

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Mã đề thi
006

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	A	A	D	D	C	B	D	D	D	D	C	C	C	B	D	A	C	B	B	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	D	A	C	B	B	A	B	C	C	C	A	A	B	B	D	B	A	A	A	D	B	C

Câu 1. Tính đạo hàm y' của hàm số $y = \frac{\log_3 x}{x}$ được kết quả là

- A. $y' = \frac{1 + \ln x}{x^2 \ln 3}$. B. $y' = \frac{x - x \ln x}{x^2 \ln 3}$. C. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^3 \ln 3}$. D. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 3}$.

Lời giải

Chọn D

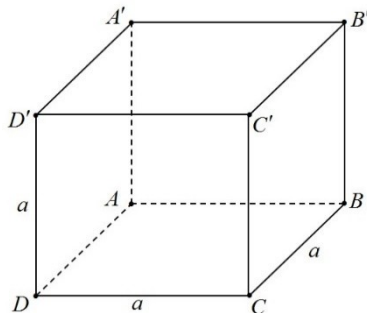
$$y = \frac{\log_3 x}{x} \Rightarrow y' = \frac{\frac{x}{x \ln 3} - \log_3 x}{x^2} = \frac{\frac{1}{\ln 3} - \frac{\ln x}{\ln 3}}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 3}.$$

Câu 2. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $3a^3$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Khối lăng trụ tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là khối lập phương cạnh a nên thể tích $V = a^3$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \geq 1$ là

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. B. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{2}.$$

Nên tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(0; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Ta có

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \frac{-1}{2}$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \frac{-1}{2}$ nên đường thẳng $x = 1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq \frac{1}{2}$ là

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; \frac{1}{2}]$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $[\frac{1}{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $2^x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^x \leq 2^{-1} \Leftrightarrow x \leq -1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; -1]$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $3z_1 - 2z_2$ là

A. $12i$.

B. $9i$.

C. 9 .

D. 12 .

Lời giải

Chọn D

$3z_1 - 2z_2 = 3(1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -1 + 12i$.

Nên phần ảo của số phức $3z_1 - 2z_2$ là 12 .

Câu 7. Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$?

A. P_5 .

B. P_6 .

C. C_6^5 .

D. A_6^5 .

Lời giải.

Chọn D

Số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ là một chỉnh hợp chập 5 của 6 phần tử. Vậy có A_6^5 số cần tìm.

Câu 8. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Khi đó kết quả của phép tính tích phân $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx$ bằng

A. 16 .

B. 9 .

C. 10 .

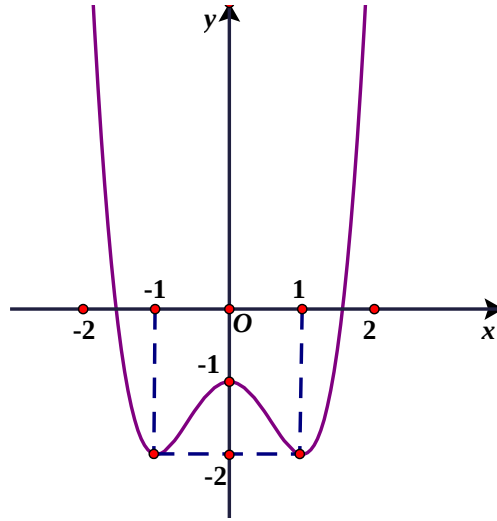
D. 13 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx - 3 \int_1^3 dx = 2 \cdot 8 - 3 \cdot x|_1^3 = 10$.

Câu 9. Xác định hàm số có đồ thị dạng sau:



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Đây là dạng đồ thị hàm số bậc bốn, hệ số a dương nên ta chọn đáp án D.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình dưới đây:



Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy kết luận hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$ là kết luận SAI

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	3	5

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT} = 3$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in R)$. Điểm M nào sau đây thuộc đường thẳng (Δ) ?

A. $M(1; 2; -3)$.

B. $M(2; 1; 3)$.

C. $M(1; -2; 3)$.

D. $M(2; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Xét điểm $M(2; 0; 4)$.

Thay $x = 2, y = 0, z = 4$ vào phương trình đường thẳng (Δ) .

Ta được:
$$\begin{cases} 2=1+t \\ 0=2-2t \Leftrightarrow t=1. \\ 4=3+t \end{cases}$$

Vậy điểm $M(2;0;4)$ thuộc đường thẳng (Δ) .

Câu 13. Cho số phức $z=-3+2i$. Số phức liên hợp của z là

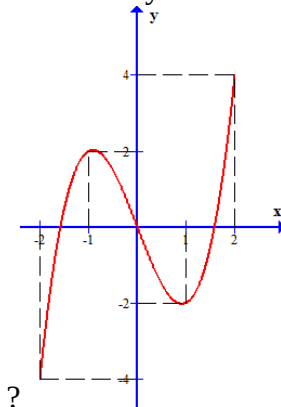
- A. $3+2i$. B. $-3+2i$. C. $3-2i$. D. $-3-2i$

Lời giải

Chọn D

$z=-3+2i$ có số phức liên hợp là $-3-2i$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



- A. $x=2$. B. $x=-2$. C. $x=-1$. D. $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-y+3z-1=0$ có một pháp vectơ là

- A. $\vec{n}_1=(-1;3;-1)$. B. $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$. C. $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. D. $\vec{n}_1=(2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x)dx=3$. Tính tích phân $I=\int_1^2 2f(x)dx$.

- A. $I=2$. B. $I=5$. C. $I=6$. D. $I=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_1^2 2f(x)dx=2\int_1^2 f(x)dx=2.3=6$.

Câu 17. Cho khối nón có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

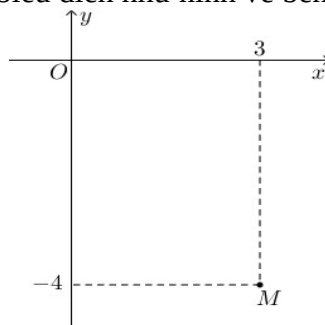
- A. 24π . B. 12π . C. 36π . D. 9π .

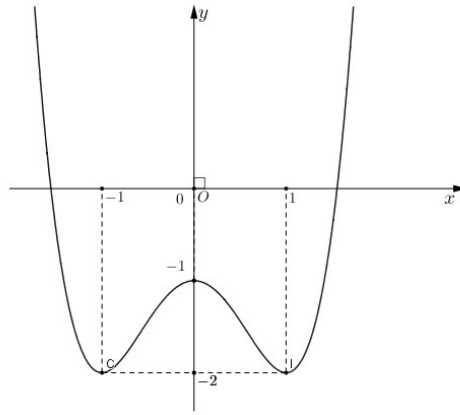
Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4=12\pi$.

Câu 18. Số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b .





A. 4.

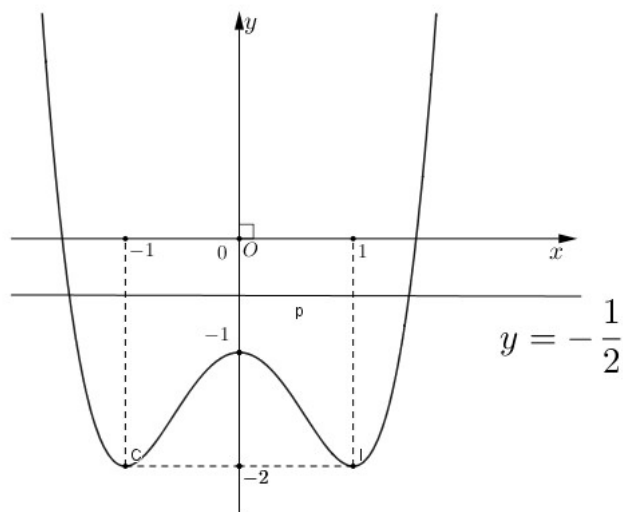
B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

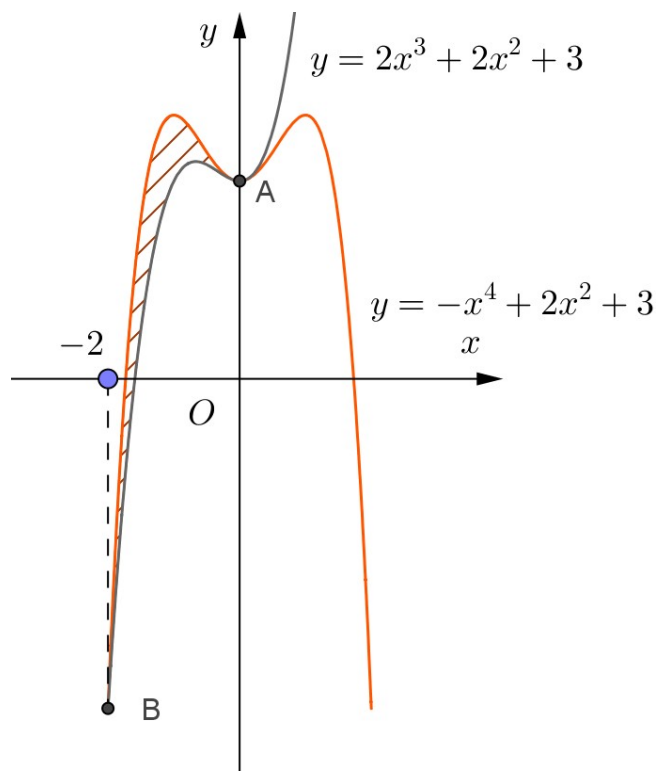
Chọn B



Ta thấy số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{-1}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{-1}{2}$.

Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{-1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = \frac{-1}{2}$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 25. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-2}^0 (-x^4 - 2x^3) dx.$

C. $\int_{-2}^0 (-x^4 + 2x^3) dx.$

B. $\int_{-2}^0 (x^4 - 2x^3) dx.$

D. $\int_{-2}^0 (x^4 + 2x^3) dx.$

Lời giải

Chọn A

Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

$$\int_{-2}^0 \text{gạch chéo}$$

Câu 26. Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Giá trị của $\log_a (x^2 y^3)$ bằng

A. 14.

B. 10.

C. 18.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a (x^2 y^3) = 2 \log_a x + 3 \log_a y \text{ gạch chéo } 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 \text{ gạch chéo } 10$.

Câu 27. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P)?

A. $H(-1; 3; -4)$.

B. $N(3; -1; 2)$.

C. $K(3; 1; 1)$.

D. $M(5; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -2)$

Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P)

Phương trình tham số của đường thẳng (d) là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

Tọa độ hình chiếu A' là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 2t \\ 2x - y - 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 1; 1)$$

Câu 28. Cho tứ diện ABCD có $AB = a, AC = a\sqrt{2}, AD = a\sqrt{3}$. Các tam giác ABC, ACD, ABD là các tam giác vuông tại điểm A. Khoảng cách d từ điểm A đến mp(BCD) là

A. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

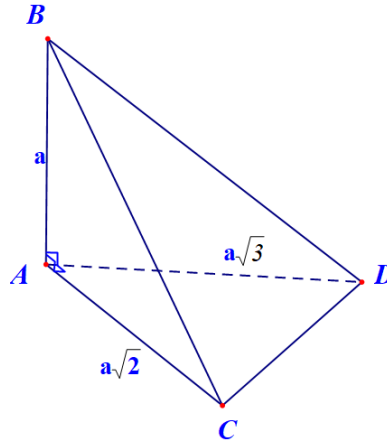
C. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



+) Ta có các tam giác ABC , ACD , ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A nên $AB \perp AC$, $AD \perp AC$, $AB \perp AD$ hay $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A .

+) Do đó $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{3a^2} \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Cách 2:

+) Do $AB \perp (ACD)$ nên $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ACD} \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

+) $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{5}$; $CD = \sqrt{AD^2 + AC^2} = a\sqrt{13}$; $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 2a$.

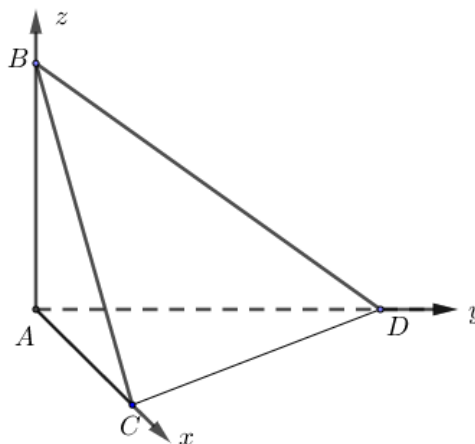
+) Đặt $p = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{a\sqrt{5} + a\sqrt{13} + 2a}{2}$.

+) Lúc đó: $S_{\triangle BCD} = \sqrt{p(p-BC)(p-CD)(p-BD)} = \frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

+) Mà $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (BCD)) \cdot S_{\triangle BCD} \Rightarrow d(A, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Vậy $d = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Cách 3:



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(0;0;a)$, $C(a\sqrt{2};0;0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$.

Phương trình mặt phẳng (BCD) : $\frac{x}{a\sqrt{2}} + \frac{y}{a\sqrt{3}} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + \sqrt{2}y + \sqrt{6}z - a\sqrt{6} = 0$.

$$\text{Suy ra } d(A, (BCD)) = \frac{|-a\sqrt{6}|}{\sqrt{3+2+6}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Câu 29. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$

A. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C.$

B. $\int f(x) dx = x + \sin x + C.$

C. $\int f(x) dx = x - \sin x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + C.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \left(\frac{1 + \cos x}{2} \right) dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + C.$$

Câu 30. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$ là

A. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R=1$.

B. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R=1$.

C. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $R=1$.

D. Đường tròn tâm $I(-1; -2)$, bán kính $R=1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$. Thay vào điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$, ta có:

$$|x - yi + 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |(x+1) + (-y+2)i| = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (-y+2)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$ là đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R=1$.

Câu 31. Cosin góc giữa hai mặt của tứ diện đều bằng

A. 0.

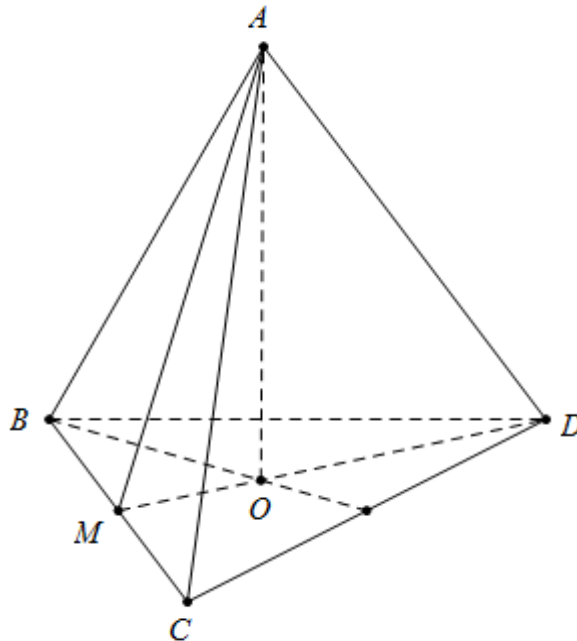
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Không mất tính tổng quát gọi tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1, M là trung điểm BC , O là tâm của tam giác đều $BCD \Rightarrow AO \perp (BCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ABC) \cap (BCD) = BC \\ AM \subset (ABC), AM \perp BC \Rightarrow (\widehat{ABC}, \widehat{BCD}) = (\widehat{AM}, \widehat{DM}) = (\widehat{AM}, \widehat{OM}). \\ DM \subset (BCD), DM \perp BC \end{cases}$$

Lại có $DM = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}, AM = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Xét tam giác AMO vuông tại O ta có $\cos \widehat{AMO} = \frac{OM}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{6} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos(\widehat{AM}, \widehat{OM}) = \frac{1}{3}.$

Vậy cosin góc giữa hai mặt của tứ diện đều bằng $\frac{1}{3}.$

Câu 32. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0$. Tính T .

- A. $T = -3$. B. $T = 36$. C. $T = \frac{1}{243}$. D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình : $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0$ (điều kiện $x > 0$)

$$\Leftrightarrow (-\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 6 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 6 = 0$$

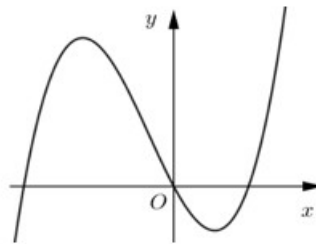
$$\text{Đặt } t = \log_3 x \Rightarrow (1) \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t=2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{Với } t=3 \Rightarrow \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 27.$$

Vậy $T = 36$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x) - 3 = 0$

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ do đó số nghiệm phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị

hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

$$\text{Với } f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 \Rightarrow f(0) = 0.$$

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_1; x = 0; x = x_2$. Ta lập được bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_1)$	0	$f(x_2)$	$+\infty$	

$y = 3/2$

Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 34. Cho hàm số $y = (x+2)^{-2}$. Tìm hệ thức giữa y và y'' không phụ thuộc vào x .

A. $y'' - 6y^2 = 0$.

B. $2y'' - 3y = 0$.

C. $y'' - 4y = 0$.

D. $y'' + 2y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = ((x+2)^{-2})' = (x+2)' \cdot (-2) \cdot (x+2)^{-3} = -2(x+2)^{-3}$.

$y'' = (-2(x+2)^{-3})' = (-2)(x+2)' \cdot (-3) \cdot (x+2)^{-4} = 6(x+2)^{-4}$.

Vì $6y^2 = 6((x+2)^{-2})^2 = 6(x+2)^{-4}$ nên $y'' - 6y^2 = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+3)(x-4)^2$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 0)$.

B. $(-\infty; -3)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \text{ (} x=0; x=4 \text{ là nghiệm kép và } x=-3 \text{ là nghiệm đơn)} \\ x=4 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Câu 36. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $(P): x - y - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_P(1; -1; 0)$.

Theo giả thiết điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) nên $\vec{n}_Q = \vec{OH} = (2; -1; -2)$.

Do đó $\cos((P); (Q)) = \frac{|\vec{n}_P \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot (-2)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $((P); (Q)) = 45^\circ$.

Câu 37. Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố: Hai bi được chọn cùng màu.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_5^2 + C_4^2$.

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 + C_4^2}{C_9^2} = \frac{4}{9}$.

Câu 38. Trong không gian Oxyz cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ đường thẳng cần tìm.

Gọi $M = \Delta \cap Ox$, khi đó $M(a; 0; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (a-1; -2; -3)$ và đường thẳng d có đường VTCP là $\vec{u} = (2; 1; -2)$.

Theo giả thiết: $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(a-1) - 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow M(-1; 0; 0)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(-1; 0; 0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM} = (-2; -2; -3) = -(2; 2; 3)$, nên có phương

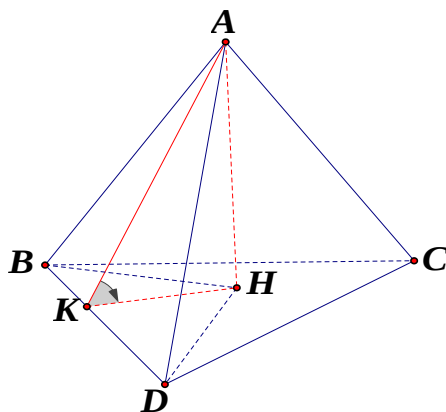
$$\text{trình là } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}.$$

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $BD=2$, hai tam giác ABD , BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 16, tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) .

- A. $\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$. B. $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$. C. $\arccos\left(\frac{4}{15}\right)$. D. 1.

Lời giải

Chọn A



* Hạ $AK \perp BD$ và $AH \perp (BCD)$ suy ra $BD \perp (AKH)$ nên $BD \perp KH$.

* Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) chính là góc $\widehat{AKH} = \alpha$.

* Lại có $AH = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{3 \cdot 16}{10} = \frac{24}{5}$; $AK = \frac{2S_{ABD}}{BD} = \frac{2 \cdot 6}{2} = 6$.

* Trong tam giác vuông AHK , ta có $\sin \alpha = \frac{AH}{AK} = \frac{\frac{24}{5}}{6} = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$.

Câu 40. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 2020$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [f(2x) - 3f(2-2x)] dx$.

- A. -2020. B. 2020. C. 1010. D. 4040.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I = \int_0^1 [f(2x) - 3f(2-2x)] dx = \int_0^1 f(2x) dx - 3 \int_0^1 f(2-2x) dx = I_1 - 3I_2$.

+ Tính $I_1 = \int_0^1 f(2x) dx$

Đặt $2x = u \Rightarrow 2dx = du \Rightarrow dx = \frac{1}{2} du$.

Đổi cận: $\begin{cases} x \rightarrow 0 \Rightarrow u \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 1 \Rightarrow u \rightarrow 2 \end{cases}$

Nên $I_1 = \frac{1}{2} \int_0^2 f(u) du = \frac{1}{2} \cdot 2020 = 1010$.

+ Tính $I_2 = \int_0^1 f(2-2x) dx$

$$\text{Đặt } 2-2x=u \Rightarrow -2dx=du \Rightarrow dx=\frac{-1}{2}du.$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x \rightarrow 0 \Rightarrow u \rightarrow 2 \\ x \rightarrow 1 \Rightarrow u \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\text{Nên } I_2 = \frac{-1}{2} \int_2^0 f(u) du = \frac{1}{2} \int_0^2 f(u) du = \frac{1}{2} \cdot 2020 = 1010.$$

$$\text{Vậy } I = I_1 - 3I_2 = 1010 - 3 \cdot 1010 = -2020.$$

- Câu 41.** Tập hợp các số thực m thỏa mãn hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$ có đúng một điểm cực trị là
A. $[0; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0]$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $m=0$ thì $y = -x^2 + 1$. Hàm số này luôn có một điểm cực trị (thỏa mãn).

Nếu $m \neq 0$ thì hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$ có một điểm cực trị khi $m \cdot (-1) > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy với $m \leq 0$ thì hàm số ban đầu có đúng một điểm cực trị.

- Câu 42.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 3$?
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

$$\Delta' = 2m - 1$$

$$\text{TH1: } \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$$

Phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 3$ suy ra $z_0 = 3$ hoặc $z_0 = -3$

Nếu $z_0 = 3$ thay vào phương trình ta được:

$$9 - 6m + i \text{ (tm)}$$

Nếu $z_0 = -3$ thay vào phương trình ta được:

$$9 + 6m + i, \text{ phương trình vô nghiệm.}$$

$$\text{TH2: } \Delta' < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}. \text{ Khi đó phương trình có hai nghiệm phức thỏa mãn } z_0 = z_1 = \bar{z}_2$$

$$\text{Ta có } |z_0| = 3 \Leftrightarrow z_1 z_2 = 9 \Leftrightarrow i$$

Kết hợp điều kiện: $m = -2$.

Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.

- Câu 43.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(x) + f(x) = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$.
A. $I = \frac{-4}{5}$. **B.** $I = \frac{4}{5}$. **C.** $I = \frac{-5}{4}$. **D.** $I = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết $f^3(x) + f(x) = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Cho } x=0 \Rightarrow f(0)=0.$$

$$\text{Cho } x=2 \Rightarrow f(2)=1.$$

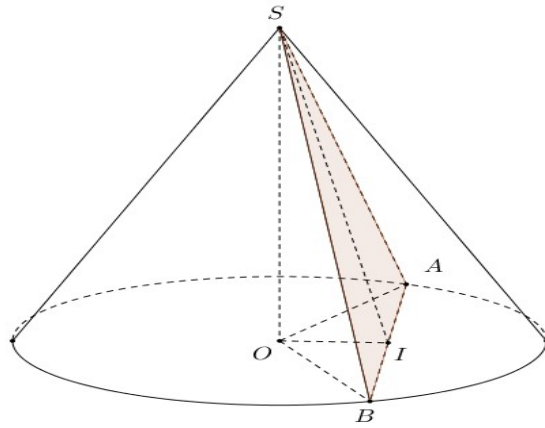
$$f^3(x) + f(x) = x \Leftrightarrow [f^3(x) + f(x)] \cdot f'(x) = x \cdot f'(x)$$

Lấy tích phân hai vế từ 0 đến 2

$$\int_0^2 [f^3(x) + f(x)] \cdot f'(x) dx = \int_0^2 x \cdot f'(x) dx \Leftrightarrow \int_0^2 [f^3(x) + f(x)] df(x) = \int_0^2 x \cdot f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{1}{4} f^4(x) + \frac{1}{2} f^2(x) \right]_0^2 = x f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx \Leftrightarrow \frac{3}{4} = 2 - I \Rightarrow I = \frac{5}{4}.$$

- Câu 44.** Cho hình nón có đỉnh S , trục SO , bán kính R , chiều cao h . Dây cung AB thuộc đường tròn đáy và cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ như hình vẽ. Ký hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình nón và diện tích tam giác SAB . Biết $\frac{S_1}{S_2} = \frac{10\pi}{3\sqrt{3}}$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $h = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} R.$

B. $h = \frac{\sqrt{11}}{8} R.$

C. $h = (\sqrt{2} - 1) R.$

D. $h = \frac{1}{3} R.$

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB . Ta có $OI \perp AB$ tại $I \Rightarrow d(O; AB) = OI = \frac{R}{2}$

Đường sinh của hình nón $l = SB = SA = \sqrt{R^2 + h^2}$.

Khi đó $S_1 = \pi R l = \pi R \sqrt{R^2 + h^2}$.

Áp dụng định lý Pytago ta được

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{h^2 + \frac{R^2}{4}} \text{ và } IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = R\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } S_2 = \frac{1}{2} AB \cdot SI = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot \sqrt{h^2 + \frac{R^2}{4}}.$$

$$\text{Theo đề } \frac{S_1}{S_2} = \frac{10\pi}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3\sqrt{3} \cdot \pi R \sqrt{R^2 + h^2} = 10\pi \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{h^2 + \frac{R^2}{4}} \Rightarrow h = \frac{R\sqrt{11}}{8}.$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 7; 0)$ và $B(3; 0; 3)$. Phương trình đường phân giác trong của $\widehat{AOB}$ là

A. $d: \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5}.$

B. $d: \frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{4}.$

C. $d: \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{3}.$

D. $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{OA} = (1; 7; 0) \Rightarrow OA = 5\sqrt{2} \\ \vec{OB} = (3; 0; 3) \Rightarrow OB = 3\sqrt{2} \\ \vec{AB} = (2; -7; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{62} \end{cases}$$

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Lại có $AB \cdot \vec{OI} + OB \cdot \vec{AI} + OA \cdot \vec{BI} = 0$

$$\Rightarrow \sqrt{62}(a; b; c) + 3\sqrt{2}(a-1; b-7; c) + 5\sqrt{2}(a-3; b; c-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\sqrt{62} + 3\sqrt{2}(a-1) + 5\sqrt{2}(a-3) = 0 \\ b\sqrt{62} + 3\sqrt{2}(b-7) + 5\sqrt{2}b = 0 \\ c\sqrt{62} + 3\sqrt{2}c + 5\sqrt{2}(c-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}} \\ b = \frac{21\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}} \\ c = \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}}; \frac{21\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}}; \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \vec{OI} = \left(\frac{18\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}}; \frac{21\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}}; \frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{62} + 8\sqrt{2}}\right).$$

Đường thẳng OI nhận $\vec{OI}$ là một VTCP nên nhận $\vec{u} = (6; 7; 5)$ là một VTCP

$$\text{Kết hợp với } OI \text{ qua } O(0; 0; 0) \Rightarrow OI: \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{5}.$$

- Câu 46.** Cho x là nghiệm của phương trình: $3^{\log_5 x} + x^{\log_5 3} = 6$. Giá trị của $A = \log_3(4+x)$ là
A. 2. **B.** $\log_3 12$. **C.** $\log_3 7$. **D.** $\log_3 10$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $3^{\log_5 x} + x^{\log_5 3} = 6$ (1), điều kiện: $x > 0$.

Cách 1:

Đặt $t = \log_5 x \Rightarrow x = 5^t$, phương trình trở thành:

Phương trình (1) trở thành $3^t + (5^t)^{\log_5 3} = 6 \Leftrightarrow 3^t + (5^{\log_5 3})^t = 6$

$$\Leftrightarrow 3^t + 3^t = 6 \Leftrightarrow 3^t = 3 \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi $t = 1$, ta có $x = 5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $A = \log_3(4+x) = \log_3 9 = 2$.

Cách 2:

(1) $\Leftrightarrow 3^{\log_5 x} + 3^{\log_5 x} = 6 \Leftrightarrow 3^{\log_5 x} = 3 \Leftrightarrow \log_5 x = 1 \Leftrightarrow x = 5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $A = \log_3(4+x) = \log_3 9 = 2$.

- Câu 47.** Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a \geq 4, b \geq 5, c \geq 6$ và mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$. Khi tổng $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng (α) đi qua tâm I của mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (OAB) có dạng $mx+ny+pz+q=0$ (với $m, n, p, q \in \mathbb{Z}$; $\frac{q}{p}$ là phân số tối giản). Giá trị $T = m+n+p+q$ bằng
A. -5. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 3.

Chọn A

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=90$.

Ta có $P = OA+OB+OC = a+b+c$. Đặt $x = a-4 \geq 0, y = b-5 \geq 0, z = c-6 \geq 0$.

Khi đó $a^2+b^2+c^2 = (x+4)^2 + (y+5)^2 + (z+6)^2 = x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z+77=90$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z=13.$$

$$T = (x+y+z)^2 + 12(x+y+z) = x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z+2(xy+yz+zx+2x+y).$$

Vì $x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z=13$ và $x, y, z \geq 0$ nên $(x+y+z)^2 + 12(x+y+z) - 13 \geq 0$.

$$\Leftrightarrow x+y+z \geq 1 \Leftrightarrow a-4+b-5+c-6 \geq 1 \Leftrightarrow a+b+c \geq 16 \Rightarrow (OA+OB+OC)_{\min} = 16.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a=4, b=5, c=7$.

Suy ra, $A(4; 0; 0), B(0; 5; 0), C(0; 0; 7)$.

Gọi mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Vì $A(4; 0; 0), B(0; 5; 0), C(0; 0; 7), O(0; 0; 0)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 16-8a+d=0 \\ 25-10b+d=0 \\ 47-14z+d=0 \\ d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\frac{5}{2} \\ c=\frac{7}{2} \\ d=0 \end{cases}$$

Tâm của mặt cầu (S) là $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(OAB) \equiv (Oxy): z=0 \Rightarrow (\alpha): z+e=0$.

Vì $I\left(2; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$ thuộc (α) nên $\frac{7}{2}+e=0 \Leftrightarrow e=-\frac{7}{2}$

Suy ra, $2z-7=0 \Rightarrow m=0; n=0; p=2; q=-7$.

$$T = m+n+p+q = -5$$

- Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên dương m trong đoạn $[-2018; 2018]$ sao cho bất phương trình sau đúng với mọi $x \in (1; 100)$: $(10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x}$.

A. 4036.

B. 4026.

C. 2013.

D. 2018.

Lời giải

Chọn D

$$(10x)^{m+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10}\log x} \Leftrightarrow \left(m+\frac{\log x}{10}\right)(\log x+1) \geq \frac{11}{10}\log x \Leftrightarrow (\log x+10m)(\log x+1)-11\log x \geq 0 \Leftrightarrow 10m(\log x+1) + \log^2 x - 10\log x \geq 0$$

$$\text{Do } x \in (1; 100) \Rightarrow \log x \in (0; 2). \text{ Do đó } 10m(\log x+1) + \log^2 x - 10\log x \geq 0 \Leftrightarrow 10m \geq \frac{10\log x - \log^2 x}{\log x+1}.$$

$$\text{Đặt } t = \log x, t \in (0; 2), \text{ xét hàm số } f(t) = \frac{10t - t^2}{t+1}. \text{ Ta có: } f'(t) = \frac{10-2t-t^2}{(t+1)^2} > 0 \forall t \in (0; 2).$$

$$\text{Do đó } f(0) < f(t) < f(2) \Leftrightarrow 0 < f(t) < \frac{16}{3}.$$

$$\text{Để } 10m \geq \frac{10\log x - \log^2 x}{\log x+1} \text{ đúng với mọi } x \in (1; 100) \text{ thì } 10m \geq \frac{16}{3} \Rightarrow m \geq \frac{8}{15}.$$

$$\text{Do đó } m \in \left[\frac{8}{15}; 2018\right] \text{ hay có 2018 số thỏa mãn.}$$

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

A. 8.

B. 15.

C. 4.

D. 30.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$+\infty$	$m-5$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x)$ qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $|f(x)|$. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $|f(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1) \Leftrightarrow m-5 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Vì m nguyên và $m \in (-20; 20)$ suy ra $m \in \{5; 6; \dots; 17; 18; 19\}$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho số phức Z thỏa mãn điều kiện $iz - 2 - i \sqrt{3}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2\sqrt{z-4-i} + iz + 5 + 8i \sqrt{z}$.

A. $\max T = 3\sqrt{15}$.B. $\max T = 15\sqrt{3}$.C. $\max T = 9\sqrt{5}$.D. $\max T = 18\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\diamond \text{ Ta có } iz - 2 - i \sqrt{3} \Leftrightarrow \forall i \sqrt{z - \frac{2+i}{i}} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{z-1+2i} = \sqrt{3}(1).$$

$$\diamond \text{ Đặt } z = a+bi, a, b \in \mathbb{R}.$$

$$\diamond \text{ Từ (1) } \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2a - 4b + 4.$$

$$\diamond \text{ Ta có } T = 2\sqrt{z-4-i} + iz + 5 + 8i \sqrt{z} = 2\sqrt{a-4+(b-1)i} + a+5 + (b+8)i \sqrt{a+bi}$$

$$\Rightarrow T = 2\sqrt{a^2+b^2-6a-6b+21} + \sqrt{2} \sqrt{6a+6b+\frac{93}{2}}$$

$$\Rightarrow T \leq \sqrt{(4+2)\left(-6a-6b+21+6a+6b+\frac{93}{2}\right)} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}.$$

$$\blacklozenge \text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \sqrt{2}\sqrt{-6a-6b+21} = 2\sqrt{6a+6b+\frac{91}{2}} \Leftrightarrow 36a+36b = -49$$