

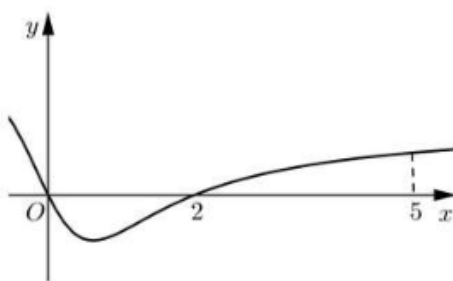
CHỦ ĐỀ 5

BIẾT ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y=f'(x)$, TÌM MIN, MAX HÀM HỢP

DẠNG 1

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM SỐ $y=f(x)$ KHI BIẾT ĐỒ THỊ, BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y=f'(x)$

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là



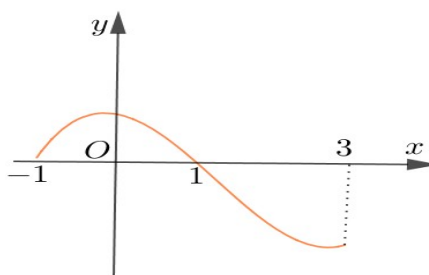
A. $f(0), f(5)$

B. $f(2), f(0)$

C. $f(1), f(5)$

D. $f(2), f(5)$

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



Biết $f(-1)+f(0)-2f(1)=f(3)-f(2)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$.

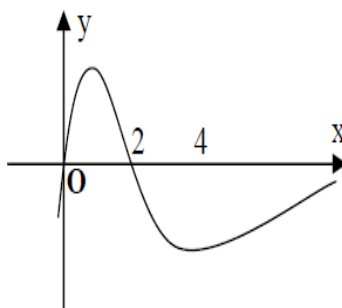
A. $f(1), f(0)$

B. $f(2), f(1)$

C. $f(1), f(-1)$

D. $f(1), f(3)$

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)$. Hàm $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng $f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f'(x)$ trên đoạn $[0; 4]$.

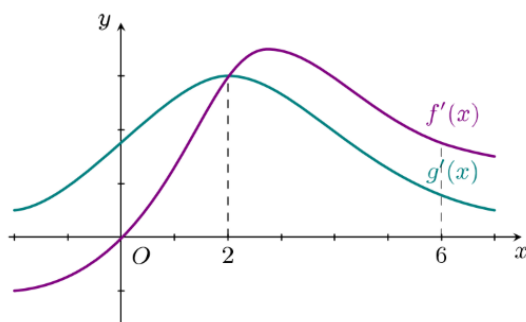
A. $m = f(4); M = f(2)$.

B. $m = f(4); M = f(1)$.

C. $m = f(0); M = f(2)$.

D. $m = f(1); M = f(2)$.

Câu 4. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là

A. $h(2), h(6)$.

B. $h(6), h(2)$.

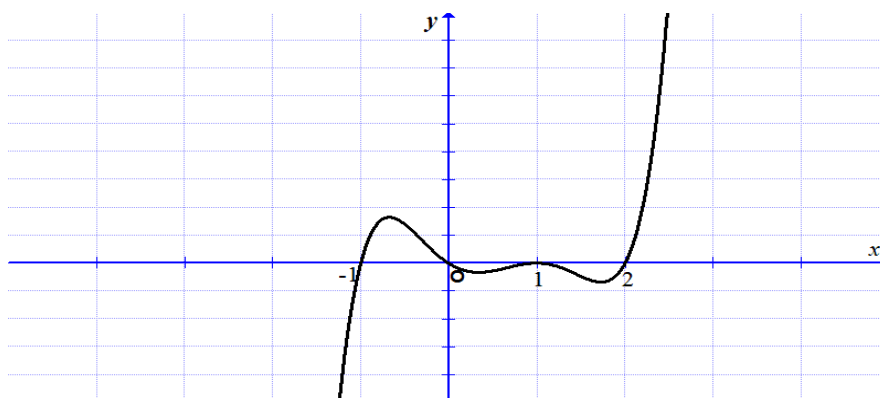
C. $h(0), h(2)$.

D. $h(2), h(0)$.

DẠNG 2

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM SỐ $y = f(|x|)$ KHI BIẾT ĐỒ THỊ, BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f'(x)$

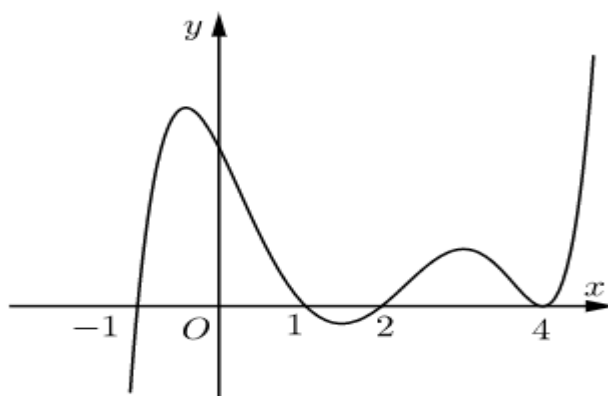
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như sau:



Biết $f(0) < f(3) < f(4)$, gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(|x|)$ trên đoạn $[-4; 3]$. Tính giá trị của $M - m$.

- A. $f(4) + f(2)$ B. $f(4) + f(0)$ C. $f(3) - f(0)$ D. $f(3) + f(2)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(|x|)$ trên đoạn $[-1; 4]$? Biết $f(2) > f(0)$

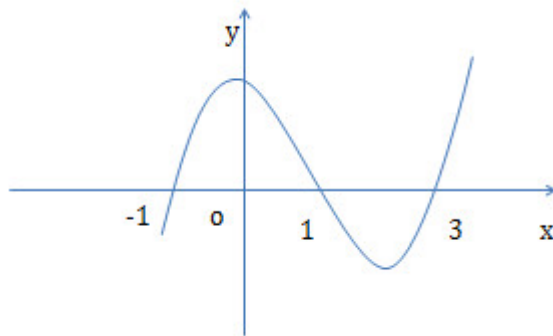


- A. $\max_{[-1;4]} f(|x|) = f(1); \min_{[-1;4]} f(|x|) = f(0)$ B. $\max_{[-1;4]} f(|x|) = f(4); \min_{[-1;4]} f(|x|) = f(0)$
- C. $\max_{[-1;4]} f(|x|) = f(4); \min_{[-1;4]} f(|x|) = f(2)$ D. $\max_{[-1;4]} f(|x|) = f(1); \min_{[-1;4]} f(|x|) = f(2)$

DẠNG 3

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM SỐ $y = |f(x)|$ KHI BIẾT ĐỒ THỊ, BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f'(x)$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1) < 0$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên $[-1; 1]$. Khi đó $M; m$ là

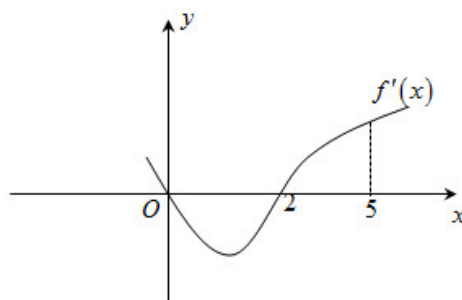
A. $M = f(-1), m = f(1)$

B. $M = |f(1)|, m = |f(-1)|$

C. $M = |f(-1)|, m = |f(1)|$

D. $M = f(-1), m = |f(1)|$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[0; 5]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[0; 5]$ như hình vẽ.



Biết $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$ và $f(5) < 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[0; 5]$.

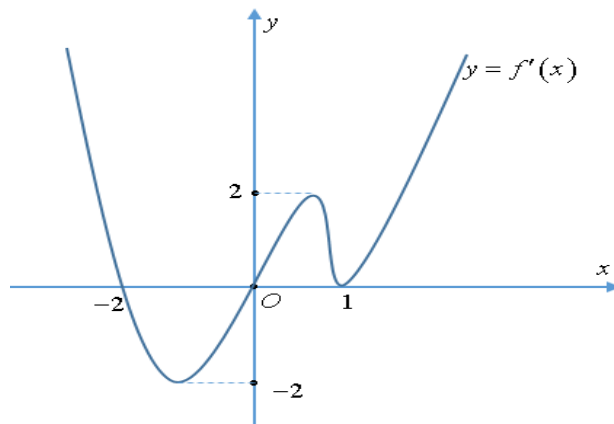
A. $|f(3)|, |f(5)|$

B. $|f(2)|, |f(0)|$

C. $|f(2)|, |f(5)|$

D. $|f(0)|, |f(5)|$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ được cho như hình bên dưới và $f(-2) = 3$, $f(0) = -5$, $f(1) = 0$. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = |f(x)| + 1$ trên $[-2; 1]$. Khi đó $M^2 + m^2$ bằng



A. 8.

B. 25.

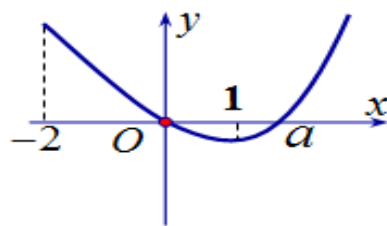
C. 37.

D. 34.

DẠNG 4

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM SỐ $y = f(|x+a|+b)$ KHI BIẾT ĐỒ THỊ, BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f'(x)$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ (như hình vẽ).

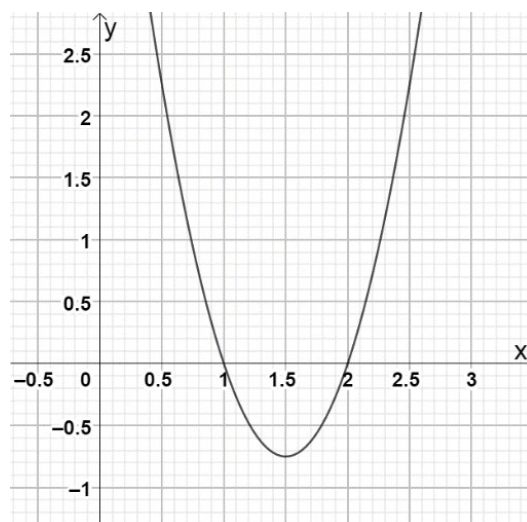


Khi đó hàm số $g(x) = f(|x+1|-2)$ lần lượt đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là M, m trên đoạn $[0;1]$.

Khẳng định đúng là:

- A. $M - m = f(-1) - f(0)$.
 B. $M + 2m = f(0) + 2f(-1)$.
 C. $2M - m = 2f(a) - f(0)$.
 D. $m - M = f(-1) - f(0)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ.

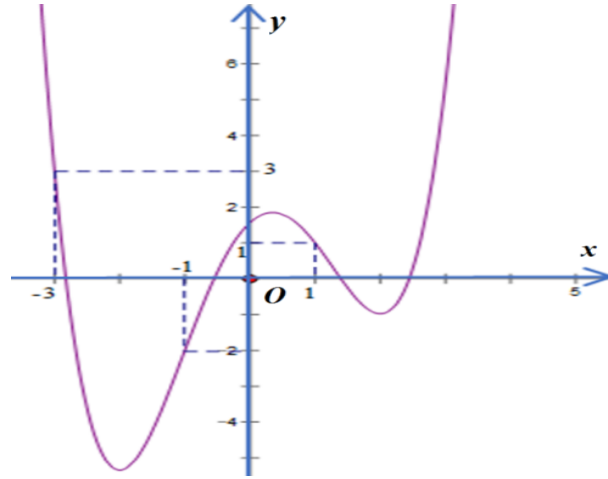


Biết rằng $\min_{\mathbb{R}} f'(x) = -\frac{3}{4}$, $f(0) = 0$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(|x-2|+1)$ trên đoạn $[1;3]$ có

dạng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$ và phân số đó tối giản. Tính $m^2 + n^2$.

- A. 85 .
 B. 74 .
 C. 61 .
 D. 58 .

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min_{[-2;2]} g(|x+3|-4) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$

B. $\min_{[-2;2]} g(|x+3|-4) = g(1)$

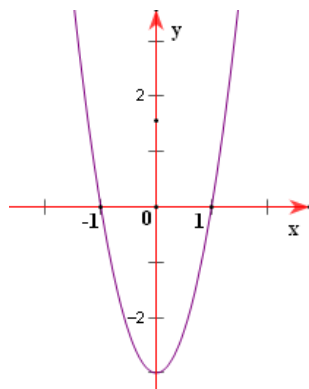
C. $\min_{[-2;2]} g(|x+3|-4) = g(-3)$

D. $\min_{[-2;2]} g(|x+3|-4) = g(-1)$

DẠNG 5

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM SỐ $y = |f(x) + b|$ KHI BIẾT ĐỒ THỊ, BIẾT BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f'(x)$

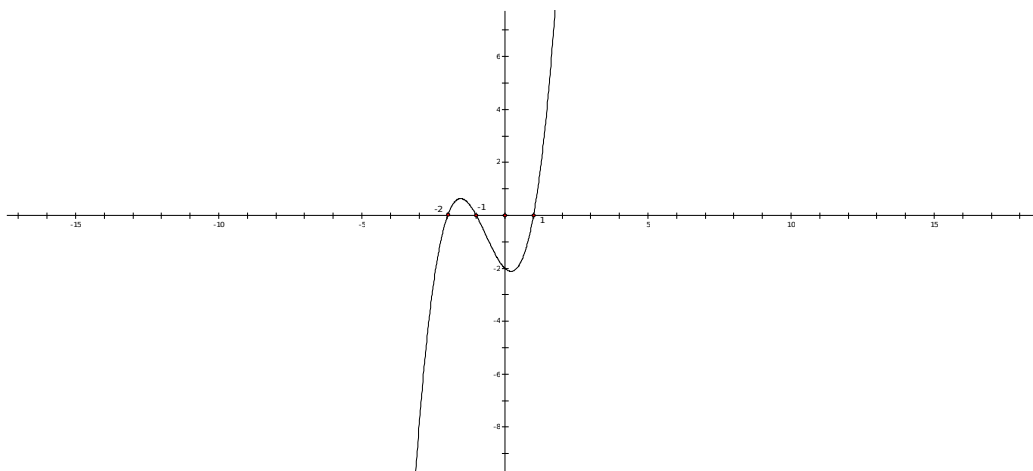
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới và $f(1) = -5; f(3) = 15$.



Xét hàm số $g(x) = |f(x) + m|$. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng 3. Tổng tất cả các phần tử của tập S có giá trị bằng

- A. -10. B. -8. C. 8. D. 10.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau và $f(-1) < -2, f(-2) - f(1) > 0$



Khi đó gọi giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $g(x) = |f(x) + 2|$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là M, m . Tổng $M + m$ bằng

A. $g(-2) + g(1)$.

B. $g(-2) + g(-1)$.

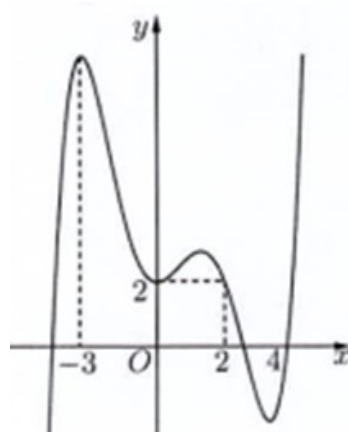
C. $|f(-1) + 2| + |f(1) + 2|$.

D. $|f(-1) + f(1) + 4|$.

DẠNG 6

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM HỢP $y = f(x) + h(x)$

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng



A. $f(0)$.

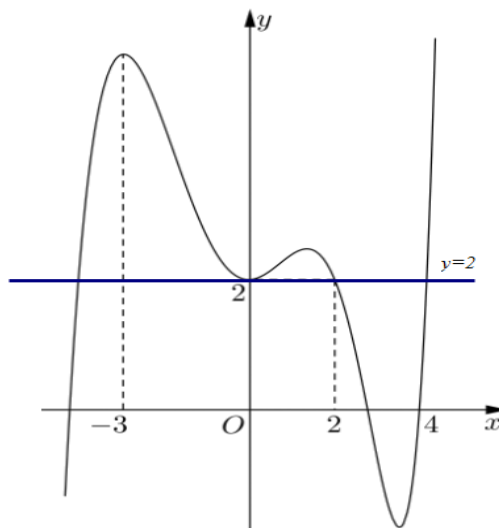
B. $f(-3) + 6$.

C. $f(2) - 4$.

D. $f(4) - 8$.

Lời giải

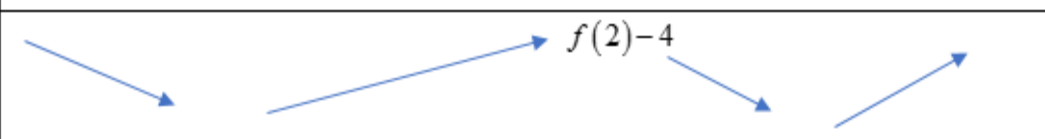
Chọn C.



Ta có: $g'(x) = 2f'(2x) - 4$.

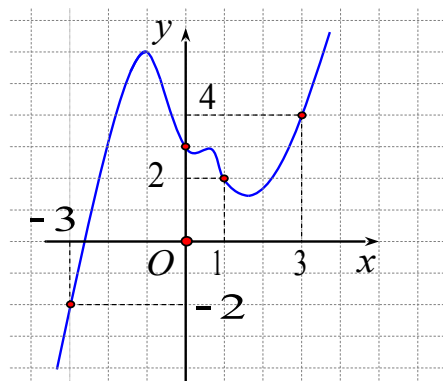
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(2x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x_1 < -3 \\ 2x = 0 \\ 2x = 2 \\ 2x = x_2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 < -\frac{3}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x_2 > 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$:

x	$-\infty$	x_1	$-\frac{3}{2}$	0	1	2	x_2	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	+	0	-	0	+
$g(x)$									

Từ bảng biến thiên ta có: trên $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ và $\max_{\left[-\frac{3}{2}; 1\right]} y = f(2) - 4$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

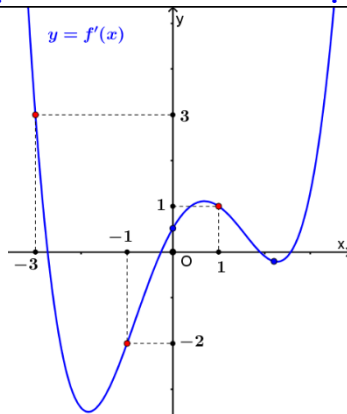
A. $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$

B. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$

C. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$

D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-3;3]$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2021$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

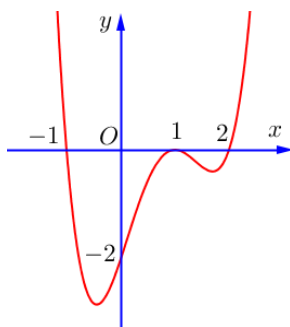
A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$

B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$

C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$

D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $f(2) + \frac{2}{3}$

B. $f(-1) + \frac{2}{3}$

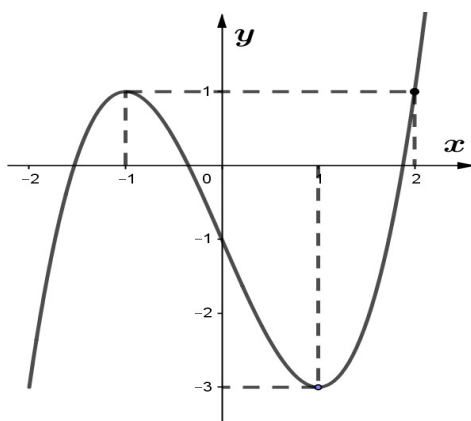
C. $\frac{2}{3}$

D. $f(1) - \frac{2}{3}$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ

bên. Gọi $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 2021$. Biết $g(-1) + g(1) > g(0) + g(2)$.

Với $x \in [-1; 2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng



A. $g(2)$.

B. $g(1)$.

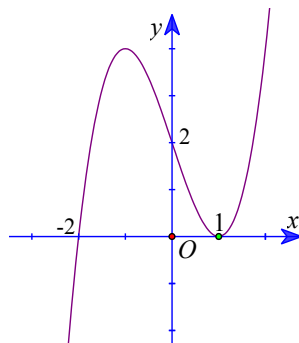
C. $g(-1)$.

D. $g(0)$.

DẠNG 7

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM HỢP $y = f(u(x)); y = f(u(x)) + h(x)$

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5; 3]$ bằng



A. $f(-2)$.

B. $f(1)$.

C. $f(-4)$.

D. $f(2)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3, f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

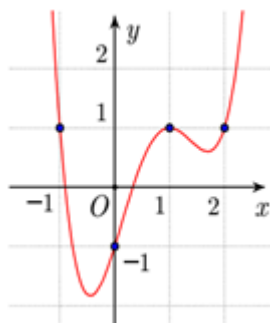
A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; -2017)$.

C. $(-2017; 0)$.

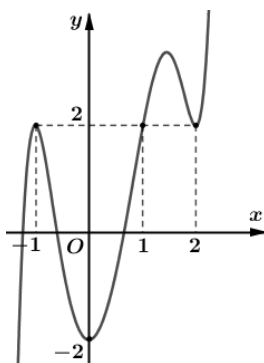
D. $(2017; +\infty)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x - 1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



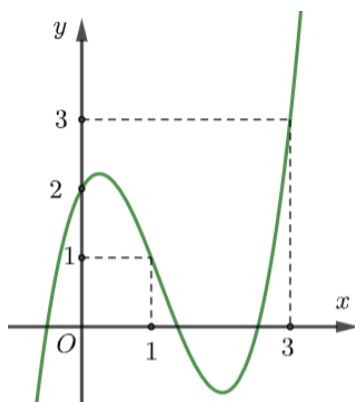
- A. $-f(1)+2$. B. $-f(-1)$. C. $-f(2)+3$. D. $-f(3)+4$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x+1) - 4x - 3$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$ bằng



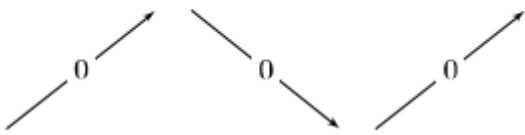
- A. $f(0)$. B. $f(-1)+1$. C. $f(2)-5$. D. $f(1)-3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên $[-2; 4]$, gọi x_0 là điểm mà tại đó hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}+1\right) - \ln(x^2+8x+16)$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó x_0 thuộc khoảng nào?



- A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$							

A. $f(-1)$.

B. $f(0)$.

C. $f(2)$.

D. $f(1)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

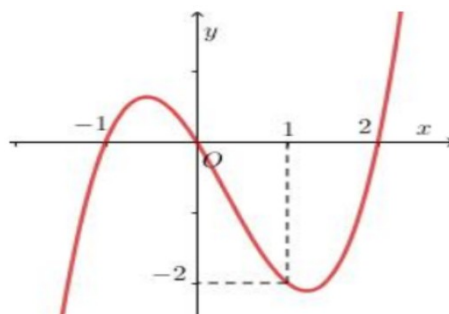
A. 15.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{19}{3}$.

D. 12.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = 3f(x^2 - 2) - \frac{3}{2}x^4 - 3x^2 + 2$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2; 2]$ bằng

A. $g(1)$.

B. $g(-2)$.

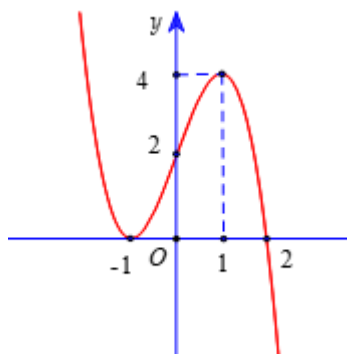
C. $g(0)$.

D. $g(2)$.

DẠNG 8

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM HỢP $y = [f(x)]^k$; $y = [f(u(x))]^k$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên tập số thực và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f(-1) = \frac{13}{4}$, $f(2) = 6$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f^3(x) - 3f(x)$

trên $[-1; 2]$ bằng

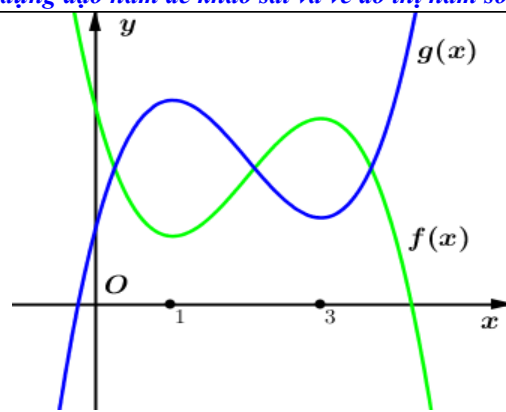
A. $\frac{1573}{64}$

B. 198

C. $\frac{37}{4}$

D. $\frac{14245}{64}$

Câu 29. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới,



biết rằng $x=1$ và $x=3$ đều là các điểm cực trị của hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ đồng thời $3f(1)=g(3)+1$, $2f(3)=g(1)+4$, $f(-2x+7)=g(2x-3)-1(*)$. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên đoạn $[1;3]$ của hàm số $S(x)=f(x)g(x)-g^2(x)+f(x)-4g(x)+2$. Tính tổng $P=M-2m$.

A. 39.

B. 107.

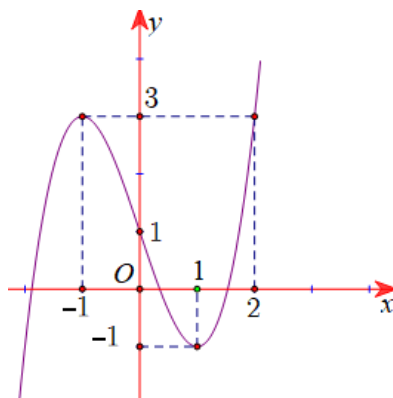
C. 19. D. 51.

DẠNG 9

TÌM GTLN VÀ GTNN CỦA HÀM HỢP CHỨA THAM SỐ KHI BIẾT ĐỒ THỊ, BIẾT BẢNG

BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y=f'(x)$

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Xét hàm số $g(x)=f(2x^3+x-1)+m$. Giá trị m để $\max_{x \in [0;1]} g(x)=-10$ bằng

A. $m=-13$.

B. $m=5$.

C. $m=3$.

D. $m=-1$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max_{x \in [0;10]} f(x)=f(2)=4$. Xét hàm số

$g(x)=f(x^3+x)-x^2+2x+m$. Giá trị của tham số m để $\max_{x \in [0;2]} g(x)=8$ là

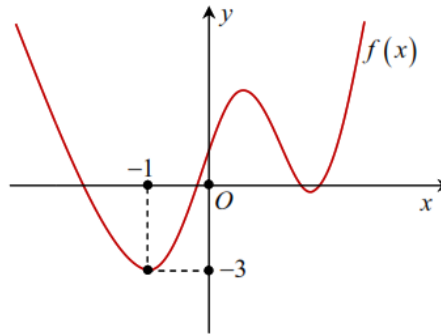
A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. -1.

Câu 32. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng m là tham số thực, để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x+3)+x^2-4mx+4m^2-1$ bằng -4 thì tham số m bằng



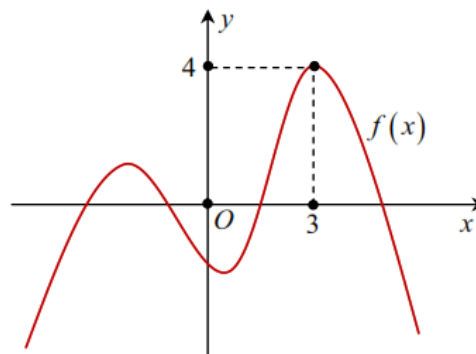
A. -1.

B. 0.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 2.

Câu 33. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng m và n là hai tham số thực. Để hàm số $g(x)=3f(3x-m)+f(x+n)-x^2+4x$ đạt giá trị lớn nhất thì $P=2m-n$ bằng:



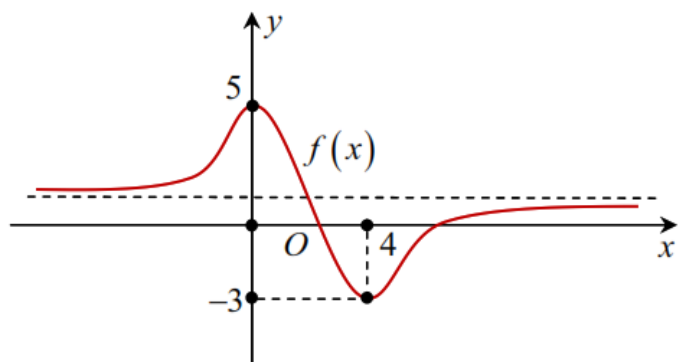
A. 3.

B. 0.

C. 5.

D. 1.

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng m là tham số thực. Để hàm số $g(x)=2f(2x-m)-f(3x+n)+x^2-2x$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của biểu thức $T=2m+3n$ bằng:



A. - 11.

B. - 7.

C. - 13.

D. 5.