|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÁI BÌNH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  *(Đề gồm 01 trang)* | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: TOÁN**  **(Dành cho thí sinh thi chuyên Toán, Tin)**  Thời gian làm bài : 150 phút (*không kể thời gian giao đề)* |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho là các số thực thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho hàm số với là tham số thực và các số ; 
3. Cho đa thức bậc hai với là các số thực. Giả sử là các số nguyên. Chứng minh rằng là một số nguyên

**Câu 2. (2,5 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau :





**Câu 3. (3,5 điểm)** Chotam giác có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn và có các đường cao cắt nhau tại H. Gọi là điểm bất kỳ trên cung nhỏ (Q khác B, Q khác C). Gọi lần lượt là điểm đối xứng của Q qua và ;là giao điểm của và là giao điểm của và 

1. Chứng minh 
2. Chứng minh ba điểm thẳng hàng
3. Biết tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Câu 4. (1,0 điểm)** Tìm các số tự nhiên thỏa mãn :



**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho ba số thực dương . Chứng minh bất đẳng thức :



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho là các số thực thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức **

Từ giả thiết có:



Vậy 

1. **Cho hàm số với là tham số thực và các số ; **

Với nguyên dương, có 

. Ta thấy ta có :

. Cộng từng vế các BĐT ta được :





Vậy 

1. **Cho đa thức bậc hai với là các số thực. Giả sử là các số nguyên. Chứng minh rằng là một số nguyên**

Ta có là các số nguyên

và 



Do , kết hợp với 



Vậy là số nguyên

**Câu 2. (2,5 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau :**

****

ĐKXĐ: 

Ta đặt 

Khi đó phương trình trở thành : 



Vậy phương trình có nghiệm 

****

ĐKXĐ: . Ta có :



Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki có :



Mà lại có . Từ đấy ta có . Áp dụng BĐT AM-GM ta có :



Từ (1), (2)dấu bằng xảy ra 

Vậy hệ có nghiệm 

**Câu 3. (3,5 điểm) Chotam giác có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn và có các đường cao cắt nhau tại H. Gọi là điểm bất kỳ trên cung nhỏ (Q khác B, Q khác C). Gọi lần lượt là điểm đối xứng của Q qua và ;là giao điểm của và là giao điểm của và **

****

1. **Chứng minh **

Tứ giác có (Do là đường cao của 

tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 



Từ tứ giác nội tiếp ta cũng có và tương tự thì 

, kết hợp với 

(phép cộng góc)



1. **Chứng minh ba điểm thẳng hàng**

Gọi giao (O) tại điểm thứ hai lần lượt là 

Ta sẽ chứng minh đối xứng X qua AB

Ta có (do tứ giác nội tiếp) và tứ giác nội tiếp đường kính (do 

và cân 

Theo các tính chất của phép đối xứng thì ta thu được tứ giác là hình thang cân(tính chất góc nội tiếp)

Tương tự ta có đối xứng với H qua AC và 

Mà (do tứ giác nội tiếp)



thẳng hàng

1. **Biết tìm giá trị nhỏ nhất của **

Ta chứng minh các bổ đề sau :

1. Cho tam giác nội tiếp thì 

Ta có thể chứng minh bằng cách kẻ OM vuông góc BC tại trung điểm M của nó . Khi đó 

1. Cho tam giác nội tiếp và thì 

Chứng minh dựa theo bổ đề đầu tiên

1. Định lý Ptolemy: 
2. 

Áp dụng bổ đề 1 và định lý 3, ta có biến đổi sau :







Từ (2)

(do 

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi là điểm chính giữa cung BC

là điểm chính giữa cung BC không chứa A

**Câu 4. (1,0 điểm) Tìm các số tự nhiên thỏa mãn :**

****

Đặt 



Nếu 

Như vậy nếu (vô lý)



Thử lại với ta thấy thỏa mãn.

Vậy là cặp số duy nhất thỏa mãn đề bài

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho ba số thực dương . Chứng minh bất đẳng thức :**

Ta có : 



  
Chứng minh tương tự ta có : 



Cộng từng vế các BĐT ta có :



Dấu = xảy ra khi 

Vậy 