: $A = \frac{-27}{50}$.

Câu 20. (HSG 7 huyện Hậu Lộc 2016 - 2017)

Cho biểu thức: $P = x - 4xy + y$. Tính giá trị của P với $|x| = 1,5; y = -0,75$

Lời giải

$$|x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$$

Ta có:

+ Với $x = 1,5; y = -0,75$ thì:

$$P = 1,5 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-0,75) - 0,75 = 1,5 \cdot (1+3) - 0,75 = 5,25$$

+ Với $x = -1,5; y = -0,75$ thì:

$$P = -1,5 - 4(1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -6,75$$

Câu 21. (HSG 7 huyện Vị Thanh 2017 – 2018, huyện Bồ Trạch 2017 - 2018)

Cho biểu thức: $P = x - 4xy + y$. Tính giá trị của P với $|x| = 1,5; y = -0,75$

Lời giải

$$|x| = 1,5 \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = -1,5 \end{cases}$$

Ta có:

Với $x = 1,5; y = -0,75$ thì:

$$P = 1,5 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-0,75) - 0,75 = 1,5 \cdot (1+3) - 0,75 = 5,25$$

Với $x = -1,5; y = -0,75$ thì:

$$P = -1,5 - 4(1,5) \cdot (-0,75) - 0,75 = -6,75$$

Câu 22. (HSG 7 trường Phạm Kinh Ân 2022 - 2023; trường THCS Hiền Quan 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức : $6x^2 + 5x - 2$ tại x thoả mãn $|x - 2| = 1$

Lời giải

Ta có $|x - 2| = 1$ suy ra:

* $x - 2 = 1$

$x = 3$

* $x - 2 = -1$

$x = 1$

Thay $x = 1$ vào biểu thức ta được $6 \cdot 1 + 5 \cdot 1 - 2 = 9$

Thay $x = 3$ vào biểu thức ta được $6 \cdot 3 + 5 \cdot 3 - 2 = 67$

Câu 23. (HSG 7 huyện Hương Khê 2017 - 2018; Đất Mũi 2016 - 2017)

Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \frac{2x^2 + 3x - 1}{3x - 2}$ với $|x - 1| = \frac{2}{3}$

Lời giải

$$|x - 1| = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{5}{3} \\ x - 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Thay $x = \frac{5}{3}$ vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{2\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{3} - 1}{3 \cdot \frac{5}{3} - 2} = \frac{2 \cdot \frac{25}{9} + 5 - 1}{3 - 2} = \frac{\frac{50}{9} + 4}{1} = \frac{\frac{50 + 36}{9}}{1} = \frac{86}{9}$$

Thay $x = \frac{1}{3}$ vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{3} - 1}{3 \cdot \frac{1}{3} - 2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{9} + 1 - 1}{1 - 2} = \frac{\frac{2}{9}}{-1} = -\frac{2}{9}$$

Vậy $A = \frac{86}{9}$ hoặc $A = -\frac{2}{9}$ khi $|x - 1| = \frac{2}{3}$.

Câu 24. (HSG 7 huyện Bình Long 2022 - 2023) Đề 389

Tính giá trị biểu thức $6x^2 + 5x - 2$ tại x thỏa mãn $|x - 2| = 1$.

Lời giải

Ta có: $|x - 2| = 1$ suy ra $x - 2 = 1$ hoặc $x - 2 = -1$. Suy ra: $x = 3$ hoặc $x = 1$.

+ Với $x = 3$ thì giá trị của biểu thức là: $6 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3 - 2 = 67$.

+ Với $x = 1$ thì giá trị của biểu thức là: $6 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 9$.

Vậy giá trị của biểu thức $6x^2 + 5x - 2$ bằng 67 hoặc bằng 9 khi $|x - 2| = 1$.

Câu 25. (HSG 7 huyện Bố Trạch; huyện Cẩm Phả 2017-2018; huyện Triệu Sơn; huyện Thiệu Hóa 2016 - 2017)

Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $B = 2x^2 - 3x + 5$ với $|x| = \frac{1}{2}$

b) $C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$, biết $x - y = 0$

Lời giải

$$|x| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

a) Vì

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 5 = 4$$

Với

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow B = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = 7$$

Với $B = 4$ khi $x = \frac{1}{2}$ và $B = 7$ khi $x = -\frac{1}{2}$

b) $C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$

b)

$$= 2(x - y) + 13x^3y^2(x - y) - 15xy(x - y) + 1$$

Thay $x - y = 0$ vào biểu thức trên ta được $C = 2 \cdot 0 + 13x^3y^2 \cdot 0 - 15xy \cdot 0 + 1 = 1$

Câu 26. (HSG 7 huyện Lục Ngạn, tỉnh Bắc Giang, trường 2022 - 2023)

Tính giá trị của $K = 10x - 10y + 3x^2y(x - y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023}\right)^0$, biết $x - y = 0$.

Lời giải

$$K = 10x - 10y + 3x^2y(x - y) + 2021(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2022}{2023}\right)^0$$

Ta có

$$= 10(x - y) + 3x^2y(x - y) + 2021xy(y - x) + 1$$

Vì $x - y = 0$ nên $K = 0 + 1 = 1$

Vậy $K = 1$

Câu 27. (HSG 7 huyện Nam Đàn, tỉnh Nghệ An 2022 - 2023) Đề 381

Cho $x - y = -3$. Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = x^3 + 3x^2 + y^2 - x^2y - xy + x - 4y + 2023$

Lời giải

$$P = x^3 + 3x^2 + y^2 - x^2y - xy + x - 4y + 2023$$

$$P = (x^3 - xy + x) - (x^2y - y^2 + y) + (3x^2 - 3y + 3) + 2020$$

$$P = x \cdot (x^2 - y + 1) - y \cdot (x^2 - y + 1) + 3 \cdot (x^2 - y + 1) + 2020$$

$$P = (x - y + 3) \cdot (x^2 - y + 1) + 2020$$

$$P = (-3 + 3)(x^2 - y + 1) + 2020 \quad \text{do } x - y = -3.$$

$$P = 2020$$

Câu 28. (HSG 7 huyện Vũ Thư 2022 - 2023)

Cho $\frac{a}{b} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Tính $B = (a - b) : (b - 9a)$.

Lời giải

$$\frac{a}{b} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{(0,8)^5}{(0,4)^6} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{2^5 (0,4)^5}{(0,4)^6} = \sqrt{6^2 + 8^2} : \frac{2^5}{0,4} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{8} \Rightarrow b = 8a$$

Khi đó: $B = (a - b) : (b - 9a) = (a - 8a) : (8a - 9a) = 7$

29. (HSG 7 huyện Gia Viễn 2022 - 2023)

Câu

Tính giá trị các biểu thức sau: $M = a + 3b + 2c$, biết $a + b = 5$; $b + c = -8$.

Lời giải

Ta có: $M = a + 3b + 2c = (a + b) + 2b + 2c = (a + b) + 2(b + c)$

Thay $a + b = 5$; $b + c = -8$ vào $M = (a + b) + 2(b + c)$ ta được:

$$M = 5 + 2(-8) = 5 + (-16) = -11$$

Vậy $M = -11$

Câu 30. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)

Tính giá trị các biểu thức sau: $D = \frac{3 \cdot a - 2 \cdot b}{a - 3 \cdot b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{10}{3}$

Lời giải

$$D = \frac{3 \cdot a - 2 \cdot b}{a - 3 \cdot b} \quad (1) \quad \text{với } \frac{a}{b} = \frac{10}{3}$$

Với $\frac{a}{b} = \frac{10}{3} \Rightarrow b = \frac{3}{10}a$

Thay $b = \frac{3}{10}a$ vào (1) ta có

$$D = \frac{3 \cdot a - 2 \cdot \frac{3}{10} \cdot a}{1 \cdot a - 3 \cdot \frac{3}{10} \cdot a} = \frac{\left(3 - \frac{6}{10}\right) \cdot a}{\left(1 - \frac{9}{10}\right) \cdot a} = \frac{\frac{24}{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{24}{10} \cdot 10 = 24$$

Vậy $D = 24$

Câu 31. (HSG 7 huyện Nông Cống 2022 - 2023)

Cho biết $\frac{a}{2} - b = c : \frac{2}{3}$ và $a, b, c \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$M = 2023 \cdot \left(\frac{c}{a} - \frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{b} - 2\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{b}{c}\right)^3$$

Lời giải

Ta có: $\frac{a}{2} - b = c : \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a - 2b}{2} = \frac{3c}{2} \Rightarrow a - 2b = 3c$; $3c - a = -2b$; $3c + 2b = a$

$$\begin{aligned} M &= 2023 \cdot \left(\frac{c}{a} - \frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{b} - 2\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{b}{c}\right)^3 \\ \text{Suy ra:} \\ &= 2023 \cdot \left(\frac{3c - a}{3a}\right)^3 \cdot \left(\frac{a - 2b}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{3c + 2b}{2c}\right)^3 \\ &= 2023 \cdot \left(\frac{-2b}{3a}\right)^3 \cdot \left(\frac{3c}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{a}{2c}\right)^3 = 2023 + 1^3 = 2024 \end{aligned}$$

Vậy $M = 2024$

Câu 32. (HSG 7 huyện Quảng Xương 2022 - 2023)

3 số a, b, c thỏa mãn điều kiện $a \cdot b \cdot c = 2023$

Cho

$$\text{Tính giá trị biểu thức } P = \frac{2023a}{ab + 2023a + 2023} + \frac{b}{bc + b + 2023} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

Lời giải

Thay $a \cdot b \cdot c = 2023$ vào P ta được:

$$P = \frac{2023a}{ab + 2023a + 2023} + \frac{b}{bc + b + 2023} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

$$P = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot a}{ab + a \cdot b \cdot c \cdot a + a \cdot b \cdot c} + \frac{b}{bc + b + a \cdot b \cdot c} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

$$P = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot a}{ab(1 + c \cdot a + c)} + \frac{b}{b \cdot (c + 1 + a \cdot c)} + \frac{c}{ac + c + 1} = \frac{ac + 1 + c}{ac + c + 1} = 1$$

Vậy với $a \cdot b \cdot c = 2023$ thì $P = 1$

Câu 33. (HSG 7 huyện Sóc Sơn – Hà Nội 2022 - 2023)

Cho ba số a, b, c thỏa mãn: $a^3 = b^3 - c^3$ và $b^3 = 1011 - c^3$. Tính giá trị của biểu thức:
 $N = 3a^3 - 5b^3 + c^3$

Lời giải

Ta có: $a^3 = b^3 - c^3 \Rightarrow a^3 - b^3 + c^3 = 0$; $b^3 = 1011 - c^3 \Rightarrow b^3 + c^3 = 1011$ (1)

Lại có: $N = 3a^3 - 5b^3 + c^3 = 3(a^3 - b^3 + c^3) - 2(b^3 + c^3)$ (2)

Lại có:

Thay (1) vào (2) ta được: $N = 3 \cdot 0 - 2 \cdot 1011 = -2022$

Vậy $N = -2022$.

Câu 34. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)

Cho ba số thực $a, b, c \neq 0$ và đôi một khác nhau thỏa mãn: $a^2 \cdot (b + c) = b^2 \cdot (a + c) = 2023$. Tính giá trị biểu thức: $H = c^2 \cdot (a + b)$.

Lời giải

Từ $a^2 \cdot (b + c) = b^2 \cdot (a + c) = 2023$

$$\frac{a}{ab+bc} = \frac{b}{ab+ac} = \frac{a-b}{-c(a-b)} = \frac{1}{-c} \quad \text{vì } a \neq b$$

$$\Rightarrow ab+bc = -ac \Rightarrow b(a+c) = -ac \Rightarrow b^2(a+c) = -abc \quad (1)$$

$$\Rightarrow ac+bc = -ab \Rightarrow c(a+b) = -ab \Rightarrow c^2(a+b) = -abc \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow c^2(a+b) = c^2(a+c)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow c^2(a+b) = c^2(a+c)$

Mà $b^2 \cdot (a + c) = 2023 \Rightarrow H = c^2 \cdot (a + b) = 2023$

Câu 35. (HSG 7 trường Kim An 2017 - 2018)

Tính giá trị của biểu thức $\frac{2a-5b}{a-3b}$ với $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\frac{2a-5b}{a-3b} = \frac{2\left(\frac{a}{b}\right) - 5}{\left(\frac{a}{b}\right) - 3} = \frac{2 \cdot \frac{3}{4} - 5}{\frac{3}{4} - 3} = \frac{14}{9}$$

Ta có:

Câu 36. (HSG 7 quận Tây Hồ 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức $C = \frac{2x-3y+4z}{x+y-3z}$ biết rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$; $4z = 3y$

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ 4z = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{z}{3} = \frac{y}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{8} = \frac{y}{12} \\ \frac{z}{9} = \frac{y}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{9}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{9} = \frac{2x-3y+4z}{16} = \frac{x+y-3z}{-7} = k \quad (k \neq 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-3y+4z = 16k \\ x+y-3z = -7k \end{cases}$$

$$C = \frac{2x - 3y + 4z}{x + y - 3z} = \frac{16k}{-7k} = -\frac{16}{7}$$

Khi đó:

$$C = -\frac{16}{7} \quad \text{khi} \quad \frac{x}{2} = \frac{y}{3}; \quad 4z = 3y.$$

Câu 37. (HSG 7 huyện Thanh Sơn 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ biết $a, b, c \neq 0$ và $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| = 0$

Lời giải

Ta có $(3a - 2b)^2 \geq 0; |4b - 3c| \geq 0$ với mọi $a, b, c \neq 0$ mà $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| = 0$

Ta có

$$3a - 2b = 0; 4b - 3c = 0 \Rightarrow 6a = 4b = 3c$$

Suy ra:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$$

$$a = 2k; b = 3k; c = 4k$$

$$A = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{8k^3 + 27k^3 + 64k^3}{24k^3} = \frac{99k^3}{24k^3} = \frac{33}{8}$$

Ta có

Câu 51. (HSG 7 thị xã Kinh Môn 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$ tại x, y thỏa mãn: $|x - 1| + (y + 2)^{20} = 0$

Lời giải

Do $|x - 1| \geq 0; (y + 2)^{20} \geq 0$ nên $|x - 1| + (y + 2)^{20} \geq 0$ với mọi x, y

Kết hợp $|x - 1| + (y + 2)^{20} = 0$ suy ra $\begin{cases} |x - 1| = 0 \\ (y + 2)^{20} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

Giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 1980$ tại $x = 1; y = -2$ là:

$$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 1980 = 2022$$

Vậy $C = 2022$

Câu 38. (HSG 7 huyện Tam Dương 2022 - 2023) Đề 382

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2023$ tại các giá trị của x, y thỏa mãn $|x + 1| + (y + 2)^{2024} = 0$

Lời giải

Ta có: $|x + 1| \geq 0; (y + 2)^{2024} \geq 0$ với mọi x, y

nên $|x + 1| + (y + 2)^{2024} = 0$ khi $|x + 1| = 0$ và $(y + 2)^{2024} = 0$

suy ra $x = -1; y = -2$

Thay $x = -1; y = -2$ vào C ta được: $C = 2.(-1)^5 - 5.(-2)^3 + 2023 = 1981$

Câu 39. (HSG 7 huyện Cẩm Khê 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^4 + 15y^{2023} + 2006$ tại x, y thỏa mãn:

$$\sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0$$

Lời giải

Vì $\sqrt{(y+1)^4} \geq 0$ với mọi y , $(2-x)^2 \geq 0$ với mọi x do đó để $\sqrt{(y+1)^4} + (2-x)^2 = 0$ thì

$y = -1; x = 2$ Thay $y = -1; x = 2$ vào C ta được: $C = 2.2^4 + 15.(-1)^{2023} + 2006 = 2023$

Vậy $C = 2023$

Câu 40. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường Minh Khai 2022 - 2023)

Tính giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$ tại x, y thỏa mãn: $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$

Lời giải

Do $|x-1| \geq 0$; $(y+2)^{20} \geq 0$ với mọi x, y .

Kết hợp $|x-1| + (y+2)^{20} = 0$ suy ra $|x-1| = 0$ và $(y+2)^{20} = 0$
 $\Rightarrow x = 1; y = -2$.

Giá trị của biểu thức: $C = 2x^5 - 5y^3 + 2025$ tại $x=1; y=-2$ là:

$$C = 2.1^5 - 5.(-2)^3 + 2025 = 2 + 40 + 2025 = 2067$$

Vậy $C = 2067$

Câu 41. (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)

Cho $R(x) = x^2 - 2x$. Tính: $S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}$

Lời giải

Ta có $R(x) = x^2 - 2x = x(x-2)$.

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{3.(3-2)} + \frac{1}{4.(4-2)} + \frac{1}{5.(5-2)} + \dots + \frac{1}{2022.(2022-2)} + \frac{1}{2023.(2023-2)} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \frac{1}{3.1} + \frac{1}{4.2} + \frac{1}{5.3} + \dots + \frac{1}{2022.2020} + \frac{1}{2023.2021} + \frac{1}{2.2023} + \frac{1}{2.2023}$$

$$= \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{2021.2023} \right) + \left(\frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.2} + \dots + \frac{1}{2020.2022} \right) + \frac{1}{2.2023}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{2021.2023} \right) + \left(\frac{2}{2.4} + \frac{2}{4.2} + \dots + \frac{2}{2020.2022} \right) \right] + \frac{1}{2.2023} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \right) \right] + \frac{1}{2.2023} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3033}{2022} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3032}{2022} = \frac{758}{1011}
 \end{aligned}$$

Câu 42. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Kim Trung 2022 - 2023)

Tính giá trị biểu thức $A = (x - 3)^{2019} + (x - y - 1)^{2020} + 2021$

biết rằng $x; y$ thỏa mãn đẳng thức $\left[(x - 2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x + 2y - 6)^2 + 9} = 19$

Lời giải

Ta có: $(x - 2)^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \left[(x - 2)^2 + 4 \right]^2 \geq 4^2 = 16 \quad (1)$$

Ta có: $(x + 2y - 6)^2 \geq 0$ với mọi $x; y \in \mathbb{R}$ nên $\sqrt{(x + 2y - 6)^2 + 9} \geq \sqrt{9} = 3 \quad (2)$

$$\Rightarrow \left[(x - 2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x + 2y - 6)^2 + 9} \geq 16 + 3 = 19$$

Từ (1) và (2)

$$\text{Vậy biểu thức } \left[(x - 2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x + 2y - 6)^2 + 9} = 19$$

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} (x - 2)^2 = 0 \\ (x + 2y - 6)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Thay $x = 2; y = 2$ vào biểu thức A đã cho ta được:

$$A = (2 - 3)^{2019} + (2 - 2 - 1)^{2020} + 2021 = (-1)^{2019} + (-1)^{2020} + 2021 = 2021$$

$$\text{Vậy } A = 2021 \text{ khi } \left[(x - 2)^2 + 4 \right]^2 + \sqrt{(x + 2y - 6)^2 + 9} = 19$$

Câu 43. (HSG 7 huyện Thường Xuân 2022 - 2023)

Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là hệ số biết: $f(x+1) - f(x) = 2x - 3$.

$$P = \frac{f(5) - f(2)}{9}$$

Tính giá trị biểu thức:

Lời giải

Do $f(x)$ là đa thức bậc hai. Gọi $f(x) = ax^2 + bx + c$

Theo đề bài: $f(x+1) - f(x) = 2x - 3$

$$\Rightarrow a(x+1)^2 + b(x+1) + c - (ax^2 + bx + c) = 2x - 3$$

$$\Rightarrow a(x^2 + 2x + 1) + b(x+1) + c - ax^2 - bx - c = 2x - 3$$

$$\Rightarrow 2ax + a + b = 2x - 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + c$$

$$P = \frac{f(5) - f(2)}{9} = \frac{5^2 - 4 \cdot 5 + c - (2^2 - 4 \cdot 2 + c)}{9} = 1$$

Khi đó:

Vậy $P = 1$

Câu 44. (HSG 7 Hâu Lộc năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Lời giải

$$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \text{ với } a, b, c \text{ thỏa mãn: } (3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$$

Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; |4b - 3c| \geq 0$ với $\forall a, b$ nên để $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$ thì:

$$\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ |4b - 3c| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$$

Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$. Thay vào Q ta có:

$$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k \cdot 3k \cdot 4k} = \frac{k^3(2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}$$

Vậy $Q = \frac{33}{8}$

Câu 45. (HSG 7 huyện Nghi Lộc, tỉnh Thanh Hoá 2022 - 2023)

Tính giá trị các biểu thức M , biết $M + (3x^2 - 4xy) = 3x^2 + 7xy - y^2$ và x, y thỏa mãn: $(x+1)^{2022} + (y-4)^{2024} \leq 0$

Lời giải

$$M + (3x^2 - 4xy) = 3x^2 + 7xy - y^2$$

$$M = (3x^2 + 7xy - y^2) - (3x^2 - 4xy)$$

$$= 3x^2 + 7xy - y^2 - 3x^2 + 4xy$$

$$= 11xy - y^2$$

Biết x, y thỏa mãn: $(x+1)^{2022} + (y-4)^{2024} \leq 0$

Vì $(x+1)^{2022} \geq 0$ với mọi x và $(y-4)^{2024} \geq 0$ với mọi y

Suy ra $\begin{cases} x+1=0 \\ y-4=0 \end{cases}$ Do đó $\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$

Thay $x=-1$ và $y=4$ vào M ta được:

$$M = 11xy - y^2 = 11 \cdot (-1) \cdot 4 - 4^2 = -60$$

Vậy $(x+1)^{2022} + (y-4)^{2024} \leq 0$ thì $M = -60$

Câu 46. (HSG 7 huyện Mỹ Đức – Hà Nội 2022 - 2023)

Cho x là số thỏa mãn điều kiện $(x-1)(x+3) - 2x + 3 \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 2023x^{2022} + 2022x^{2023} + 2023$

Lời giải

Ta có: $(x-1)(x+3) - 2x + 3 \leq 0$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 - 2x + 3 \leq 0$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 0 \quad (1)$$

Mà $x^2 \geq 0 \quad \forall x \quad (2)$

Do đó $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Thay vào biểu thức M ta được: $M = 2023 \cdot 0^{2022} + 2022 \cdot 0^{2023} + 2023 = 2023$

Vậy $M = 2023$

Câu 47. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)

Cho các số x, y thỏa mãn $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 402x^2y + 284xy^2$

Lời giải

a) Vì $(x-3)^4 \geq 0; (2y-1)^{2020} \geq 0$ với mọi x, y nên

$$(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \geq 0 \quad \text{với mọi } x, y$$

Mà theo đề bài: $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} \leq 0$

Suy ra $(x-3)^4 + (2y-1)^{2020} = 0$

Hay: $(x-3)^4 = 0$ và $(2y-1)^{2020} = 0$

suy ra $x = 3; y = \frac{1}{2}$

Khi đó tính được: $M = 2022$.

Câu 48. (HSG 7 huyện Kim Sơn, tỉnh Ninh Bình, trường 2022 - 2023)

Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$.

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy) = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\begin{cases} (2x - 5)^{2018} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2020} \geq 0 \end{cases}$$

Ta có:

$$\Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \geq 0$$

Mà $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2018} = 0 \\ (3y + 4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

Thay vào M ta được:

Câu 49. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy – Thanh Hóa 2022 - 2023)

Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn: $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0$.

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

Ta có:

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\begin{cases} (2x - 5)^{2018} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \geq 0$$

Lại có:

Mà: $(2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2018} + (3y + 4)^{2020} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2018} = 0 \\ (3y + 4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Thay vào M ta được :

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

$$M = -\frac{1159}{36}$$

Vậy

Câu 50. (HSG 7 huyện Mỹ Đức 2020 - 2021)

Cho đa thức $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$.
 Tìm đa thức M biết rằng:

Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn: $(2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \leq 0$

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\begin{cases} (2x - 5)^{2020} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2022} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \geq 0$$

Ta có:

$$\text{Mà } (2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} \leq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2020} + (3y + 4)^{2022} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 5)^{2020} = 0 \\ (3y + 4)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

. Thay vào ta được

$$M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

Câu 51. (HSG 7 huyện Như Thanh, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Cho hai số x, y thỏa mãn $(2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} \leq 0$. Tính giá trị của M biết rằng:

$$2M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

Lời giải

$$\begin{cases} (2x - 1)^{2022} \geq 0 (\forall x) \\ (3y + 6)^{2022} \geq 0 (\forall y) \end{cases} \Rightarrow (2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} \geq 0 \quad \forall (x, y)$$

Ta có:

$$\text{Mà } (2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} \leq 0 \quad \forall (x, y) \Rightarrow (2x - 1)^{2022} + (3y + 6)^{2022} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x - 1)^{2022} = 0 \\ (3y + 6)^{2022} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ 3y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases}$$

$$2M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

$$2M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy$$

$$M = (x^2 + 11xy - y^2) : 2$$

Thay vào biểu thức ta được:

$$M = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + 11 \cdot \left(\frac{1}{2} \right) \cdot (-2) - (-2)^2 \right] : 2 = -\frac{59}{8}$$

Câu 52. (HSG 7 huyện Thanh Trì, 2021 - 2022)

Cho $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $B = -3x^5y + 8xy^2$.

Lời giải

Ta có $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \geq 0$ đúng với mọi x và y .

Mà $(x+1)^{2020} + (y-2)^{2022} \leq 0$ nên $x+1=0$ và $y-2=0$

Suy ra $x=-1$ và $y=2$.

Thay $x=-1$ và $y=2$ vào B ta có $B = -3x^5y + 8xy^2 = -3 \cdot (-1)^5 \cdot 2 + 8 \cdot (-1) \cdot 2^2 = -26$

Câu 53. (HSG 7 huyện Thanh Thủy, tỉnh Phú Thọ, 2021 - 2022)

Tính giá trị của biểu thức $P = \left(-\frac{21}{22} \right)^x - \sqrt{y+1}$ với x, y thỏa mãn $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0$

Lời giải

Vì $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} \leq 0; -\left| y + \frac{3}{4} \right| \leq 0$ mà theo đề bài ta có $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0$

nên suy ra $(-7)^{2021} \cdot x^{2022} = 0$ và $y + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x=0$ và $y = -0,75$

Thay $x=0$ và $y = -0,75$ vào biểu thức P ta được:

$$P = \left(-\frac{21}{22} \right)^0 - \sqrt{-0,75+1} = 1 - 0,5 = 0,5$$

Câu 54. (HSG 7 huyện Cẩm Thủy, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$

Lời giải

Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0; |4b - 3c| \geq 0$

nên để $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$ thì $\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ |4b - 3c| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$

$$P = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{(2k)(3k)(4k)} = \frac{k^3(8 + 27 + 64)}{24k^3} = \frac{33}{8}$$

Khi đó ta có

$$P = \frac{33}{8}$$

Vậy

Câu 55. (HSG 7 huyện Tam Dương 2017 - 2018)

Cho x, y thỏa mãn $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 11x^2y + 4xy^2$

Lời giải

Vì $(x - 2)^4 \geq 0; (2y - 1)^{2018} \geq 0$ với mọi x, y nên: $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \geq 0 (\forall x, y)$

Mà theo đề bài $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \leq 0$

$$\Rightarrow (x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ 2y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$M = 11 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 22 + 2 = 24$$

Khi đó:

Câu 56. (HSG 7 huyện Bình Lục 2022 - 2023)

Cho x, y thỏa mãn $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \leq 0$. Tính giá trị của biểu thức $M = 5x^2y - 4xy^2$

Lời giải

Ta có: $(x + 2)^4 \geq 0$ với mọi x

$(2y - 1)^{2024} \geq 0$ với mọi y

$(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \geq 0$ với mọi x, y

Theo đề bài, để $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} \leq 0$ thì $(x + 2)^4 + (2y - 1)^{2024} = 0$

$$\begin{cases} (x + 2)^4 = 0 \\ (2y - 1)^{2024} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ 2y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Thay $x = -2, y = \frac{1}{2}$ vào biểu thức M ta được:

$$M = 5x^2y - 4xy^2 = 5 \cdot (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot (-2) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 12$$

Câu 57. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Tính giá trị biểu thức $P = \left(\frac{-21}{22}\right)^x - \sqrt{y+1}$ với x, y thỏa mãn: $(-5)^{2021} x^{2022} - \left|y + \frac{3}{4}\right| \geq 0$

Lời giải

$$(-5)^{2021} x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0 \Rightarrow -5^{2021} x^{2022} - \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0 \Rightarrow 5^{2021} x^{2022} + \left| y + \frac{3}{4} \right| \leq 0$$

Ta có:

$$5^{2021} x^{2022} \geq 0 \quad \forall x; \quad \left| y + \frac{3}{4} \right| \geq 0 \quad \forall y \Rightarrow 5^{2021} x^{2022} + \left| y + \frac{3}{4} \right| \leq 0$$

Vì chỉ xảy ra khi

$$5^{2021} x^{2022} + \left| y + \frac{3}{4} \right| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^{2022} = 0 \\ y + \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$+) \text{ Ta có: } P = \left(\frac{-21}{22} \right)^x - \sqrt{y+1} = \left(\frac{-21}{22} \right)^0 - \sqrt{\frac{-3}{4} + 1} = 1 - \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{2}.$$

Câu 58. (HSG 7 huyện Thường Xuân 2022 - 2023)

Cho x, y, z, t thỏa mãn: $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$

$$P = \left(\frac{x+y}{z+t} \right)^{2020} + \left(\frac{y+z}{x+t} \right)^{2021} + \left(\frac{z+t}{x+y} \right)^{2022} + \left(\frac{t+x}{z+y} \right)^{2023}$$

Tính

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$

$$\Rightarrow \frac{x}{y+z+t} + 1 = \frac{y}{z+t+x} + 1 = \frac{z}{t+x+y} + 1 = \frac{t}{x+y+z} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{y+z+t} = \frac{x+y+z+t}{z+t+x} = \frac{x+y+z+t}{t+x+y} = \frac{x+y+z+t}{x+y+z} \quad (1)$$

+ TH1: $x+y+z+t = 0$

Từ (1) $\Rightarrow x+y = -z-t; y+z = -t-x; z+t = -y-x; t+x = -y-z$

$$\Rightarrow P = \left(\frac{x+y}{z+t} \right)^{2020} + \left(\frac{y+z}{x+t} \right)^{2021} + \left(\frac{z+t}{x+y} \right)^{2022} + \left(\frac{t+x}{z+y} \right)^{2023}$$

$$= \left(\frac{-z-t}{z+t} \right)^{2020} + \left(\frac{-x-t}{x+t} \right)^{2021} + \left(\frac{-x-y}{x+y} \right)^{2022} + \left(\frac{-y-z}{z+y} \right)^{2023}$$

$$= 1 + (-1) + 1 + (-1) = 0$$

+ TH2: $x+y+z+t \neq 0$

Từ (1) $\Rightarrow y+z+t = z+t+x = t+x+y = x+y+z \Rightarrow x = y = z = t$

Thay các biến y, z, t bởi x ta được:

$$P = \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2020} + \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2021} + \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2022} + \left(\frac{x+x}{x+x}\right)^{2023} = 1+1+1+1=4$$

Vậy $P=0$ hoặc $P=4$

Câu 59. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Dân Chủ 2022 - 2023)

Cho $x+y+z=2023$ và $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{7}$. Tính $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \\ &= \left(\frac{x}{y+z} + 1\right) + \left(\frac{y}{x+z} + 1\right) + \left(\frac{z}{x+y} + 1\right) - 3 \\ &= \frac{x+y+z}{y+z} + \frac{x+y+z}{x+z} + \frac{x+y+z}{x+y} - 3 \\ &= (x+y+z) \left(\frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} + \frac{1}{x+y}\right) - 3 \end{aligned}$$

Mà $x+y+z=2023$ và $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{7}$

$$P = 2023 \cdot \frac{1}{7} - 3 = 289 - 3 = 286$$

Do đó

Câu 60. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Trần Thủ Độ 2022 - 2023)

Cho 3 số a, b, c thỏa mãn $a.b.c=1$. Tính $S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$

Lời giải

Ta có
$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+abc} + \frac{1}{abc+c+ac} \quad (\text{Vi } abc=1)$$

$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{abc}{c(ab+1+a)} \quad (\text{Vi } abc=1)$$

$$S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{a+ab+1} + \frac{ab}{ab+1+a}$$

$$S = \frac{1+a+ab}{1+a+ab} = 1$$

Câu 61. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Văn Lang 2022 - 2023)

Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$$

Tính giá trị của biểu thức:

Lời giải

$$\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$$

Từ:

$$\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

Suy ra :

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d} \quad (*)$$

Nếu $a+b+c+d = 0 \Rightarrow a+b = -(c+d) ; (b+c) = -(a+d)$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4$$

Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì từ (*), ta có $a=b=c=d$

$$M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4$$

Vậy $M=4$ nếu $a+b+c+d \neq 0$

$M = -4$ nếu $a+b+c+d = 0$

Câu 62. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Vũ Thị Thục 2022 - 2023)

Cho bốn số khác không a, b, c, d thỏa mãn điều kiện: $b^2 = a.c ; c^2 = b.d$

và $a = 2022 ; d = 2023$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$b^2 = a.c \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$c^2 = b.d \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \quad (1) \Rightarrow \frac{a^3}{b^3} = \frac{b^3}{c^3} = \frac{c^3}{d^3} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} \quad (3)$$

Mặt khác: $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \quad (2)$

Từ (1) (2) ta có: $\frac{a^3}{b^3} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d} \quad (4)$

Từ (3) (4) ta có: $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{a}{d} = \frac{2022}{2023}$

$$E = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{b^3 + c^3 + d^3} = \frac{2022}{2023}$$

Vậy

Câu 63. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Lê Tư Thành 2022 - 2023)

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn

$$A = 2022.x + y^{2023} + z^{2023}$$

Tính giá trị của biểu thức:

Lời giải

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$$

$$\frac{1}{x+y+z} = 2 \Rightarrow x+y+z = 0,5 \Rightarrow \frac{0,5-x+1}{x} = \frac{0,5-y+2}{y} = \frac{0,5-z-3}{z} = 2$$

$$\text{Suy ra } x = \frac{1}{2}; y = \frac{5}{6}; z = -\frac{5}{6}$$

$$\text{Khi đó ta có } 2022.x + y^{2023} + z^{2023} = 2022.0 = 1011$$

$$\text{Vậy với } x, y, z \text{ là các số thực thỏa mãn } \frac{y+z+1}{x} = \frac{x+z+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

$$\text{thì giá trị của biểu thức } 2022.x + y^{2023} + z^{2023} \text{ là } 1011$$

Câu 64. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Thái Bình, trường 2022 - 2023)

$$\text{Cho } a+b+c=2022 \text{ và } \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{2022}. \text{ Tính } S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$$

Lời giải

Vì $a+b+c=2022$ nên:

$$a = 2022 - (b+c), b = 2022 - (a+c), c = 2022 - (a+b)$$

Do đó:

$$S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = \frac{2022 - (b+c)}{b+c} + \frac{2022 - (a+c)}{a+c} + \frac{2022 - (a+b)}{a+b}$$

$$= 2022. \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} \right) - 3 = 2022. \frac{1}{2022} - 3 = 1 - 3 = -2$$

Câu 65. (HSG 7 thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định, 2022 - 2023)

$$\text{Cho ba số } x, y, z \text{ là ba số khác } 0 \text{ thỏa mãn điều kiện } \frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z}. \text{ Hãy}$$

$$\text{tính giá trị của biểu thức: } C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right)$$

Lời giải

Với ba số x, y, z là ba số khác 0 và áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{y+z-x}{x} = \frac{z+x-y}{y} = \frac{x+y-z}{z} = \frac{y+z-x+z+x-y+x+y-z}{x+y+z} = \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$$

Ta có

$$\Rightarrow \begin{cases} y+z-x=x \\ x+z-y=y \\ x+y-z=z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+z=2x \\ x+z=2y \\ x+y=2z \end{cases}$$

$$C = \left(1 + \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right) \left(1 + \frac{z}{x}\right) = \left(\frac{x+y}{y}\right) \left(\frac{y+z}{z}\right) \left(\frac{z+x}{x}\right) = \frac{2z}{y} \cdot \frac{2x}{z} \cdot \frac{2y}{x} = 8$$

Câu 66. (HSG 7 huyện Thanh Thủy; huyện Hưng Hà, tỉnh, trường Hồng Lĩnh 2022 - 2023)

Cho a, b, c là ba số thực khác 0 , thỏa mãn: $\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$

$$C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Hãy tính giá trị của biểu thức

Lời giải

$$\frac{a+b-2023c}{c} = \frac{b+c-2023a}{a} = \frac{c+a-2023b}{b}$$

Ta có

$$\Rightarrow \frac{a+b-2023c}{c} + 2024 = \frac{b+c-2023a}{a} + 2024 = \frac{c+a-2023b}{b} + 2024$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{c} = \frac{b+c+a}{a} = \frac{c+a+b}{b}$$

+ Nếu $a+b+c \neq 0$ thì $a=b=c$

$$\Rightarrow C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

+ Nếu $a+b+c = 0$ thì $a+b = -c$, $a+c = -b$, $b+c = -a$

$$\Rightarrow C = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{a+b}{a}\right) \left(\frac{a+c}{c}\right) \left(\frac{c+b}{b}\right) = \frac{(-a) \cdot (-b) \cdot (-c)}{a \cdot b \cdot c} = -1$$

Vậy $C = 8$ hoặc $C = -1$.

Câu 67. (HSG 7 huyện Ngọc Lặc, trường Nguyệt Án 2022 - 2023)

a) Cho a, b, c là ba số thực khác 0 thỏa mãn điều kiện: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$

$$M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$$

Hãy tính giá trị của biểu thức

b) Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$. Tính giá trị biểu thức. $C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2}$

Lời giải

a) + Nếu $a+b+c \neq 0$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, Ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$$

$$\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$$

Mà

$$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$$

$$M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$$

Vậy:

+ Nếu $a+b+c = 0$

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = -2$$

Ta có:

$$\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = -1$$

mà

$$\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = -1$$

$$M = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = -1$$

Vậy

b) Đặt $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = k \Rightarrow \begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \end{cases}$. Khi đó:

$$C = \frac{5x^2 + 3y^2}{10x^2 - 3y^2} = \frac{5(3k)^2 + 3(5k)^2}{10(3k)^2 - 3(5k)^2} = \frac{45k^2 + 75k^2}{90k^2 - 75k^2} = \frac{120k^2}{15k^2} = 8$$

Câu 68. (HSG 7 huyện Tam Nông 2022 - 2023)

Cho các số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a}$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = \frac{a^2b + b^2c + c^2a}{a^3 + b^3 + c^3} + \frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ca}{b^2}$$

Lời giải

Từ $\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a} \Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{b+c}{bc} = \frac{c+a}{ca}$ (a, b, c khác 0)

$$\Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = b = c$$

Đặt $a = b = c = k$ ($k \neq 0$)

$$M = \frac{k^3 + k^3 + k^3}{k^3 + k^3 + k^3} + \frac{k^2}{k^2} + \frac{k^2}{k^2} + \frac{k^2}{k^2} = 4$$

Khi đó

Câu 69. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, tỉnh Thanh Hóa, 2021 - 2022)

Cho: $2a - b = \frac{2}{3}(a + b)$. Tính $M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}$.

Lời giải

Ta có: $2a - b = \frac{2}{3}(a + b) = \frac{2}{3}a + \frac{2}{3}b \Rightarrow \frac{4a}{3} = \frac{5b}{3} \Rightarrow 4a = 5b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{4}$

$$\Rightarrow \frac{a^4}{b^4} = \frac{5^4}{4^4} = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4}$$

$$\Rightarrow M = \frac{a^4 + 5^4}{b^4 + 4^4} = \frac{5^4}{4^4} = \frac{625}{256}$$

Vậy $M = \frac{625}{256}$.

Câu 70. (HSG 7 huyện, tỉnh Lào Cai 2022 - 2023)

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$ và $4x^3 - 3 = 29$. Tính giá trị biểu thức $A = x - 2y + 3z$.

Lời giải

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$ và $4x^3 - 3 = 29$. Tính giá trị biểu thức $A = x - 2y + 3z$.

Ta có: $4x^3 - 3 = 29 \Rightarrow 4x^3 = 32 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$

Thay $x = 2$ vào

$\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$ ta được: $\frac{2+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} \Rightarrow 2 = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$

Suy ra: $\frac{y-25}{-16} = 2 \Rightarrow y - 25 = -32 \Rightarrow y = -7$; $\frac{z+49}{25} = 2 \Rightarrow z + 49 = 50 \Rightarrow z = 1$

Thay $x = 2; y = -7; z = 1$ vào A ta được: $A = 2 - 2(-7) + 3.1 = 19$

Vậy giá trị của biểu thức $A = 19$.

Câu 71. (HSG 7 huyện Hưng Hà, tỉnh Hải Dương, trường Trần Đức Thông 2022 - 2023)

Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$.

Hãy tính giá trị của biểu thức : $P = a^{2022} + b^{2023}$

Lời giải

Ta có : $a^{102} + b^{102} = (a^{101} + b^{101}) \cdot (a + b) - ab \cdot (a^{100} + b^{100})$ với mọi a, b (1)

Mà $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$ (2)

Từ (1) và (2): $1 = (a + b) - ab$

$$(a - 1) \cdot (b - 1) = 0$$

TH1: $a = 1$

$$1^{100} + b^{100} = 1^{101} + b^{101} = 1^{102} + b^{102}$$

$$b^{100} = b^{101} = b^{102}$$

$$b = 0 \text{ hoặc } b = 1$$

Do $b > 0$ nên $b = 1$

TH2: $b = 1$

$$1^{100} + a^{100} = 1^{101} + a^{101} = 1^{102} + a^{102}$$

$$a^{100} = a^{101} = a^{102}$$

$$a = 0 \text{ hoặc } a = 1$$

Do $a > 0$ nên $a = 1$

Do đó $P = a^{2022} + b^{2023} = 1^{2022} + 1^{2023} = 2$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>