

MỤC LỤC

1. Mở đầu.....	Trang 1
+ Lí do chọn đề tài.....	Trang 1
+Mục đích nghiên cứu.....	Trang 1
+Đối tượng nghiên cứu.....	Trang 2
+Phương pháp nghiên cứu.....	Trang 2
2. Nội dung sang kiến kinh nghiệm.....	Trang 2
2.1 Cơ sở lí luận của sang kiến kinh nghiệm.....	Trang 2
2.2 Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sang kiến kinh nghiệm.....	Trang 2
2.3 Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.....	Trang 3
2.3.1: Bài toán 1:.....	Trang 3
2.3.2: Bài toán 2:.....	Trang 6
2.3.3: Bài toán 3:.....	Trang 8
Bài tập:.....	Trang 10
2.4 Hiệu quả của sang kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.....	Trang 14
3. Kết luận, kiến nghị.....	Trang 15
Tài liệu tham khảo.....	Trang 16
Phụ lục	

1. Mở đầu

Lí do chọn đề tài

Trong quá trình giảng dạy môn toán ở trường phổ thông, tôi nhận thấy học sinh lớp 11 rất e ngại học phần hình học không gian vì các em nghĩ rằng nó trừu tượng, thiếu tính thực tế. Do vậy mà có rất nhiều học sinh học yếu phần học này. Trên thực tế, hình học không gian giữ một vai trò, vị trí hết sức quan trọng vì nó không chỉ cung cấp cho học sinh kiến thức, kĩ năng giải toán hình học không gian mà còn rèn luyện cho học sinh đức tính, phẩm chất của con người lao động mới: cẩn thận, chính xác, bồi dưỡng óc thẩm mĩ, tư duy sáng tạo cho học sinh....Thêm vào đó hình học không gian còn là một phần rất quan trọng trong nội dung thi THPTQG của Bộ giáo dục, nếu học sinh không nắm kỹ bài thì các em sẽ gặp nhiều lúng túng, khó khăn khi làm bài về phần này trong đề thi.

Qua quá trình công tác, giảng dạy nhiều năm tôi cũng đúc kết được một số kinh nghiệm nhằm giúp các em tiếp thu kiến thức được tốt hơn, từ đó mà chất lượng giảng dạy cũng như học tập của học sinh ngày được nâng lên. Do đây là phần nội dung kiến thức mới nên nhiều học sinh còn chưa quen với tính tư duy trừu tượng của nó, nên tôi nghiên cứu nội dung này nhằm tìm ra những phương pháp truyền đạt phù hợp với học sinh, bên cạnh đó cũng nhằm tháo gỡ những vướng mắc, khó khăn mà học sinh thường gặp phải với mong muốn nâng dần chất lượng giảng dạy nói chung và môn hình học không gian nói riêng.

Từ lý do trên tôi đã khai thác, hệ thống hóa các kiến thức, tổng hợp các phương pháp thành một chuyên đề: ***“Phân loại và phương pháp giải một số bài toán về quan hệ vuông góc trong không gian”*** .

Mục đích nghiên cứu

Qua chuyên đề này tôi mong muốn sẽ cung cấp cho học sinh lớp 11 thêm một số kỹ năng cơ bản, phương pháp chứng minh của một số dạng bài toán liên quan đến quan hệ vuông góc trong không gian. Học sinh thông hiểu và trình bày bài toán đúng trình tự, đúng logic, không mắc sai lầm khi giải toán.

Đối tượng nghiên cứu:

Đối tượng nghiên cứu trong đề tài là học sinh khối 11 qua các năm giảng dạy từ trước đến nay và hiện nay.

Phương pháp nghiên cứu:

Nghiên cứu cơ sở lý luận có liên quan đến đề tài, nghiên cứu cấu trúc nội dung chương trình SGK Hình học 11, sách bài tập, sách tham khảo,... Nghiên cứu khả năng tiếp thu của học sinh để có cách trình bày thật dễ hiểu, phù hợp với từng đối tượng học sinh.

2. NỘI DUNG CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2.1 Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm:

Khi giải một bài toán về chứng minh quan hệ vuông góc trong không gian ngoài yêu cầu đọc kỹ đề bài, phân tích giả thiết, vẽ hình đúng ta còn phải chú ý đến nhiều yếu tố khác như: Có cần xác định thêm các yếu tố khác trên hình vẽ hay không? Hình vẽ thể hiện hết các yêu cầu của đề bài hay chưa? Để giải quyết vấn đề này ta phải bắt đầu từ đâu ? Nội dung kiến thức nào liên quan đến vấn đề được đặt ra, trình bày nó như thế nào cho chính xác và logic... có được như thế mới giúp chúng ta giải quyết được nhiều bài toán mà không gặp phải khó khăn. Ngoài ra chúng ta còn nắm vững hệ thống lý thuyết, phương pháp chứng minh cho từng dạng toán như: chứng minh hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc...

2.2 Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Tôi yêu cầu học sinh thực hiện một số bài tập:

Bài toán: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, SA vuông góc với $(ABCD)$. α là góc hợp bởi cạnh bên SC với $(ABCD)$ với $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

1. Chứng minh: $BD \perp SC$; $(SAD) \perp (SCD)$

2. Chứng minh tam giác SBC vuông.

***Số liệu cụ thể trước khi thực hiện đề tài**

Kết quả của lớp 11C₁₂ (sĩ số 48)

	Làm đúng	Làm sai	Số h/s không có lời lời giải
Câu 1	20	18	10
Câu 2	18	22	8

Như vậy với một bài toán khá quen thuộc thì kết quả đạt được là rất thấp; sau khi nêu lên lời giải và phân tích thì hầu hết các em học sinh đều hiểu bài và tỏ ra hứng thú.

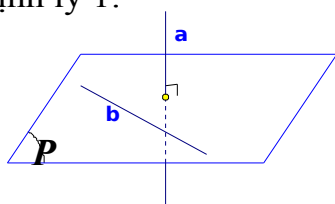
2.3 Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.

2.3.1 Bài toán 1: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

Cách 1 : Dùng các quan hệ vuông góc đã biết trong mặt phẳng.

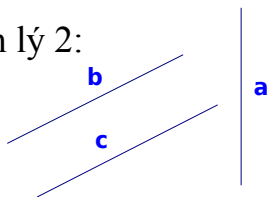
Cách 2 : Dùng định nghĩa: $a \perp b \Leftrightarrow \text{góc}(a;b) = 90^\circ$.

Cách 3: Dùng định lý 1:



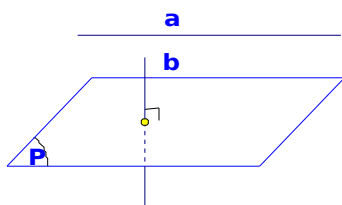
$$\left. \begin{array}{l} a \perp (P) \\ b \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp b$$

Cách 4: Dùng định lý 2:



$$b // c, a \perp b \Rightarrow a \perp c$$

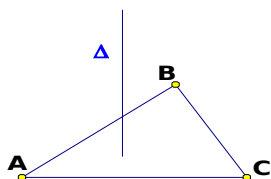
Cách 5: Dùng định lý 3:



$$\left. \begin{array}{l} a \text{ song song } (P) \\ b \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp b$$

Cách 6 : Sử dụng định lý ba đường vuông góc.

Cách 7: Dùng hệ quả: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì vuông góc với cạnh còn lại của tam giác



$$\left. \begin{array}{l} \Delta \perp AB \\ \Delta \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \perp BC$$

***) Các ví dụ mẫu:**

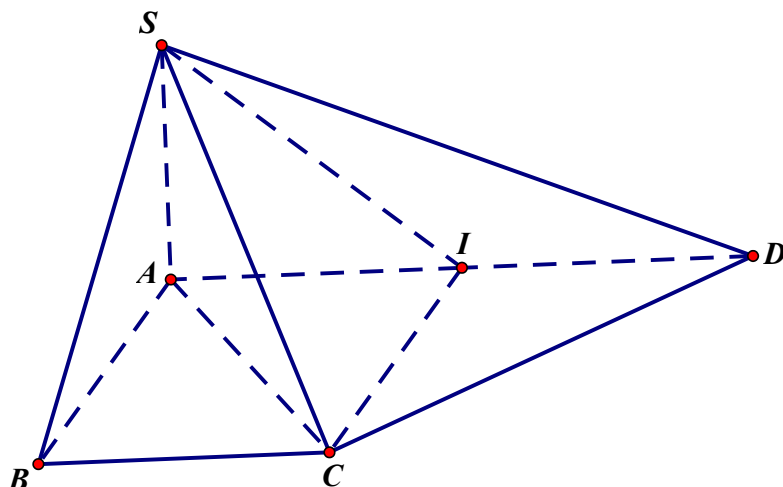
Phương pháp: Ta thường sử dụng định lý 1 hoặc là các cách chứng minh vuông góc có trong hình học phẳng.

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $SA \perp (ABCD)$, $AD=2a$, $AB=BC=a$. Chứng minh rằng: tam giác SCD vuông

Giải: Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABCD) \\ CD \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp CD(1)$$

+ Gọi I là trung điểm của AD.
Tứ giác ABCI là hình vuông.
Do đó, $\angle ACI = 45^\circ (*)$. Mặt khác, $\triangle CID$ là tam giác vuông cân tại I nên: $\angle DCI = 45^\circ (**)$.



Từ (*) và (**) suy ra: $\angle ACD = 90^\circ$ hay $AC \perp CD$ (2)

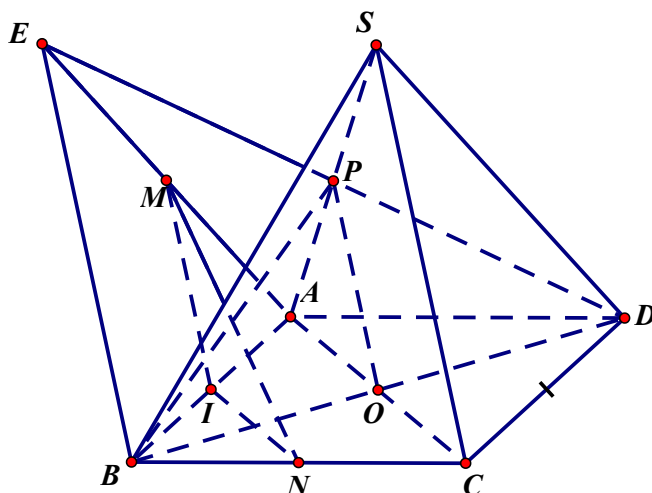
Từ (1) và (2) suy ra: $CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp SC$ hay $\triangle SCD$ vuông tại C

Ví dụ 2: Cho hình chóp đều S.ABCD đáy ABCD là hình vuông, E là điểm đối xứng của D qua trung điểm SA. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AE và BC. CMR: $MN \perp BD$

Giải: Gọi I, P lần lượt là trung điểm của AB và SA, O là giao điểm của AC và BD.

$$\left. \begin{array}{l} IN \parallel AC \\ AC \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp IN(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} IM \parallel BE \\ BE \parallel PO \end{array} \right\} \Rightarrow IM \parallel PO(*)$$



Mà $PO \perp BD(**)$ (vì: BPD là tam giác cân tại P và O là trung điểm của BD)

Từ (*) và (**) ta có: $BD \perp IM(2)$

Từ (1) và (2) ta có: $BD \perp (IMN) \Rightarrow BD \perp MN$

Các điểm cần chú ý khi giải ví dụ 2:

+ Chọn mp(IMN) với I là trung điểm của AB (vì $BD \perp AC$ nên chọn mp chứa MN và vuông góc với BD là mp(IMN))

+ Sử dụng các giả thiết trung điểm để chứng minh song song.

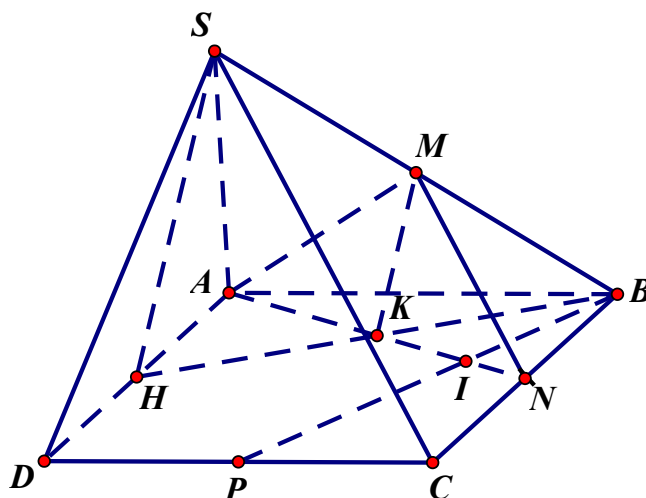
+ Sử dụng định lý: $\left. \begin{matrix} a // b \\ a \perp c \end{matrix} \right\} \Rightarrow b \perp c$

Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình vuông, tam giác SAD đều, $(SAD) \perp (ABCD)$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC và CD. Chứng minh rằng: $AM \perp BP$

Giải: Gọi I là giao điểm của AN và BP, H là trung điểm của AD, K là giao điểm của AN và BH.

Xét hai tam giác vuông ABN và BCP có: $AB=BC$, $BN=CP$. Suy ra, $\triangle ABN = \triangle BCP$

$\Rightarrow \angle BAN = \angle CBP, \angle ANB = \angle BPC$ mà $\angle BAN + \angle ANB = 90^\circ \Rightarrow \angle CBP + \angle ANB = 90^\circ$ hay $AN \perp BP$ (1)



Vì $\triangle SAD$ đều nên: $\left. \begin{matrix} SH \perp AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ BP \subset (ABCD) \end{matrix} \right\} \Rightarrow SH \perp BP(*)$.

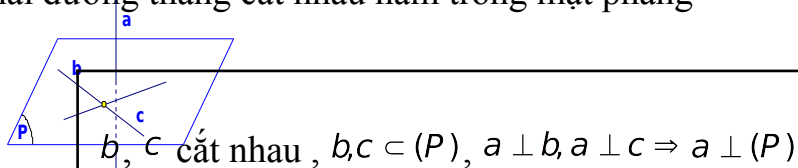
Mặt khác, tứ giác ABNH là hình chữ nhật nên K là trung điểm của HB hay $MK // SH(**)$

Từ (*) và (**) suy ra: $BP \perp MH(2)$

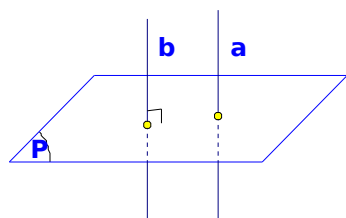
Từ (1), (2) suy ra: $BP \perp (AMN) \Rightarrow BP \perp AM$

2.3.2 Bài toán 2: Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Cách 1 : *Dùng định lý*: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng khi nó vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng

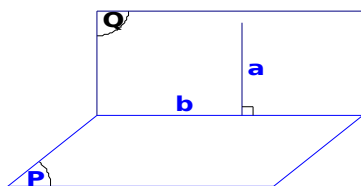


Cách 2 : *Dùng hệ quả*: Cho hai đường thẳng // nếu đường thẳng này vuông góc với mặt phẳng thì đường thẳng kia cũng vuông góc với mặt phẳng



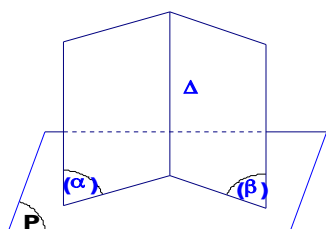
$$a // b, b \perp (P) \Rightarrow a \perp (P)$$

Cách 3 : *Dùng hệ quả*: Cho hai mặt phẳng vuông góc theo giao tuyến b, nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng này vuông góc với giao tuyến b thì đường thẳng a cũng vuông góc với mặt phẳng kia



$$\left. \begin{array}{l} (P) \cap (Q) = b \\ a \subset (Q), a \perp b \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (P)$$

Cách 4 : *Dùng hệ quả*: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của hai mặt phẳng này cũng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó



$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \cap (\beta) = \Delta \\ (\alpha) \perp (P), (\beta) \perp (P) \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \perp (P)$$

***) Các ví dụ mẫu:**

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $SA \perp (ABC)$

a) Chứng minh rằng: $BC \perp (SAC)$

b) Gọi E là hình chiếu vuông góc của A trên SC . Chứng minh rằng: $AE \perp (SBC)$

c) Gọi $mp(P)$ đi qua AE và vuông góc với (SAB) , cắt SB tại D . Chứng minh rằng: $SB \perp (P)$

d) Đường thẳng DE cắt BC tại F . Chứng minh rằng: $AF \perp (SAB)$

Giải: a) Ta có: $BC \perp AC$ (gt) (1)

Mặt khác, vì

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $BC \perp (SAB)$

b) Ta có: $AE \perp SC$ (3) (gt)

Theo a) $BC \perp (SAB) \Rightarrow AE \perp BC$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $AE \perp (SBC)$

c) Ta thấy: $(P) \equiv (ADE)$

Theo b) $AE \perp (SBC) \Rightarrow BC \perp AE$ (5)

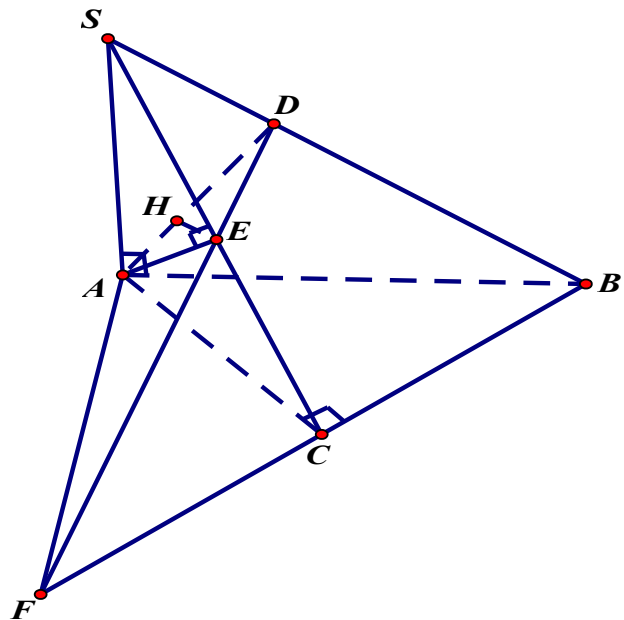
Trong $mp(ADE)$ kẻ $EH \perp AD, H \in AD$

$$\left. \begin{array}{l} (ADE) \perp (SAB) \\ \forall (ADE) \cap (SAB) = AD \\ EH \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow EH \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp EH \quad (6)$$

Từ (5) và (6) suy ra: $SB \perp (ADE)$ hay $SB \perp (P)$

$$\text{d) Từ } \left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ AF \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow AF \perp SA \quad (7)$$

Theo c) $SB \perp (ADE) \Rightarrow AF \perp SB$ (8). Từ (7) và (8) suy ra: $AF \perp (SAB)$



Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB là tam giác đều, $(SAB) \perp (ABCD)$. Gọi I, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Chứng minh rằng: $FC \perp (SID)$

Giải: Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} SI \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ SI \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow SI \perp CF \quad (1)$$

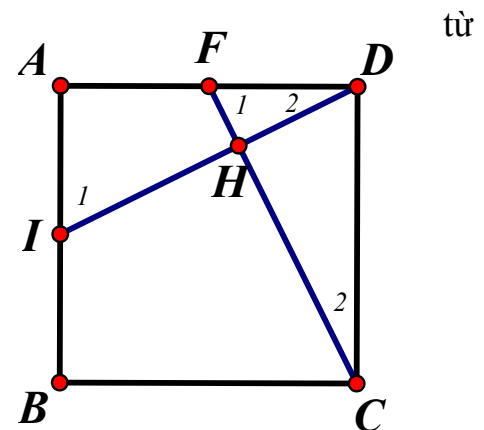
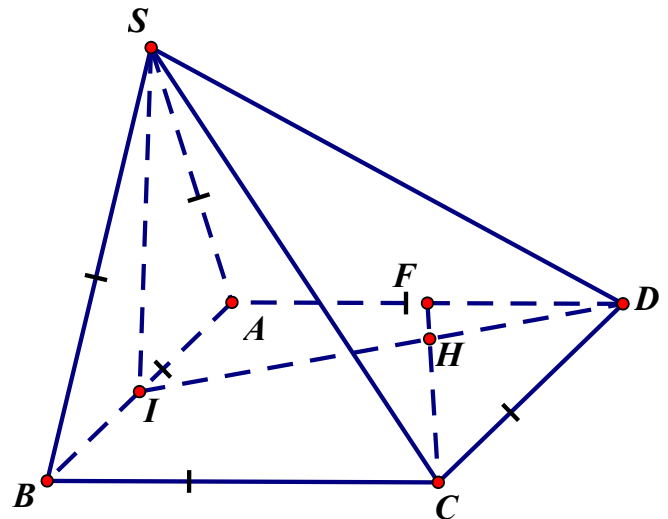
Mặt khác, xét hai tam giác vuông ADI và DFC có: $AI=DF$, $AD=DC$. Do đó, $\triangle AID = \triangle DFC$

$$\left. \begin{array}{l} \angle I_1 = \angle F_1 \\ \angle D_2 = \angle C_2 \\ \angle I_1 + \angle D_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle F_1 + \angle D_2 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FHD = 90^\circ$$

Hay $CF \perp ID$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $FC \perp (SID)$



2.3.3 Bài toán 3: Chứng minh mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng.

Cách 1 : Chứng minh góc giữa chúng là một vuông.

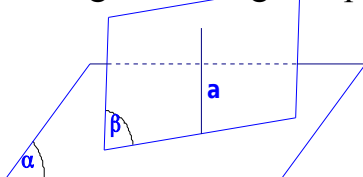
$$\bullet (\alpha) \cap (\beta) = \Delta, Ox \subset (\alpha), Ox \perp \Delta, Oy \subset (\beta), Oy \perp \Delta$$

Khi đó:

$$\text{góc}((\alpha), (\beta)) = \text{góc}(Ox, Oy) = \angle Oy = \varphi : 0 \leq \varphi \leq 90^\circ$$

$$\bullet (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow \varphi = 90^\circ$$

Cách 2 : **Dùng hệ quả:** Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau nếu có một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này vuông góc với mặt phẳng kia.



$$\left. \begin{array}{l} a \subset (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$$

***) Các ví dụ mẫu:**

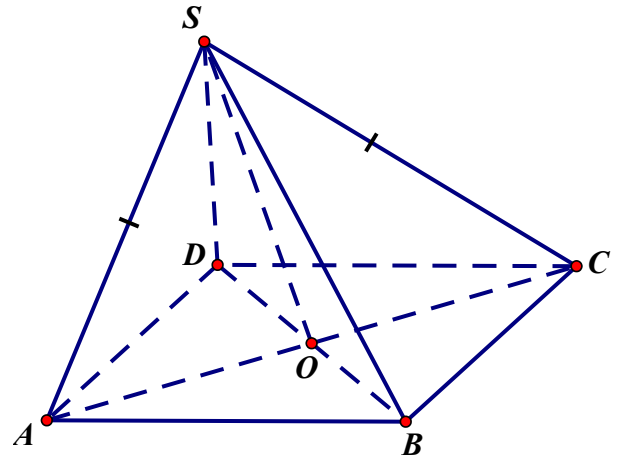
Phương pháp: Sử dụng cách 2

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy ABCD là hình thoi, $SA=SC$. Chứng minh rằng: $(SBD) \perp (ABCD)$

Giải: + Ta có: $AC \perp BD$ (1) (giả thiết)

+ Mặt khác, $SO \perp AC$ (2) (SAC là tam giác cân tại S và O là trung điểm của AC nên SO là đường cao của tam giác)

+ Từ (1) và (2) suy ra: $AC \perp (SBD)$ mà $AC \subset (ABCD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$



Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD, I là giao điểm của AC và BM. Chứng minh rằng: $(SAC) \perp (SMB)$

Giải:

+ Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BM$ (1).

+ Xét tam giác vuông ABM có:

$$\tan \angle AMB = \frac{AB}{AM} = \sqrt{2}. \text{ Xét tam giác}$$

vuông ACD có: $\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Ta

có:

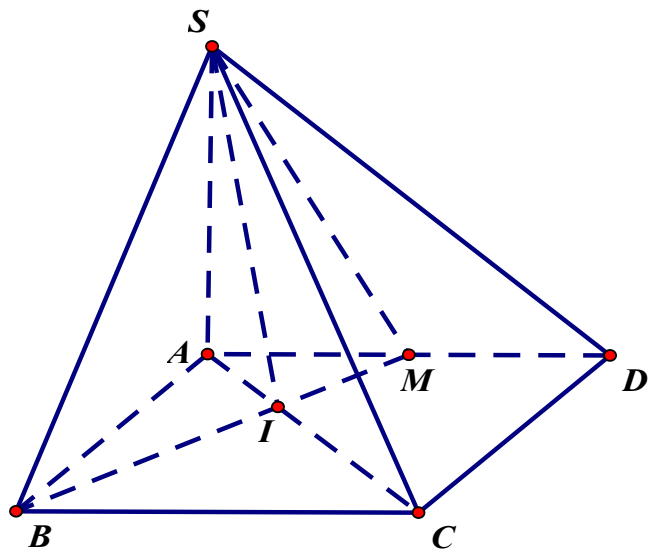
$$\cot \angle AIM = \cot(180^\circ - (\angle AMB + \angle CAD)) =$$

$$= \cot(\angle AMB + \angle CAD) = 0$$

$$\Rightarrow \angle AIM = 90^\circ$$

Hay $BM \perp AC$ (2).

+ Từ (1) và (2) suy ra: $BM \perp (SAC)$ mà $BM \subset (SMB)$ nên $(SAC) \perp (SMB)$



***) Bài tập:**

Bài tập 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm của BC , D là điểm đối xứng với A qua I , $SD \perp (ABC)$, $SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Chứng minh rằng:

a) $(SBC) \perp (SAD)$

b) $(SAB) \perp (SAC)$

Bài tập 2: Cho hình chóp $SABCD$, có đáy là hình vuông tâm O . $SA \perp (ABCD)$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC, SD .

a) CMR: $BC \perp (SAB)$, $CD \perp (SAD)$, $BD \perp (SAC)$.

b) CMR: AH, AK cùng vuông góc với SC . Từ đó suy ra 3 đường thẳng AH, AI, AK cùng nằm trong một mặt phẳng.

c) CMR: $HK \perp (SAC)$. Từ đó suy ra $HK \perp AI$.

Bài tập 3: Cho tứ diện $SABC$ có tam giác ABC vuông tại B ; $SA \perp (ABC)$.

a) Chứng minh: $BC \perp (SAB)$.

b) Gọi AH là đường cao của $\triangle SAB$. Chứng minh: $AH \perp SC$.

Bài tập 4: Cho hình chóp $SABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết: $SA = SC$, $SB = SD$.

a) Chứng minh: $SO \perp (ABCD)$.

b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BA, BC . CMR: $IJ \perp (SBD)$.

Bài tập 5: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là 2 tam giác đều. Gọi I là trung điểm của BC .

a) Chứng minh: $BC \perp (AID)$.

b) Vẽ đường cao AH của $\triangle AID$. Chứng minh: $AH \perp (BCD)$.

Bài tập 6: Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm O trên mp(ABC). Chứng minh rằng:

- a) $BC \perp (OAH)$.
- b) H là trực tâm của tam giác ABC.
- c) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.
- d) Các góc của tam giác ABC đều nhọn.

Bài tập 7: Cho hình chóp SABCD, có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều; SAD là tam giác vuông cân đỉnh S. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD.

- a) Tính các cạnh của ΔSIJ và chứng minh rằng $SI \perp (SCD)$, $SJ \perp (SAB)$.
- b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên IJ. CMR: $SH \perp AC$.
- c) Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng CD sao cho: $BM \perp SA$. Tính AM theo a.

Bài tập 8: Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD.

- a) CMR: $SH \perp (ABCD)$.
- b) Chứng minh: $AC \perp SK$ và $CK \perp SD$.

Bài tập 9: Cho hình chóp SABCD, có đáy là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, mặt bên SBC vuông tại B, mặt bên SCD vuông tại D có $SD = a\sqrt{5}$.

- a) Chứng minh: $SA \perp (ABCD)$ và tính SA.
- b) Đường thẳng qua A và vuông góc với AC, cắt các đường thẳng CB, CD lần lượt tại I, J. Gọi H là hình chiếu của A trên SC. Hãy xác định các giao điểm K, L của SB, SD với mp(HIJ). CMR: $AK \perp (SBC)$, $AL \perp (SCD)$.
- c) Tính diện tích tứ giác AKHL.

Bài tập 10: Gọi I là 1 điểm bất kì ở trong đường tròn $(O;R)$. CD là dây cung của (O) qua I . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O) tại I ta lấy điểm S với $OS = R$. Gọi E là điểm đối tâm của D trên đường tròn (O) . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác SDE vuông tại S .
- b) $SD \perp CE$.
- c) Tam giác SCD vuông.

Bài tập 11: Cho ΔMAB vuông tại M ở trong mặt phẳng (P) . Trên đường thẳng vuông góc với (P) tại A ta lấy 2 điểm C, D ở hai bên điểm A . Gọi C' là hình chiếu của C trên MD , H là giao điểm của AM và CC' .

- a) Chứng minh: $CC' \perp (MBD)$.
- b) Gọi K là hình chiếu của H trên AB . CMR: K là trực tâm của ΔBCD .

Bài tập 12: Cho tam giác đều ABC , cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng với A qua BC . Trên đường thẳng vuông góc với $mp(ABC)$ tại D lấy điểm S sao cho $SD = a\sqrt{6}$. Chứng minh hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) vuông góc với nhau.

Bài tập 13: Cho hình tứ diện $ABCD$ có hai mặt (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với đáy (DBC) . Vẽ các đường cao BE, DF của ΔBCD , đường cao DK của ΔACD .

- a) Chứng minh: $AB \perp (BCD)$.
- b) Chứng minh 2 mặt phẳng (ABE) và (DFK) cùng vuông góc với $mp(ADC)$.
- c) Gọi O và H lần lượt là trực tâm của 2 tam giác BCD và ADC . CMR: $OH \perp (ADC)$.

Bài tập 14: Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$.

- a) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$.
- b) Gọi BE, DF là hai đường cao của ΔSBD . CMR: $(ACF) \perp (SBC)$, $(AEF) \perp (SAC)$.

Bài tập 15: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N là 2 điểm lần lượt ở trên 2 cạnh BC, DC sao cho $BM = \frac{a}{2}$, $DN = \frac{3a}{4}$. Chứng minh 2 mặt phẳng (SAM) và (SMN) vuông góc với nhau.

Bài tập 16: Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ $BB' \perp$ và $CC' \perp$ cùng vuông góc với mp(ABC).

a) Chứng minh $(ABB') \perp (ACC')$.

b) Gọi AH, AK là các đường cao của $\triangle ABC$ và $\triangle AB'C'$. Chứng minh 2 mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(AB'C')$ cùng vuông góc với mặt phẳng (AHK).

Bài tập 17: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$, $AC = b$. Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc với mp(ABC); S là 1 điểm di động trên (P) sao cho SABC là hình chóp có 2 mặt bên SAB, SAC hợp với đáy ABC hai góc có số đo lần lượt là α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$. Gọi H, I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên BC, AB, AC..

a) Chứng minh rằng: $SH^2 = HI.HJ$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của SH và khi đó hãy tìm giá trị của α .

Bài tập 18: Cho hình tứ diện ABCD có $AB = BC = a$, $AC = b$, $DB = DC = x$, $AD = y$. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b, x, y để:

a) Mặt phẳng (ABC) $\perp$ (BCD).

b) Mặt phẳng (ABC) $\perp$ (ACD).

Bài tập 19: Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$; M và N là hai điểm nằm trên các cạnh BC, CD. Đặt $BM = x$, $DN = y$.

a) Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng (SAM) và (SMN) vuông góc với nhau là $MN \perp (SAM)$. Từ đó suy ra hệ thức liên hệ giữa x và y .

b) Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để góc giữa hai mặt phẳng (SAM) và (SAN) có số đo bằng 30° là $a(x + y) + \sqrt{3}xy = a^2\sqrt{3}$.

Bài tập 20: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm I cạnh a và có góc A bằng 60^0 , cạnh $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $SC \perp (ABCD)$.

- Chứng minh $(SBD) \perp (SAC)$.
- Trong tam giác SCA kẻ $IK \perp SA$ tại K. Tính độ dài IK.
- Chứng minh $\angle BKA = 90^0$ và từ đó suy ra $(SAB) \perp (SAD)$.

2.4 Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường.

Là dạng toán hay- các em tỏ ra rất say mê, hứng thú học tập. đó có thể coi là một thành công của người giáo viên. Kết thúc đề tài này tôi đã tổ chức cho các em học sinh lớp 11C₁₂ làm một đề kiểm tra 45 phút với nội dung là các bài toán về quan hệ vuông góc thuộc dạng có trong đề tài . Đồng thời lấy lớp 11C₄ để làm lớp đối chứng cũng với đề kiểm tra đó. Kết quả rất khả quan, cụ thể như sau:

	Giỏi	Khá	Trung bình	Yếu
Lớp 11C ₁₂ (Thực nghiệm)	15%	50%	30%	5%
Lớp 11C ₄ (Đối chứng)	13%	40%	37%	10%

Rất mừng lư ợc cả s ứ kh ợc bi ết gi ờ a hai ờ i t ớng h ợc sinh. Nh ợc v ợc ch ợc ch ợc n ợc ph ợc ng ph ợc p m ợc t ợc i n ợc u ra trong ờ ờ t ợc i ợc gi ợp c ợc em phân loại đ ợc bài tập và nắm khá vững phương pháp làm và trình bày bài giúp các em tự tin hơn trong học tập cũng như khi đi thi .

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

Qua đề tài này, một lần nữa chúng ta có thể khẳng định về tầm quan trọng của hình học không gian đối với Toán học nói chung và Toán học phổ thông nói riêng. Trải qua thực tiễn giảng dạy, nội dung các bài giảng liên quan đến đề tài và có sự tham

gia góp ý của đồng nghiệp, vận dụng đề tài vào giảng dạy đã thu được một số kết quả nhất định sau :

- 1) Học sinh trung bình trở lên nắm vững được một số phương pháp và biết vận dụng vào giải các bài tập cơ bản, bài tập vận dụng trong sách giáo khoa...
- 2) Một số đề thi học sinh giỏi, học sinh lớp chọn có thể sử dụng phương pháp trình bày trong đề tài để giải bài toán.
- 3) Là một phương pháp tham khảo cho học sinh và các thầy cô giáo
- 4) Qua nội dung đề tài, đồng nghiệp có thể xây dựng thêm các bài toán về quan hệ vuông góc trong không gian.

Xây dựng phương pháp giảng dạy theo quan điểm đổi mới là việc mà toàn xã hội và ngành đang quan tâm. Tuy nhiên không có phương pháp nào vạn năng theo nghĩa có thể giải được mọi bài toán. Vấn đề đặt ra là trong quá trình giảng dạy chúng ta luôn luôn cố gắng tìm tòi suy nghĩ, cải tiến phương pháp giảng dạy cho thích hợp để không ngừng nâng cao chất lượng giảng dạy.

Vì thời gian có hạn, với phạm vi một sáng kiến kinh nghiệm nên đề tài mà tôi nghiên cứu có thể vẫn còn hạn chế rất mong được độc giả góp ý kiến để đề tài được hoàn thiện hơn .

Thanh Hoá, ngày 09 tháng 05 năm 2016

**XÁC NHẬN CỦA LÃNH ĐẠO
NHÀ TRƯỜNG**

**Người viết sáng kiến kinh
nghiệm:**

Tôi xin cam đoan đây là sáng kiến
kinh nghiệm do tôi tự làm.

Vũ Thị Hoa

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Chuyên đề Hình học không gian và ứng dụng- Lê Bá Trần Phương

2. Trần Văn Thương, Phạm Đình, Lê Văn Đỗ, Cao Quang Đức , *Phân loại và phương pháp giải toán hình học không gian*. Nhà xuất bản đại học quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.

3. diendantoanhoc.net

4.vnmath.com.vn

5. Nguyễn Anh Trường, *Tài liệu tổng ôn tập hình học không gian*. Nhà xuất bản đại học quốc gia hà nội.