**Chuyên đề Hội thảo khoa học**

**Hội các trường chuyên Khu vực Duyên hải và Đồng bằng Bắc Bộ năm 2019**

**CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC VẬT CÓ KHỐI LƯỢNG THAY ĐỔI**

**A. MỞ ĐẦU**

**I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI**

Chuyển động của các vật có khối lượng thay đổi theo thời gian là một nội dung có tính ứng dụng thực tế cao. Kể từ những năm 40 của thế kỷ trước, với sự phát triển của khoa học công nghệ, cụ thể là khoa học không gian, những bài toán về chuyển động của các vật có khối lượng thay đổi được quan tâm ngày càng được quan tâm và cũng vì thế mà vấn đề này xuất hiện ngày càng nhiều trong các đề thi chọn học sinh giỏi Vật lý THPT. Tuy nhiên, đây lại là nội dung khó, dễ bị ngộ nhận, nhầm lẫn đối với đa số học sinh.

Trong các SGK và sách tham khảo Vật lý THPT, việc khảo sát động lực học của các vật có khối lượng thay đổi theo thời gian chưa được đề cập nhiều hoặc được đề cập một cách chưa có hệ thống gây khó khăn cho các giáo viên trẻ bước đầu tiếp cận công tác đào tạo học sinh giỏi Vật lý THPT. Bên cạnh đó, hệ thống các bài tập vận dụng giúp học sinh, nhất là học sinh giỏi Vật lý THPT rèn luyện kỹ năng giải toán chưa nhiều.

**II. MỤC ĐÍCH CỦA ĐỀ TÀI**

Thiết lập hệ thống lý thuyết, các phương trình liên quan đến chuyển động của các vật có khối lượng thay đổi.

Cung cấp một số bài tập vận dụng và phương pháp giải các bài tập vận dụng đó.

**B. NỘI DUNG**

**I. HỆ THỐNG LÝ THUYẾT**

**1. Công thức Meshersky.**

Giả sử ở thời điểm t, một vật có khối lượng m, đang chuyển động với vận tốc thì có một khối lượng dm (rất nhỏ) chuyển động với vận tốc  đến sát nhập vào hệ.

Sau khoảng thời gian rất nhỏ dt, khối lượng của vật biến thiên từ m đến m + dm, còn vận tốc của vật biến thiên từ  đến +d.

Để khảo sát chuyển động của vật m có khối lượng biến thiên, ta quy về khảo sát chuyển động của hệ có khối lượng không biến thiên đó là bản thân vật đang xét và phần khối lượng thêm vào (hệ gồm m và dm).

Trong khoảng thời gian dt, động lượng của hệ biến thiên một lượng :



Bỏ qua lượng rất nhỏ ta được: 

Áp dụng định luật II Newton cho hệ m + dm:

 với  là tổng các ngoại lực tác dụng lên hệ.

Đặt  là vận tốc tương đối của dm so với m suy ra:

(1)

Hay:  (2) với .

Phương trình (1) hoặc (2) định luật II Newton áp dụng cho vật có khối lượng biến thiên theo thời gian gọi là công thức Meshersky (Mét-séc-ski).

Trường hợp đơn giản nhất áp dụng cho hệ thống có khối lượng thay đổi là động cơ tên lửa. Đây là một ví dụ của sự tương tác giữa hai đối tượng: tên lửa và nhiên liệu phụt ra từ nó. Trong đó tốc độ phụt nhiên liệu là  > 0 do khối lượng tên lửa giảm dần theo thời gian.

+ có thứ nguyên của lực, đó chính là lực đẩy do dm tác dụng vào m khi tách ra khỏi m.

+ Lực  phụ thuộc vào hai yếu tố:

a) là tốc độ phụt nhiên liệu khỏi m.

b)  là vận tốc tương đối của dm so với m.

**2. Công thức Tsiolkovsky.**

Trong trường hợp hệ không chịu tác dụng của ngoại lực (tên lửa chuyển động ngoài không gian cách xa các thiên thể) hoặc thời gian phóng nhiên liệu rất ngắn để coi như ngoại lực chưa có tác dụng đáng kể thì :

 →  (3)

(3) gọi là công thức Tsiolkovsky (Xi-ôn-cốp-xki).

**3. Công thức Meshersky áp dụng cho máy bay phản lực.**

Công thức (2) còn có thể mở rộng cho trường hợp có nhiều nguồn lực đẩy khác nhau:

 (4)

Một ví dụ áp dụng cho trường hợp này là máy bay phản lực bay theo phương ngang với vận tốc  hút không khí với tốc độ µ1 > 0, vận tốc tương đối của không khí đối với máy bay là .

Không khí này đốt cháy nhiên liệu với tốc độ  rồi sau đó phụt ra khí thải với tốc độ với vận tốc tương đối đối với máy bay.

Từ (4) suy ra phương trình mô tả quá trình nêu trên là:

 (5)

trong đó là lực cản của không khí tác dụng lên máy bay đóng vai trò ngoại lực.

Lưu ý rằng khối lượng của máy bay lúc này là: .

**II. BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 1.** Một vật có khối lượng m = 1000kg cần được gia tốc chuyển động tròn đều gần bề mặt trái đất. Hãy đánh giá khối lượng ban đầu m0 của tên lửa. Cho gia tốc rơi tự do gần bề mặt trái đất là g = 9,8m/s2, bán kính trái đất là R = 6400km và vận tốc tương đối của nhiên liệu phụt ra (tức thời) so với tên lửa u = 5km/s.

**Hướng dẫn giải:**

Vận tốc vũ trụ cấp I ở gần mặt đất là: .

Áp dụng công thức Tsiolkovsky: 

Suy ra: 

**Bài 2.** Một sợi dây xích có chiều dài AB = *l*, có một phần nằm trên mặt bàn nhẵn nằm ngang và một phần nằm lơ lửng phía ngoài mép bàn có độ cao h so với mặt đất. Đầu B của dây xích chạm nhẹ vào mặt đất, đầu A được giữ căng trên bàn. Thả đầu nhẹ đầu A của xích, tìm vận tốc của đầu A khi nó vừa rời khỏi mép bàn.

**Hướng dẫn giải:**

Đoạn xích đang chuyển động có khối lượng giảm dần: sau thời gian dt, đoạn xích dài dx có khối lượng dm nằm lại trên mặt đất, vận tốc tương đối của phần này so với đây xích u = 0.

Khi đầu A đi được đoạn đường x và có vận tốc v thì khối lượng đoạn xích đang chuyển động là , với m0 là khối lượng của toàn bộ dây xích.

Ngoại lực tác dụng chính là trọng lực phần buông thõng: 

Áp dụng công thức Meshersky: 

→ ****

****→

→→

**Bài 3.** Một thùng có khối lượng M chứa đầy nước có khối lượng m ban đầu đứng yên. Thùng được kéo lên từ giếng bằng một sợi dây thừng với một lực không đổi F. Nước bị rò rỉ ra ngoài với một tốc độ không đổi và thùng sẽ trống sau thời gian T. Tìm vận tốc của thùng tại thời điểm mà nó rò rỉ hết nước.

**Hướng dẫn giải:**

Xét tại thời điểm t, khối lượng của cả thùng và nước là: 

Phương trình Meshersky:



Trong đó là vận tốc tương đối của nước đối với thùng, ở đây u = 0.

Chiếu lên phương thẳng đứng, chiều dương hướng lên ta được:





Vận tốc của thùng ở thời điểm rò hết nước là:



**Bài 4.** Một tên lửa có khối lượng tổng cộng ban đầu m0, sau khi được phóng lên đến một độ cao nào đó thì duy trì trạng thái lơ lửng. Nhiên liệu được phóng ra với độ lớn vận tốc u không đổi so với tên lửa. Tìm hàm tốc độ tiêu thụ nhiên liệu theo thời gian để đạt được trạng thái này. Coi rằng ở độ cao không quá lớn, gia tốc trọng trường g thay đổi không đáng kể so với tại mặt đất.

**Hướng dẫn giải:**

Đặt  là tốc độ phụt nhiên liệu khỏi tên lửa; u là độ lớn vận tốc tương đối.

Áp dụng công thức Meshersky: 

Để tên lửa treo lơ lửng thì v = 0 → 

Đạo hàm hai vế theo t ta được:

 → →→

Lưu ý rằng tại thời điểm ban đầu t = 0 thì  nên: 

→ 

Dễ thấy tốc độ phụt khí này giảm theo thời gian.

**Bài 5.** Một tên lửa có khối lượng tổng cộng ban đầu m0 tại mặt đất. Nhiên liệu được phóng ra với độ lớn vận tốc u không đổi so với tên lửa và với tốc độ tiêu thụ nhiên liệu µ (kg/s) không đổi theo thời gian. Coi rằng ở độ cao không quá lớn, gia tốc trọng trường g thay đổi không đáng kể so với tại mặt đất. Tìm biểu thức sự phụ thuộc của tốc độ tức thời của tên lửa theo thời gian.

**Hướng dẫn giải:**

Do tốc độ thiêu thụ nhiên liệu µ không đổi nên 

Áp dụng công thức Meshersky:



→ 

→ 

**Bài 6.** Lúc t = 0, một cái xe đựng cát có khối lượng tổng cộng của xe và cát là m0 đang đứng yên trên mặt phẳng ngang, nhẵn thì chịu tác dụng của một lực F không đổi theo phương ngang. Do có một lỗ thủng ở sàn xe nên cát chảy xuống với tốc độ không đổi µ (kg/s). Xác định vận tốc và gia tốc của xe ở thời điểm t.

**Hướng dẫn giải:**

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe.

Khi cát rời khỏi xe thì tốc độ của cát so với xe u = 0. Khối lượng của xe ở thời điểm t là m = m0 - µt.

Áp dụng công thức Meshersky:

→

Mặt khác:



→→

**Bài 7.** Một tàu vũ trụ khối lượng M0 đang chuyển động theo quán tính ở rất xa các thiên thể với vận tốc không đổi v0. Muốn thay đổi hướng chuyển động của con tàu người ta cho hoạt động một động cơ phản lực để phụt một luồng khí có tốc độ u không đổi đối với con tàu, đồng thời luồng khí có hướng luôn vuông góc với hướng chuyển động của con tàu. Khi kết thúc thời gian hoạt động của động cơ thì khối lượng tàu là M. Xác định góc lệch α giữa hướng chuyển động của con tàu so với hướng ban đầu.

**Hướng dẫn giải:**

u

v0

v’0

dv

dα

Do không có ngoại lực nên công thức Meshersky có dạng:



Chiếu lên chiều của ta được 

Do luồng khí phụt có hướng luôn vuông góc với hướng chuyển động của con tàu nên tốc độ của tàu không đổi bằng v0, nhưng hướng vận tốc thay đổi. Trong thời gian nhỏ dt thì phương của vận tốc biến đổi dα: dv = v0dα

 →



**Bài 8.** Một xe goòng có khối lượng m0 đang chuyển động vận tốc ban đầu v0 chuyển động trên đường nằm ngang thì đi vào dưới một vòi nước thẳng đứng. Nước chảy vào thùng xe với tốc độ không đổi µ (kg/s). Tìm vận tốc của xe ở thời điểm t, nếu lực cản lên xe tỉ lệ với vận tốc theo công thức F = b.v, với b là hệ số tỉ lệ không đổi.

**Hướng dẫn giải:**

Khối lượng của xe ở thời điểm t là m = m0 + µt; vận tốc tương đối của nước so với xe là u = -v.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của xe, phương trình Meshersky: 





Tích phân hai vế:







**Bài 9. (Đề thi chọn ĐT Olympic 2015)**

Một giọt mưa được hình thành và rơi xuyên qua đám mây chứa các hạt nước nhỏ li ti, phân bố đều và nằm lơ lửng trong không trung. Trong khi rơi, giọt mưa tích dần nước bằng việc nhập tất cả những hạt nước nhỏ trên đường mà nó quét qua đám mây. Ta giả thiết một cách lí tưởng hóa bài toán này: Không khí không làm ảnh hưởng đến chuyển động của giọt mưa, kích thước ban đầu của giọt mưa nhỏ không đáng kể và giọt mưa luôn có dạng hình cầu. Khối lượng riêng của giọt mưa và của đám mây hơi nước tương ứng là ρ, ρo và được coi là các hằng số.

a) Bán kính giọt mưa r phụ thuộc vào thời gian t theo một hàm số r(t) nào đó. Lập phương trình vi phân của hàm này.

b) Giả thiết r(t) có dạng: , trong đó A, α, β, γ là các hệ số không thứ nguyên và A là một số không phụ thuộc vào tham số nào; g là gia tốc trọng trường. Xác định các giá trị của các hệ số A, α, β, γ.

c) Tìm gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây.

**Hướng dẫn giải:**

a) Phương trình Meshersky cho chuyển động của giọt mưa:

 với v1 = 0

Chiếu lên phương thẳng đứng hướng xuống:

(1)

Lại có: khối lượng giọt mưa tăng thêm trong thời gian dt chính bằng khối lượng hơi nước đã nhập vào giọt mưa trong thời gian nó quét qua đám mây

 (2)

Thay (2) vào (1) ta được:



 (3)

b) Từ biểu thức: 



Thế vào phương trình (3):





Đồng nhất các hệ số 

c) Theo 2 ý trên ta có: 

Do đó gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây là: 

**Bài 10. (Đề thi Olympic vương quốc Anh)**

Một tên lửa không chịu tác dụng của các lực hấp dẫn trong vũ trụ, đang chuyển động nhanh dần theo một quỹ đạo thẳng. Khối lượng vỏ tên lửa cùng với các thiết bị gắn vào nó là M. Ở thời điểm t, khối lượng của nhiên liệu chứa trong tên lửa là ( k là hằng số dương), vận tốc tương đối (so với tên lửa) của lượng khí nhiên liệu phụt ra là . Giả sử , hãy chứng minh rằng vận tốc cuối của tên lửa lớn hơn vận tốc đầu một lượng xấp xỉ bằng .

Cho biết: 

**Hướng dẫn giải:**

Do không có ngoại lực tác dụng lên tên lửa nên:

****

Chiếu lên chiều dương cùng chiều chuyển động của tên lửa:

****

****

Đặt ****

Thời điểm ban đầu: ****

Thời điểm hết nhiên liệu : ****

Ta có:



Lấy tích phân 2 vế:







Vì ****nên bỏ qua các số hạng từ bậc ba trở lên.

Do đó 

**Bài 11.** Một máy bay phản lực đang bay ngang với tốc độ 250m/s. Trong mỗi giây động cơ của nó hút vào 75kg không khí và đốt hết 3kg nhiên liệu. Động cơ nén khí đốt và phụt nó ra sau máy bay với tốc độ 500m/s so với máy bay. Hãy tính lực đẩy của động cơ.

**Hướng dẫn giải:**

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của máy bay.



với 



**Bài 12.** Một tên lửa bay ra xa trái đất. Khi nó đạt độ cao 2651km thì động cơ của nó lại hoạt động để khí đốt phụt ra với tốc độ 500m/s (so với tên lửa). Biết rằng thời điểm đó tên lửa có khối lượng 25 tấn và thu được một gia tốc a = 1,5m/s2. Xác định tốc độ tiêu thụ nhiên liệu. Cho bán kính trái đất R = 6400km và gia tốc rơi tự do tại mặt đát là g = 9,8m/s2. Bỏ qua sức cản của không khí.

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình Meshersky: 

Chiếu lên chiều dương là chiều chuyển động của tên lửa:



Gia tốc rơi tự do tại độ cao h:



→ 

**C. KẾT LUẬN**

Do hạn chế về mặt thời gian nên chuyên đề mới chỉ đề cập được một số vấn đề cơ bản nhất về chuyển động của vật có khối lượng thay đổi. Số lượng bài tập giới thiệu cũng còn rất hạn chế, mới chủ yếu xét chuyển động tịnh tiến của các vật.

Nội dung chuyên đề có thể mở rộng hơn nữa, ví dụ như về chuyển động của các vật có khối lượng thay đổi trong chuyển động quay (sự thay đổi của mômen quán tính và mômen động lượng), trong các bài toán dao động và có thể trong cả cơ học tương đối tính. Vì vậy, chuyên đề có thể được sử dụng như một sự tiếp cận ban đầu trong quá trình bồi dưỡng các đội tuyển học sinh giỏi Vật lý, để từ đó người dạy và người học có những sự tìm tòi, bổ sung cao hơn nữa phù hợp với các kỳ thi.

Rất mong nhận được sự góp ý, bổ sung của quý thầy cô đồng nghiệp để chuyên đề được hoàn thiện hơn, trở thành tài liệu hữu ích trong bồi dưỡng học sinh giỏi.

**D. TÀI LIỆU THAM KHẢO**

1. Tô Giang – *Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí THPT Cơ học 1*, NXB Giáo dục Việt Nam, 2009.

2. PGS.TS Phan Hồng Liên (chủ biên)…, *Tuyển tập các bài tập vật lý đại cương tập 1*, NXB Giáo dục Việt Nam, 2015.

3. Vũ Thanh Khiết, Phạm Khánh Hội – *Đề thi học sinh giỏi Vật lí THPT*, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016.

4. Janusz Wolny, Radosław Strzałka - *Momentum in the dynamics of variable-mass systems: classical and relativistic case,*University of Science and Technology, Krakow, Poland.

5. Nguyễn Ngọc Tuấn – *Tuyển tập đề thi Olympic Vật lí đặc sắc trên thế giới*, NXB ĐH Quốc gia Hà Nội, 2016.

6. http://thuvienvatly.com