**HH12 – CHƯƠNG 3**

**§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG**

Thời lượng dự kiến: 5 tiết

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**I. ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN**

**1.Tích có hướng của hai vectơ**

Trong không gian  cho hai vectơ  và . Khi đó

.

**2. Phương trình mặt phẳng.**

Trong không gian mặt phẳng  đi qua điểm  và có một vec tơ pháp tuyến có phương trình dạng: 

**3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng.**

Trong không gian , cho hai mặt phẳng  lần lượt có phương trình , , với

Gọi là VTPT ;

 là VTPT, .

Khi đó:

.

 .

cắt 

THđặc biệt:

.

**4. Góc giữa hai mặt phẳng.**

Trong không gian , cho hai mặt phẳng  lần lượt có phương trình , , với

Gọi là VTPT ;

 là VTPT, .

Góc giữa hai mặt phằng  và, kí hiệu  là góc.

Từ đó suy ra .

và có công thức tính như sau:

**B. LUYỆN TẬP**

**I. Các ví dụ**

**⮚ VD1:** Cho ba điểm , , . Tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  song song với .

**Lời giải**

Ta có .

Do mặt phẳng  song song với  nên  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

**⮚ VD2:** Cho ba điểm , , . Viết phương trình mặt phẳng  đi qua trọng tâm của  và vuông góc với .

**Lời giải**

Ta có .

Do mặt phẳng  đi qua nên có phương trình là

.

**⮚ VD3:** Tìm  để  song song với .

**Lời giải**

Ta có .

Do mặt phẳng  cùng phương.

Hay .

**⮚ VD4:** Tính góc giữa hai mặt phẳng:  và .

**Lời giải**

Ta có .

Và: .

Hay .

**⮚ VD5:** Tìm  để điểm  thuộc mặt phẳng.

**Lời giải**

Ta có điểm  thuộc mặt phẳng thì toạ độ  thoã mãn .

**II. Bài tập trắc nghiệm**

1. **[Mức độ 1]** Toạ độ vecto pháp tuyến của mặt phẳng có cặp vecto chỉ phương , là:

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: .

Khi đó .

1. **[Mức độ 1]** Toạ độ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm , ,  là?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có .

1. **[Mức độ 2]** Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  với  là?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có ; Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng .

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  đi qua  và nhận làm VTPT là: .

1. **[Mức độ 2]** Viết phương trình mặt phẳng  biết  đi qua  và  song song với 

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì .

Donên .

Hay .

1. **[Mức độ 2]** Mặt phẳng  qua  cắt các trục toạ độ tại  sao cho  là trọng tâm của tam giác  có phương trình là . Gía trị của  bằng

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Giả sử

cho  là trọng tâm của tam giác  nên cho 

Phương trình mặt phẳng  có dạng:

nên ta có:  hay 

1. **[Mức độ 2]** Cho hai mặt phẳng  và và song song với nhau.Tính tổng  bằng

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có .

Do mặt phẳng  cùng phương.

Hay .

1. **[Mức độ 2]** Trong không gian  cho mặt phẳng  và  . Tìm để 

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có ,

Do mặt phẳng .

1. **[Mức độ 2]** Tính góc giữa hai mặt phẳng:  và .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có .

Và: .

Hay .

1. **[Mức độ 2]** Điểm thuộc mặt phẳng  khi đó  thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Điểm thuộc mặt phẳng  thì .

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. **[2H3-2.1-1] (THPT Ngô Quyền - Hà Nội - Lần 01 - Năm 2018 - 2019)** Toạ độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  đi qua ba điểm , ,  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có .

Gọi  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

Do  đi qua ba điểm  nên , ta chọn .

1. **[2H3-2.1-2] (THPT Cụm Trần Kim Hưng - Hưng Yên - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ , cho điểm ,  và  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng . Một vectơ pháp tuyến của  có tọa độ là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

 là mặt phẳng trung trực của  nên nhận  làm một véctơ pháp tuyến.

Suy ra  cũng là một véctơ pháp tuyến của .

1. **[2H3-2.4-1]** Trong không gian , mặt phẳng  đi qua điểm nào dưới đây?

**A.**  **B.**  **C. ** **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Điểm  có tọa độ thỏa mãn phương trình mặt phẳng  nên .

1. **[2H3-2.5-1] (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - Lần 4 - 2018 - 2019)** Trong không gian , cho hai mặt phẳng , . Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

 là một véctơ pháp tuyến của .

 là một véctơ pháp tuyến của .

Gọi  là góc giữa hai mặt phẳng  và  .

1. **[2H3-2.3-1] (THPT Trần Phú - Hải Phòng - Lần 03 - Năm - 2018 -2019)** Trong không gian  cho hai mặt phẳng  và . Với giá trị nào của  thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có mặt phẳng  và  lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là  và .

Hai mặt phẳng  và  vuông góc với nhau khi và chỉ khi

1. . **[2H3-2.11-2] (THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - Năm 2019 - 2020)** Trong không gian . Cho hai điểm  và  Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  có phương trình là

**A.** **. B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng , suy ra 

Gọi là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng , ta có 

Nên mặt phẳng nhận làm một vectơ pháp tuyến suy ra cũng có thể nhận véc-tơ làm một véc-tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng  qua  và có vectơ pháp tuyến  có phương trình là: 

1. **[2H3-2.11-2] (Love book - Đề số 15 - Năm 2018 - 2019)** Cho ba điểm . Lập phương trình mặt phẳng . biết điểm  là hình chiếu vuông góc của điểm  lên trục .

**A.  B.  C.  D. **

**Lời giải**

**Chọn D**

Có 

Theo phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, có 

1. **[2H3-2.5-2] (THPT Nguyễn Khuyến-Lần 5-2018-2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ, cho điểm ,  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  xuống mặt phẳng, số đo góc giữa mặt  và mặt phẳng 

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**

**Chọn C**

qua O và nhận làm VTPT

 có VTPT .

Ta có .

1. **[2H3-2.3-2] (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - Lần 05 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian , cho  và mặt phẳng .  là mặt phẳng song song với  đồng thời đường thẳng  cắt  tại  sao cho . Mặt phẳng có phương trình là:

**A. ** hoặc ****. **B. **.

**C. **. **D. ** hoặc.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  thẳng hàng và  nên



Mặt phẳng  qua  song song với mặt phẳng  nên phương trình của mặt phẳng là:

hoặc ****.

1. **[2H3-2.4-2] (THPT Sơn Tây- Hà Nội- Lần 02- Năm 2018- 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng  và điểm . Gọi  sao cho . Tính .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  là hình chiếu vuông góc của  lên .

 và  cùng phương với VTPT của  .

 Tọa độ của  là nghiệm của hệ: .

1. **[2H3-2.4-3] (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - Lần 01 - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng  và hai điểm . Điểm  thuộc  sao cho tam giác  vuông tại  và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  với  là hình chiếu vuông góc của  lên .

Do  không đổi nên  nhỏ nhất khi  nhỏ nhất.



 nhỏ nhất khi nằm trên giao tuyến của mặt phẳng  và ;

với  là mặt phẳng chứa  và vuông góc với mp.

phương trình mp là .

nằm trên giao tuyến của mặt phẳng  và  nên tọa độ  là nghiệm của hệ phương trình  với .

Ta có .

Tam giác  vuông tại  nên 

.

+ .

1. **[2H3-2.3-3] (ĐTD - ĐỀ 01 - NĂM 2018-2019)** Trong không gian với hệ tọa độ , cho điểm , gọi , ,  lần lượt là hình chiếu của  trên , , . Mặt phẳng nào sau đây song song với ?

**A.** **. B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

.

Vậy .

Mặt phẳng qua điểm  có véc tơ pháp tuyến  có phương trình.

1. **[2H3-2.5-3] (SGD Đà Nẵng - Năm 2018 - 2019)** Trong không gian , cho hai điểm ,  và mặt phẳng . Tọa độ điểm  trên trục  sao cho mặt phẳng  hợp với mặt  một góc  là

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

• Lấy ;  là VTPT của .

• Mặt phẳng  có VTPT .

• Ycbt  Tìm  sao cho 



.

• Vậy  thoả ycbt.