

CHUYÊN ĐỀ LUYỆN THI HỌC SINH GIỎI

MỤC LỤC

	Trang
Lời nói đầu	2
Phần 1: CÁC BÀI VIẾT – TRAO ĐỔI KINH NGHIỆM DẠY VẬT LÝ	3
A.1. GIỚI THIỆU MỘT SỐ BÀI TẬP PHẦN TĨNH ĐIỆN CÓ THỂ GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN	3
A.2. MỘT SỐ KIẾN THỨC NÂNG CAO VỀ CƠ HỌC VẬT RẮN	7
Phần 2: BÀI TẬP CƠ HỌC THEO CHỦ ĐỀ	56
Chủ đề 1: Công – Công suất – Năng lượng	56
Chủ đề 2: Lực hấp dẫn. Vệ tinh	65
Chủ đề 3: Các định luật bảo toàn	71
Chủ đề 4: Tĩnh học	78
Phần 3: ĐỀ THI DO CÁC TRƯỜNG ĐỀ NGHỊ	94
Đề 1: Trường THPT chuyên tỉnh Hà Giang	94
Đề 2: Trường THPT chuyên tỉnh Lạng Sơn	97
Đề 3: Trường THPT chuyên tỉnh Sơn La	101
Đề 4: Trường THPT chuyên tỉnh Vĩnh Phúc	107
Đề 5: Trường THPT chuyên tỉnh Cao Bằng	111
Phần 4: ĐỀ OLYMPIC TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG LẦN THỨ NĂM	115

Lời nói đầu

Khoa học muôn màu, trí tuệ bao giờ cũng được đánh giá ở tầm cao nhất. Bởi trí tuệ chính là cảm hứng của lòng đam mê, nhiệt huyết và sự sẻ chia. Trong Vật lý hẳn đó là lĩnh vực mà sự thách thức với trí tuệ nhân loại nói chung và những nhà Vật lý nó riêng chứa đựng nhiều chông gai nhất. Điềm lại những nhà khoa học cho đóng góp nhiều nhất, ảnh hưởng nhiều nhất, nổi tiếng nhất không thể thiếu những nhà vật lý thiên tài từ cổ chí kim. Cho dù là thiên tài hay vĩ đại, hoặc một nhà vật lý với một cái áo sơ mi bình thường đi trên phố, hay thậm chí là một giáo viên vật lý đóng vai trò như một “thầy tu” giảng vật lý cho các học sinh của mình thì họ đều có chung một đặc điểm - niềm vui khi được làm vật lý, sự sẻ chia các ý tưởng mà họ gặp phải; và hơn thế là tất cả họ đều trải qua một thời học sinh như chính các học sinh của chúng ta vậy. Tất cả họ ít hay nhiều đã từng trăn trở về một vấn đề nào đó, cho dù ngây thơ đến vĩ đại, điên rồ đến làm người khác phải phát cáu, hay đơn giản chỉ là những vấn đề, bài toán ở mức độ phổ thông mà không phải lúc nào câu trả lời cũng là thoả đáng.

Khoa học nói chung hình thành trên cơ sở của sự sẻ chia các ý tưởng, niềm vui của một ý tưởng mới, một khía cạnh mới được phát hiện. Vật lý cũng vậy, ở mọi cấp độ tất cả chúng ta đều đã tạo ra những sân chơi cho riêng mình. Giới hạn trong các hoạt động của vật lý phổ thông, chúng ta đã có các cuộc thi ở cấp trường, cấp tỉnh (thành phố), cấp quốc gia, khu vực và quốc tế. Chúng ta đã có những nỗ lực rất lớn trên con đường tìm đến niềm đam mê, và khí phách của một người yêu vật lý của chính chúng ta bằng cách tạo ra các cuộc giao lưu bằng hữu. Giao lưu các trường phổ thông trong tỉnh; giao lưu của các học sinh chuyên các tỉnh với nhau; hay giao lưu của các trường phổ thông trong và ngoài nước dưới nhiều tên gọi khác nhau và nhiều hình thức giao lưu nữa. Tất cả đều hoạt động trên cơ sở siết chặt tình đoàn kết, nới rộng vòng tay, và chia sẻ các ý tưởng, kinh nghiệm trong học tập và lối sống. Trong khuôn khổ của Trại hè Hùng Vương chúng ta đã cố gắng rất nhiều trong duy trì và phát huy tính tích cực mang trên mình các ý nghĩa đó.

Góp phần làm cho các hoạt động giao lưu các trường THPT chuyên trung du, miền núi phía Bắc ý nghĩa, đa dạng, và phong phú hơn. Trại Hè xin biên tập một số các bài viết, đề thi của các tác giả, các trường chuyên của các tỉnh thành một tập Kỷ yếu Trại hè Hùng Vương lần thứ sáu - 2010. Đó thực sự là những đóng góp tâm huyết, sự sẻ chia mang tính cộng đồng mà bất kỳ người yêu Vật lý nói riêng, khoa học nói chung nào cũng đồng ý là cần thiết. Nó thực sự cũng là tài liệu tham khảo thiết thực cho học sinh nói chung, những người yêu và muốn tìm hiểu sâu hơn về vật lý phổ thông nói riêng. Kỷ yếu sẽ còn hữu ích hơn nếu có thêm những bài viết đóng góp về các hoạt động bên lề và những kinh nghiệm chia sẻ trong giảng dạy. Mong muốn này xin dành lại cho tập san ở các lần sau.

Hà Nội tháng 7/2010

BAN BIÊN TẬP

Phần 1: CÁC BÀI VIẾT – TRAO ĐỔI KINH NGHIỆM DẠY VẬT LÝ

A.1 GIỚI THIỆU MỘT SỐ BÀI TẬP PHẦN TĨNH ĐIỆN CÓ THỂ GIẢI BẰNG PHƯƠNG PHÁP DÙNG CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

Th.S Bùi Tuấn Long

Trường THPT chuyên Hùng Vương Phú Thọ

(Bài viết có sử dụng một số tư liệu của đồng nghiệp)

I. Đặt vấn đề:

Định luật bảo toàn năng lượng là một trong những định luật đúng đắn nhất của vật lý học - mà cho đến nay các nhà khoa học vẫn thấy nó đúng trong những điều kiện ngặt nghèo nhất trong phòng thí nghiệm.

Việc áp dụng định luật bảo toàn năng lượng trong nhiều nhiều bài toán phức tạp và nhiều hiện tượng tự nhiên làm cho vấn đề trở nên đơn giản hơn rất nhiều.

Sau đây tôi xin giới thiệu cùng đồng nghiệp một số bài toán tĩnh điện có thể giải bằng phương pháp dùng các định luật bảo toàn.

II. Một số bài toán áp dụng:

Bài toán 1:

Điện tích Q được phân bố đều trên một mặt cầu kim loại rắn tuyệt đối với bán kính R . Hãy xác định lực F tác dụng lên một đơn vị diện tích của mặt đó từ phía điện tích còn lại.

Giải:

Theo điều kiện mặt cầu rắn tuyệt đối nên bán kính thực của nó không thể thay đổi. Tuy nhiên chúng ta hãy tưởng tượng rằng do lực đẩy của các điện tích cùng dấu, bán kính mặt cầu tăng lên chút ít, cụ thể là một lượng vô cùng nhỏ δR . Mặt cầu tích điện có tính chất của một tụ điện – nó giữ nguyên điện tích mà người ta truyền cho nó.

Điện thế của mặt cầu liên hệ với điện tích của nó bởi hệ thức: $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}$. Mặt khác,

theo định nghĩa điện dung ta có $V = Q/C$, suy ra $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R$. Năng lượng của tụ điện này $W = Q^2/2C = Q^2/(8\pi\epsilon\epsilon_0 R)$. Như vậy khi tăng bán kính mặt cầu, năng lượng này giảm một lượng:

$$\Delta W = W - W' = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R} - \frac{Q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 (R + \delta R)} = \frac{Q^2 \delta R}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R(R + \delta R)}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, độ biến thiên năng lượng này bằng công toàn phần A do lực đẩy tĩnh điện giữa các yếu tố riêng rẽ của mặt cầu thực hiện. Gọi F là lực tác dụng lên một đơn vị diện tích, ta có: $A = F \cdot 4\pi R^2 \cdot \delta R$. Do đó:

$$F \cdot 4\pi R^2 \cdot \delta R = \frac{Q^2 \delta R}{8\pi\epsilon\epsilon_0 R(R + \delta R)}. \text{ Từ đây lưu ý rằng } \delta R \ll R, \text{ ta tính được:}$$

$$F = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon \epsilon_0 R^4}$$

Bài 2:

Hai vật có kích thước nhỏ, khối lượng m_1 và m_2 , mang các điện tích cùng dấu q_1 và q_2 nằm cách nhau một khoảng a trong chân không. Hãy tính công của lực điện trường khi thả đồng thời cả hai điện tích cho chúng tự do chuyển động. Xét trường hợp các khối lượng bằng nhau và trường hợp các khối lượng không bằng nhau.

Giải:

a) Trường hợp khối lượng các hạt bằng nhau:

Do lực tương tác như nhau, gia tốc các hạt như nhau. Chúng đồng thời được thả ra, nên các điện tích luôn đối xứng qua khối tâm chung, nằm chính giữa đoạn a ban đầu.

Gọi x là các khoảng cách tức thời từ mỗi điện tích đến khối tâm. Công dịch chuyển mỗi điện tích đi ra đến vô cùng bằng:

$$A_1 = \int_{a/2}^{\infty} F dx = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{a/2}^{\infty} \frac{dx}{(2x)^2} = \frac{q_1 q_2}{16\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{a/2}^{\infty} = \frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

Suy ra công toàn phần của lực điện trường khi cho cả hai điện tích đồng thời chuyển động ra xa vô cùng bằng:

$$A = A_1 + A_2 = 2A_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

b) Trường hợp các khối lượng m_1, m_2 khác nhau:

Khi đó gia tốc của hai vật là khác nhau. Tuy nhiên theo định luật bảo toàn khối tâm:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{m_1 x_1}{m_2} \Rightarrow x_1 = (x_1 + x_2) \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l$$

$$\text{và } x_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l.$$

với l là khoảng cách tức thời giữa hai điện tích.

Gọi khoảng cách ban đầu từ khối tâm đến các điện tích là a_1 và a_2 , ta có công dịch chuyển điện tích q_1 ra xa vô cùng bằng:

$$A_1 = \int_{a_1}^{\infty} F_1 dx_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \int_a^{\infty} \frac{dl}{l^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{1}{a}$$

Tương tự công cho điện tích q_2 :

$$A_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{1}{a}$$

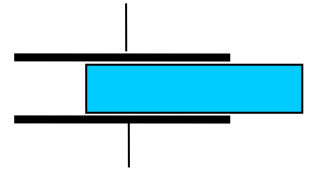
Thế năng tương tác ban đầu giữa hai điện tích được chuyển hoàn toàn thành công của hai điện tích ra xa vô cùng:

$$W_t = A_1 + A_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Nhận xét: dù cho một hay cả hai điện tích của hệ dịch chuyển ra xa vô cùng thì công của lực điện trường cũng chỉ bằng thế năng của một điện tích này trong điện trường của một điện tích kia khi chúng cách nhau một khoảng r .

Bài 3:

Một tấm có hằng số điện môi $\epsilon = 3$ nằm giữa hai bản của một tụ điện phẳng, choán hết thể tích của tụ điện. Tụ điện được mắc vào một nguồn có suất điện động $U = 100V$ qua một điện trở. Sau đó tấm được đẩy ra khỏi tụ điện thật nhanh, đến mức điện tích trên tụ điện chưa kịp biến thiên.



Hỏi phần năng lượng toả ra trong mạch sau đó dưới dạng nhiệt bằng bao nhiêu? Biết điện dung của tụ điện khi chưa có điện môi là $C_0 = 100\mu F$.

Giải:

Khi vừa đánh bật tấm điện môi ra khỏi tụ điện, điện dung của tụ điện còn bằng C_0 , nhưng điện tích trên tụ vẫn là $q_1 = CE = \epsilon C_0 U$. Do đó năng lượng của tụ điện ngay sau khi điện môi bị đánh bật bằng:

$$W_1 = \frac{(\epsilon C_0 U)^2}{2C_0} = \frac{\epsilon^2 C_0 U^2}{2}$$

Sau đó điện tích của tụ còn lại: $q_2 = C_0 U$ để phù hợp với điện dung mới, nên có một điện lượng $\Delta q = q_1 - q_2$ chạy qua nguồn ngược chiều lực lạ, do đó nguồn tiêu thụ một công:

$$\Delta A = \Delta q \cdot U = (q_1 - q_2)U = (\epsilon - 1)C_0 U^2$$

đồng thời năng lượng của tụ điện chỉ còn bằng:

$$W_2 = \frac{C_0 U^2}{2}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta thu được nhiệt lượng toả ra trên mạch sau khi đẩy tấm điện môi ra ngoài:

$$Q = W_1 - W_2 - \Delta A = \frac{(\epsilon^2 - 1)C_0 U^2}{2} - (\epsilon - 1)C_0 U^2 = \frac{(\epsilon - 1)^2 C_0 U^2}{2} = 2J$$

Một số bài tập khác:

Bài 4:

Một tụ điện phẳng có hai bản tụ bằng kim loại diện tích S , điện môi không khí. Tích điện cho tụ bởi hiệu điện thế U . Tính lực hút giữa hai bản tụ?

Gợi ý giải:

Bài toán này chúng ta áp dụng như bài toán 1.

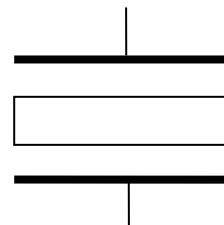
- Tính năng lượng ban đầu của tụ (W).

- Giả sử kéo hai bản tụ ra xa nhau một khoảng rất nhỏ x
- Tính năng lượng của tụ khi đã dịch chuyển một đoạn nhỏ x (W'). Độ chênh lệch năng lượng ở hai vị trí $\Delta W = W' - W$ chính bằng công dịch chuyển hai bản tụ ra xa nhau một khoảng x và bằng công cản của lực hút giữa hai bản tụ.
- Từ các kết quả trên ta tính được: $F \cdot x = \Delta W$

Bài 5:

Một tấm đồng dày b được đưa vào một tụ phẳng có diện tích bản là S . Chiều dày tấm đúng bằng nửa khoảng cách giữa các bản.

- Hỏi điện dung sau khi đưa tấm đồng vào?
- Hỏi công thực hiện khi đưa tấm đồng vào? Tấm bị hút vào hay phải đẩy nó vào?



Gợi ý giải:

Khi đưa tấm đồng vào giữa hai bản tụ ta được bộ 2 tụ ghép nối tiếp. Học sinh dễ dàng tính được điện dung của bộ tụ này. So sánh năng lượng của tụ ghép này với năng lượng của tụ ban đầu (chưa đưa bản đồng vào) chúng ta sẽ tính được công thực hiện để đưa tấm đồng vào, và sẽ biết được tấm đồng bị hút vào hay phải đẩy nó vào (chú ý: mọi vật đều có xu hướng tồn tại với trạng thái có mức năng lượng thấp nhất - mức bền vững nhất).

Lời kết:

Trong khuôn khổ một vài trang viết không thể nói hết được các vấn đề. Tuy nhiên chúng tôi hy vọng rằng đã cung cấp được một số bài tập cho các em học sinh và các thầy giáo để tham khảo. Mong được sự góp ý, trao đổi của các bạn.

A.2 MỘT SỐ KIẾN THỨC NÂNG CAO VỀ CƠ HỌC VẬT RẮN

Trần Văn Hùng

Trường THPT chuyên Bắc Giang

I. BỔ TRỢ KIẾN THỨC TOÁN.

1. Tích có hướng của hai vector:

$c = a \times b$ là một véc tơ có

- Phương vuông góc với mặt phẳng chứa $(\vec{a}, \vec{b})$.
- Chiều tuân theo quy tắc đinh ốc: quay cái đinh ốc theo chiều từ $\vec{a}$ đến $\vec{b}$ thì chiều tiến của cái đinh ốc là chiều của $\vec{c}$.
- Độ lớn $|\vec{c}| = a.b.\sin\alpha = \text{diện tích hình bình hành OADB}$.
- Nếu $\vec{a} // \vec{b}$ thì $\vec{c} = 0$

2. Mômen của 1 véc tơ.

Mômen của $\vec{V}$ đối với điểm O là tích có hướng của bán kính $\vec{r}$ với véc tơ $\vec{V}$:

ký hiệu: $M_O(\vec{V}) = \vec{r} \times \vec{V}$

- Có phương $\perp$ mặt phẳng chứa $\vec{r}$ và $\vec{V}$
- Có chiều được xác định theo quy tắc đinh ốc.
- Có độ lớn $M = r.V.\sin\alpha = V.d$ với $d = OH$ (d : là cánh tay đòn của $\vec{V}$)

Tính chất:

- + Nếu $\vec{V} // \vec{r}$ thì $M_O(\vec{V}) = 0$
- + $M_O(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = M_O(\vec{V}_1) + M_O(\vec{V}_2)$
- + $M_O(\lambda \vec{V}) = \lambda M_O(\vec{V}_2)$ λ là hằng số
- + Nếu $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 0 \Rightarrow M_O(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) = 0$

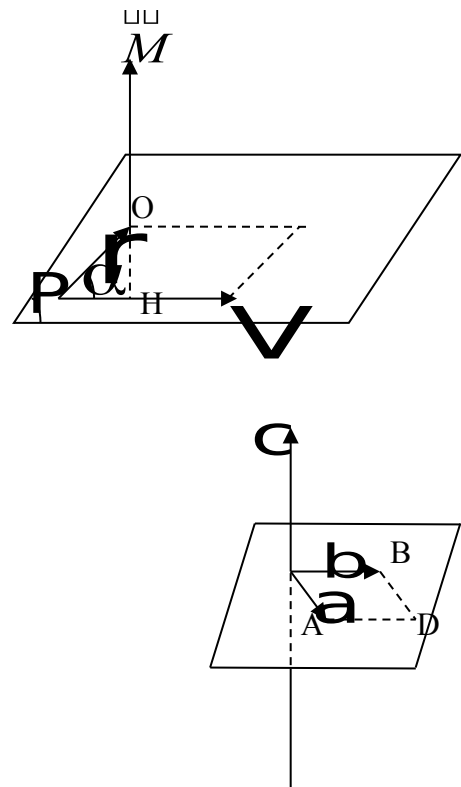
II. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VỀ VẬT RẮN

1. KHÁI NIỆM VẬT RẮN

- Vật rắn tuyệt đối là vật mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ của nó không đổi. - Vật rắn có thể xem như một hệ chất điểm. Vật rắn tuyệt đối thường được xem là hệ chất điểm liên kết chặt chẽ với nhau.
- Khái niệm vật rắn chỉ là tương đối.

2. LỢI ÍCH CỦA KHÁI NIỆM VẬT RẮN

- Để nghiên cứu một hệ chất nào đấy, ta phải đặc trưng chuyển động của từng điểm của hệ, điều này khiến ta phải đụng chạm đến một số rất nhiều thông số dẫn đến những phép tính rắc rối khó gỡ.



- Nếu hệ được xem như vật rắn, số thông số phải tính đến trở nên vừa phải: Nhiều nhất là 6 thông số là đủ xác định chuyển động của vật rắn hoặc của hệ quy chiếu gắn với vật rắn.

- Trong nhiều bài toán có thể coi vận rắn như một chất điểm.

3. CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

- Chuyển động tịnh tiến.

- Chuyển động quay xung quanh một trục cố định.

- Chuyển động song phẳng.

4. CÁC VẤN ĐỀ CẦN CHÚ Ý TRONG KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN:

4.1. Các chú ý về động học và động lực học vật rắn:

❖ Các đại lượng $\varphi, \varphi_0, \omega, \gamma$ là đại lượng đặc trưng cho chuyển động quay của vật rắn. Trong một hệ quy chiếu, ω có giá trị như nhau với các trục quay bất kì song song với nhau.

❖ Các đại lượng $a_t; a_n; a; v$ chỉ đặc trưng cho một điểm trên vật rắn.

❖ Giữa chuyển động quay của vật rắn và chuyển động tịnh tiến có các đại lượng vật lí tương đương nhau: [1]

❖ Các đại lượng liên quan đến chuyển động của một chất điểm (hay chuyển động tịnh tiến của vật rắn) được gọi là những *đại lượng dài*.

❖ Các đại lượng liên quan đến chuyển động quay của một vật rắn quanh một trục được gọi là những *đại lượng góc*.

Các đại lượng dài:

- Gia tốc.

- Vận tốc.

- Lực.

- Động lượng.

Các đại lượng góc:

- Gia tốc góc.

- Vận tốc góc.

- Momen lực.

- Momen động lượng.

Nếu đại lượng dài là đại lượng vector thì các đại lượng góc tương ứng cũng là đại lượng vector.

❖ Định lý phân bố vận tốc:

Xét vật rắn P dịch chuyển trong hệ quy chiếu (HQC) O.

Xét hai điểm bất kì trên vật rắn là A và B. Gọi ω là vận tốc góc quay của vật rắn trong hệ quy chiếu O. Hệ thức quan trọng giữa các vận tốc của A và B của vật rắn tại một thời điểm cho trước là: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \omega \wedge \overrightarrow{AB}$ (1)

4.2. Đặc điểm của lực tác dụng lên vật rắn

❖ Lực tác dụng lên vật rắn thì điểm đặt là tùy ý trên giá.

❖ Hệ lực tác dụng lên vật rắn ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$) có thể tìm được hợp lực hoặc không tìm được hợp lực. Cần phân biệt hợp lực và tổng véc tơ các lực.

Lý thuyết và thực nghiệm cho thấy, có thể xảy ra một trong ba trường hợp (TH) dưới đây:

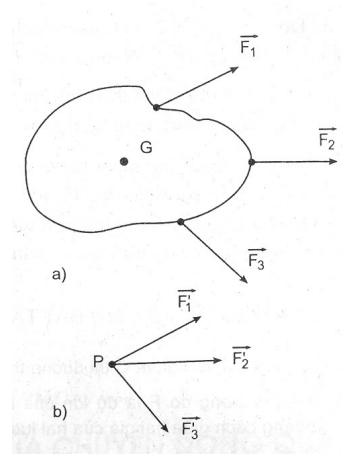
TH1: Vật chỉ chuyển động tịnh tiến giống như một chất điểm. Trong trường hợp này hệ lực tương đương với một lực duy nhất đặt tại khối tâm và tổng các lực cũng là hợp lực.

TH2: Vật chỉ quay quanh một trục đi qua khối tâm. Trong trường hợp này hệ lực tương đương với một ngẫu lực mà như ta đã biết không thể tìm được hợp lực của nó. Vì hệ lực không có hợp lực nên ta phải nói là tổng các lực tác dụng vào vật bằng 0, còn tổng các momen lực đối với một trục đi qua khối tâm thì khác không và do đó vật chỉ quay quanh khối tâm đứng yên (nếu lúc đầu vật đứng yên).

TH3: Vật vừa chuyển động tịnh tiến, vừa quay quanh khối tâm. Trong trường hợp này, hệ lực tương đương với một lực đặt tại khối tâm và một ngẫu lực. Do đó, lực tương đương đặt ở khối tâm không phải là hợp lực mà chỉ là tổng các lực.

Cách xác định tổng các lực: Sử dụng các phương pháp:

🌈 phương pháp hình học. Giả sử vật rắn chịu ba lực đồng thời tác dụng là $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ (H.4.2a). Lấy một điểm P bất kì trong không gian làm điểm đặt của lực, ta vẽ các lực $\vec{F}'_1$, $\vec{F}'_2$ và $\vec{F}'_3$ song song, cùng chiều và cùng độ lớn với các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ (H.4.2b). Dùng quy tắc hình bình hành ta tìm được hợp lực của hệ lực đồng quy $\vec{F}'_1$, $\vec{F}'_2$ và $\vec{F}'_3$. Hợp lực này là tổng các lực của hệ lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$.



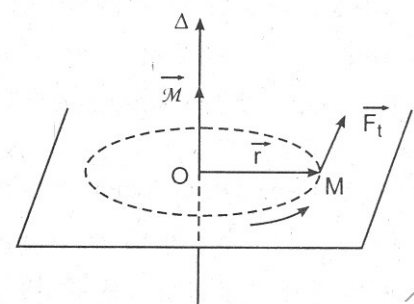
🌈 Phương pháp đại số: Chọn một hệ trục tọa độ Đề-các (Ox, Oy) nằm trong mặt phẳng của vật rồi chiếu các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ lên các trục tọa độ. Tổng của các lực là một lực $\vec{F}$, có hình chiếu lên các trục tọa độ bằng tổng đại số của hình chiếu của các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ lên các trục đó:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = \sum F_{ix}.$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = \sum F_{iy}.$$

Tóm lại, tổng các lực là một lực chỉ tương đương với hệ lực về tác dụng gây ra chuyển động tịnh tiến cho vật rắn mà thôi.

4.3. Biểu thức vectơ mômen lực đối với một trục quay. [1]



Hình 4.3

Biểu thức của momen lực đối với trục quay Δ được viết dưới dạng vector như sau: $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}_t$, trong đó, $\vec{F}_t$ là thành phần tiếp tuyến của lực $\vec{F}$ với quỹ đạo chuyển động của điểm đặt M của vector lực, còn $\vec{r} = \vec{OM}$ là vector bán kính của điểm đặt M (H.4.3).

Theo tính chất của tích có hướng của hai vector thì ba vector $\vec{r}$, $\vec{F}_t$ và $\vec{M}$ tạo thành một tam diện thuận. Theo đó, vector momen $\vec{M}$ có phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{r}$ và $\vec{F}_t$, tức là có phương của trục quay Δ . Vì thế momen lực là một đại lượng góc và được biểu diễn bằng một vector nằm dọc theo trục quay (vector trục).

Nếu chọn chiều dương cho trục quay (phù hợp với chiều dương của chuyển động quay) thì momen lực là đại lượng đại số. Momen lực có giá trị dương nếu vector $\vec{M}$ cùng chiều với chiều dương của trục quay và ngược lại.

SGK chỉ trình bày momen lực như một đại lượng đại số giống như đã trình bày vận tốc góc và gia tốc góc.

4.4. Định lý Steiner về Mômen quán tính khi chuyển trục quay.

Xét với trục quay Δ song song với trục quay Δ_G qua khối tâm G của vật rắn, chúng cách nhau một khoảng d. Khối lượng vật rắn là M, mô men quán tính của vật rắn đối với trục quay Δ là I được xác định qua mô men quán tính I_G đối với trục quay Δ_G

$$I = I_G + Md^2 \quad (4.4)$$

(Định lý Stê-nơ (Steiner) hay định lý Huy-ghen (Huyghens)).

4.5. Định luật Niu-tơn II cho chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay

4.5.1. Trong trường hợp tổng quát, khi chịu các lực tác dụng, vật rắn vừa chuyển động tịnh tiến vừa quay quanh khối tâm.

Để tìm gia tốc $\vec{a}$ của chuyển động tịnh tiến (cũng là gia tốc $\vec{a}$ của khối tâm), ta áp dụng phương trình:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}, \quad (1)$$

$$\text{hay:} \quad \sum F_x = ma_x \text{ và } \sum F_y = ma_y \quad (1.b)$$

Để tìm gia tốc góc của chuyển động quay quanh một trục đi qua khối tâm, ta áp dụng phương trình:

$$\sum \vec{M} = I_G \vec{\gamma}, \quad (2)$$

$$\text{hay:} \quad \sum M = I_G \gamma \text{ (dạng đại số).}$$

4.5.2. Điều kiện cân bằng tổng quát chỉ là trường hợp riêng của hai phương trình (1) và (2) khi $\vec{a} = \vec{0}$ và $\vec{\gamma} = \vec{0}$. Nếu ban đầu vật đứng yên thì vật tiếp tục đứng yên. Ta có trạng thái cân bằng tĩnh.

Cần chú ý là, khi vật ở trạng thái cân bằng tĩnh thì $\sum \vec{M} = 0$ không chỉ đối với trục đi qua khối tâm, mà đối với cả một trục bất kỳ.

4.5.3. Đối với một vật rắn quay quanh một trục cố định thì chuyển động tịnh tiến của vật bị khử bởi phản lực của trục quay.

4.6. Năng lượng của vật rắn.

4.6.1. Thế năng của vật rắn:

Xét với vật rắn tuyệt đối, trong trọng trường có gia tốc g , Z là độ cao của khối tâm G tính từ một mốc nào đó, vật rắn có thế năng bằng thế năng của khối tâm mang tổng khối lượng của vật rắn: $U = MgZ$. (4.5.1)

4.6.2. Động năng của vật rắn:

- Khi vật rắn quay xung quanh một trục quay cố định Δ : $K = I_{\Delta} \cdot \omega^2$ (4.5.2)

Chú ý: Nếu trục quay Δ không qua khối tâm G , cần xác định I_{Δ} qua I_G bởi định lý Stenor (4.4)

- Trường hợp tổng quát: $K = I_G \cdot \omega^2 + M \cdot V_G^2$

"Động năng toàn phần của vật rắn bằng tổng động năng tịnh tiến của khối tâm mang khối lượng của cả vật và động năng quay của nó xung quanh trục đi qua khối tâm".

4.6.3. Định luật bảo toàn cơ năng:

Khi các lực tác dụng lên vật rắn là lực thế, thì cơ năng E của hệ vật rắn được bảo toàn: $K + U = \text{const}$.

Nếu trong quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2, có lực ma sát, lực cản... tác dụng mà ta tính được công A của các lực ấy thì có thể áp dụng định luật bảo toàn năng lượng dưới dạng: $E_2 - E_1 = A$.

4.7. Bài toán chuyển động lăn không trượt

Xét một bánh xe có bán kính R có tâm C dịch chuyển trên mặt đất nằm ngang cố định trong hệ quy chiếu O , tất cả luôn luôn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng.

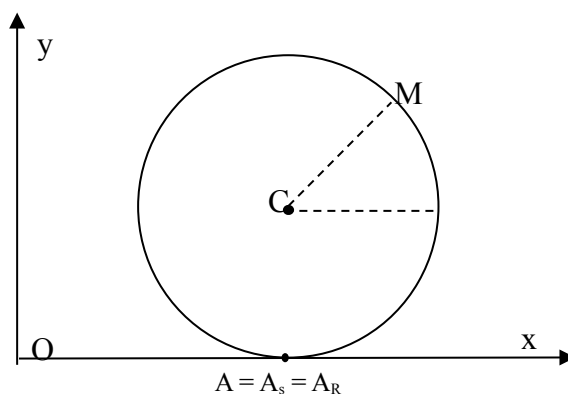
Gọi điểm A là điểm tiếp xúc của bánh xe với mặt đất ở thời điểm t .

Có thể phân biệt ba điểm ở nơi tiếp xúc:

- Điểm A_S của đất cố định trong HQC O .
- Điểm A_R của bánh xe, khi bánh xe quay thì ở thời điểm sau đây điểm này không tiếp xúc với đất nữa.
- Điểm hình học A xác định chỗ tiếp xúc.

Rõ ràng ở thời điểm t , ba điểm có những vận tốc khác nhau trong HQC O .

- Vận tốc của điểm A_S của đất rõ ràng là bằng không.
- Vận tốc của điểm hình học A bằng vận tốc của tâm C của bánh xe vì C và A luôn trên cùng một đường thẳng đứng.



- Vận tốc của điểm A_R của bánh xe thỏa mãn: $\vec{v}_{A_R} = \vec{v}_C + \omega \wedge \overrightarrow{CA}$

Vận tốc v_{A_R} gọi là vận tốc trượt của bánh xe trên mặt đất (chú ý mặt đất là cố định).

Bánh xe gọi là lăn không trượt khi $v_{A_R} = 0$.

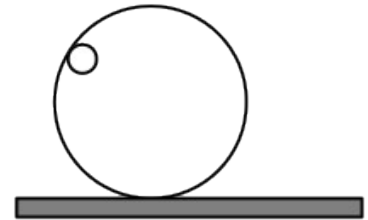
Điểm A_R của bánh xe tiếp xúc với mặt đất khi đó có vận tốc bằng 0 ở thời điểm tiếp xúc. Trong những điều kiện này mọi việc xảy ra như là giữa hai thời điểm gần nhau t và $t + dt$ bánh xe quay quanh một trục qua A và vuông góc với mặt phẳng xOy , trục này được gọi là trục quay tức thời của bánh xe. A gọi là tâm quay tức thời.

Khi lăn không trượt, có các hệ thức liên hệ: $v_G = \omega R$; quãng đường dịch chuyển được của tâm C trên mặt đất và cung cong $A_R A'_R$ trên chu vi bánh xe là bằng nhau.

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP KINH ĐIỂN VỀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

Bài 1. Khảo sát chuyển động của một vành tròn trên mặt phẳng

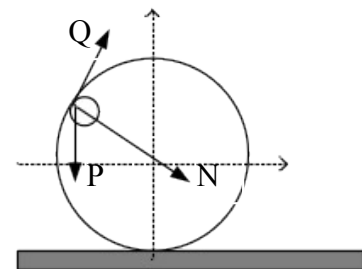
Một vành tròn mảnh bán kính R khối lượng M phân bố đều. Trên vành ở mặt trong có gắn một vật nhỏ khối lượng m (hình vẽ). Kéo cho vành lăn không trượt trên mặt ngang sao cho tâm của vành có vận tốc v_0 . Hỏi v_0 phải thỏa mãn điều kiện gì để vành không nảy lên?



Lực tác dụng lên vành để kéo vành chuyển động với vận tốc không đổi (như giả thiết) không có thành phần thẳng đứng?

Bài giải

+ Khi m ở vị trí bất kì, lực tác dụng vào m có P và F lực mà vành tác dụng vào m . Có thể phân tích lực F thành hai phần: $\vec{N}$ có phương trùng với bán kính vành tròn, chiều hướng tâm, $\vec{Q}$ có phương tiếp tuyến với vòng (hình vẽ).



Định luật II: $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{N}$ (1)

Chiếu (1) theo $\vec{Q}$ và theo $\vec{N}$ $\begin{cases} Q = P \sin \alpha \\ P \cos \alpha + N = \frac{mv_0^2}{R} \end{cases}$

+Thành phần lực F tác dụng vào m theo phương thẳng đứng: $F_y = Q \sin \alpha - N \cos \alpha$ (3) .

Từ (2) và (3) ta có:

$$F_y = P \sin^2 \alpha - \left(\frac{mv_0^2}{R} - P \cos \alpha \right) \cdot \cos \alpha = P - \frac{mv_0^2}{R} \cos \alpha .$$

$(F_y)_{\max}$ khi $\alpha = 0$ vật ở vị trí cao nhất, F_y hướng xuống với $(F_y)_{\max} = P - \frac{mv_0^2}{R}$.

Theo định luật III lực tác dụng từ m vào vành M có phương ngược với F_y , (F_y' hướng xuống):

$$(F_y)'_{\max} = - (F_y)_{\max} = \frac{mv_0^2}{R} - P. \text{ Vành không nảy lên khi:}$$

$$(F_y)'_{\max} \leq Mg \Leftrightarrow \frac{mv_0^2}{R} - P \leq Mg \Rightarrow v_0 \leq \sqrt{\left(1 + \frac{m}{M}\right)gR}$$

Bài 2. Khảo sát chuyển động của khối trụ trong tương tác với hai mặt phẳng

Một hình trụ có khối M được bố trí thành cơ hệ như hình vẽ, hệ số ma sát của hình trụ với mặt phẳng ngang là μ_1 , với mặt phẳng nghiêng là μ_2 . mặt phẳng ngang chuyển động đều về phía trái, cần phải tác động vào mặt phẳng ngang một lực F nhỏ nhất là bao nhiêu để xảy ra điều trên.

Lời giải:

Hình trụ có hai khả năng quay hay không quay.

Giả sử trụ quay:

Khi mặt phẳng ngang chuyển động đều thì trụ quay đều và gia tốc của khối trụ bằng không

Ta có: + Tổng các Moment lực đối với trục quay qua khối tâm bằng 0:

$$F_1 = F_2 = F$$

+ Theo phương ngang:

$$N \sin \alpha - F_2 \cos \alpha - F_1 = 0 \quad (1)$$

+ Theo phương thẳng đứng:

$$N_1 - Mg - N_2 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$\text{Rút gọn biểu thức ta thu được: } \begin{cases} F = N_2 \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \\ N_1 = Mg + N_2 \end{cases} \quad (3)$$

Nhận xét F, N_1 , N_2 phụ thuộc vào μ_1 , μ_2 , α và có hai trường hợp có thể xảy ra:

- Trường hợp 1.

$\mu_1 N_1 > \mu_2 N_2$, hình trụ quay, $F = \mu_2 N_2$

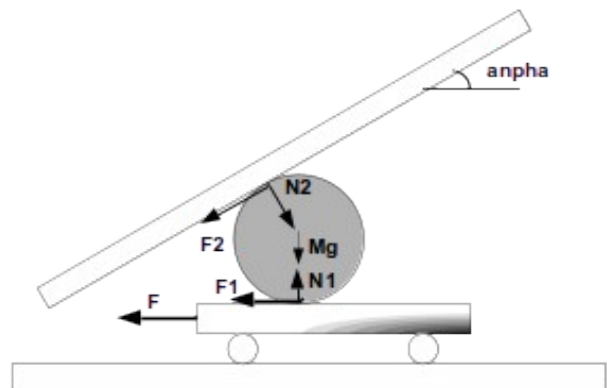
Khi đó từ (3): $N_2 \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \mu_2 N_2$

1.a/ $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} > \mu_2 \Rightarrow N_2 = 0, F = 0$ với điều kiện $\mu_1 N_1 > \mu_2 N_2$ với mọi giá trị của μ_1 , μ_2 .

1.b/ $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} < \mu_2$, khi đó hình trụ bị kẹt, điều kiện $\mu_1 N_1 > \mu_2 N_2$ xảy ra với $\mu_1 > \mu_2$.

- Trường hợp 2.

$\mu_1 N_1 < \mu_2 N_2$, hình trụ không quay được $F = \mu_1 N_1$.



Từ (3) suy ra: $N_2 \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \mu_1 N_1$

$$\mu_1 (Mg + N_2) = N_2 \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}. \text{ Tìm ra } N_2 = \frac{\mu_1 Mg}{\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} - \mu_1}$$

2.a/ $\mu_1 \geq \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$, khi đó trụ bị kẹt, điều kiện $\mu_1 N_1 > \mu_2 N_2$ khi $\mu_1 < \mu_2$.

2.b/ $\mu_1 < \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$, khi đó $F = \mu_1 N_1 = \mu_1 (N_2 + Mg)$. Hay: $F = \frac{\mu_1 Mg}{1 - \mu_1 \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}}$

Điều

kiện

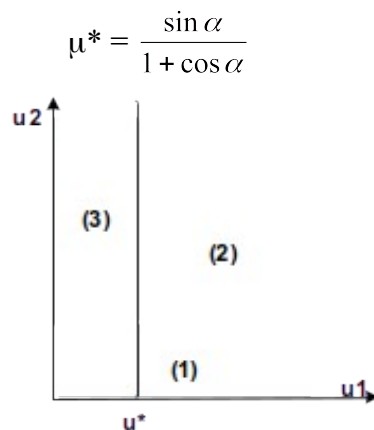
$\mu_1 N_1$

<

$\mu_2 N_2$

xảy ra

khi



$$\mu_2 > \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

$$\mu_2 N_2 > \mu_1 (N_2 + Mg)$$

Đánh giá:

Biểu diễn kết quả qua đồ thị, đồ thị biểu diễn mặt phẳng μ_1, μ_2 chia làm 3 miền

- Miền 1: ứng với trường hợp (1.a)

- Miền 2: ứng với trường hợp (1.b) và (2.a) hình trụ bị kẹt nên $F = \infty$

- Miền 3: ứng với trường hợp (2.b),

$$F = \frac{\mu_1 Mg}{1 - \mu_1 \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}}$$

Bài 3. Vật rắn có liên kết ròng rọc

Có hai ròng rọc là hai đĩa tròn gắn đồng trục. Ròng rọc lớn có khối lượng $m = 200g$, bán kính $R_1 = 10cm$. Ròng rọc nhỏ có khối lượng $m' = 100g$, bán kính $R_2 = 5cm$. Trên rãnh hai ròng rọc có hai dây chỉ quấn ngược chiều nhau để khi m_1 đi xuống m_2 đi lên hoặc ngược lại. Đầu dây của ròng rọc lớn mang khối lượng $m_1 = 300g$, đầu dây của ròng rọc nhỏ mang khối lượng $m_2 = 250g$. Thả cho hệ chuyển động từ trạng thái đứng yên Lấy $g = 10m/s^2$.

- a. Tính gia tốc của các vật m_1 và m_2 .
b. Tính lực căng của mỗi dây treo.

Lời giải

$P_1 = m_1g > P_2 = m_2g$, nên m_1 đi xuống, m_2 đi lên. Phương trình chuyển động của m_1 và m_2 :

$$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1; \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2 \quad (1)$$

Chiều (1) theo chiều (+) là chiều chuyển động của m_1 và m_2 : $\begin{cases} m_1g - T_1 = m_1a_1 \\ T_2 - m_2g = m_2a_2 \end{cases} \quad (2)$

Với ròng rọc $T_1R_1 - T_2R_2 = I\gamma \quad (3)$.

$$I = \frac{1}{2}mR_1^2 + \frac{1}{2}mR_2^2; \gamma = \frac{a_1}{R_1} = \frac{a_2}{R_2}; a_1 = 2a_2.$$

+ Nhân (2a) với R_1 , (2b) với R_2 , rồi cộng hai vế (2) và (3):

$$\Rightarrow m_1gR_1 - m_2gR_2 = m_1a_1R_1 + m_2a_2R_2 + I\gamma = a_2$$

$$\left(2m_1R_1 + m_2R_2 + \frac{I}{R_2} \right) \Rightarrow a_2 = \frac{(m_1R_1 + m_2R_2)g}{2m_1R_1 + m_2R_2 + \frac{I}{R_2}} \text{ thay số ta được: } a_2$$

$$= 1,842 \text{ (m/s}^2\text{); } a_1 = 2a_2 = 3,68 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

+ Thay a_1, a_2 vào (2) ta được

$$T_1 = 1,986 \text{ (N); } T_2 = 2,961 \text{ (N)}$$

Bài 4. Động lực học vật rắn có liên kết ròng rọc giải bằng phương pháp sử dụng ĐLBT Moment xung lượng

Hai vật nặng P_1 và P_2 được buộc vào hai dây quấn vào hai tang của một tời bán kính r và R (hình vẽ). Để nâng vật nặng P_1 lên người ta còn tác dụng vào tời một mômen quay M . Tìm gia tốc góc của tời quay. Biết trọng lượng của tời là Q và bán kính quán tính đối với trục quay là ρ .

Lời giải

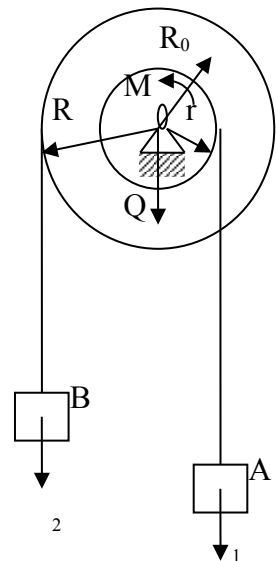
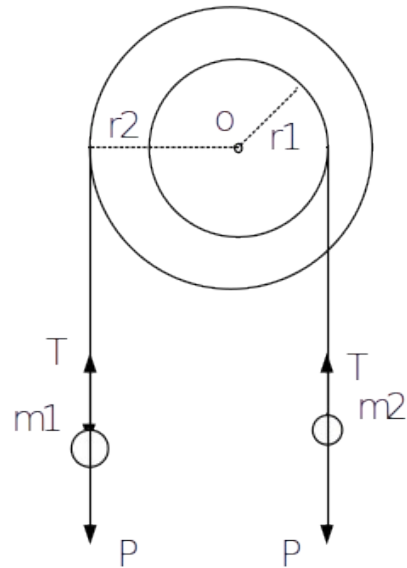
Xét cơ hệ gồm vật nặng A, B, tời C (hình vẽ). Các ngoại lực tác dụng lên hệ gồm các trọng lực P_1, P_2, Q .

Mômen M và phản lực R_0 , trong đó phản lực R_0 có mômen đối với trục quay O bằng không.

Áp dụng định lý biến thiên mômen động lượng đối với trục quay z qua đi qua O của tời ta có:

$$\frac{d}{dt}L_z = -P_1r + P_2R + M \quad (1)$$

Mặt khác ta lại có : $L_z = L_z(A) + L_z(B) + L_z(C)$



Mômen động lượng của vật A là: $L_z(A) = r \cdot \frac{P_1}{g} v_A = \frac{P_1}{g} r^2 \omega$

Mômen động lượng của vật B là: $L_z(B) = R \cdot \frac{P_2}{g} v_B = \frac{P_2}{g} R^2 \omega$

Mômen động lượng của tời C là: $L_z(C) = I_z \omega = \frac{Q}{g} \rho^2 \omega$

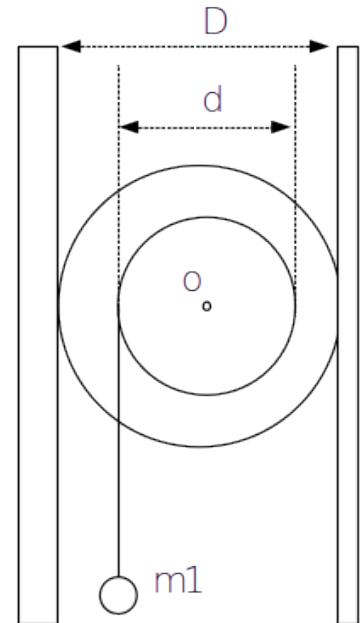
$$\Rightarrow L_z = (P_1 r^2 + P_2 R^2 + Q \rho^2) \frac{\omega}{g} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{d\omega}{dt} = \gamma = \frac{M + P_2 R - P_1 r}{P_1 r^2 + P_2 R^2 + Q \rho^2}$

$$\text{Vậy } \gamma = \frac{M + P_2 R - P_1 r}{P_1 r^2 + P_2 R^2 + Q \rho^2} g$$

Câu 5. Động lực học vật rắn có liên kết ròng rọc sử dụng DLBT cơ

Hai bản phẳng song song và thẳng đứng 1 trong số chúng hoàn toàn trơn, cái còn lại rất nhám, được phân bố cách nhau khoảng D. Giữa chúng có đặt một ống chỉ với đường kính ngoài bằng D, khối lượng chung bằng M mômen quán tính đối với trục là I. Ống chỉ bị kẹp chặt bởi 2 bản phẳng sao cho có thể chuyển động xuống dưới khi quay nhưng không trượt so với bản phẳng nhám. Một sợi chỉ nhẹ được buộc với vật nặng khối lượng m và được quấn vào hình trụ trong của ống chỉ có đường kính d. Tìm gia tốc của vật nặng?



Lời giải

Giả sử trong thời gian Δt khối tâm của ống chỉ đi xuống được một đoạn DH. Lúc này ống chỉ quay quanh khối tâm góc: $\Delta \varphi = \frac{\Delta H}{R} = \frac{2\Delta H}{D}$.

Khối m bị cuốn lên một đoạn: $\Delta \varphi \frac{d}{2} = \Delta H \frac{d}{D}$ so với khối tâm của cuộn chỉ. Vậy khối m đi xuống một đoạn: $\Delta h = \Delta H - \Delta H \frac{d}{D} = \Delta H \frac{D-d}{D}$. Gọi a là gia tốc của khối tâm ống chỉ, thì gia tốc của vật m là:

$$a_0 = a \frac{D-d}{D}; \Delta H = a \frac{\Delta t^2}{2}; \Delta h = a \frac{D-d}{D} \frac{\Delta t^2}{2}.$$

Vận tốc của ống chỉ và của vật m: $v = a\Delta t$, $v_0 = a_0\Delta t = a \frac{D-d}{D} \Delta t$. Vận tốc góc của trục chỉ $\omega = \frac{2v}{D} = \frac{2a\Delta t}{D}$.

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$Mg\Delta H + mg\Delta h = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \cdot Mga$$

$$\frac{\Delta t^2}{2} + mga \frac{D-d}{D} \frac{\Delta t^2}{2} = \frac{M(a\Delta t)^2}{2} + \frac{m(a \frac{D-d}{D} \Delta t)^2}{2} + \frac{I}{2} \left(\frac{2a\Delta t}{D} \right)^2$$

$$\text{suy ra } a = g \frac{M - \frac{D-d}{D}m}{M + \left(\frac{D-d}{D} \right)^2 m + \frac{4I}{D^2}}$$

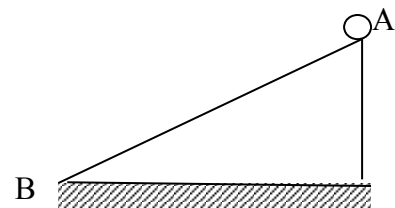
Bài 6 Khảo sát chuyển động lăn của một vật rắn trên mặt phẳng nghiêng

Từ mức cao nhất của một mặt phẳng nghiêng, một hình trụ đặc và một quả cầu đặc có cùng khối lượng và bán kính, đồng thời bắt đầu lăn không trượt xuống dưới. Tìm tỷ số các vận tốc của hai vật tại một mức ngang nào đó.

Lời giải

Gọi v_c là vận tốc của quả cầu sau khi lăn xuống được độ cao h .

v_T là vận tốc của hình trụ sau khi lăn xuống được độ cao h .



Khi quả cầu, hình trụ lăn không trượt xuống dưới, thì điểm đặt của lực ma sát tĩnh nằm trên trục quay tức thời, mà tại đó vận tốc của các điểm tại bằng không và không ảnh hưởng tới cơ năng toàn phần của vật.

Vai trò của lực ma sát ở đây là đảm bảo cho vật lăn thuần túy không trượt và đảm bảo cho độ giảm thế năng hoàn toàn chuyển thành độ tăng động năng tịnh tiến và chuyển động năng quay của vật.

Vì các lực tác dụng lên hình trụ đặc và quả cầu đều là: P (lực thế), N (theo phương pháp tuyến) và lực ma sát tĩnh F_{ms} . Ta có N và F_{ms} không sinh công

$$\Rightarrow A_{\text{các lực không thế}} = 0 \Rightarrow \text{cơ năng của hệ được bảo toàn.}$$

Như vậy ta có thể áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho chuyển động của quả cầu và hình trụ:

$$\text{Với quả cầu: } mgh = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I_c \omega_c^2}{2} \quad (1)$$

$$\text{Với hình trụ: } mgh = \frac{mv_T^2}{2} + \frac{I_T \omega_T^2}{2} \quad (2)$$

Trong đó: $I_c = \frac{2mR^2}{5}$; $\omega_c = \frac{v_c}{R}$

$I_T = \frac{mR^2}{2}$; $\omega_T = \frac{v_T}{R}$

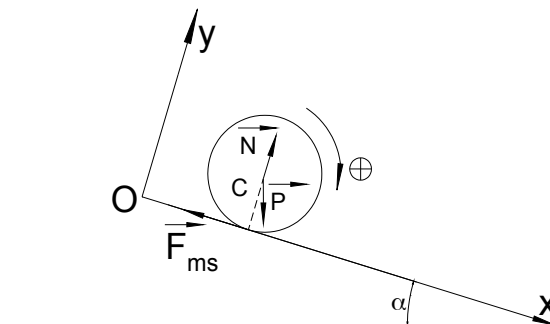
Thay vào (1) và (2) ta có: $mgh = \frac{7mv_c^2}{10}$; $mgh = \frac{3mv_T^2}{4}$

$\Rightarrow \frac{v_c^2}{v_T^2} = \frac{15}{14} \Rightarrow \frac{v_c}{v_T} = \sqrt{\frac{15}{14}}$

Bài 7: Khảo sát chuyển động lăn của một vật trụ rắn trên mặt phẳng nghiêng

Một hình trụ đồng chất khối tâm C, bán kính R, momen quán tính $I = \frac{1}{2}mR^2$ đối với trục của nó. Được đặt không vận tốc đầu trên mặt phẳng nghiêng góc α . Gọi f là hệ số ma sát trượt giữa hình trụ và mặt phẳng nghiêng.

- 1) Xác định gia tốc hình trụ. Chứng tỏ rằng có trượt hay không là tùy theo giả thiết của α so với giả thiết α_0 nào đó cần xác định.
- 2) Tìm sự biến thiên động năng giữa các thời điểm t, 0. Xét hai trường hợp $\alpha < \alpha_0$ và $\alpha > \alpha_0$



Lời giải

- 1) Xác định gia tốc hình trụ

Giả sử trụ lăn không trượt:

$$P \sin \alpha - F_{ms} = ma$$

$$F_{ms} \cdot R = I \gamma = \frac{1}{2} m R^2 \frac{a}{R}$$

$$\text{Suy ra: } F_{ms} = \frac{1}{2} ma$$

$$a = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$

Điều kiện

$$F_{ms} = \frac{2}{3} mg \sin \alpha \leq fmg \cos \alpha \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha \leq 3f \quad \text{Tức là } \alpha \leq \alpha_0 \text{ với } \operatorname{tg} \alpha_0 = 3f \text{ thì trụ}$$

lăn không trượt.

Trường hợp $\alpha > \alpha_0$ F_{ms} là ma sát trượt. Ta có: $F_{ms} = fmg \cos \alpha$.

$$\begin{cases} a_2 = \frac{mg \sin \alpha - F_{ms}}{m} = g(\sin \alpha - f \cos \alpha). \\ \gamma = \frac{F_{ms} \cdot R}{I} = \frac{2fg}{R} \cos \alpha \end{cases}$$

2) Sự biến thiên động năng.

Trường hợp $\alpha < \alpha_0$ ở thời điểm t:
$$\begin{cases} v = at = \frac{2}{3} g \sin \alpha \cdot t \\ \omega = \gamma t = \frac{2}{3R} g \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

Động năng: $E_d = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$ Bảo toàn năng lượng $\Delta E = 0$

- Trường hợp $\alpha > \alpha_0$ ở thời điểm t:

$$\begin{cases} v = g(\sin \alpha - f \cos \alpha) \cdot t \\ \omega = \frac{2fg \cos \alpha}{R} t \end{cases}$$

Biến thiên năng lượng:

$$\Delta E = A_{ms} = F_{ms} \left(\frac{a_2 t^2}{2} - S_q \right) = fmg \cos \alpha \cdot \frac{1}{2} g (\sin \alpha - 3f \cos \alpha) t^2$$

$$\text{Với } S_q = \frac{1}{2} (\omega t) R$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} mg^2 f (\cos \alpha \sin \alpha - 3 \cos^2 \alpha) t^2$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 \quad \text{Với } S_2 \text{ là độ dịch của C, } S_1 \text{ là quãng đường trụ quay.}$$

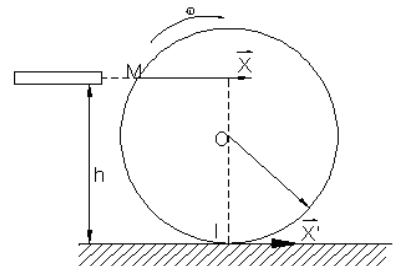
Bài 8. Khảo sát chuyển động lăn có trượt – không trượt

Người ta dùng gậy tác động vào quả bi- a bán kính R, một xung lực nằm ngang cách mặt bàn bi- a một khoảng h.

a) Xác định hệ thức giữa ω và vận tốc khối tâm v_0 của bi-a.

b) Nghiên cứu chuyển động của bi - a sau khi lực ngừng tác động trong các trường hợp:

$$1) h > \frac{7r}{5}$$



$$2) h = \frac{7r}{5}$$

$$3) r < h < \frac{7r}{5}$$

Lời giải

a) Gây tác dụng vào quả bi- a một xung lực là $\vec{X}$. Tại điểm tiếp xúc I lực ma sát cũng gây ra xung lực $\vec{X}'$ cản sự quay quanh O của quả bi - a. F_{ms} là nhỏ (do không có thêm lực nén) nên $X' \ll X$, ta có thể bỏ qua.

Theo định luật bảo toàn momen động lượng ta có:

$$X(h - R) = I_0 \omega \quad (1)$$

$$\text{Và } X = mv_0 \quad \text{hay} \quad v_0 = \frac{X}{m} \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $X = \frac{2mR^2\omega}{5(h - R)}$ thay vào (2) ta được:

$$v_0 = \frac{2R^2\omega}{5(h - R)} \quad (3)$$

b) Nghiên cứu chuyển động:

$$+) h > \frac{7}{5}R : v_0 < \omega R$$

$$\text{Ta có } v_I = v_{I/O} + v_{O/dat} = v_q + v_0 \quad (v_q = \omega R)$$

→ $V_I = v_q - v_0$, chiều của v_I hướng ra sau. Như vậy ở I sẽ xuất hiện lực ma sát làm cho ω giảm dần cho tới khi $\omega = \omega'$ thì $v_I = 0$, quả bi- a thôi không trượt và chuyển sang chuyển động lăn không trượt, chuyển động chậm dần rồi dừng hẳn.

$$+) h = \frac{7}{5}R : v_0 = v_q = \omega R, v_I = 0.$$

Quả bi- a lăn không trượt, chuyển động chậm dần rồi dừng lại.

$$+) R < h < \frac{7}{5}R : v_0 > v_q = \omega R.$$

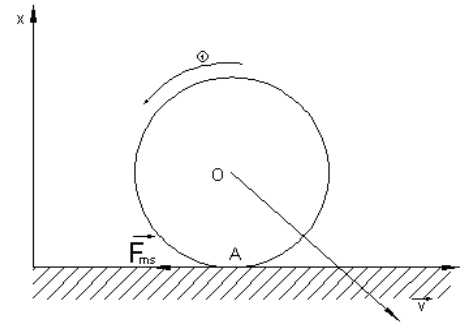
$$v_I = v_0 - \omega R, \text{ hướng về phía trước.}$$

F_{ms} hướng ra sau cản chuyển động nhưng làm tăng ω đến khi $\omega'' : v_0'' = \omega'' R$ thì lúc đó quả bi-a lăn không trượt rồi chuyển động chậm dần rồi dừng lại.

Bài 9 . Khảo sát va chạm lý tưởng giữa một vật rắn lý tưởng với mp ngang

Một quả bóng siêu đàn hồi đặc, khối lượng m, bán kính R. Bóng bay tới va chạm vào mặt sàn ngang với vận tốc v và vận tốc góc ω . Chỗ mà quả bóng tiếp xúc với sàn có ma sát giữ cho điểm tiếp xúc không trượt. Do có ma sát nên va chạm là không đàn hồi tuy nhiên có thể bỏ qua sự biến thiên của thành phần pháp tuyến v_y và độ biến thiên động năng bóng.

- a) Xác định thành phần tiếp tuyến v_x' của v' và ω' của quả bóng sau va chạm theo v_x và ω trước va chạm? Biện luận?
- b) Tính vận tốc điểm tiếp xúc A của bóng trước và sau va chạm? Giải thích kết quả?
- c) Xét $\omega = 0$ và $v_x > 0$.



Lời giải

*) Theo định luật biến thiên momen động lượng ta có:

$$dL = Mdt = F_{ms}Rdt = dP_x R$$

$$\rightarrow Id\omega = mRdv_x$$

$$\rightarrow I \int_{\omega}^{\omega'} d\omega = mR \int_{v_x}^{v_x'} dv$$

$$\rightarrow I(\omega' - \omega) = mR(v_x' - v_x) \quad (1)$$

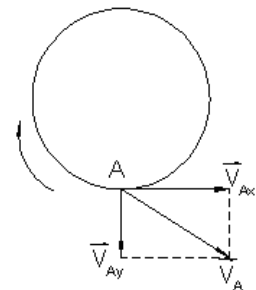
Ta có $v_y' = -v_y$

*) Theo định luật bảo toàn động năng ta có:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + \frac{I\omega'^2}{2} \Rightarrow m(v_x^2 - v_x'^2) = I(\omega'^2 - \omega^2) \quad (2)$$

*) Thay (1) vào (2) rút ra

$$\begin{cases} \omega' = -\frac{1}{7} \left(3\omega + 10 \frac{v_x}{R} \right) \\ v_x' = \frac{3v_x - 4\omega R}{7} \end{cases}$$



*) Biện luận:

+) $\omega' < 0$ siêu bóng quay ngược lại với chiều quay ban đầu sau va chạm.

+) $v_x' > 0 \quad v_x > \frac{4}{3}\omega R$

+) $v_x' = 0 \quad v_x = \frac{4}{3}\omega R$

+) $v_x' < 0 \quad v_x < \frac{4}{3}\omega R$

Ban đầu (trước va chạm):

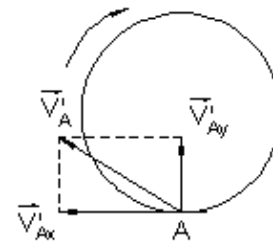
$$v_{Ax} = v_x + \omega R$$

$$v_{Ay} = v_y$$

Sau va chạm:

$$v'_{Ax} = v'_x + \omega' R = -(v_x + \omega R)$$

$$v'_{Ay} = v'_y = -v_y$$



$$v_{A'} = -v_A$$

Như vậy: Vận tốc điểm A trước và sau va chạm có độ lớn bằng nhau, chiều ngược nhau.

Bài 10. Khảo sát chuyển động lăn của một lăng trụ trên mặt phẳng nghiêng

Một lăng trụ lục giác đều cạnh a, khối lượng m phân bố đều. Mômen quán tính của lăng trụ là $I = \frac{5}{12}ma^2$ các mặt của lăng trụ hơi lõm để khi lăn trên mặt phẳng nghiêng lăng trụ tiếp xúc mặt phẳng nghiêng bằng các cạnh coi là vật rắn. Gọi ω_1, ω_2 lần lượt là vận tốc góc của lăng trụ ngay trước và sau va chạm. Tìm tỉ số $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ biết ma sát đủ lớn để khối trụ lăn nhưng không nảy lên.

Lời giải

Ngay trước va chạm lăng trụ quay với ω_1 , mômen động lượng đối với trục quay O là :

$$L_0 = I\omega_1 = \frac{5}{12}ma^2\omega_1; \vec{v}_0 \perp OB \text{ do trước va chạm,}$$

lăng trụ quay quanh B

Đối với trục quay A: Ngay trước va chạm :

$$L_A = L_0 + a.mv_0 \sin 30^\circ = \frac{5}{12}ma^2.\omega_1 + \frac{ma^2\omega_1}{2}$$

$$L_A = \frac{5}{12}ma^2\omega_1 + \frac{1}{2}ma^2\omega_1 = \frac{11}{12}ma^2\omega_1 \quad (1)$$

Ngay sau va chạm lăng trụ quay quanh A với ω_2 , đối với (A):

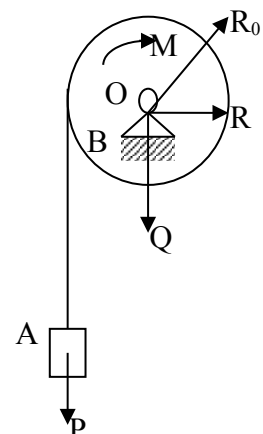
$$L'_A = I_A.\omega = \left(\frac{5}{12}ma^2 + ma^2\right).\omega_2 = \frac{17}{12}ma^2\omega_2 \quad (2)$$

Mômen động lượng bảo toàn vì coi như có phản lực N (va chạm) và F_{ms} qua trục quay, suy ra mômen bằng 0 (mômen của vector $\vec{p}$ trong thời gian rất nhỏ ta bỏ qua)

$$L_A = L'_A \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{11}{17}$$

Bài 11. Khảo sát chuyển động của một vật liên kết ròng rọc bằng sử dụng định luật bảo toàn công và dạng vi phân của định luật bảo toàn cơ.

Một vật A có trọng lượng P được kéo lên từ trạng thái đứng yên nhờ tời B là đĩa tròn đồng chất có bán kính R, trọng lượng Q và chịu tác dụng ngẫu lực có mômen M không đổi (hình vẽ). Tìm vận tốc vật A khi nó được kéo lên một đoạn là h. Tìm gia tốc của vật A.



Lời giải

Cơ hệ khảo sát gồm vật A chuyển động tịnh tiến; tời B quay quanh một trục cố định.

Các lực tác dụng lên hệ gồm các trọng lực P, Q , ngẫu lực M , phản lực R_0 và các nội lực.

Nhận xét: trọng lực tác dụng chỉ có ngẫu lực M và trọng lực P sinh công; còn phản lực R_0 và trọng lực Q không sinh công vì các điểm đặt của chúng cố định, các nội lực cũng không sinh công.

Vì có thể tính công hữu hạn của ngẫu lực M và trọng lực P để tìm vận tốc v_A của vật A ta áp dụng định lý biến thiên động năng:

$$T - T_0 = A(P) + A(M) \quad (1)$$

trong đó T_0 là động năng của hệ tại thời điểm ban đầu; T là động năng của hệ tại thời điểm (t) .

$$\text{Ta có: } T_0 = 0 \text{ vì ban đầu hệ đứng yên.} \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } T = T_A + T_B \quad (3)$$

$$\text{Vật A chuyển động tịnh tiến nên } T_A = \frac{1}{2} P v_A^2 \quad (4)$$

$$\text{Vật B quay quanh trục cố định nên } T_B = \frac{1}{2} I_O \omega^2$$

$$\Leftrightarrow T_B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{Q}{g} R^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{4} \frac{Q}{g} R^2 \left(\frac{v_A}{R} \right)^2 = \frac{1}{4} \frac{Q}{g} v_A^2 \quad (5)$$

$$\text{Thay (4), (5) vào (3) ta có: } T = \frac{(2P+Q) v_A^2}{2g} \quad (6)$$

$$\text{Ta có: } A(P) + A(M) = M\varphi - P.h = M\varphi - P.R.\varphi \text{ với } h = R.\varphi$$

$$\Leftrightarrow A(P) + A(M) = \left(\frac{M}{R} - P \right) h \quad (7)$$

$$\text{Thay (2), (6), (7) vào (1) ta được: } \frac{(2P+Q) v_A^2}{2g} = \left(\frac{M}{R} - P \right) h$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{4g \frac{(M - Ph)}{R(2P+Q)} h}$$

Để tìm gia tốc a_A của vật A ta sử dụng định lý biến thiên động năng dạng vi phân

$$dT = \sum dA_k^i + \sum dA_k^e \Leftrightarrow \frac{(2P+Q)}{2g} v_A . a_A = \left(\frac{M}{R} - P \right) v_A \Rightarrow a_A = 2g \frac{(M - PR)}{R(2P+Q)}$$

$$\text{Vậy } v_A = \sqrt{4g \frac{(M - Ph)}{R(2P+Q)} h} \quad a_A = 2g \frac{(M - PR)}{R(2P+Q)}$$

Bài 12

Một bánh đà có dạng là một hình trụ đồng nhất khối lượng M , bán kính R quay quanh trục cố định nằm ngang. Một sợi dây quấn quanh bánh đà, đầu kia của sợi dây buộc một vật nặng có khối lượng m . Quả nặng được nâng lên rồi buông ra cho rơi xuống. Sau khi rơi được độ cao h , quả nặng bắt đầu làm căng sợi dây và quay bánh đà. Tìm vận tốc góc của bánh đà tại thời điểm đó (hình vẽ).

Lời giải

Vận tốc của vật nặng m tại cuối độ cao h tính được nhờ áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : $v_1 = \sqrt{2gh}$ (1)

Khi vật nặng bắt đầu làm căng dây, xuất hiện tương tác giữa vật nặng và bánh đà. Vì tương tác xảy ra trong thời gian được xem là rất ngắn nên ta có gần đúng bảo toàn mô men xung lượng (đối với trục quay):

$$L_{\text{ngay trước tương tác}} = L_{\text{ngay sau tương tác}}$$

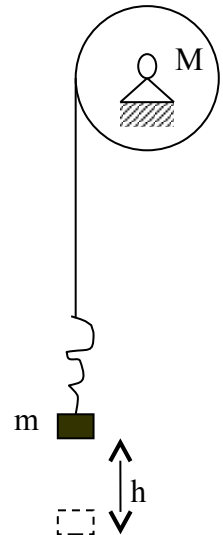
$$\Leftrightarrow m.v_1.R = m.v_2.R + I.\omega \quad (2)$$

Trong đó v_2 là vận tốc của vật m ngay sau tương tác, I là mômen quán tính của bánh đà đối với trục quay, ω là vận tốc góc của bánh đà ngay sau tương tác.

$$\text{Ta có: } I = \frac{1}{2}.M.R^2 \quad (3)$$

$$v_2 = \omega.R \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4) ta tính được : } \omega = \frac{2m\sqrt{2gh}}{(m+2M).R}$$



Bài 13

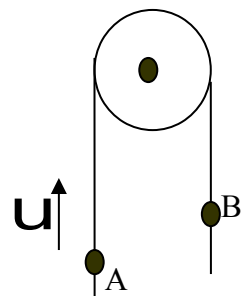
Một sợi dây vắt qua ròng rọc, ở hai đầu sợi dây có hai người đu vào. Biết khối lượng của mỗi người lớn gấp 4 lần khối lượng ròng rọc. Người A bắt đầu leo theo dây với vận tốc tương đối với dây là u . Tính vận tốc của người B so với mặt đất? coi như khối lượng ròng rọc phân bố đều trên vành .

Lời giải

Gọi v_B là vận tốc của dây đối với đất, (và cùng là vận tốc của người B đối với đất). Theo công thức cộng vận tốc ta có vận tốc của người A đối với đất là:

$$v_A = u + v_B$$

$$(1)$$



Chiều (1) xuống phương chuyển động của A ta được : $v_A = u - v_B$ (2)

Ban đầu cơ hệ đứng yên nên mômen động lượng của hệ đối với trục rỗng rọc bằng không:

$$|L| = 0 \quad (3).$$

Khi người A bắt đầu leo lên dây thì mômen động lượng của hệ gồm mômen động lượng của người A, người B và mômen quay của ròng rọc:

$$L' = R.mv_A - R.mv_B - I.\omega \quad \text{với } \omega = \frac{v_B}{R}$$

Ta có thể áp dụng định luật bảo toàn mômen động lượng cho hệ : $L = L'$

$$\Leftrightarrow R.mv_A - R.mv_B - I.\omega = 0$$

$$\Leftrightarrow R.m(u - v_B) - R.mv_B - \frac{m}{4}.R^2.\frac{v_B}{R} = 0.$$

Ta tìm được: $v_B = \frac{4u}{9}$

Vậy vận tốc của người B đối với đất bằng : $v_B = \frac{4u}{9}$

Câu 14. Va chạm đàn hồi của nhiều vật rắn lý tưởng – Vận dụng ĐLBĐ động lượng

Ba vòng đệm nhỏ giống nhau A, B, C, nằm yên trên một mặt phẳng ngang, nhẵn, người ta truyền cho vòng A vận tốc $\vec{v}$ và nó đến và chạm đồng thời với cả hai vòng B, C (hình vẽ). Khoảng cách giữa hai tâm của các vòng B, C trước khi va chạm bằng N lần đường kính mỗi vòng. Giả sử các va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Xác định vận tốc của vòng A sau va chạm. Tính giá trị của N để vòng A: bật ngược lại, dừng lại, tiếp tục tiến lên?.

Lời giải

Vì hệ có tính đối xứng nên A chuyển động trên đường thẳng cố định B và C có quỹ đạo đối xứng nhau qua quỹ đạo của A.

Vì các vòng đệm tròn nên va chạm là xuyên tâm do đó các vòng B và C sẽ chuyển động

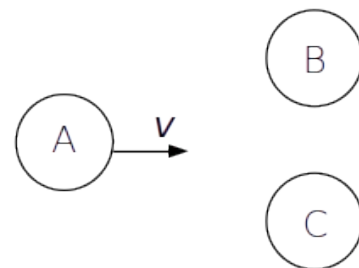
theo các phương 12 và 13. Gọi $\vec{v}; \vec{v}_B; \vec{v}_C$ lần lượt là các vec tơ của vòng tròn A, B, C sau va chạm.

Theo định luật bảo toàn động lượng: $m\vec{v} = m\vec{v}' + \vec{v}_B + m\vec{v}_C$.

$$\text{Suy ra: } mv = mv' + 2mv_B \cos \varphi \quad (1)$$

Trong đó $v_B = v_C$, φ là góc giữa quỹ đạo của A và phương của chuyển động B hoặc C.

$$\text{Ta có: } \cos \varphi = \frac{\sqrt{4R^2 - (NR)^2}}{2R} = \frac{\sqrt{4 - N}}{2} \quad (\text{với } O_A O_B = 2R) \quad (2)$$



Thay (2) vào (1) $v = v + V_B \cdot \sqrt{4 - N^2}$

Vì va chạm là đàn hồi nên:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_B^2}{2} + \frac{mv_C^2}{2} \Leftrightarrow v^2 = v^2 + v_B^2 + v_C^2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) tìm được $v = v'$ (5)

$$\text{hoặc } v' = \frac{N^2 - 2}{6 - N^2} v \quad (6)$$

Với kết quả (5) suy ra $v_B = v_C = 0$. do đó loại trường hợp này.

* Vận tốc A sau va chạm là $v' = \frac{N^2 - 2}{6 - N^2} v$

* Để A bật ngược trở lại thì $v' < 0$ hay $\frac{N^2 - 2}{6 - N^2} < 0$ và để A va vào cả B và C thì $N \leq 2$.

Do đó $N^2 - 2 < 0$ suy ra $0 < N < \sqrt{2}$.

* Để A đứng yên thì $v' = 0$ suy ra $N = \sqrt{2}$.

* Để A tiếp tục tiến lên phía trước $2 \geq N > \sqrt{2}$.

Bài 15. Va chạm đàn hồi của nhiều vật rắn lý tưởng – Vận dụng ĐLBT động lượng và bảo toàn cơ

Hai quả cầu giống nhau rất nhỏ va chạm đàn hồi vào nhau với vận tốc song song có độ lớn v và $2v$. Đường thẳng đi qua tâm của quả cầu này và có phương của vận tốc là tiếp tuyến của quả cầu kia. Tính góc mà sau va chạm vận tốc của mỗi quả cầu với hướng ban đầu của nó.

Lời giải

+ Chọn hệ tọa độ xOy như hình vẽ.

Gọi $\vec{V}_A; \vec{V}_B$ là vận tốc của mỗi quả cầu ngay sau va chạm $v_{1x}, v_{1y}, v_{2y}, v_{2x}$ là thành vận tốc sau va chạm của A và B theo các trục Ox, Oy.

+ Xung lực tác dụng khi va chạm:

$$\Delta P_A = F_1 \Delta t, \Delta P_B = F_2 \Delta t.$$

$$\text{Vì } F_1 = F_2 \Rightarrow \Delta P_A = \Delta P_B = \Delta P.$$

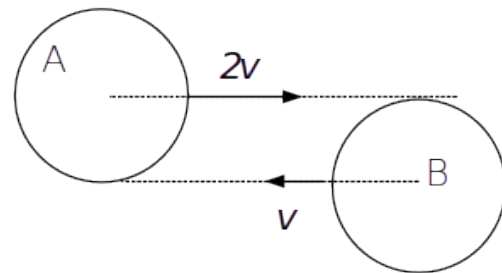
$$\text{Xét quả cầu A: } +mv_{1x} = m2v - \Delta P \cos \alpha \Rightarrow v_{1x} = 2v - \frac{\Delta P \sqrt{3}}{2m} \quad (1)$$

$$+mv_{1y} = \Delta P \sin \alpha \Rightarrow v_{1y} = \frac{\Delta P}{2m} \quad (2)$$

$$\text{*Xét quả cầu B: } +mv_{2x} = \Delta P \cos \alpha - mv \Rightarrow v_{2x} = \frac{\Delta P \sqrt{3}}{2m} - v \quad (3);$$

$$+mv_{2y} = -\Delta P \sin \alpha \Rightarrow v_{2y} = -\frac{\Delta P}{2m} \quad (4)$$

+ Định luật bảo toàn cơ năng: $E(\text{trước}) = E(\text{sau})$



$$\frac{1}{2}m(2v)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_{1x}^2 + v_{1y}^2) + \frac{1}{2}m(v_{2x}^2 + v_{2y}^2) \quad (5)$$

Từ (1) - (4) vào (5) sau khi biến đổi: $8\Delta P^2 = \frac{3}{2}mv\sqrt{3}$ (6).

Thay (6) vào (1) - (4) ta được:

$$v_{1x} = -\frac{v}{4}; v_{1y} = \frac{3v\sqrt{3}}{4}; v_{2x} = \frac{5v}{4}; v_{2y} = -\frac{3v\sqrt{3}}{4} \quad (7)$$

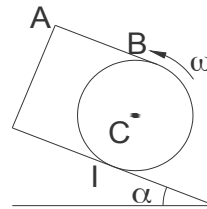
+ Từ hình vẽ:

* Góc giữa $\vec{v}_B$ và $2\vec{v}$ là: $180^\circ - 79^\circ = 101^\circ$. Góc giữa $\vec{v}_B$ và $\vec{v}$ là: $180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$

Bài 16

Một sợi dây quấn trên ống dây là hình trụ đồng chất kim loại m, bán kính R, $J = \frac{1}{2}mR^2$ so với trục. Hình trụ di chuyển trên mặt phẳng nghiêng góc α , giả thiết dây đủ mảnh để mẫu dây AB luôn bị căng song song với mặt phẳng nghiêng. Hệ số ma sát giữa ống dây và mặt phẳng nghiêng là f. Ban đầu ống dây đứng yên.

1. Với giả thiết nào của α , ống dây còn đứng yên.
2. Trong trường hợp chuyển động:
 - a, Tính gia tốc tâm C của ống dây.
 - b, Tính biến thiên động năng giữa $t = 0$ và t.



Lời giải

1, Khi ống đứng yên

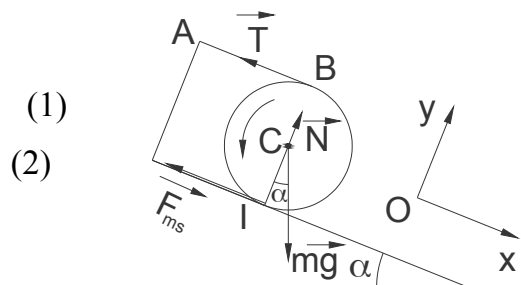
Do ống không quay nên: $\vec{T} = \vec{F}_{ms}$

+) Điều kiện cân bằng:

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = 0 \\ F_{ms} \leq f.N \end{cases}$$

+) Chiếu lên trục Ox, Oy ta được:

$$\begin{cases} N = mg \cos \alpha \\ F_{ms} = T = \frac{1}{2}mg \sin \alpha \end{cases}$$



Thế vào (2) rút ra: $\tan \alpha \leq 2f$

Vậy với α thỏa mãn: $\tan \alpha \leq 2f$ thì ống dây còn đứng yên.

2, Khi ống chuyển động ($\tan \alpha > 2f$): trụ trượt trên mặt phẳng nghiêng và lăn không trượt trên dây AB.

Ta có: $F_{ms} = fmg \cos \alpha$

$$+) mg \sin \alpha - fmg \cos \alpha - T = ma \quad (3)$$

$$+) (T - F_{ms})R = \frac{1}{2} mR^2 \frac{a}{R} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } a = \frac{2}{3} g (\sin \alpha - 2f \cos \alpha)$$

$$\text{Biến thiên động năng giữa thời điểm } t \text{ và } t_0 = 0 \text{ là: } \Delta E_d = E_t - E_0 = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

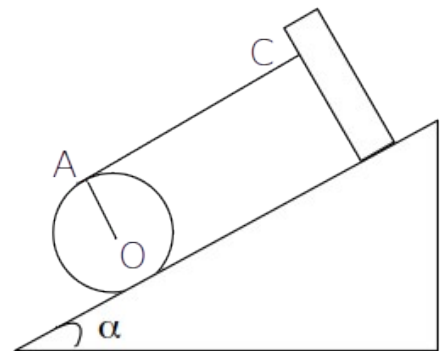
$$\text{Trong đó: } v = a.t$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{a.t}{R}$$

$$\text{Ta tìm được: } \Delta E_d = \frac{3}{4} mg^2 (\sin \alpha - 2f \cos \alpha)^2 t^2$$

Bài 17. Điều kiện cân bằng của vật rắn

Một quả cầu bán kính R , khối lượng m đặt trên mặt phẳng không nhẵn nghiêng một góc α so với mặt phẳng ngang. Quả cầu được giữ cân bằng nhờ sợi dây AC song song với mặt phẳng nghiêng như hình vẽ. Biết quả cầu còn nằm cân bằng với góc α lớn nhất α_0 . Hãy tính:



- Hệ số ma sát giữa quả cầu với mặt phẳng nghiêng
- Lực căng T của dây AC khi đó.

Lời giải

- Tìm hệ số ma sát: Điều kiện cân bằng của quả cầu:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} (1); M_{P/A} = M_{F_{ms}/A} (2)$$

$$\text{Chiếu (1) lên } O_x, O_y: P \sin \alpha + T + F_{ms} = 0 (3'); P \cos \alpha + N = 0 (3)$$

$$\text{Từ (2) ta có: } PR \sin \alpha = F_{ms} \cdot 2R \Rightarrow F_{ms} = P/2 \sin \alpha (4).$$

$$\text{Vì quả cầu không trượt } F_{ms} \leq kN \Rightarrow k \geq \frac{F_{ms}}{N} (5)$$

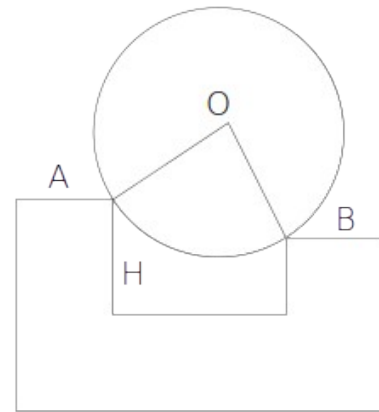
$$\text{Thay (3), (4) vào (5): } k \geq \frac{P \sin \alpha}{2P \cos \alpha} = \frac{\tan \alpha}{2}$$

- Lực căng dây ứng với $\alpha = \alpha_0$. Từ (3') $T = P \sin \alpha - F_{ms} = P \sin \alpha - kN$;

$$T = P \sin \alpha_0 - kP \cos \alpha_0.$$

Bài 18. Điều kiện để một vật rắn lăn qua một điểm cản

Một khối gỗ hình trụ đồng chất khối lượng $m = 10\text{kg}$, bán kính $R = 10\text{cm}$ được đặt trên một khối M như hình vẽ. Góc tạo bởi bán kính OA và OB với phương thẳng đứng lần lượt là 60° và 30°



Bỏ qua ma sát. Tính áp lực đè lên M tại A và B khi M đứng yên và khi M chuyển động với gia tốc $a_0 = 2\text{m/s}^2$ trên phương nằm ngang hướng từ trái sang phải.

Nếu có ma sát tìm a_0 của M để khối gỗ lăn quanh A . Cho $g = 10\text{m/s}^2$.

Lời giải

a. Khi hệ đứng yên.

Vật chịu tác dụng của ba lực. Trọng lực P , phản lực N_A , phản lực $\overline{N_B}$ như hình vẽ:

Áp dụng quy tắc momen lực đối với trục quay qua B : $N_A R = P \cdot R \cdot \sin \beta$

Hay $N_A = mg \sin 60^\circ = 10 \cdot 20 \cdot 0,5 = 50 \text{ (N)}$

b. Khi m nằm yên trên M mà M chuyển động

Xét trong hệ quy chiếu gắn với M . Vật chịu tác dụng thêm bởi lực quán tính f_{qt} .

Áp dụng quy tắc momen đối với trục quay đi qua B . $N_A R = P \cdot R \sin \beta + m a_0 R \cos \beta$;

$N_A = mg \sin \beta + m a_0 \cos \beta$.

$$N_A = 10 \cdot 10 \cdot 0,5 + 10 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 + 10 \cdot \sqrt{3} = 67,3 \text{ N}$$

Áp dụng quy tắc momen đối với trục quay đi qua A : $N_B R + f_{qt} R \sin \beta = P R \cos \beta$.

$$N_B = mg \cos \beta - m a_0 \sin \beta = 10 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 \cdot 2 \cdot 0,5 = 50\sqrt{3} - 10 = 76,6 \text{ N}$$

c. Khi m lăn qua A

Để m lăn qua A thì phải có: $F_{qt} \cdot R \cdot \sin \beta > P \cdot R \cos \beta \Rightarrow a_0 > \frac{g \cos \beta}{\sin \beta} = 10\sqrt{3} \approx 17,3 \text{ m/s}^2$

Bài 19

Một thanh đồng chất có chiều dài l đang ở vị trí thẳng đứng thờ bị đổ xuống. Hóy xác định :

a, Vận tốc dài của đỉnh thanh khi nó chạm đất?

b, Vị trí của điểm M trên thanh sao cho khi M chạm đất thờ vận tốc của nó đúng bằng vận tốc chạm đất của một vật rơi tự do từ vị trí M ?

Lời giải

a, Khi thanh đổ xuống có thể xem thanh quay quanh điểm O với vận tốc góc ω .
 Khi thanh ở vị trí thẳng đứng thì thanh có thế năng (thay thanh bằng chất điểm nằm tại khối tâm G cách O một đoạn $l/2$)

$$U = \frac{mgl}{2}$$

Khi chạm đất thì thế năng của thanh biến hoàn toàn thành động năng quay của thanh :

$$K_{\text{quay}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{ml^2}{3} \omega^2 = \frac{mgl}{2}$$

$$\text{Từ đó : } \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

Vận tốc dài của đỉnh thanh được tính theo công thức $v = \omega l = \sqrt{3gl}$

b, Ta biết rằng vật rơi tự do ở độ cao h khi chạm đất thì có vận tốc là $v = \sqrt{2gh}$.

Áp dụng công thức này với điểm M có độ cao x_M : $v_M = \sqrt{2gx_M}$

Theo đầu bài : $\sqrt{2gx_M} = x_M \omega = x_M \sqrt{\frac{3g}{l}}$

Từ đó tìm được : $x_M = \frac{2}{3}l$

Bài 20. Dùng định luật bảo toàn xung lượng khảo sát chuyển động quay của thanh đồng chất

Một thanh AB đồng chất tiết diện đều, khối lượng m chiều dài l , đặt trên mặt phẳng ngang và dễ dàng quay quanh trục quay cố định đi qua trọng tâm G và vuông góc với mặt phẳng nằm ngang.

Ban đầu nằm yên. Một hòn bi khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 (theo phương nằm ngang và có hướng vuông góc với thanh AB) đập vào đầu A của thanh. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Biết hệ số ma sát giữa thanh và mặt phẳng nằm ngang là μ . Tìm góc quay cực đại của thanh sau va chạm.

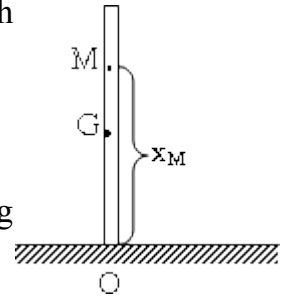
Lời giải

Sau khi vừa va chạm vật có vận tốc v , thanh có vận tốc góc ω

$$+ \text{Bảo toàn mômen động lượng: } mv_0 = m \frac{l}{2} v + \frac{1}{12} ml^2 \omega \Rightarrow v_0 = v + \frac{1}{6} l \omega \quad (1)$$

$$+ \text{Bảo toàn năng lượng } \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{l}{2} \omega \right)^2 + \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{1}{12} l^2 \omega^2 + v^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \omega = \frac{3v_0}{l} \quad (3).$$

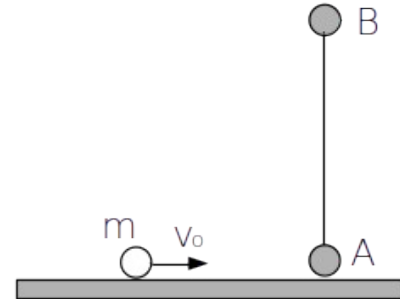


Áp dụng định lý động năng: $-\frac{l}{2}I_G\omega^2 = A_{ms}$

$$\frac{1}{2} \frac{l}{12} ml^2 \left(\frac{3v_\theta}{l} \right) = \mu mg \frac{l}{4} \phi. \text{ Vậy: } \phi = \frac{3}{2} \frac{v_\theta^2}{\mu gl}$$

Bài 21. Dùng định luật bảo toàn xung lượng khảo sát chuyển động quay của hệ vật liên kết bởi thanh lý tưởng

Một thanh cứng AB khối lượng không đáng kể chiều dài l , ở hai đầu có gắn 2 viên bi giống nhau, mỗi viên có khối lượng m . Ban đầu thanh được giữ đứng yên ở trạng thái thẳng đứng, viên bi 2 ở trên, bi 1 ở dưới tiếp xúc với mặt phẳng ngang trơn.



Một viên bi thứ 3 có khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 hướng vuông góc với AB đến va chạm xuyên tâm và dính vào bi 1. Hãy tìm điều kiện v_0 để hệ 2 quả cầu 1 và 3 không rời mặt phẳng ngang? Vận tốc của quả cầu 2 bằng bao nhiêu khi sắp chạm vào mặt phẳng ngang.

Lời giải

Sau khi vừa va chạm hệ quả cầu 1 và 3 có vận tốc: $v_{13} = \frac{mv_0}{2m} = \frac{v_0}{2}$.

Khối tâm C hệ 3 quả cầu có vận tốc: $v_c = \frac{v_0}{3}$.

* Xét trong hệ quy chiếu hệ quán tính Q có vận tốc $\frac{v_0}{3}$ so với sàn thì C đứng yên, còn

quả cầu 1,3 có vận tốc: $v_{13Q} = \frac{v_0}{2} - \frac{v_0}{3} = \frac{v_0}{6}$.

* Gia tốc hướng tâm vật 1, 3 đối với tâm C: $(a_{13Q})_{ht} = \frac{\left(\frac{v_0}{6}\right)^2}{\frac{l}{3}} = \frac{v_0^2}{12l}$

Gia tốc khối tâm C của hệ trên có phương thẳng đứng $a_0 = -g$.

Gia tốc vật 1,3 đối với đất trên phương thẳng đứng là: $a_{13} = (a_{13Q})_{ht} + a_c$. $a_{13} = \frac{v_0^2}{12l} - g$

Để vật 1 và 3 nâng lên $a_{13} > 0$ suy ra $v_0^2 > 12gl$

Vậy để vật (1, 3) không bị nâng lên thì $v_0^2 \leq 12gl$.

* Xét trong hệ quy chiếu gắn với sàn:

- Vì vật 1, 3 không nâng lên nên trước khi vật 2 va chạm sàn thì vận tốc theo phương ngang 3 vật là:

$v_{1n} = v_{2n} = v_{3n} = \frac{v_0}{3}$. Theo ĐLBTCN:

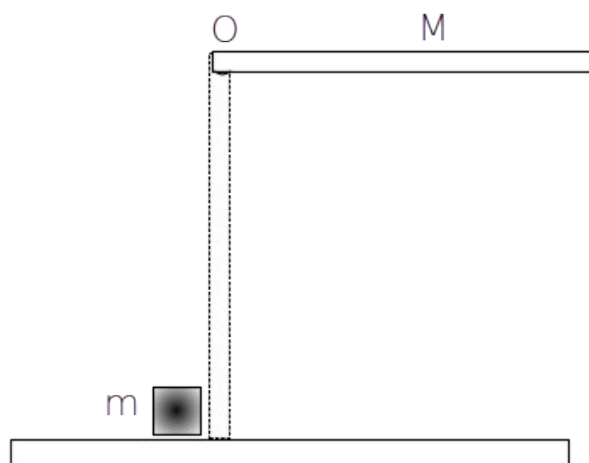
$$\frac{mv_{1n}^2}{2} + \frac{mv_{3n}^2}{2} + \frac{m(v_{2n}^2 + v_{2d}^2)}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgl \Rightarrow v_{2d}^2 = \frac{2v_0^2}{3} + 2gl$$

Vậy vận tốc vật trước khi chạm sàn: $v_2 = \sqrt{v_{2n}^2 + v_{2d}^2} = \sqrt{\frac{7}{9}v_0^2 + 2gl}$

Với $\beta = (\vec{v}_2, \vec{v}_0)$ thì $\operatorname{tg}\beta = \frac{v_{2d}}{v_{2n}} = \frac{\sqrt{\frac{2v_0^2}{3} + 2gl}}{\frac{v_0}{3}} = \frac{3}{v_0} \sqrt{\frac{2v_0^2}{3} + 2gl}$

Bài 22. Dùng định luật bảo toàn momet xung lượng khảo sát chuyển động quay của thanh đồng chất

Một thanh khối lượng M chiều dài l có thể quay tự do quanh trục cố định O nằm ngang đi qua một đầu thanh. Từ khi vị trí nằm ngang đầu thanh kia được thả ra. Khi rơi đến vị trí thẳng đứng thì nó va chạm hoàn toàn đàn hồi với một vật nhỏ khối lượng m nằm trên mặt bàn. Bỏ qua sức cản của không khí và ma sát ở trục quay của thanh.



- xác định vận tốc của vật m ngay sau va chạm.
- Xác định khoảng cách s mà vật m đi được sau va chạm nếu hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn là μ không phụ thuộc vào vận tốc của vật. Biết rằng ngay sau va chạm thanh đứng lại và vật chuyển động tịnh tiến trên bàn.

Lời giải

- Vận tốc của vật m ngay sau va chạm.

Khi thanh rơi xuống cơ năng của nó được bảo toàn. Chọn gốc tính thế năng tại mặt bàn ta có: $W = W_0$

$$Mg\frac{l}{2} + \frac{1}{2}I\omega^2 = Mgl \text{ trong đó } I = \frac{1}{3}Ml^2$$

Giải phương trình ta được $\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}$. Xét va chạm giữa thanh và vật m .

Theo định luật bảo toàn mômen động lượng ta có: $L = L_0 \Leftrightarrow I\omega' + mv.l = I\omega$

Va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên động năng của hệ bảo toàn.

$$Wđ = W_{đđ} \Leftrightarrow \frac{1}{2}I\omega'^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (2)$$

$$\text{Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được: } \omega' = \frac{M - 3m}{M + 3m} \sqrt{\frac{3g}{l}}; v = \frac{2M}{M + 3m} \sqrt{3gl}$$

- Quãng đường mà vật m đi được trên bàn

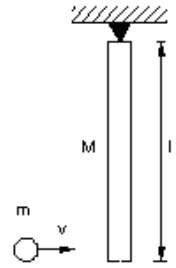
Gia tốc của m trên bàn là $a = -\mu g$.

Quãng đường vật đi thêm được cho đến khi dừng lại là:

$$s = -\frac{v^2}{2a} = \frac{\frac{4M^2}{(M+3m)^2} \cdot 3gl}{2\mu g} = \frac{6M^2 l}{\mu(M+3m)^2}$$

Bài 23

Một chất điểm chuyển động với vận tốc v tới va chạm vào đầu A của thanh kim loại M , chiều dài l được treo vào O ở một đầu của thanh. Coi va chạm đàn hồi. Vận tốc của chất điểm sau va chạm v' của chuyển động cùng phương chiều với v và liên kết là hoàn hảo.



a) $v' = ?$ và $\omega_t = ?$

b) Góc lệch cực đại θ_m của thanh khỏi phương thẳng đứng

c) Sự mất mát động năng tương đối Q của chuyển động theo tỉ

số $n = \frac{m}{M}$, khi nào thì $Q_{\max}$?

Lời giải

a) Trong suốt quá trình va chạm, momen của ngoại lực tác dụng lên hệ “chất điểm + thanh” bằng 0 (đối với trục quay qua O). Nên $L_0 = \text{const}$.

Ta có: Bảo toàn momen động lượng: $mv l = mv' l + I \omega$ (1)

Bảo toàn động năng: $m \frac{v^2}{2} = m \frac{v'^2}{2} + \frac{I \omega^2}{2}$ (2)

Mômen quán tính của thanh: $I = \frac{M l^2}{3}$ (3)

$$m l (v - v') = I \omega; \quad m (v^2 - v'^2) = I \omega^2$$

$$\omega = \frac{v + v'}{l}$$

$$m l (v - v') = \frac{M l^2}{3} \omega \quad \text{Suy ra } v' = \frac{3m - M}{3m + M} v \quad (4)$$

ta tìm được: $\omega = \frac{6m}{3m + M} \cdot \frac{v}{l}$ (5)

Sau va chạm v' cùng phương chiều với v nên ta có $v' \geq 0 \Leftrightarrow 3m \geq M$

b) Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{I \omega^2}{2} = M g \frac{l}{2} (1 - \cos \theta_m)$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta_m = \frac{I \omega^2}{2 g l} = \left(\frac{m v}{3m + M} \right)^2 \frac{6}{g l} \Rightarrow \sin \theta_m = \frac{v}{3 + \frac{M}{m}} \sqrt{\frac{6}{g l}}$$

c) Sự mất mát năng lượng tương đối

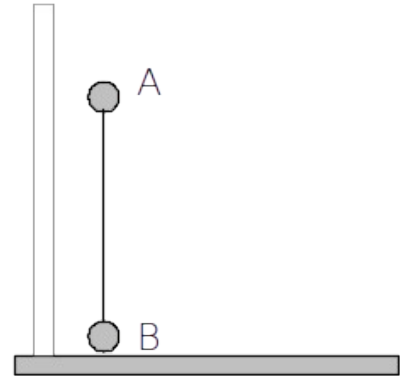
$$Q = \frac{\frac{I \omega^2}{2}}{\frac{m v^2}{2}} = \frac{I \omega^2}{m v^2} \Rightarrow Q = \frac{12 M m}{(3m + M)^2} = \frac{12}{\frac{9m}{m} + \frac{M}{m} + 6}$$

Mà $\frac{9m}{M} + \frac{M}{m} \geq 2\sqrt{9} = 6$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$

$$\text{Nên } Q_{\max} = \frac{12}{6+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

Bài 24. Khảo sát chuyển động của hệ vật trên hai mặt phẳng ĐLBT cơ

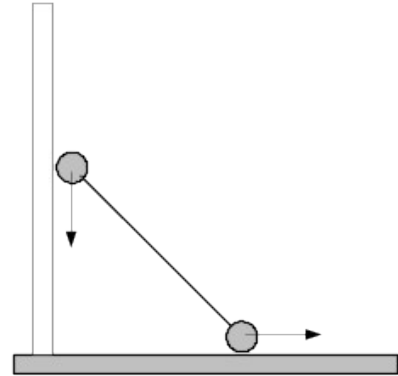
Thanh AB cứng, nhẹ chiều dài l mỗi đầu gắn một quả cầu nhỏ khối lượng bằng nhau, tựa vào tường thẳng đứng (Hình vẽ). Truyền cho quả cầu B một vận tốc rất nhỏ để nó trượt trên mặt sàn nằm ngang. Giả thiết rằng trong quá trình chuyển động thanh AB luôn nằm trong mặt phẳng vuông góc với tường và sàn. Bỏ qua ma sát giữa các quả cầu với tường và sàn. Gia tốc trọng trường là g .



- Xác định góc α hợp bởi thanh với sàn vào thời điểm mà quả cầu A bắt đầu rời khỏi tường.
- Tính vận tốc của quả cầu B khi đó.

Lời giải

a. Vào thời điểm đầu A còn tựa vào tường. AB hợp với phương ngang một góc α . Vận tốc của A và B là $\vec{v}_A$ và $\vec{v}_B$ lúc đó A đi xuống một đoạn $x = l(1 - \sin \alpha)$



b. Định luật bảo toàn cơ năng: $mgx =$

$$\frac{1}{2}m(v_A^2 + v_B^2) \Rightarrow mgl(1 - \sin \alpha) = \frac{1}{2}m(v_A^2 + v_B^2) \quad (1)$$

Vì thanh AB cứng nên theo định lý về hình chiếu của hai điểm A, B trên vật rắn:

$$v_A \sin \alpha = v_B \cos \alpha \Rightarrow v_A = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} v_B$$

Từ (1) và (2) ta suy ra; $gl(1 - \sin \alpha) = \frac{1}{2}v_B^2 \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow v_B^2 = 2gl(1 - \sin \alpha) \cdot \sin^2 \alpha$

Khi A chưa rời tường thì lực gây ra gia tốc và vận tốc theo phương ngang nằm ngang là phản lực của tường tác dụng lên A theo phương ngang. Lực này là v_{Gx} tăng dần. Nên khi đầu A rời tường tức $N = 0$, $a_{Gx} = 0$ và v_{Gx} đạt cực đại

Mà $v_B = 2v_{Gx}$ nên v_B đạt giá trị cực đại

Xét phương trình: $v_B^2 = 2gl(1 - \sin \alpha) \cdot \sin^2 \alpha = 8gl(1 - \sin \alpha) \frac{\sin \alpha}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{2}$

Ta thấy : $(1 - \sin \alpha) \frac{\sin \alpha}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{2} \leq \frac{1}{27} \left[(1 - \sin \alpha) + \frac{\sin \alpha}{2} + \frac{\sin \alpha}{2} \right]^3 = \text{const}$

Nên v_B đạt cực đại khi $(1 - \sin \alpha) = \frac{\sin \alpha}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}; \alpha \approx 42^\circ$

b. Thay $\sin\alpha = 2/3$ vào (3) ta được $v_B = \sqrt{\frac{8}{27}gl}$

Bài 25

Thanh ABC khối lượng M , chiều dài $2L$, gấp lại tại trung điểm B đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Vật m chuyển động với vận tốc v_0 trên mặt phẳng nằm ngang theo phương vuông góc với BC, va chạm với thanh tại C. Coi va chạm là đàn hồi, bỏ qua ma sát. Tìm điều kiện của m để sau va chạm vật bị bật ngược trở lại.

Lời giải

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và mômen động lượng đối với G:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2$$

(1)

$$mv_0 \cdot \frac{3l}{4} = mv_1 \cdot \frac{3l}{4} + I\omega$$

(2)

áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

(3)

Với :

$$I_G = 2 \left[\frac{\left(\frac{M}{2}\right)L^2}{12} + \left(\frac{M}{2}\right)NG^2 \right]$$

$$NG = \sqrt{2} \frac{L}{4} \rightarrow I_G = \frac{5}{24}ML^2$$

$$v_2 = \frac{5}{18}\omega L \Rightarrow \omega L = \frac{18}{5}v_2$$

Giải hệ phương trình

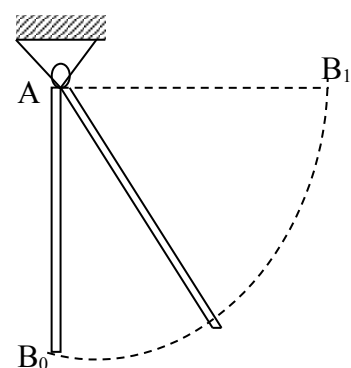
$$v_0 + v_1 = \frac{5}{24}v_2$$

$$m(v_0 - v_1) = Mv_2$$

Điều kiện m bị bật ngược trở lại là $v_1 < 0$. Rút ra: $\frac{M}{m} < \frac{5}{29}$.

Bài 26

Thanh AB với chiều dài l được treo bằng khớp vào điểm A (hình vẽ). Cho rằng bỏ qua được ma sát ở khớp, hãy xác định vận tốc góc ω_0 bé nhất cần phải truyền cho thanh để thanh có đạt tới vị trí nằm ngang.



Lời giải

Các đại lượng đã biết là : $\omega_1 = 0$ và độ dài của hệ xác định bởi góc B_0AB_1 . Do đó để giải bài toán này tiện hơn cả là sử dụng định lý biến thiên động năng.

Vì đây là hệ không biến hình, ta có phương trình biến thiên động năng là:

$$T_1 - T_0 = A_{01}^{ng} \quad (1)$$

Gọi m là khối lượng của thanh, ta hãy xác định các đại lượng tham gia phương trình.

Ta có động năng của hệ ở vị trí ban đầu là:

$$T_0 = \frac{1}{2} I_A \omega_0^2 = \frac{1}{6} m l^2 \omega_0^2 \quad (2)$$

$$\text{Vì vận tốc của thanh ở vị trí cuối cũng bằng không} \Rightarrow T_1 = 0 \quad (3)$$

Liên kết (khớp A) là lý tưởng, nên chỉ có lực chủ động $P = mg$ thực hiện công và bằng:

$$A = - P \cdot h_c = - mg \frac{l}{2} \quad (4)$$

$$\text{Thay (2), (3) và (4) vào (1) ta được : } - \frac{1}{6} m l^2 \omega_0^2 = - mg \frac{l}{2} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

Vậy phải tạo cho thanh một vận tốc góc nhỏ nhất $\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{l}}$ để thanh có thể đạt đến vị trí nằm ngang.

Câu 27. Vật rắn chuyển động trên một mặt cầu

Một khối trụ đặc có khối lượng m và bán kính r bắt đầu lăn không trượt bên trong một mặt trụ có ma sát bán kính R từ một vị trí xác định bởi góc α_0 . Hãy xác định áp lực của khối trụ tại một vị trí tùy ý xác định bởi góc α .

Lời giải

Áp lực của khối trụ tại một vị trí tùy ý xác định bởi góc α .

Phương trình chuyển động của khối trụ: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$.

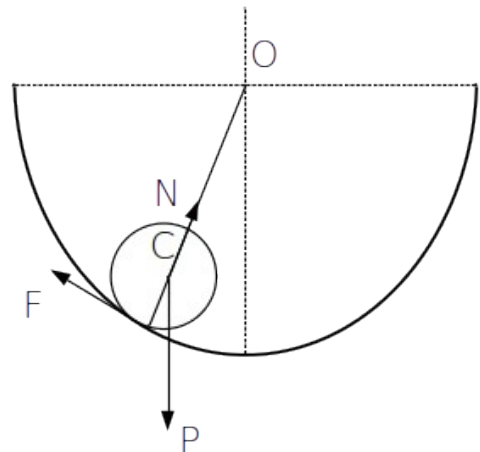
Hợp lực tác dụng vào vật hướng tâm quỹ đạo là lực hướng tâm.

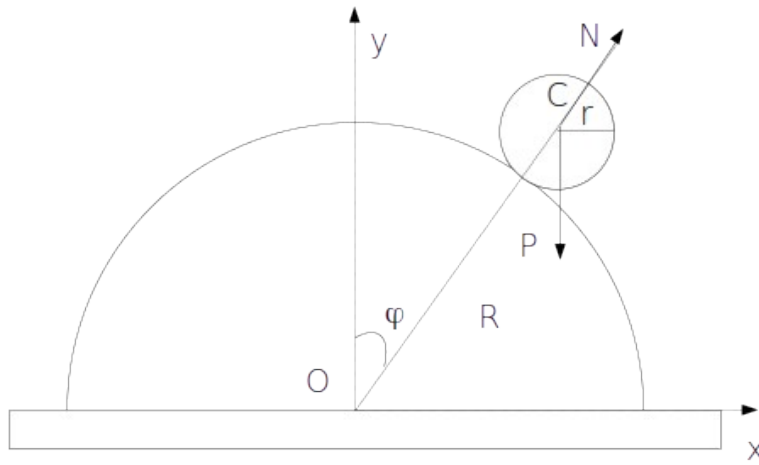
$$\text{Chiếu (1) lên phương pháp tuyến ta được: } \frac{mv^2}{(R-r)} = N - P \cos \alpha \quad (2)$$

Chọn mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng của khối trụ

Xét vật tại vị trí ban đầu góc α_0 :

$$\text{Cơ năng: } W_1 = W_2 = W_t = mg(R-r)(1-\cos\alpha_0) \quad (3)$$





Xét vật tại vị trí góc α bất kì.

$$\text{Cơ năng: } W_2 = mg(R - r)(1 - \cos\alpha) + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

(Trong đó $I = \frac{1}{2}mR^2$ là mômen quán tính của khối trụ, $\omega = \frac{v}{r}$ là vận tốc góc của khối trụ quay quanh khối tâm.

$$W_2 = mg(R - r)(1 - \cos\alpha) + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \frac{v^2}{r^2}; W_2 = mg(R - r)(1 - \cos\alpha) + \frac{3}{4}mv^2 \quad (4)$$

$$\text{Vì } W_1 = W_2 \Leftrightarrow mg(R - r)(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = \frac{3}{4}mv^2; \Rightarrow \frac{mv^2}{(R - r)} = \frac{4}{3}mg(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \quad (5)$$

Thay (5) vào (1) ta tìm được: $N = P/3 (7\cos\alpha - 4\cos\alpha_0)$

Câu 28.

Hình trụ đồng chất khối lượng m bán kính r lăn không trượt trên mặt bán trụ cố định bán kính R từ đỉnh với vận tốc đầu $V_0 = 0$

1. Xác định vận tốc khối tâm hình trụ theo góc φ là góc hợp bởi đường thẳng đứng và đường thẳng nối tâm hai trụ.
2. Định vị trí hình trụ r rời mặt trụ R . Bỏ qua ma sát

Lời giải

1. Xác định vận tốc khối tâm hình trụ theo góc φ là góc hợp bởi đường thẳng đứng và đường thẳng nối tâm hai trụ

$$\text{Áp dụng định lý động năng: } W_d - W_{d0} = A_p \quad (1)$$

$$\text{Với } W_{d0} = 0; W_d = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (2); v_C = (R + r)\omega$$

ω là vận tốc góc của khối tâm C trụ nhỏ đối với tâm O của trụ lớn

ω^2 và vận tốc góc của trụ nhỏ quanh khối tâm C

$$\text{Lăn không trượt nên: } \omega' r = \omega (R + r); (2) \Rightarrow W_d = \frac{3}{4}m(R + r)^2 \omega^2 \quad (3)$$

$$A_p = mg(R + r)(1 - \cos\varphi) \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4)} \Rightarrow v_c = \sqrt{\frac{4g}{3}(R + r)(1 - \cos\varphi)} \quad (5)$$

2. Từ vị trí hình trụ r rời mặt trụ R :

Áp dụng định luật II Niu tơn cho hình trụ: $m\vec{a}_c = \vec{P} + \vec{N}$

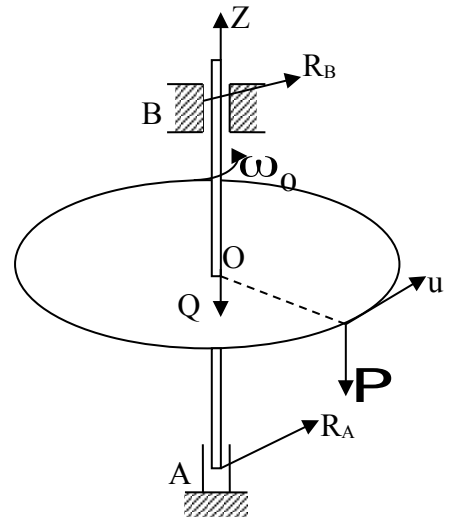
Chiếu hệ thức vec tơ lên trục hướng tâm:

$$m \frac{v_c^2}{R+r} = mg \cos \varphi - N \Rightarrow n = mg \cos \varphi - m \frac{v_c^2}{R+r} \quad (6)$$

Khi đó $N = 0$. Từ (5) và (6) suy ra: $\cos \varphi = \frac{4}{7} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{4}{7}$

Bài 29 Bài toán sử dụng định luật bảo toàn moment xung lượng

Một đĩa tròn đồng chất, trọng lượng là Q , bán kính R quay được quanh một trục thẳng đứng AB đi qua tâm đĩa và vuông góc với đĩa. Trên vành đĩa có một chất điểm M có trọng lượng là P . Đĩa quay quanh trục với vận tốc góc ω_0 . Tại một thời điểm nào đó chất điểm M chuyển động theo vành đĩa với vận tốc tương đối so với đĩa là u . Tìm vận tốc góc của đĩa lúc đó.



Lời giải

Khảo sát cơ hệ gồm đĩa và chất điểm M . Đĩa có thể quay quanh trục cố định z thẳng đứng, còn chất điểm M chuyển động trên mặt đĩa theo đường tròn tâm O , bán kính OM (chuyển động tương đối) với vận tốc u và cùng quay với đĩa quanh trục z (chuyển động theo)

Các ngoại lực tác dụng lên hệ gồm các trọng lực Q, P và các phản lực R_A, R_B tại các ổ trục A và B .

Vì hệ ngoại lực gồm các lực song song và cắt trục z ta có :

$$\begin{aligned} \frac{dL_z}{dt} &= \sum M_z(\vec{F}_k^e) = 0 \Rightarrow L_z = \text{const} \\ \Rightarrow L_z &= L_z(0) \end{aligned} \quad (1)$$

Trong đó: L_z là Mômen động lượng của hệ theo trục z tại thời điểm bất kì. $L_z(0)$ là Mômen động lượng của hệ theo trục z tại thời điểm ban đầu.

Giả sử rằng tại thời điểm đầu chất điểm nằm yên trên đĩa và cùng với đĩa quay quanh trục z theo chiều dương với vận tốc góc ω_0

$\Rightarrow$ Mômen động lượng của hệ theo trục z tại thời điểm ban đầu là:

$$L_z(0) = L_{z1}(0) + L_{z2}(0)$$

Trong đó: $L_1(0) = I_z \omega_0 = \frac{Q}{2g} R^2 \omega_0$ là mômen động lượng của đĩa theo trục z tại thời điểm ban đầu.

$$L_2(0) = R \cdot \frac{P}{g} \cdot v = R \frac{P}{g} \omega_0 R = \frac{P}{g} R^2 \omega_0 \text{ là mômen động lượng của chất điểm}$$

theo trục z tại thời điểm ban đầu. $\Rightarrow L_z(0) = \frac{(Q+2P)}{2g} \omega_0 R^2 \quad (2)$

Khi chất điểm chuyển động đối đĩa với vận tốc u (theo chiều dương của z) thì đĩa sẽ quay quanh trục z với vận tốc góc là ω cùng theo chiều dương.

Suy ra ta có mômen động lượng của hệ theo trục z tại thời điểm bất kì là:

$$L_z = L_{z1} + L_{z2}$$

Trong đó: $L_{z1} = I_z \omega = \frac{Q}{2g} R^2 \omega$ là mômen động lượng của chất điểm theo trục z tại thời điểm bất kì.

$$L_{z2} = R \cdot \frac{P}{g} \cdot v = R \frac{P}{g} (\omega R + u) \text{ là mômen động lượng của chất điểm theo trục}$$

z tại thời điểm bất kì. $\Rightarrow L_z = \frac{R\omega(Q+2P) + 2PRu}{2g} \quad (3)$

Thay (2) và (3) vào (1) ta được: $\omega = \omega_0 - \frac{2Pu}{(Q+2P)R}$

Đĩa quay quanh trục z theo chiều âm hay dương phụ thuộc vào $\omega = \omega_0 - \frac{2Pu}{(Q+2P)R}$ dương hay âm.

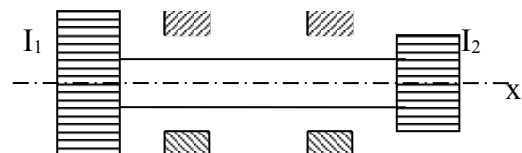
Bài 30

Hai đĩa cùng được gắn vào trục quay (hình vẽ). Người ta cho trục hơi xoắn rồi thả ra. Hãy xác định hệ thức giữa các vận tốc góc và các góc quay của các đĩa khi chúng dao động xoắn. Cho rằng khối lượng của trục bé không đáng kể, còn mômen quán tính của các đĩa đối với trục x là I_1 và I_2 là các đại lượng đã biết.

Lời giải

Để bỏ qua các lực đàn hồi chưa biết và có tác dụng gây ra dao động ở các đĩa, ta xem trục và các đĩa như một hệ.

Các lực ngoài tác dụng lên hệ gồm: phản lực của các gối đỡ và trọng lực đều cắt trục x vì vậy:



$$\sum M_x(F_k) = 0 \Rightarrow L_x = \text{const.}$$

Vậy mômen động lượng của hệ bảo toàn.

Ta có mômen xung lượng ban đầu của hệ là: $L_{x1} = 0$ (1)

Ta có mômen động lượng của hệ khi dao động là: $L_{x2} = I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2$ (2)

(vì mômen động lượng của hệ đối với trục x bằng tổng mômen động lượng của các đĩa

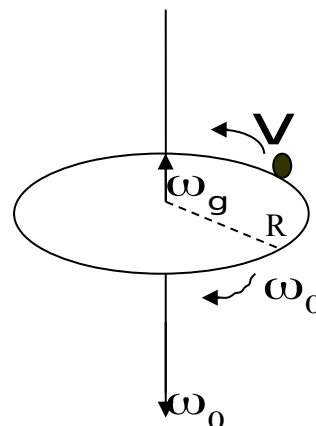
đối với cùng trục đó). Từ (1) và (2) ta có: $\omega_1 = -\frac{I_2}{I_1} \omega_2$ (3)

Tích phân 2 vế (3) từ 0 cho đến t ta có: $\int_0^t \omega_1 dt = \int_0^t -\frac{I_2}{I_1} \omega_2 dt \Leftrightarrow \varphi_1 = -\frac{I_2}{I_1} \varphi_2$

Trong đó φ_1 và φ_2 là các góc xoắn của các đĩa từ vị trí ban đầu. Bởi vậy, dao động sẽ xảy ra ngược chiều nhau, biên độ dao động góc tỷ lệ nghịch với mômen quán tính của các đĩa.

Bài 31

Một con gián khối lượng m bò ngược chiều kim đồng hồ theo mép một cái khay nhiều ô (một cái đĩa tròn lắp trên một trục thẳng đứng), bán kính R, mômen quán tính I, với ổ trục không ma sát. Vận tốc của con gián (đối với trái đất) là v, còn khay quay theo chiều kim đồng hồ với vận tốc góc ω_0 . Con gián tìm được mẩu vụn bánh mì ở mép khay và dừng lại.



- Vận tốc góc của khay sau khi con gián dừng lại, là bao nhiêu?
- Cơ năng của hệ có bảo toàn không?

Lời giải

Mômen quán tính I_g của con gián đối với trục quay là: $I_g = m.R^2$.

Vận tốc góc của con gián đối với trục quay là: $\omega_g = \frac{v}{R}$.

Mômen động lượng của hệ khi con gián bò là:

$$L = I_g \omega_g - I \omega_0 = m R^2 \frac{v}{R} - I \omega_0 = m R v - I \omega_0 \quad (1)$$

Mômen động lượng của hệ khi con gián dừng lại là:

$$L' = (I + I_g) \omega = (I + m R^2) \omega \quad (2)$$

Theo định luật bảo toàn mômen động lượng thì :

$$L = L' \Leftrightarrow (I + m R^2) \omega = m R v - I \omega_0$$

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{mRv - I\omega_0}{I + mR^2} \quad (3)$$

Động năng của hệ khi con gián đang bò là:

$$K_1 = K_g + K_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2 \quad (4)$$

Động năng của hệ khi con gián dừng lại là:

$$K_2 = \frac{1}{2}(I + I_g)\omega^2 = \frac{1}{2}(I + mR^2) \left(\frac{mRv - I\omega_0}{I + mR^2} \right)^2 \quad (5)$$

Độ biến thiên động năng trong quá trình biến thiên đó là:

$$\Delta K = K_2 - K_1 \quad (6)$$

Thay (4), (5) vào (6) và biến đổi ta có:

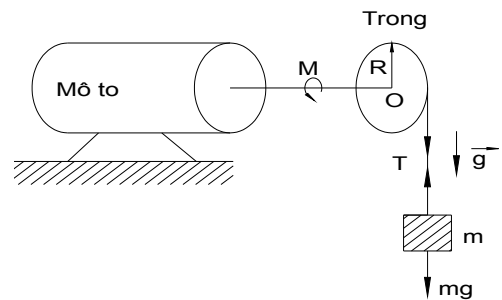
$$\Delta K = K_2 - K_1 = -\frac{mI(v + R\omega_0)^2}{2(I + mR^2)} < 0$$

$\Rightarrow K_2 < K_1$: Động năng(cơ năng) của hệ bị giảm (không được bảo toàn).

Bài 32

Một cái tời trống quay xem như hình trụ tâm O cũng là khối tâm có bán kính R, momen quán tính I đối với trục của nó. Một dây cáp khối lượng không đáng kể, hoàn toàn mềm được quấn quanh trống đầu dưới của dây cáp nối với tải khối lượng m.

Trống có thể quay không ma sát quanh trục cố định nhờ động cơ tác động một ngẫu lực có momen $M = \text{const}$. Xác định gia tốc thẳng đứng của tải trọng.



Lời giải

Cách 1: Sử dụng phương pháp động lực học

Gọi T là lực căng dây, γ là gia tốc góc của trống. a_y là gia tốc của tải m

Ta có:
$$\begin{cases} M - TR = I\gamma \\ T - mg = ma_y \\ a_y = \gamma R \end{cases}$$

tìm được
$$T = \frac{mRM + mgI}{mR^2 + I}$$

$$a_y = \frac{T - mg}{m} = \frac{MR - mR^2g}{mR^2 + I}$$

Cách 2: Sử dụng $\frac{dL}{dt} = \sum M_{\text{ngoại}}$

$$L_z = I\omega + mRv = (I + mR^2) \frac{v}{R}$$

$$\sum M_{ngoai} = M - mgR$$

$$\text{Suy ra } (I + mR^2) \frac{a}{R} = M - mgR \text{ ta tìm được } a = \frac{(M - mgR)R}{I + mR^2}$$

Bài 33 Dao động của vật rắn

Để đo gia tốc trọng trường g , người ta có thể dùng con lắc rung, gồm một lá thép phẳng chiều dài l , khối lượng m , một đầu của lá thép gắn chặt vào điểm O của giá, còn đầu kia gắn một chất điểm khối lượng M . ở vị trí cân bằng lá thép thẳng đứng. Khi làm lá thép lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ θ (radian) thì sinh ra momen lực $c\theta$ (c là một hệ số không đổi) kéo lá thép trở về vị trí ấy (xem hình vẽ). Trọng tâm của lá thép nằm tại trung điểm của nó và momen quán tính của riêng lá thép đối với trục quay qua O là $ml^2/3$.

a, Tính chu kì T các dao động nhỏ của con lắc.

b, Cho $l = 0,20\text{m}$, $m = 0,01\text{kg}$, $M = 0,10\text{kg}$. Để con lắc có thể dao động, hệ số c phải lớn hơn giá trị nào? Biết g không vượt quá $9,9\text{m/s}^2$.

c, Cho l , m , M có các giá trị như ở mục b, $c = 0,208$. Nếu đo được $T = 10\text{s}$ thì g có giá trị bằng bao nhiêu?

d, Cho l , m , M , c có các giá trị cho ở mục c. Tính độ nhạy của con lắc, xác định bởi $\frac{dT}{dg}$, dT là biến thiên nhỏ của T ứng với biến thiên nhỏ dg của g quanh giá trị trung bình $g_0 = 9,8\text{m/s}^2$. Nếu ở gần g_0 , gia tốc g tăng $0,01\text{m/s}^2$ thì T tăng hay giảm bao nhiêu?

e, Xét một con lắc đơn có chiều dài $L = 1\text{m}$ cũng dùng để đo g . Tính độ nhạy của con lắc đơn ở gần giá trị trung bình g_0 ; g tăng $0,01\text{m/s}^2$ thì chu kì T của con lắc đơn tăng hay giảm bao nhiêu? So sánh độ nhạy của hai con lắc. (*Trích đề thi chọn học sinh vào đội tuyển dự olympic vật lý châu á năm 2004*)

Lời giải

$$\text{a) Momen quán tính của con lắc } I = \frac{ml^2}{3} + Ml^2 = l^2 \left(M + \frac{m}{3} \right)$$

$$\text{Momen lực } \mathbf{M} = mg \frac{l}{2} \sin \theta + Mgl \sin \theta - c\theta \approx \theta \left[gl \left(M + \frac{m}{2} \right) - c \right]$$

Phương trình $J\ddot{\theta} = \mathbf{M}$

$$l^2 \left(M + \frac{m}{3}\right) \ddot{\theta} = \theta \left[gl \left(M + \frac{m}{2}\right) - c \right] \quad \text{hay} \quad \ddot{\theta} + \frac{c - gl \left(M + \frac{m}{2}\right)}{l^2 \left(M + \frac{m}{3}\right)} \theta = 0$$

Giả thiết $c > gl \left(M + \frac{m}{2}\right)$, con lắc dao động nhỏ với chu kỳ:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l^2 \left(M + \frac{m}{3}\right)}{c - gl \left(M + \frac{m}{2}\right)}} \quad (1)$$

b) Điều kiện $c > gl \left(M + \frac{m}{2}\right)$, với $g_{\max} = 9,9 \text{ m/s}^2$ cho $c > 9,9 \cdot 0,2 \cdot 0,105$ hay $c > 0,2079$.

c) Đặt $a = l^2 \left(M + \frac{m}{3}\right) = 0,004132$, $b = l \left(M + \frac{m}{2}\right) = 0,021$ (đơn vị SI).

(1) $\rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{c - bg}}$ (2), hay $\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a}{c - bg}$, với $T = 10 \text{ s}$ tính được $g = 9,83 \text{ m/s}^2$.

d) Lấy ln hai vế của (2) $\ln T = \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln a - \frac{1}{2} \ln(c - bg)$

Lấy đạo hàm đối với g , với T là hàm của g :

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dg} = \frac{b}{2(c - bg)} \rightarrow \text{độ nhạy} \quad \frac{dT}{dg} = \frac{bT}{2(c - bg)} \quad (3)$$

Với $b = 0,021$, $c = 0,208$ thì với $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$ và $T \approx 10 \text{ s}$, ta có $\frac{dT}{dg} \approx 48$.

g tăng $0,01 \text{ m/s}^2$ thì T tăng $0,48 \text{ s}$, dễ dàng đo được.

Chú ý: Nếu tính trực tiếp $\frac{dT}{dg}$ từ (2), không qua ln thì phức tạp. Cũng không cần thay T trong (3) bằng (2), vì ta đã biết với $g \approx g_0$ thì $T \approx 10 \text{ s}$.

e) Với con lắc đơn $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$, làm tương tự: $\ln T = \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln L - \frac{1}{2} \ln g$. Lấy đạo

$$\text{hàm đối với } g \quad \frac{1}{T} \frac{dT}{dg} = -\frac{1}{2g} \rightarrow \frac{dT}{dg} = -\frac{T}{2g}$$

Con lắc đơn có $L = 1 \text{ m}$ thì $T \approx 2 \text{ s}$. Với $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$ thì $\frac{dT}{dg} \approx -0,1$; g tăng $0,01 \text{ m/s}^2$

thì T giảm $0,001 \text{ s}$, không đo được. Vậy con lắc rung nhảy hơn con lắc đơn là:

$$\theta = \frac{3mv_0}{(M+3m)\omega l} \sin(\omega t) \quad \text{với} \quad \omega = \sqrt{\frac{3g(M+2m)}{2l(M+3m)}}, \quad \text{tần số} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

và góc lệch cực đại $\theta_{\max} = \theta_0 = \frac{3mv_0}{(M+3m)\omega l}$

Bài 34

Tính chu kì dao động thẳng đứng của tâm C của hình trụ đồng nhất khối lượng m, bán kính R, có momen quán tính đối với trục là $\frac{1}{2}mR^2$. Sợi dây không dẫn, không khối lượng, không trượt lên ròng rọc. Lò xo có hệ số đàn hồi là k

Lời giải

Cách 1 (phương pháp động học, động lực học)

+) Tại vị trí cân bằng ta có:

$$T_{01} = T_{02} = \frac{mg}{2}, \quad T_{02} = k \cdot \Delta l = \frac{mg}{2}$$

$$\Rightarrow mg - 2k \cdot \Delta l = 0$$

+) Tại li độ x (của C) lò xo dãn ($\Delta l + 2x$).

Ta có phương trình động lực học:

$$(T_1 - T_2)R = I\gamma = I \frac{x''}{R}$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2}mx'' + T_2$$

$$\text{Mà } T_2 = F_d = k(\Delta l + 2x)$$

+) Phương trình động lực II Newton:

$$-(T_2 + T_1) + mg = mx''$$

$$\text{rút ra } x'' + \frac{8k}{3m}x = 0 \quad \text{với } \omega = \sqrt{\frac{8k}{3m}}$$

$$\text{Chu kì dao động của khối tâm C là: } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{8k}}$$

Cách 2: Phương pháp năng lượng

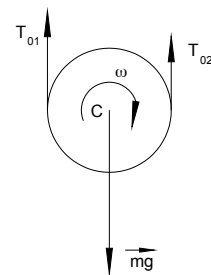
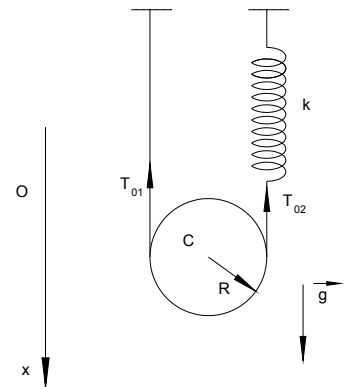
Ta có: khi C ở li độ x, lò xo dãn thêm 2x.

$$E = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{k(2x)^2}{2} = \text{const}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{x'}{R}$$

Đạo hàm (4) theo thời gian rồi thay (5) vào ta được:

$$x''(m + \frac{I}{R^2}) + 4kx = 0$$

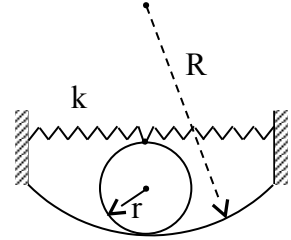


$$x'' + \frac{8k}{3m}x = 0 \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{8k}{3m}}$$

$$\text{Chu kì dao động của khối tâm C là : } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{8k}}$$

Bài 35

Một hình trụ đặc đồng chất, trọng lượng P , bán kính r đặt trong một mặt lõm bán kính cong R (hình vẽ). Ở điểm trên của hình trụ người ta gắn 2 lò xo với độ cứng k như nhau. Tìm chu kì dao động nhỏ của hình trụ với giả thiết hình trụ lăn không trượt.



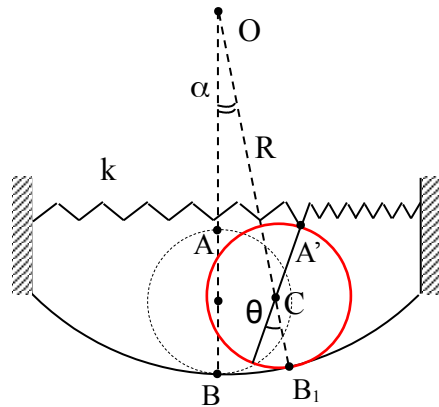
Lời giải

Định luật II Newton:

$$2k\Delta x + Mg\alpha - F_{ms} = Ma \quad (1)$$

$$(2k\Delta x + F_{ms})r = \frac{1}{2}Mr^2\gamma \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow$$



$$2k\Delta x = \frac{1}{2}Ma - F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = \frac{1}{2}Ma - 2k\Delta x$$

$$(1) \Rightarrow 2k\Delta x + Mg\alpha - \frac{1}{2}Ma + 2k\Delta x = Ma$$

$$\Rightarrow 4k\Delta x + Mg\alpha = \frac{3}{2}Ma$$

Chú ý là:

$$\Delta x = (R - 2r)\alpha ; a = (R - r)\ddot{\alpha}$$

$$\Rightarrow 4k(R - 2r)\alpha + Mg\alpha + \frac{3}{2}M(R - r)\ddot{\alpha} = 0$$

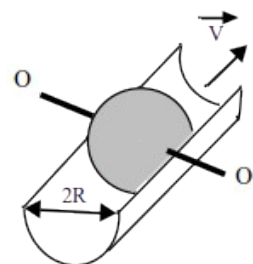
$$\Rightarrow \left(\frac{8k(R - 2r)}{3M(R - r)} + \frac{2g}{3(R - r)} \right) \alpha + \ddot{\alpha} = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{8k(R - 2r)}{3M(R - r)} + \frac{2g}{3(R - r)}$$

IV. HỆ THỐNG BÀI TẬP THAM KHẢO

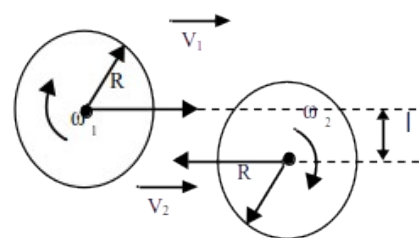
Bài 1

Một quả bóng bán kính R có thể quay quanh một trục cố định nằm ngang OO' . Một dải băng giáp cứng được làm thành một nửa hình trụ bán kính R , áp dựa vào quả bóng từ bên dưới chuyển động với vận tốc v hướng nằm ngang và vuông góc với trục OO' (hình vẽ). Hãy tính vận tốc góc của sự quay của bóng.



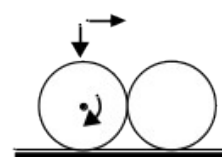
Bài 2

Trên bề mặt nằm ngang không ma sát có hai cái đĩa giống nhau (hình vẽ). Ký hiệu các đường và vận tốc góc như bên, kích thước R và r ($R > r$), và chạm là đàn hồi. Xác định vận tốc đĩa sau va chạm.



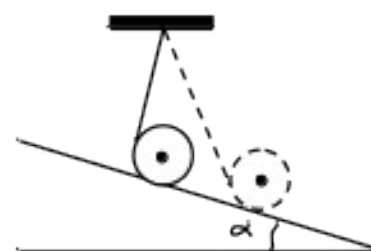
Bài 3

Ống thành mỏng khối lượng m quay xung quanh trục của nó và bên cạnh nó có một ống như thế ban đầu đứng yên trên nền nằm ngang (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa tất cả các bề mặt tiếp giáp nhau và bằng $\mu = 2$. Tính gia tốc chuyển động của ống ban đầu quay?



Bài 4

Một hình trụ quán quanh mình một sợi dây được cố định một đầu, một đầu trên mặt phẳng nghiêng, nghiêng một góc α với phương ngang (hình vẽ). ở một thời điểm, khi dây thẳng đứng thì vận tốc góc của hình trụ là ω . Tính tại thời điểm đó:

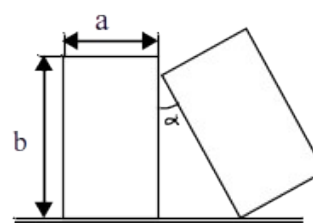


a/ Vận tốc của trục hình trụ

b/ Vận tốc của một điểm trên hình trụ là tiếp điểm với phương ngang. Bán kính hình trụ là R .

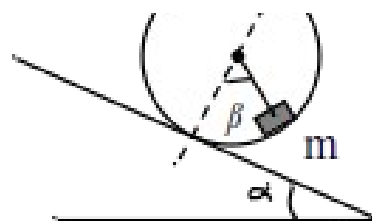
Bài 5

Với giá trị của góc α như thế nào thì 2 khối lập phương giống nhau có thể nằm cân bằng như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa khối và giá trị là μ , giữa các khối với nhau coi như là rất nhỏ.



Bài 6

Một thanh AB đồng nhất chiều dài $2b$, một đầu tựa trên mặt đất nằm ngang, đầu kia tựa vào tường thẳng đứng. Vị trí của thanh được xác định theo góc $\alpha = (\text{OX}, \text{OG})$. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm ban đầu $\alpha = \alpha_0$, thanh đứng yên. Tính phản lực N_B của tường lên thanh từ đó suy ra góc nghiêng α_1 mà tại đó thanh rời khỏi tường.

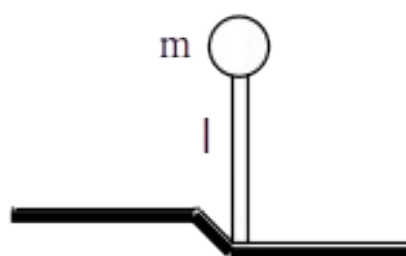


Bài 7

Một hình trụ rỗng khối lượng m lăn xuống theo một mặt phẳng nghiêng (với góc $\alpha = 45^\circ$) (lăn không trượt). Ở bề mặt phía trong của hình trụ tuyệt đối nhẵn có một vật nhỏ khối lượng $m = M/2$. Hỏi góc β khi hình trụ đang lăn.

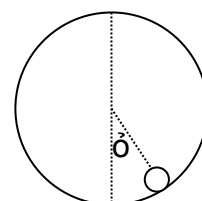
Bài 8

Một thanh không khối lượng nối với một quả nặng ở đầu trên bắt đầu rơi từ vị trí thẳng đứng không vận tốc đầu. Đầu dưới bị chặn một phía như hình vẽ. Hỏi góc giữa véc tơ vận tốc và phương thẳng đứng ở thời điểm nó chạm mặt phẳng ngang?



Bài 9

Một hình trụ đặc khối lượng m bán kính r có thể lăn không trượt theo mặt trong của một hình trụ rỗng khối lượng M , bán kính R . Hình trụ lớn này có thể quay xung quanh trục của nó theo phương ngang. Các trục của các hình trụ song song với nhau. Bỏ qua mọi ma sát. Ban đầu hình trụ đặc ở vị trí mà đường nối tâm hai hình trụ lệch một góc ϕ nhỏ so với phương thẳng đứng. Thả cho các hình trụ dao động. Viết phương trình dao động của các hình trụ.



Bài 10

Vật rắn có khối lượng M có thể quay quanh trục cố định nằm ngang đi qua điểm O nằm trên vật, mô men quán tính của vật với trục quay này là I . ở điểm A cách O một đoạn bằng d ta nối một vật m bằng thanh AB không khối lượng có chiều dài l và có thể quay quanh A trong mặt phẳng quay của vật rắn. Tìm chu kỳ dao động nhỏ của các vật.

Bài 11

Vật A có khối lượng M nối với vật B khối lượng m bằng thanh AB có khối lượng không đáng kể. Vật A nằm trên mặt phẳng ngang nhẵn và buộc với đầu một lò xo có độ cứng k , đầu còn lại của lò xo chốt cố định tại O trên mặt phẳng ngang. Khi vật B dao động trong mặt phẳng thẳng đứng đã kéo vật A dao động theo đường thẳng ox nằm ngang. Viết phương trình dao động của các vật biết ở thời điểm ban đầu, vật B

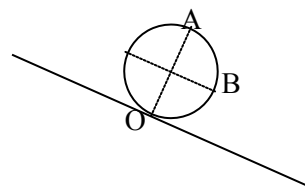
ở vị trí có góc lệch α_0 so với phương thẳng đứng Oy và vận tốc v_0 hướng vuông góc với AB về vị trí cân bằng.

Bài 12

Một vành xe bán kính R lăn không trượt trên mặt bàn nằm ngang, vận tốc của khối tâm G là V_0 . Gọi I là một điểm trên vành, ban đầu I tiếp xúc với bàn. Xác định phương trình chuyển động, vận tốc và gia tốc của I.

Bài 13

Một quả cầu bán kính R lăn không trượt trên một mặt phẳng nghiêng với gia tốc không đổi là a . Ở một thời điểm t vị trí của các điểm như hình vẽ. Hãy xác định vận tốc và gia tốc của A, B và O.

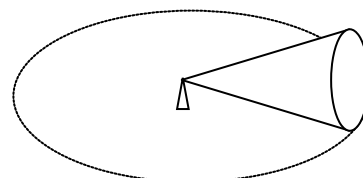


Bài 14

Một quả cầu bán kính R lăn không trượt trên một máng hình chữ V với góc mở là ϕ . Vận tốc của khối tâm O là v_0 . Hãy xác định vận tốc góc của quả cầu.

Bài 15

Một hình nón tròn xoay có nửa góc ở đỉnh là ϕ , bán kính đáy là r , lăn không trượt trên mặt phẳng ngang như hình vẽ: Đỉnh của nón được khớp vào một điểm O có cùng độ cao với tâm C của đáy. Vận tốc của C là v_0 . Hãy xác định vận tốc góc và gia tốc góc của hình nón.

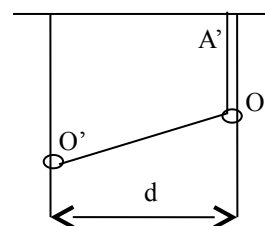


Bài 16

Trên một mặt phẳng ngang có một vành đai đứng yên bán kính R. Một vành đai khác giống hệt như thế chuyển động với vận tốc v . Tìm sự phụ thuộc vận tốc u của giao điểm 2 vành đai vào khoảng cách d giữa hai tâm. Các vành đai đều mảnh và luôn chạm nhau trong quá trình chuyển động.

Bài 17

Người ta xâu 2 chiếc vòng O, O' vào hai trục song song cách nhau một khoảng d . Một sợi dây được buộc cố định ở A' rồi luôn qua 2 vòng. Vòng O' đi xuống với vận tốc v không đổi. Tìm gia tốc của vòng O khi dây tạo với AB góc α .



Bài 18

Hai thanh thép có chiều dài $OA = L_1$, $BO = L_2$ liên kết nhau bằng một khớp nối O. Người ta kéo hai đầu A, B của hai thanh đó theo một phương ngang về hai phía ngược chiều nhau với vận tốc không đổi v_1, v_2 . Xác định gia tốc của khớp nối O lúc hai thanh vuông góc nhau, biết hai thanh luôn nằm trong cùng một mặt phẳng.

Bài 19

Một quả cầu đặc đồng chất khối lượng m , bán kính R lăn không trượt trên một mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang góc α . Tìm:

- Giá trị của hệ số ma sát để sự trượt không xảy ra.
- Động năng của quả cầu sau t giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động.

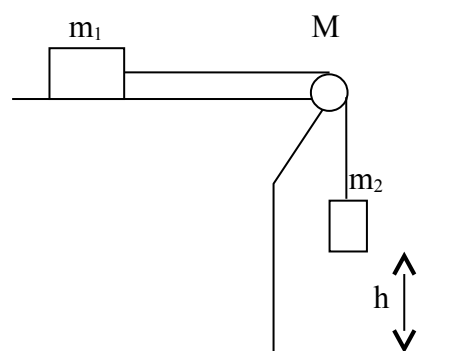
Bài 20

Một cái đĩa đồng chất có bán kính R , quay tại chỗ với vận tốc góc ban đầu ω_0 . Hệ số ma sát giữa đĩa và mặt phẳng ngang là k . Tìm số vòng mà đĩa quay thêm được cho đến khi dừng lại.

Bài 21

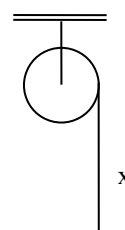
Cho một cơ hệ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa m_1 và bàn là k . Ròng rọc coi như một đĩa tròn đặc khối lượng M bán kính R có thể quay không ma sát quanh trục. Vật m_2 ban đầu ở cách mặt đất một khoảng h . Thả cho hệ chuyển động từ nghỉ.

- Tìm gia tốc của các vật và tỷ số của hai lực căng dây trước khi m_1 chạm đất.
- Sau khi m_1 chạm đất vật m_2 chuyển động như thế nào?



Bài 22

Một hình trụ đặc đồng chất bán kính R , khối lượng M có thể quay tự do quanh một trục nằm ngang đi qua tâm. Trên trụ có cuốn một sợi dây mảnh có độ dài l và khối lượng m . Tìm gia tốc góc của hình trụ phụ thuộc vào chiều dài của đoạn dây được bỏ thông xuống. Giả thiết rằng trọng tâm của phần dây cuốn nằm trên trục của trụ.



Bài 23

Một hình trụ đặc đồng chất có khối lượng m , bán kính R được làm quay xung quanh trục của nó với vận tốc góc ω_0 . Hình trụ được đặt lên mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát giữa hình trụ và mặt phẳng ngang là k . Tìm:

- Thời gian trong đó chuyển động của hình trụ là có trượt.
- Công toàn phần của lực ma sát tác dụng lên hình trụ.

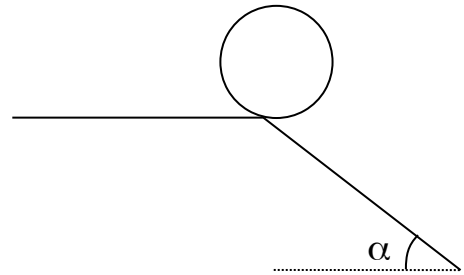
Bài 24

Một hình trụ đồng nhất khối lượng m , bán kính R được đặt không vận tốc đầu trên một mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang góc α , hệ số ma sát k .

- Xác định gia tốc của hình trụ. CMR: có trượt hay không còn tùy vào giá trị của góc α so với một giá trị α_0 nào đó cần tìm.
- Tìm tổng năng lượng của hình trụ ở thời điểm $t = 0$ và t bất kì. Xét hai trường hợp: $\alpha < \alpha_0$ và $\alpha > \alpha_0$.

Bài 25

Một hình lập phương khối lượng M và một hình trụ đặc m bán kính R . Sợi dây không dẫn không khối lượng một đầu buộc vào M , một đầu cuốn vào hình trụ. Hình lập phương chuyển động không ma sát trên mặt phẳng nghiêng nghiêng góc α . Ròng rọc không khối lượng và quay không ma sát quanh trục. Hệ được thả tự do không vận tốc đầu, dây không bị trùng mà cũng không bị căng, phần dây bên hình trụ thẳng đứng, phần buộc vào M song song với mặt phẳng nghiêng. Xác định gia tốc của các vật, biện luận theo các giá trị của α .

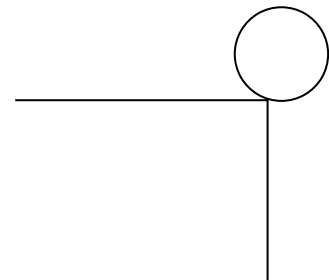


Bài 26

Một hình trụ đặc đồng chất có bán kính $R = 15\text{cm}$ nằm trên mặt phẳng ngang rồi mặt phẳng nghiêng tạo một góc $\alpha = 30^\circ$ với mặt phẳng ngang. Tìm vận tốc cực đại v_0 của hình trụ để nó không bị nảy lên. Giả thiết không có sự trượt.

Bài 27

Một đồ chơi hình trụ đặc đồng chất khối lượng m , bán kính R ban đầu nằm ở cạnh một cái giá (cạnh này song song với đường sinh của hình trụ). Dưới ảnh hưởng của vận tốc ban đầu không đáng kể, đồ chơi rơi xuống. Hệ số ma sát trượt giữa đồ chơi và giá là k . ở độ nghiêng α_0 nào đồ chơi bắt đầu rời khỏi giá. Áp dụng: $k = 0,2$.



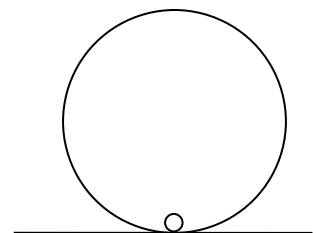
Bài 28

Một hình trụ đồng chất, khối lượng m , bán kính a , khối tâm G . ở thời điểm ban đầu hình trụ quay với vận tốc góc ω_0 còn khối tâm G đứng yên trên mặt bàn nằm ngang. Hệ số ma sát trượt giữa trụ và bàn là k .

1. Xác định ở thời điểm t : vận tốc của G và vận tốc góc ω .
2. Ở thời điểm t_1 nào thì hết trượt? Xác định v_1 , ω_1 cũng như quãng đường S_1 mà nó đi được.
3. Tính công của lực tiếp xúc.
4. Sau đó hình trụ chuyển động như thế nào? Biện luận và vẽ đường cong biểu diễn biến thiên của v và ω theo thời gian.

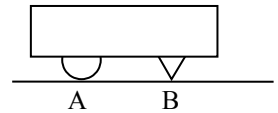
Bài 29

Một vành đai mỏng rắn có bán kính R được đặt thẳng đứng trên sàn và ở gần điểm tiếp xúc với sàn người ta gắn vào vành đai một vật nhỏ A có khối lượng bằng khối lượng của vành đai. Sau đó người ta truyền cho trục của vành đai một vận tốc nằm ngang v_0 . Với các giá trị nào của v_0 vành đai sẽ không nhảy lên, nếu sự lăn xảy ra không trượt.



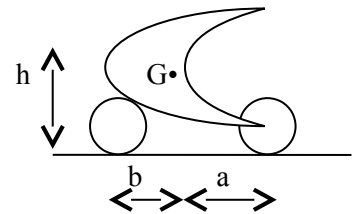
Bài 30

Một vật rắn khối lượng m , khối tâm G nằm trên mặt đất nằm ngang A,B. Tiếp xúc B không có ma sát, còn tiếp xúc A có ma sát với hệ số k . ở thời điểm đầu người ta đẩy vật rắn với vận tốc đầu v_0 nằm ngang. Xác định khoảng cách d mà vật đi được cho đến khi dừng lại.



Bài 31

Một người đi xe đạp khởi động trên một con đường nằm ngang. Người đi xe đạp này được xem như vật rắn liên kết với xe đạp (bỏ qua khối lượng của đôi chân chuyển động của người). Gọi m là khối lượng của người + xe đạp, hai bánh xe giống nhau có bán kính R và khối lượng không đáng kể. Khối tâm G của hệ chuyển động được xác định bởi các chiều dài a, b, h . Gọi n là tỷ số răng giữa đĩa và líp ở bánh sau, k là hệ số ma sát trượt giữa bánh xe và đường. Hỏi mô men ngẫu lực M của người phải tác dụng lên đĩa là bao nhiêu để các bánh xe không trượt trên mặt đường.



Bài 32 (Đề thi HSGQG năm 95-96).

Một khối trụ T , gồm hai nửa, mỗi nửa có tiết diện là một nửa hình tròn, bán kính R , chiều cao h , có khối lượng riêng lần lượt là D_1 và D_2 với $D_1 < D_2$. Khối trụ được đặt trên một tấm phẳng P . Hệ số ma sát giữa T và p đủ lớn để T chỉ lăn không trượt trên P .

1. Tìm khối tâm của mỗi nửa hình tròn đặc đồng tính.
2. Cho mặt P nghiêng một góc α so với đường nằm ngang. Tính góc φ mà mặt phân cách làm với mặt ngang khi trụ cân bằng.
3. Tăng dần góc nghiêng α . Đến giá trị nào của α thì hình trụ bắt đầu lăn xuống? Lúc đó φ bằng bao nhiêu?
4. P hoàn toàn nằm ngang và hình trụ đang nằm cân bằng. Đẩy nhẹ cho T lăn một góc nhỏ θ rồi buông ra. Chuyển động của khối tâm hình trụ có thể coi là dao động điều hòa được không? Nếu có tính chu kì dao động?

Bài 33

Một vòng dây xích kín A có khối lượng $m = 0,36\text{kg}$, được nối qua một dây vào đầu một trục thẳng đứng của một máy quay li tâm và quay với vận tốc góc không đổi $\omega = 35\text{rad/s}$. Sợi dây làm góc $\alpha = 45^\circ$ với đường thẳng đứng. Xác định khoảng cách từ khối tâm vòng dây xích đến trục quay và sức căng của dây xích.

Bài 34

Một hình nón tròn xoay A khối lượng $m = 3,2\text{kg}$ có nửa góc ở đỉnh $\alpha = 10^\circ$, lăn không trượt trên một mặt nón B sao cho nó bất động. Khối tâm của hình nón A ở cùng

độ cao với đỉnh O, cách đỉnh một khoảng $L = 17\text{cm}$ và chuyển động theo một đường tròn với vận tốc góc ω . Hãy xác định:

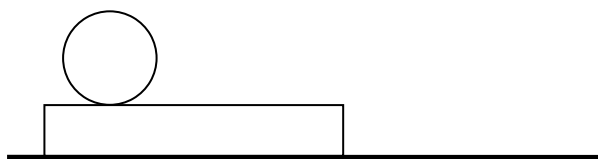
- Lực ma sát tĩnh tác dụng vào hình nón A khi $\omega = 1\text{rad/s}$.
- Giá trị của ω để cho chuyển động của hình nón A tiến hành không trượt, hệ số ma sát giữa các mặt bằng $k = 0,25$.

Bài 35: (đề thi HSGQG năm 2006).

Một vật hình cầu bán kính R đang đứng yên trên tấm gỗ mỏng CD. Mật độ khối lượng của vật phụ thuộc vào khoảng cách r đến tâm của nó theo quy luật:

$$u = \frac{3m}{7\pi R^3} \left(1 + \frac{r}{R}\right) ; m \text{ là một hằng số dương.}$$

Tấm gỗ được kéo trên mặt bàn nằm ngang theo chiều CD với gia tốc không đổi a (hình vẽ). Kết quả là vật lăn không trượt về phía D được một đoạn l và rơi xuống bàn. Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt bàn là k.

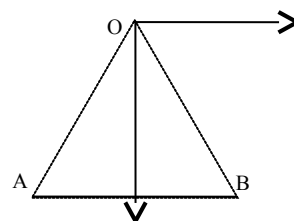


- Tính khối lượng và mômen quán tính của vật đối với trục quay qua tâm của nó.
- Hãy xác định thời gian vật lăn trên tấm gỗ và gia tốc tâm O của vật đối với mặt bàn.
- Tại thời điểm vật rơi khỏi tấm gỗ vận tốc góc của vật bằng bao nhiêu?
- CMR trong suốt quá trình chuyển động trên mặt bàn vật luôn lăn có trượt.
- Vật chuyển động được một quãng đường s bằng bao nhiêu trên bàn?

Bài 36

Một thanh AB đồng chất khối tâm G, khối lượng m, chiều dài l. Thanh được treo vào điểm O bằng hai dây không dẫn, không khối lượng cùng chiều dài l.

- Hệ cân bằng tính lực căng T_0 của các dây.
- Cắt dây OB tính giá trị mới của T ngay khi vừa cắt. Tính tỷ số T/T_0 .

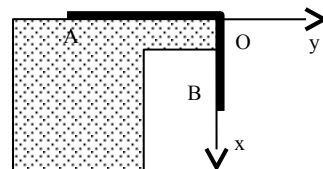


Bài 37

Một thanh AB đồng chất chiều dài 2b khối tâm G đặt thẳng đứng trên mặt đất. Nhẹ nhàng làm mất thăng bằng khiến thanh bị đổ. Giả thiết đầu A của thanh trượt không ma sát trên sàn. Tìm vận tốc v_0 của G khi thanh chạm đất.

Bài 38

Một dây xích AB đồng nhất có chiều dài l và khối lượng m , đặt ở mép của một cái bàn nằm ngang, đầu B của xích cách mép bàn khoảng h . Dây được thả tự do không vận tốc ban đầu. Bỏ qua mọi ma sát.



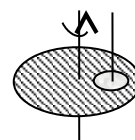
1. Xác định phương trình vi phân tọa độ x của B theo thời gian.
2. Xác định ở thời điểm t phản lực R mà bàn tác dụng lên dây xích.

Bài 39

Một sợi dây xích đồng chất, không đàn hồi, khối lượng m , chiều dài l vắt qua ròng rọc khối lượng M , bán kính R . Ròng rọc có thể quay không ma sát quanh trục. ở thời điểm ban đầu, hệ đứng yên, hai đầu mút của dây chênh lệch nhau một đoạn h . Xác định chuyển động của hệ sau đó. (giả thiết dây không trượt trên ròng rọc).

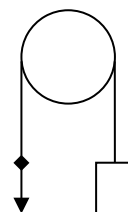
Bài 40

Một đĩa nặng quay quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc ω . Đồng xu khối lượng m , bán kính r được thả xuống đĩa và trục của nó thẳng đứng (hình vẽ). Khoảng cách giữa hai trục là d ($d > r$). Hệ số ma sát giữa đĩa và đồng xu là k . Tìm vận tốc góc ổn định của đồng xu? Giá trị mômen lực đặt vào trục đĩa lớn để giữ cho vận tốc của nó không đổi? Không có ma sát ở trục.



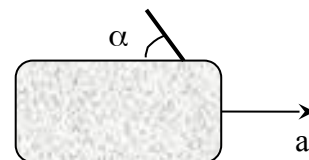
Bài 41

Một cuộn dây không đàn hồi, khối lượng không đáng kể quấn qua một thanh hình trụ bán kính R nằm ngang đứng yên (vắt qua đúng nửa vòng hình trụ). Tính giá trị cực tiểu F_0 của F cần phải tác dụng ở đầu mút A của dây để ngăn không cho tải trọng rơi xuống. Giả thiết rằng hệ số ma sát trượt giữa dây đối với thanh là f và trọng lượng của dây không đáng kể.



Bài 42

Một xe ô tô ban đầu đứng yên, khi khởi động có được gia tốc a trên đường nằm ngang. Một cánh cửa của xe vẫn mở và tạo nên góc $\alpha_0 = 90^\circ$. Tính thời gian cần thiết để cánh cửa tự đóng lại. Bỏ qua mọi ma sát, gọi J là mômen quán tính của cửa so với trục bản lề (giả thiết là thẳng đứng), b là khoảng cách từ khối tâm G của cửa đến trục bản lề và m là khối lượng của cửa.



Bài 43 (Đề thi QT ÁO năm 88)

Đĩa Maxwell. Một đĩa đồng chất hình trụ (khối lượng $M = 0,4\text{kg}$, bán kính $R = 0,06\text{m}$, bề dày $d = 0,01\text{m}$) được treo bằng hai dây dài bằng nhau quấn vào trục (bán kính r) đi qua tâm của đĩa. Bỏ qua khối lượng của dây và trục, và bề dày của dây.

Quấn dây để nâng khối tâm của đĩa lên độ cao $H = 1\text{m}$ rồi thả ra. Đĩa quay và tụt xuống vị trí thấp nhất rồi lại đi lên. Để đơn giản ta giả sử tâm quay tức thời luôn nằm trên đường thẳng đứng đi qua điểm treo P.

1. Tính vận tốc góc ω của đĩa lúc khối tâm G đã tụt được quãng đường s .

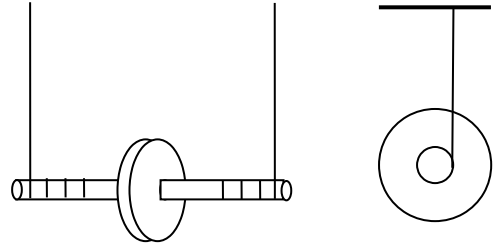
2. Tính động năng tịnh tiến E_t của đĩa lúc đã tụt $s=0,5\text{m}$. Tính tỷ số giữa năng lượng này và các dạng năng lượng khác của đĩa cũng ở thời điểm đó, nếu biết $r = 0,003\text{m}$.

3. Tính lực căng của mỗi dây T_1 khi đĩa đi xuống.

4. Tính vận tốc góc ω' của đĩa theo góc quay θ trong giai đoạn đổi chiều.

Vẽ trong tọa độ Đề các thích hợp dạng các đường cong biểu diễn các thành phần của đường đi và vận tốc của khối tâm đĩa, coi như những hàm của góc quay θ , cho cả 3 giai đoạn.

5. Lực căng tối đa mà mỗi dây chịu được là $T_m=10\text{N}$. Tính chiều dài tối đa S_m của dây có thể giải phóng, không quấn vào trục lúc đổi chiều, mà dây không bị đứt.



Phần 2: BÀI TẬP CƠ HỌC THEO CHỦ ĐỀ
Chủ đề 1: CÔNG - CÔNG SUẤT - NĂNG LƯỢNG

Trường THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ, tỉnh Hòa Bình.

- 1.83. Nghiên cứu một tai nạn trên đường, cảnh sát giao thông đo được chiều dài vệt bánh xe trên mặt đường do phanh gấp xe có chiều dài $L = 60\text{m}$. Tìm vận tốc ban đầu của xe, nếu hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường là $k = 0,5$?

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc ban đầu của xe là v .

Vệt bánh xe trên mặt đường là $L = 60\text{m}$ nên quãng đường xe trượt là 60m .

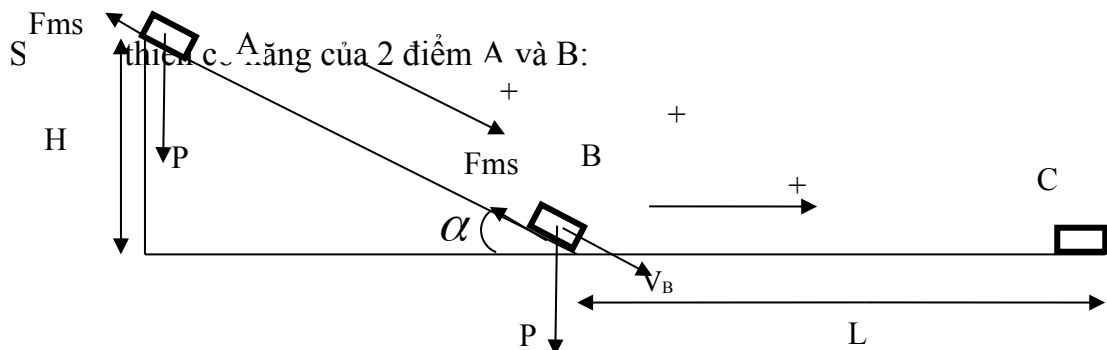
Áp dụng định lý động năng cho quá trình phanh ta có:

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -kmgL$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{2kgL} = 24,5(\text{m/s})$$

- 1.84. Tìm quãng đường xe trượt đi được trên mặt phẳng nằm ngang nếu nó trượt xuống theo dốc nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương nằm ngang từ độ cao $H = 15\text{m}$? Hệ số ma sát giữa xe trượt và đường là $k = 0,2$.

Hướng dẫn giải



$$W_B - W_A = A_{ms}$$

$$\Leftrightarrow \frac{mv_B^2}{2} - mgH = -kmg \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$\Leftrightarrow v_B^2 = 2gH(1 - k \cot \alpha)$$

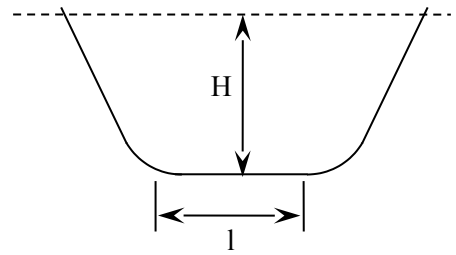
Sự biến thiên cơ năng của 2 điểm B và C:

$$W_C - W_B = A_{ms}$$

$$\Leftrightarrow 0 - \frac{mv_B^2}{2} = -kmgL$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{v_B^2}{2kg} \quad \Leftrightarrow L = H\left(\frac{1}{k} - \cot \alpha\right) = 49(m)$$

- 1.85.** Vật chuyển động không vận tốc đầu xuống hố, thành hố nhẵn và thoải dần sang đáy hố nằm ngang (Hình 1.48). Chiều dài phần đáy $l = 2m$. Hệ số ma sát giữa vật và đáy hố là $k = 0,3$. Chiều sâu của hố là $H = 5m$. Tìm khoảng cách từ vị trí vật dừng lại tới điểm giữa của hố?



Hình 1.48.

Hướng dẫn giải

Tổng chiều dài trên đường ngang của đáy hố mà vật đi được là S :

$$kmgS = mgH$$

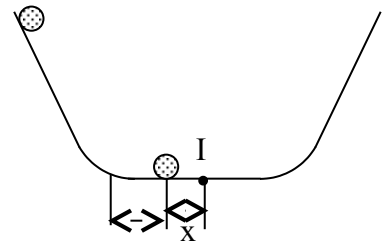
$$\Rightarrow S = \frac{H}{k} = \frac{5}{0,3} = 16,67m = 16m + 67cm$$

Vì chiều dài của phần đáy hố là $l = 2m$ nên chiều dài mà vật đi được trên đáy hố:

$$S = 8 \text{ lần qua đáy} + 67cm$$

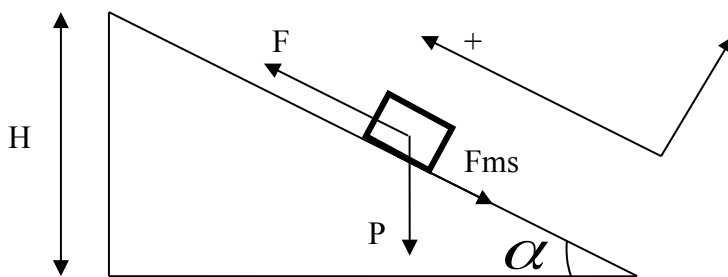
$\Rightarrow$ Khoảng cách từ vị trí vật dừng lại tới điểm giữa của hố là:

$$x = \frac{l}{2} - 67 = 33cm.$$



- 1.86.** Tìm công cần thực hiện để đưa một chiếc xe trượt mang theo vật lên dốc có độ cao $H = 10m$? Khối lượng tổng cộng của xe và vật là $m = 30kg$. Góc nghiêng của dốc $\alpha = 30^\circ$. Hệ số ma sát giữa xe trượt và mặt dốc giảm đều từ $k_1 = 0,5$ tại chân dốc đến $k_2 = 0,1$ tại đỉnh dốc.

Hướng dẫn giải



Hệ số ma sát trung bình giữa xe trượt và mặt phẳng nghiêng là : $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$

Trong trường hợp này, trọng lực và lực ma sát sinh công cản, vì vậy công cần thực hiện phải là công dương bằng độ lớn của công của trọng lực và lực ma sát.

$$\Rightarrow A = mgH + kmg \cos \alpha \cdot \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow A = mgH(1 + \frac{k_1 + k_2}{2} \cot \alpha) = 4,5 \cdot 10^3 (J)$$

- 1.87. Làm việc với công suất không đổi, đầu máy xe lửa có thể kéo đoàn tàu lên dốc có góc nghiêng $\alpha_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ rad với vận tốc $v_1 = 50 \text{ km/h}$. Với góc nghiêng $\alpha_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ rad thì cũng trong điều kiện đó đoàn tàu chuyển động với vận tốc $v_2 = 60 \text{ km/h}$. Xác định hệ số ma sát, coi nó là như nhau trong cả hai trường hợp.

Hướng dẫn giải

Do công suất không đổi $\square Fv = \text{const} \quad \Rightarrow F_1 v_1 = F_2 v_2$

Mà do xe chuyển động đều nên:

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 + kmg \cos \alpha_1$$

$$F_2 = mg \sin \alpha_2 + kmg \cos \alpha_2$$

$$\square mgv_1 (\sin \alpha_1 + k \cos \alpha_1) = mgv_2 (\sin \alpha_2 + k \cos \alpha_2)$$

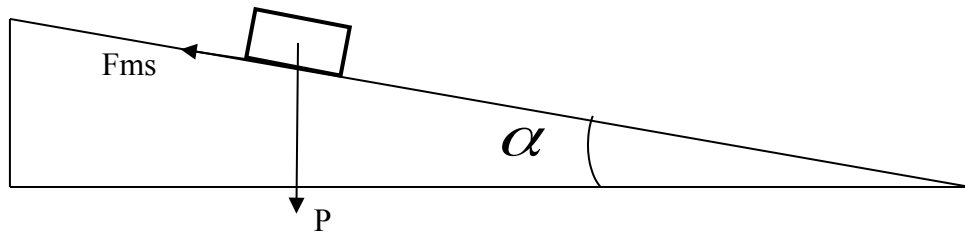
$$\Leftrightarrow v_1 (\sin \alpha_1 + k \cos \alpha_1) = v_2 (\sin \alpha_2 + k \cos \alpha_2)$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{v_1 \sin \alpha_1 - v_2 \sin \alpha_2}{v_2 \cos \alpha_2 - v_1 \cos \alpha_1} \approx 0,01$$

$$\alpha_1; \alpha_2 \text{ là những góc nhỏ nên } k \approx \frac{\alpha_1 v_1 - \alpha_2 v_2}{v_2 - v_1} = 0,01$$

- 1.88. Một ô tô có khối lượng $m = 1000 \text{ kg}$ tắt động cơ khi xuống dốc có góc nghiêng với phương ngang $\alpha = 6^\circ$ thì tăng tốc đến vận tốc cực đại $v = 72 \text{ km/h}$ rồi sau đó thì chuyển động đều. Tìm công suất của ô tô để nó đi lên dốc này với vận tốc đó?

Hướng dẫn giải



Theo đề bài, xe tắt động cơ rồi xuống dốc với $v = 72 \text{ km/h} = \text{const}$.

+ Lực ma sát trên dốc $F_{ms} = kmg \cos \alpha$ cân bằng với thành phần lực kéo $F_K = mg \sin \alpha \Rightarrow kmg \cos \alpha = mg \sin \alpha$

+ Khi lên dốc thì lực kéo của động cơ $F = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha = 2mg \sin \alpha$

$\Rightarrow$ Công suất của ô tô để nó lên dốc với vận tốc $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ là:

$$P = F \cdot v = 2mgv \sin \alpha = 40 \cdot 10^3 (W)$$

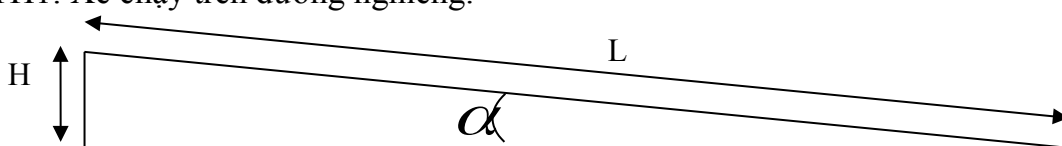
- 1.89. Một chiếc xe con khối lượng $M = 1000 \text{ kg}$ chuyển động đều trên một quãng đường nghiêng, cứ mỗi kilômét thì lên cao thêm $h = 10 \text{ m}$. Tìm lượng xăng cần tốn nhiều hơn so với khi chuyển động với cùng vận tốc trên đường nằm ngang? Lượng xăng được tính đối với quãng đường dài $L = 100 \text{ km}$. Cho năng suất tỏa nhiệt của xăng là $q = 4,6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$. Hiệu suất động cơ $\eta = 10\%$.

Hướng dẫn giải

Gọi m_1 là khối lượng xăng cần đi trong trường hợp có tăng độ cao, m_2 là khối lượng xăng cần dùng trong trường hợp không tăng độ cao. k là hệ số ma sát trong mọi trường hợp.

Ta có: $L = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$, $H = h \cdot L = 10^3 \text{ m}$

TH1: Xe chạy trên đường nghiêng.



Do chuyển động đều nên công cần thực hiện để xe chuyển động trên quãng đường L_1 là:

$$A_1 = A_{ms} + A_p = Lkmg \cos \alpha + mgH$$

$$\text{Do } \sin \alpha = \frac{H}{L} = 0,01 \Rightarrow \alpha \text{ rất nhỏ} \Rightarrow \cos \alpha \approx 1$$

$$\Rightarrow A_1 = kmgL + mgH$$

$$\text{Ta có: } \frac{A_1}{Q_1} = \eta \Leftrightarrow \frac{mgkL + mgH}{m_1 q} = \eta$$

$$\Leftrightarrow m_1 = \frac{mgkL + mgH}{\eta q}$$

TH2: Xe chạy trên đường thẳng

Do chuyển động đều nên công cần thực hiện chính bằng công của lực ma sát:

$$A_2 = A_{ms2} = kmgL$$

$$\text{Ta có: } \frac{A_2}{Q_2} = \eta \Leftrightarrow \frac{mgkL}{m_2 q} = \eta$$

$$\Leftrightarrow m_2 = \frac{mgkL}{\eta q}$$

$$\Rightarrow \Delta m = m_1 - m_2 = \frac{mgkL + mgH - mgkL}{\eta q} = \frac{mgH}{\eta q} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 4,6 \cdot 10^7} \approx 2,2 (\text{kg})$$

- 1.90. Tính lực cản của nước lên tàu đang chuyển động, biết rằng khi nó chạy với vận tốc $v = 10 \text{ km/h}$ trong 3 ngày thì cần dùng hết $M = 6,5$ tấn than? Hiệu suất động cơ $\eta = 0,1$. Cho năng suất tỏa nhiệt của than là $q = 33,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Hướng dẫn giải

Gọi lực cản của nước lên tàu là F_c .

Quãng đường tàu đi trong 3 ngày là : $S = 10.3.24 = 720 \text{ km} = 720000 \text{ m}$

Do tàu chuyển động đều nên $F_{\text{kéo}} = F_c$

$$A_i = F_c \cdot S$$

Mà: $Q = Mq$

$$\text{Ta có: } \eta = \frac{A_i}{Q} = \frac{F_c S}{Mq} \Rightarrow F_c = \frac{\eta Mq}{S} \approx 3.10^4 (N)$$

- 1.91. Khi đi trong các thành phố lớn, xe ô tô thường phải dừng lại tại các nơi có hệ thống đèn hiệu. Ví dụ, một chiếc taxi tại Matxcova trung bình cứ chạy 100 km phải dừng lại 100 lần. Giả sử, sau mỗi lần dừng xe lại tăng tốc tới vận tốc $v = 60 \text{ km/h}$. Lực cản lại chuyển động của ô tô $F = 300 \text{ N}$ và ít phụ thuộc vào vận tốc. Lượng xăng mà xe đó dùng khi chạy trong thành phố tốn hơn khi chạy ở đường ngoại ô (nơi hầu như không phải dừng lại) là bao nhiêu lần? Khối lượng của taxi $M = 1,5 \text{ tấn}$. Hiệu suất động cơ không phụ thuộc vào vận tốc.

Hướng dẫn giải

Ký hiệu:

H là hiệu suất của động cơ ; $v = 50/3 \text{ (m/s)}$

M_1 là khối lượng xăng chạy trong tp

M_2 là khối lượng xăng chạy ngoài ngoại ô

A_{i1} là công có ích trong TH chạy trong tp

A_{i2} là công có ích trong TH chạy trong tp

$L = 100 \text{ km} = 100000 \text{ m}$, $V = 60 \text{ km/h} = 50/3 \text{ m/s}$, $M = 1500 \text{ kg}$

Ta có:

$$A_{i1} = A_c + n A_{\text{tăng tốc}} = F_c \cdot L + Mv^2/2. \quad (n = 100)$$

$$A_{tp1} = m_1 \cdot q ; \quad A_{i2} = A_c = F_c \cdot L ; \quad A_{tp2} = m_2 \cdot q$$

$$H = \frac{A_{i1}}{A_{tp1}} = \frac{A_{i2}}{A_{tp2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F_c \cdot L + \frac{nMv^2}{2}}{m_1 q} = \frac{F_c \cdot L}{m_2 q}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2F_c \cdot L + nMv^2}{2F_c \cdot L} = 1 + \frac{100 \cdot 1500 \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2}{2 \cdot 300 \cdot 100000} \approx 1,7$$

- 1.92. Đoàn tàu đi với vận tốc $v = 72 \text{ km/h}$ trên đường sắt nằm ngang. Đầu tàu cần tăng công suất thêm bao nhiêu để tàu giữ nguyên vận tốc đó khi có mưa lớn? Coi rằng, trong một đơn vị thời gian có một lượng nước mưa là $m_t = 100 \text{ kg/s}$

roi xuống tàu rồi chẩy từ thành toa tàu xuống đất. Bỏ qua sự thay đổi lực ma sát khi trời mưa.

Hướng dẫn giải

Đòi: $v = 20\text{m/s}$

Ta có: $P_t = Mv$; $P_s = (M+m)v$

Áp dụng định lí biến thiên động lượng:

$$F_{nl} \cdot \Delta t = P_s - P_t = (M+m)v - Mv = mv$$

Lấy $\Delta t = 1\text{s}$

$\Rightarrow$ Lực mà đầu tàu cần tăng lên / đơn vị thời gian là $F = mv/\Delta t$, và $m = m_t = 100\text{kg}$

$\Rightarrow$ Cần tăng công suất lên $\Delta N = Fv = m_t v^2 = 40(\text{kW})$

- 1.93. Chiếc búa của máy đóng cọc nặng $m = 500\text{ kg}$ được thả rơi tự do từ độ cao nào đó đập vào cọc và đóng nó sâu xuống đất $l = 1\text{ cm}$. Xác định lực cản của đất F (coi là không đổi), nếu ngay trước khi va chạm, búa có vận tốc là $v = 10\text{ m/s}$. Bỏ qua khối lượng của cọc.

Hướng dẫn giải

Từ định lí về động năng $\Rightarrow$

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = mgl - F\ell$$

$$\Rightarrow F = m \left(\frac{v^2}{2l} + g \right) = 2,5 \cdot 10^6 (\text{N})$$

- 1.94. Chiếc xe trượt đang trượt trên mặt băng với vận tốc $v = 6\text{m/s}$ thì bắt đầu trượt vào phần đường nhựa. Chiều dài của ván trượt là $L = 2\text{m}$, ma sát giữa ván trượt với mặt đường nhựa là $k = 1$. Tìm quãng đường xe trượt đi được trên đường nhựa cho đến khi dừng lại hoàn toàn?

Hướng dẫn giải

Động năng ban đầu: $W_d = \frac{1}{2}mv^2 = 18\text{m}$

$$0 < x \leq L : F_{ms} = kmg \frac{x}{L}$$

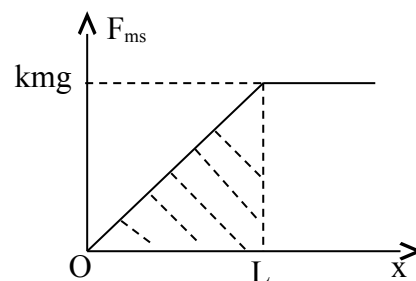
Giả sử xe trượt đi được quãng đường vào đường nhựa thì công của lực ma sát có độ lớn:

$$A_{ms1} = \text{dt tam giác} = (1/2)kmgL = 9,8\text{m}$$

$A_{ms1} < W_d \Rightarrow$ toàn bộ chiều dài xe trượt vào được đường nhựa, sau đó xe còn trượt thêm quãng đường có chiều dài d nữa thì phần động năng còn lại mới tiêu tiêu hoàn toàn.

$$W_d = A_{ms1} + kmgd \Rightarrow 18\text{m} - 9,8\text{m} = 9,8md \Rightarrow d = 0,84(\text{m})$$

Tổng quãng đường xe trượt được trên đường nhựa:



$$\ell = L + d = 2,84(\text{m})$$

- 1.95. Tìm lực cần thiết để nhổ một chiếc đinh dài $L = 80 \text{ mm}$ khỏi tấm bảng, nếu nó được đóng bởi sáu nhát búa có khối lượng $m = 0,5 \text{ kg}$ và vận tốc búa trước khi va chạm $v = 2 \text{ m/s}$? Bỏ qua khối lượng đinh.

Hướng dẫn giải

Công để rút chiếc đinh lên khỏi mặt bảng bằng động năng của 6 nhát búa.

$$\Rightarrow \frac{6mv^2}{2} = F_{tb} \cdot L \quad \Leftrightarrow F_{tb} = \frac{3mv^2}{L}$$

Ta có: $F_{tb} = \frac{F_{\max}}{2}$ (vì lực để rút đinh giảm tuyến tính từ $F_{\max}$ đến 0)

Lực cần thiết là lực lớn nhất. $\Rightarrow F_{\max} = 2 F_{tb} = F_{\max} = 2 F_{tb} = \frac{6mv^2}{L}$

Vậy lực cần thiết để nhổ chiếc đinh là: $F = \frac{6mv^2}{L}$

- 1.96. Tìm công cần thực hiện, để quay một chiếc tấm ván nằm trên mặt đất quanh một đầu của nó đi một góc α ? Tấm ván có chiều dài L , khối lượng M , hệ số ma sát giữa nó và mặt đất là k .

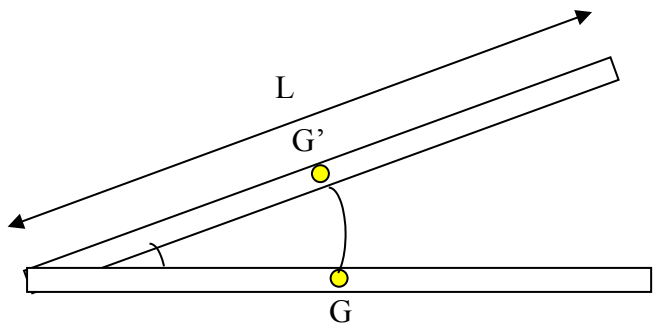
Hướng dẫn giải

Công cần thực hiện có độ lớn bằng công của lực ma sát thực hiện trên cung GG' .

Độ dài cung GG' là:

$$x = \alpha R = \alpha \frac{L}{2}$$

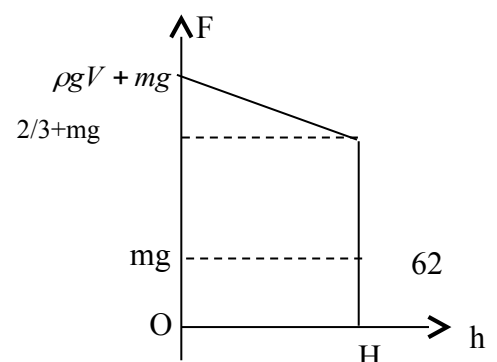
$$\Rightarrow A = \frac{kMg\alpha L}{2}$$



- 1.97. Thùng nước được kéo từ dưới giếng sâu $H = 20 \text{ m}$. Ban đầu thùng đầy nước. Do có một lỗ thùng nhỏ ở dưới đáy nên khi kéo lên nước bắt đầu chảy ra khỏi thùng. Coi rằng quá trình kéo thùng lên đều đặn, lưu lượng nước chảy khỏi thùng không đổi. Tìm công kéo thùng nước, nếu khi kéo thùng lên, trong thùng còn lại $2/3$ lượng nước ban đầu. Thùng rỗng có khối lượng $m = 2 \text{ kg}$, thể tích thùng $V = 15 \text{ l}$.

Hướng dẫn giải

Vì quá trình kéo thùng nước lên đều đặn nên lực cần kéo thùng nước bằng trọng lượng của thùng cộng trọng lượng của nước.



Vì lượng nước trong thùng giảm đều từ thể tích V xuống $2/3V$ nên lực kéo thùng nước cũng giảm từ $F_0 = mg + \rho gV$ đến $F = mg + \frac{2}{3}\rho gV$

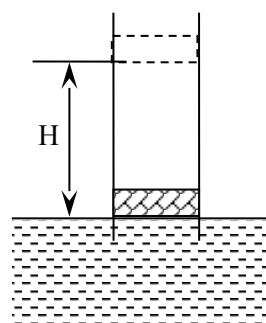
Công cần thực hiện để kéo thùng nước chính bằng diện tích của hình thang.

$$A = \frac{1}{2}H \left[\left(\frac{2}{3}\rho gV + mg \right) + (\rho gV + mg) \right]$$

$$\Leftrightarrow A = \left(\frac{5\rho V}{3} + 2m \right) \frac{gH}{2}$$

Thay số $A = 2,9\text{kJ}$

- 1.98. Một xylanh đặt thẳng đứng, đầu dưới chìm trong nước. Trong xylanh có một pittông đặt nằm trên mặt nước. Kéo chậm pittông lên độ cao $H = 15\text{m}$ (Hình 1.49). Tìm công kéo pittông? Diện tích tiết diện của pittông là $S = 1\text{dm}^2$, áp suất khí quyển $P_0 = 10^5\text{ Pa}$. Bỏ qua khối lượng pittông.



Hình 1. 49.

Hướng dẫn giải

- + Khi kéo pittông lên, nước trong pittông dâng lên theo. Đến khi áp suất cột nước bằng áp suất khí quyển thì cột nước không dâng lên nữa. Khi đó trong xi lanh tồn tại môi trường chân không.
- + Nếu tiếp tục kéo pittông lên thì cần phải tác dụng vào pittông 1 lực để thắng được áp lực của khí quyển tác dụng lên pittông.
- + Chiều cao tối đa của cột nước có thể dâng lên trong xilanh:

$$\rho gh = p_0$$

$$\Rightarrow h = \frac{p_0}{\rho g} = \frac{10^5}{10^3 \cdot 10} = 10\text{m} < H$$

Vậy công cần thực hiện được tính bằng thế năng của cột nước có chiều cao h và công để kéo pittông từ độ cao h đến độ cao $(H - h)$

$$A = \frac{\rho g S h^2}{2} + p_0 S (H - h)$$

Thay số ta có: $A = 10^4\text{ J}$

- 1.99. Một con lắc toán học khối lượng m , chiều dài l được làm dao động bằng cách mỗi lần nó đi qua vị trí cân bằng thì lại tác động một lực F trong khoảng thời gian ngắn t theo phương song song với vận tốc. Sau bao nhiêu chu kỳ con lắc đạt tới góc 90° ?

Hướng dẫn giải

Độ biến thiên động lượng của con lắc sau mỗi lần đi qua vị trí cân bằng là: $\Delta p = Ft$

Sau n lần qua vị trí cân bằng: $nFt = \sum \Delta p = mv$

Để con lắc đạt đến góc 90° thì vận tốc cần có (ở vị trí cân bằng) của con lắc là:

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: } \frac{mv^2}{2} = mgl \Rightarrow v = \sqrt{2gl}$$

$$\text{Số lần con lắc cần phải đi qua vị trí cân bằng là: } n = \frac{mv}{Ft} = \frac{m\sqrt{2gl}}{Ft}$$

$$\text{Số chu kì cần tìm: } N = \frac{n}{2} = \frac{m\sqrt{2gl}}{2Ft}$$

1.100. Hai tên lửa giống nhau, một cái đang chuyển động còn cái kia đứng yên, được cho động cơ hoạt động trong một thời gian ngắn. Trong thời gian đó, chúng phụt ra khối lượng khí đốt như nhau (nhỏ so với khối lượng tên lửa) với vận tốc tương đối so với tên lửa như nhau. Động năng ban đầu của tên lửa chuyển động là K , sau khi động cơ hoạt động thì tăng thêm 4%. Tìm động năng của tên lửa còn lại?

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } K = \frac{Mv^2}{2} \Rightarrow \Delta K = Mv\Delta v \Rightarrow \frac{\Delta K}{K} = 2 \frac{Mv\Delta v}{Mv^2} = 2 \frac{\Delta v}{v}$$

$$+ \text{ Đối với tên lửa đang chuyển động: } \frac{\Delta K}{K} = 0,04 \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = 0,02$$

Gọi v , v_1 , u lần lượt là vận tốc của tên lửa trước khi phụt khí, vận tốc của tên lửa sau khi phụt khí, vận tốc của khí so với tên lửa.

M và m lần lượt là khối lượng của tên lửa và khí.

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: } m(v - u) + Mv_1 = (M + m)v$$

$$\Rightarrow \Delta v = v_1 - v = \frac{m}{M}u \Rightarrow \frac{\Delta v}{v} = \frac{m}{M} \frac{u}{v} = 0,02$$

+ Đối với tên lửa đang đứng yên:

$$\text{Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: } mu = Mv_2 \Rightarrow v_2 = \frac{m}{M}u$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } K_2 &= \frac{Mv_2^2}{2} = \frac{M}{2} \frac{m^2}{M^2} u^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2}{M} u^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K} = \frac{m^2}{M^2} \frac{u^2}{v^2} = \left(\frac{\Delta v}{v} \right)^2 = 4 \cdot 10^{-4} \\ &\Rightarrow K_2 = 4 \cdot 10^{-4} K \end{aligned}$$

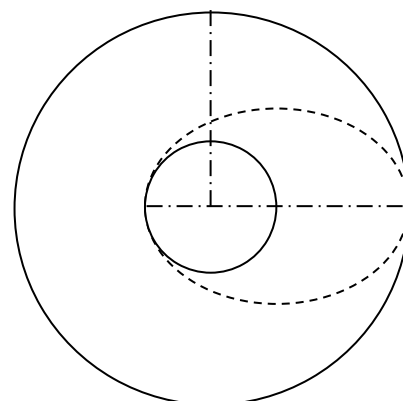
Chủ đề 2: LỰC HẤP DẪN. VỆ TINH

Trường THPT Chuyên tỉnh Lào Cai

1.101. Một vệ tinh nhân tạo dùng trong hệ thống viễn thông, phóng lên từ xích đạo của Trái Đất, và trong suốt thời gian chuyển động sau đó luôn nằm phía trên một điểm cố định trên mặt đất (vệ tinh địa tĩnh). Hỏi bán kính quỹ đạo của vệ tinh

lớn hơn bán kính Trái Đất $R_E = 6400$ km bao nhiêu lần? Biết gia tốc rơi tự do trên bề mặt đất là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

- 1.102. Vệ tinh nhân tạo của Trái Đất được phóng lên từ xích đạo và chuyển động trên quỹ đạo tròn trong mặt phẳng xích đạo theo chiều quay của Trái Đất. Tìm tỉ số giữa bán kính quỹ đạo của vệ tinh và bán kính Trái Đất nếu thời gian giữa hai lần liên tiếp nó đi qua phía trên của điểm phóng là hai ngày?
- 1.103. Vệ tinh nhân tạo của Trái Đất được phóng lên từ xích đạo và chuyển động trên quỹ đạo tròn trong mặt phẳng xích đạo theo chiều quay của Trái Đất. Bán kính quỹ đạo của vệ tinh $R = 3R_E$ với $R_E = 6400$ km là bán kính Trái Đất. Thời gian giữa hai lần liên tiếp vệ tinh đi qua đỉnh đầu tại điểm phóng bằng bao nhiêu?
- 1.104. Coi quỹ đạo của Trái Đất và Mặt Trăng là tròn, tìm tỉ số khối lượng Trái Đất và Mặt Trời. Biết Mặt Trăng đi được 13 vòng quanh Trái Đất trong một năm và khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời lớn hơn 390 lần khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trăng.
- 1.105. Xác định tỉ số khối lượng Trái Đất và Sao Hỏa theo các tham số quỹ đạo của trạm tự động “Sao Hỏa 2”: khoảng cách lớn nhất đến mặt đất (viễn điểm) $a = 25000$ km, nhỏ nhất (cận điểm) là $p = 1380$ km, chu kỳ quay $T = 18$ h. Bán kính Sao Hỏa $R_M = 3400$ km, bán kính Trái Đất $R_E = 6400$ km.
- 1.106. Một trong các vệ tinh Sao Mộc chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính $R_1 = 4,22 \cdot 10^5$ km và chu kỳ quay $T_1 = 1,77$ ngày. Khối lượng Sao Mộc lớn hơn khối lượng Trái Đất bao nhiêu lần? Biết rằng Mặt Trăng chuyển động trên quỹ đạo bán kính $R_2 = 3,8 \cdot 10^5$ km với chu kỳ $T_2 = 27,3$ ngày.
- 1.107. Tính vận tốc vũ trụ cấp I khi phóng từ bề mặt Sao Mộc, sử dụng các thông số quỹ đạo vệ tinh Hanimet của Sao Mộc: quỹ đạo tròn bán kính $R = 1 \cdot 10^6$ km và chu kỳ $T = 7,15$ ngày. Bán kính Sao Mộc $R_J = 70000$ km.
- 1.108. Tìm khoảng cách xa nhất từ tâm Mặt Trời đến sao chổi Harley, biết chu kỳ quay quanh Mặt Trời của nó là $T = 76$ năm, khoảng cách nhỏ nhất từ sao chổi đến Mặt Trời là $R_{\min} = 1,8 \cdot 10^8$ km. Bán kính quỹ đạo Trái Đất $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ km.
- 1.109. Vệ tinh chuyển động xung quanh Trái Đất trên quỹ đạo tròn với bán kính $R = 3R_E$ với $R_E = 6400$ km là bán kính Trái Đất. Vệ tinh khởi động bộ phận hãm trong thời gian ngắn làm cho vận tốc của nó giảm đi và chuyển sang quỹ đạo elip tiếp tuyến với mặt đất (Hình 1.79). Hỏi sau đó bao lâu thì vệ tinh hạ cánh xuống mặt đất?
- 1.110. Hai ngôi sao hút lẫn nhau và cùng chuyển động theo quỹ đạo tròn quay xung quanh khối tâm của chúng với chu kỳ $T = 2$ năm

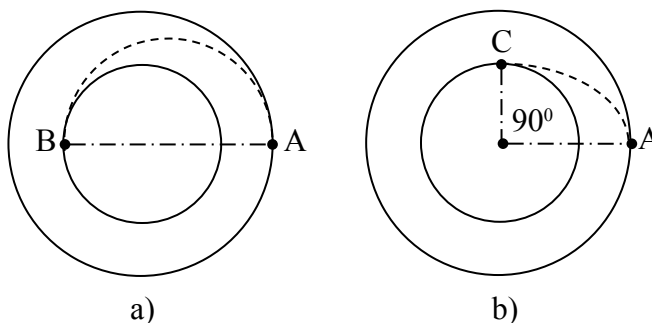


Hình 1. 79.

(hệ sao đôi). Tổng khối lượng của các ngôi sao $m_1 + m_2 = 2M_S$ với M_S là khối lượng Mặt Trời. Tìm khoảng cách giữa các ngôi sao nếu biết khoảng cách từ Trái Đất đến Mặt Trời $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ km. Khối lượng Trái Đất nhỏ hơn khối lượng Mặt Trời rất nhiều lần.

- 1.111. Để tạo ra trọng lượng nhân tạo trên khoang hành khách, hai phần của tàu vũ trụ (có tỉ lệ khối lượng là 1:2) được đưa ra cách nhau một khoảng L và nhờ động cơ làm cho chúng quay quanh khối tâm chung của chúng. Tìm chu kỳ quay, nếu biết đồng hồ quả lắc đặt trên phần tàu nặng hơn chạy chậm hơn hai lần so với khi nó đặt trên Trái Đất?
- 1.112. Do chuyển động tự quay của hành tinh, trọng lượng tại xích đạo nhỏ hơn tại các cực. Tìm độ cao h so với bề mặt hành tinh tại các cực sao cho trọng lực tại đó bằng trọng lực trên bề mặt hành tinh tại xích đạo? Coi rằng hành tinh có dạng cầu bán kính R . Chu kỳ tự quay của hành tinh là T , khối lượng riêng trung bình của vật chất cấu thành nó là ρ .
- 1.113. Một tiểu hành tinh có dạng hình cầu bán kính là $R_0 = 5$ km. Giả sử khối lượng riêng của tiểu hành tinh là $\rho_0 = 5,5 \text{ g/cm}^3$, tìm gia tốc rơi tự do g_0 trên bề mặt của nó. Độ cao mà một người đứng trên bề mặt tiểu hành tinh nhảy lên được, nếu với cùng một sức bật nhảy như vậy thì người đó chỉ nhảy lên đến độ cao 5 cm trên Trái Đất.
- 1.114. Tìm gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trời nếu bán kính Mặt Trời lớn hơn bán kính Trái Đất 108 lần và tỉ lệ khối lượng riêng của Mặt Trời và Trái Đất là 1:4.
- 1.115. Tính gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trời nếu biết bán kính quỹ đạo Trái Đất là $R_0 = 1,5 \cdot 10^8$ km, bán kính Mặt Trời $R_S = 7 \cdot 10^5$ km và chu kỳ quay của Trái Đất quanh Mặt Trời là $T = 1$ năm.
- 1.116. Xác định chu kỳ quay nhỏ nhất của vệ tinh sao neutron. Khối lượng riêng của nó là $\rho = 10^{17} \text{ kg/m}^3$.
- 1.117. Vệ tinh có khối lượng $M = 200$ kg chuyển động trên quỹ đạo tròn quanh Trái Đất. Khoảng cách từ mặt đất đến vệ tinh là nhỏ so với bán kính Trái Đất. Có thể thay đổi bán kính quỹ đạo bao nhiêu nếu bắn một phát đạn từ vệ tinh? Khối lượng viên đạn $m = 5$ g, vận tốc đạn là $u = 1 \text{ km/s}$ theo phương ngược chiều vận tốc vệ tinh.
- 1.118. Tầng thứ ba của tên lửa bao gồm phần khoang mang nhiên liệu có khối lượng $M = 50$ kg và phần đầu bảo vệ hình nón có khối lượng $m = 10$ kg. Phần đầu có thể bật về phía trước nhờ một lò xo nén. Khi thử trên Trái Đất, khi tên lửa được giữ cố định thì lò xo đẩy phần đầu khỏi tên lửa với vận tốc $v_0 = 5,1 \text{ m/s}$. Tìm vận tốc tương đối của phần đầu so với tên lửa khi nó rời ra trong khi bay trên quỹ đạo?

- 1.119. Vệ tinh được phóng lên quỹ đạo tròn tại độ cao $H = 500 \text{ km}$ so với bề mặt Trái Đất bị cản bởi các lớp khí quyển Trái Đất ở trên cao. Gia tốc góc của vệ tinh $\ddot{\theta} = 3 \cdot 10^{-13} \text{ rad/s}^2$. Tìm độ cao của vệ tinh sau một tháng? Bán kính Trái Đất $R_E = 6400 \text{ km}$.
- 1.120. Biết rằng tại thời điểm hiện tại, Mặt Trăng rời xa khỏi Trái Đất với tốc độ $v = 3,3 \text{ cm/năm}$. Tìm gia tốc góc của Mặt Trăng. Khoảng cách trung bình từ Trái Đất đến Mặt Trăng $R = 3,84 \cdot 10^5 \text{ km}$, vận tốc góc của Mặt Trăng quanh Trái Đất $\omega = 2,56 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$.
- 1.121. Tên lửa phóng lên từ bề mặt Trái Đất theo phương thẳng đứng với vận tốc vũ trụ cấp I và rơi trở lại Trái Đất cách không xa điểm bắn. Tìm thời gian bay của tên lửa? Bán kính Trái Đất là $R_E = 6400 \text{ km}$.
- 1.122. Các nhà du hành vũ trụ đã hạ cánh xuống bề mặt Mặt Trăng, cần quay trở về trạm vũ trụ đang chuyển động trên quỹ đạo tròn tại độ cao bằng bán kính Mặt Trăng $R_M = 1700 \text{ km}$. Tìm vận tốc đầu v của cabin tại bề mặt Mặt Trăng, để cho khi tiếp nối với trạm không cần điều chỉnh vận tốc của cabin? Gia tốc rơi tự do tại bề mặt Mặt Trăng là $g_M = 1,7 \text{ m/s}^2$.
- 1.123. Tàu vũ trụ khối lượng $M = 12 \text{ tấn}$ chuyển động quanh Mặt Trăng trên quỹ đạo tròn tại độ cao $h = 100 \text{ km}$. Để chuyển sang quỹ đạo hạ cánh xuống Mặt Trăng, người ta cho động cơ phản lực hoạt động trong thời gian ngắn. Vận tốc khí phụt ra khỏi ống là $u = 10^4 \text{ m/s}$. Bán kính Mặt Trăng $R_M = 1700 \text{ km}$, gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trăng là $g_M = 1,7 \text{ m/s}^2$.
- Tìm khối lượng nhiên liệu cần dùng để động cơ hoạt động tại điểm A làm tàu đáp xuống Mặt Trăng tại điểm B (Hình 1.80 a)?
 - Tìm khối lượng nhiên liệu cần dùng để truyền cho tàu một xung lượng theo phương nối tâm Mặt Trăng để tàu chuyển sang quỹ đạo elip tiếp xúc với bề mặt Mặt Trăng tại điểm C (Hình 1.80 b)?



Hình 1. 80.

LỜI GIẢI

Bài 1.180 .

Theo định luật Kepler ta có

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T^2}{a^2} \quad (1)$$

T, T₁: Chu kỳ quay của vệ tinh trên quỹ đạo tròn và Elip

a: Bán kính quay trên quỹ đạo tròn $a = 3R_E$

a₁: Bán kính lớn trên quỹ đạo Elip $a_1 = 2R_E$

Xét cđ của vệ tinh trên quỹ đạo tròn

$$\frac{Gm.M}{a^2} = \frac{m.v^2}{a} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{a} \quad (2)$$

$$\text{Có } v = \frac{2\pi}{T} \cdot a \Rightarrow T = \frac{2\pi a}{v}$$

$$\Rightarrow T = 2\pi a \cdot \sqrt{\frac{a}{GM}} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta suy ra

$$T_1^2 = T^2 \cdot \left(\frac{a_1}{a}\right)^3 = \frac{32}{27} \pi^2 a^2 \frac{a}{GM} \Rightarrow T = 14383,2s$$

Thời gian hạ cánh xuống mặt đất: $t = T/2 = 7191,6s \approx 2$ giờ.

Bài 1.181

Với chuyển động của hai ngôi sao hay trái đất thì lực hấp dẫn đóng vai trò là lực hướng tâm

$$\text{Với trái đất } \frac{GMm}{R_0^2} = m \frac{v^2}{R_0} \quad (1)$$

$$\text{Với hai ngôi sao: } \frac{Gm_1m_2}{(R_1 + R_2)^2} = m_1 \frac{v_1^2}{R_1} = m_2 \frac{v_2^2}{R_2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \frac{GM}{R_0} = v^2 = \left(\frac{2\pi R}{T_0}\right)^2 \quad (3)$$

$$\frac{G2M}{(R_1 + R_2)^2} = (R_1 + R_2) \frac{v_1^2}{R_1^2} = (R_1 + R_2) \omega^2 = (R_1 + R_2) \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) biến đổi được

$$\frac{(R_1 + R_2)^3}{2R} = \frac{R^2}{T_0^2} T^2 \Rightarrow R_1 + R_2 = 2R = 3,0 \cdot 10^8 \text{ Km}$$

Bài 1.182.

$$T = 2T_D = 4\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Mặt khác, lực gây ra dao động trên tàu là lực quán tính:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\omega^2 \frac{BG}{3}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\omega^2 \frac{L}{3}}}$$

$$\Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{l}{\omega^2 \frac{L}{3}}} = 4\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{3}{L}} = 2\sqrt{\frac{1}{g}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{3g}}$$

Bài 1.183

Vì trọng lượng bằng tổng hợp của lực hấp dẫn và lực quán tính li tâm nên theo đầu bài thì lực hấp dẫn của trái đất tác dụng lên vật ở độ cao h trên địa cực bằng tổng hợp của lực hấp dẫn của lực hấp dẫn và lực quán tính li tâm tác dụng lên vật đó tại xích đạo

$$\frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{GMm}{R^2} - ma_{ht} = \frac{GMm}{R^2} - mR\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow h = R\left(T\sqrt{\frac{G\rho}{G\rho T^2 - 3\pi}} - 1\right)$$

Bài 1.184.

Gia tốc rơi tự do trên tiểu hành tinh : $g' = GM/R^2$

M: khối lượng hành tinh; R: Bán kính hành tinh.

$$M = \rho_0 \cdot V = \frac{4}{3} \rho_0 \cdot \pi \cdot R^3.$$

$$\text{vậy } g' = \frac{4}{3} G \cdot \rho_0 \cdot \pi \cdot R \approx 7,68 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2.$$

Khi cùng một người nhảy thì độ biến thiên thế năng là như nhau nên ta có:

$$Mgh = mg'h' \text{ và } h' = gh/g' \approx 64\text{m}.$$

Bài 1.185

Biểu thức tính gia tốc rơi tự do trên bề mặt một vật hình cầu

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3} \pi \rho R$$

Tỉ số gia tốc rơi tự do trên bề mặt Mặt Trời và Trái Đất

$$\frac{g_{MT}}{g_{TD}} = \frac{\rho_{MT} R_{MT}}{\rho_{TD} R_{TD}} = \frac{1}{4} \cdot 108 \Rightarrow g_{MT} = 265 (m/s^2)$$

Bài 1.186.

Lực hấp dẫn của Trái Đất và Mặt Trời đóng vai trò là lực hướng tâm. Coi khối tâm hệ Trái Đất và Mặt Trời trùng Mặt Trời.

$$G \frac{M \cdot M_s}{R_0^2} = M \omega^2 R_0 \Leftrightarrow GM_s = \omega^2 R_0^3 = \frac{4\pi^2}{T^2} R_0^3$$

Mặt khác:

$$g_s = \frac{GM_s}{R_s^2} = \frac{4\pi^2 R_0^3}{T^2 R_s^2}$$

Bài 1.187

Trong việc quay của vệ tinh quanh hành tinh thì lực hấp dẫn đóng vai trò là lực hướng tâm nên xây dựng được biểu thức tính chu kỳ như sau

$$\frac{GMm}{R^2} = mR\omega^2 = mR\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{GM}{R^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Vậy chu kỳ nhỏ nhất khi bán kính quỹ đạo nhỏ nhất tương ứng với bán kính của sao R_0

$$\frac{G\left(\frac{4}{3}\pi R^3 \rho\right)}{R^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \Leftrightarrow T_{\min} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 1,2 \cdot 10^{-3} (s)$$

Bài 1.189

- Xét trong hệ quy chiếu khối tâm của hệ gồm khoang mang nhiên liệu và đầu bảo vệ

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng: $m_d v_d = m_t v_t$

- Khi thử trên trái đất ta tính được thể năng đàn hồi của lò xo

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng: $W = \frac{m_d v_0^2}{2}$

- Trên quỹ đạo thì thể năng này cũng chuyển hết thành động năng của hai khoang và đầu bảo vệ khi hai phần tách nhau ra

$$W = \frac{m_d v_d^2}{2} + \frac{m_t v_t^2}{2} \Leftrightarrow m_d v_0^2 = m_d v_d^2 + m_t^2 \frac{v_d^2}{m_t} \Leftrightarrow v_0^2 = \left(1 + \frac{m_d}{m_t}\right) v_d^2 \Rightarrow v_d = v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}}$$

$$\Rightarrow v_t = \frac{m_d v_d}{m_t} = \frac{m_d}{m_t} v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}}$$

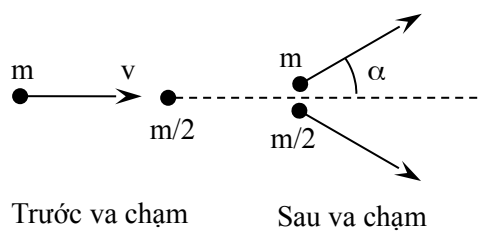
- Vận tốc tương đối của đầu bảo vệ và tên lửa

$$v_d + v_t = v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}} + \frac{m_d}{m_t} v_0 \sqrt{\frac{m_t}{m_t + m_d}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{m_d}{m_t}} = 5,6 (m/s)$$

Chủ đề 3: CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

Trường THPT chuyên tỉnh Tuyên Quang

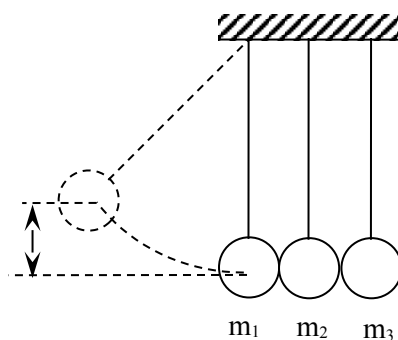
- 1.124. Một thùng xe có khối lượng $m_2 = 160 \text{ kg}$, chiều dài $L = 3 \text{ m}$ nằm trên một đường ray nhẵn. Một người có khối lượng $m_1 = 60 \text{ kg}$ đi từ đầu này đến đầu kia của thùng xe. Tìm độ dịch chuyển của thùng xe?
- 1.125. Tấm ván khối lượng m trượt tự do trên mặt băng nằm ngang với vận tốc v_1 . Một người khối lượng m_2 nhảy lên tấm ván với vận tốc v_2 theo phương vuông góc với vận tốc tấm ván. Tìm vận tốc v của hệ ván và người. Bỏ qua lực ma sát giữa ván và mặt băng.
- 1.126. Một toa chở téc nước có thể chuyển động không ma sát dọc theo đường ray. Khối lượng téc là M , khối lượng nước trong bể là m . Một vật khối lượng m_0 được thả rơi thẳng đứng vào bể tại vị trí cách tâm bể một đoạn l . Tìm phương và độ dịch chuyển của bể nước khi chuyển động của nước đã tắt hẳn và vật nổi? Giải thích cơ chế hiện tượng.
- 1.127. Viên đạn được bắn ra từ khẩu súng đặt trên mặt đất, nổ thành hai mảnh giống nhau khi lên đến điểm cao nhất của quỹ đạo cách súng theo phương ngang một đoạn là a . Một trong hai mảnh bay theo phương ngược lại với vận tốc bằng vận tốc của viên đạn ngay trước khi nổ. Tìm khoảng cách từ súng đến điểm rơi của mảnh đạn thứ hai? Bỏ qua sức cản của không khí.
- 1.128. Một viên đạn khối lượng m bay theo phương ngang với vận tốc v đâm vào khối gỗ khối lượng M đang đứng yên treo vào sợi dây có chiều dài l . Tìm góc lệch ở của dây khỏi phương thẳng đứng.
- 1.129. Dùi súng hơi bắn vào một hộp diêm đặt trên bàn, cách mép bàn một khoảng $l = 30 \text{ cm}$. Viên đạn có khối lượng $m = 1 \text{ g}$, bay theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 150 \text{ m/s}$, xuyên qua hộp diêm và bay tiếp với vận tốc $v_0/2$. Khối lượng hộp diêm là $M = 50 \text{ g}$. Hệ số ma sát k giữa hộp diêm và mặt bàn phải như thế nào để nó rơi khỏi bàn?
- 1.130. Hai hạt có khối lượng m và $2m$, có động lượng p và $p/2$, chuyển động theo các phương vuông góc với nhau đến va chạm với nhau. Sau va chạm, hai hạt trao đổi động lượng cho nhau. Tìm cơ năng mất đi do va chạm.
- 1.131. Vật khối lượng m_1 chuyển động với vận tốc v đến va chạm đàn hồi với một vật đứng yên. Sau va chạm, nó chuyển động theo phương hợp với phương chuyển động ban đầu một góc 90° với vận tốc $v/2$. Tìm khối lượng vật thứ hai.



Hình 1. 57.

1.132. Hạt khối lượng m chuyển động với vận tốc v đến va chạm với một hạt đứng yên khối lượng $m/2$ và sau va chạm đàn hồi thì bay ra theo phương hợp với phương chuyển động ban đầu một góc $\alpha = 30^\circ$ (Hình 1.57). Tìm vận tốc chuyển động của hạt thứ hai?

1.133. Hai quả cầu cao su được buộc vào các sợi dây mảnh và đặt cạnh nhau sao cho chúng có cùng độ cao và tiếp xúc với nhau. Chiều dài các sợi dây là $l_1 = 10$ cm và $l_2 = 6$ cm. Khối lượng các quả cầu tương ứng là $m_1 = 8$ g và $m_2 = 20$ g. Quả cầu khối lượng m_1 được kéo lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 60^\circ$ và thả ra. Xác định góc lệch cực đại của các quả cầu so với phương thẳng đứng sau va chạm. Va chạm coi là hoàn toàn đàn hồi.



Hình 1. 58.

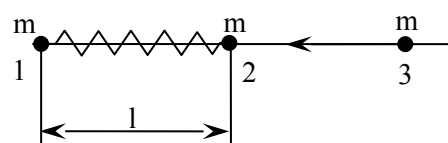
1.134. Ba quả cầu có cùng bán kính, có khối lượng khác nhau, được buộc vào các sợi dây có chiều dài giống nhau và tiếp xúc với nhau. Quả cầu m_1 được kéo lệch lên đến độ cao H rồi thả ra (Hình 1.58). Các khối lượng m_2 và m_3 phải như thế nào để sau va chạm giữa quả thứ nhất với quả thứ hai và giữa quả thứ hai với quả thứ ba thì cả ba quả có cùng động lượng? Chúng lên đến độ cao nào? Các va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

1.135. Hai quả cầu – một bằng sắt khối lượng m và một bằng chì khối lượng $m/4$ – treo vào cùng một điểm bằng các sợi dây mảnh. Kéo lệch quả cầu bằng chì lên đến độ cao H rồi thả ra. Sau va chạm nó lên được đến độ cao h . Va chạm là xuyên tâm. Tìm phần động năng chuyển thành nhiệt.

1.136. Giữa hai quả cầu khối lượng m_1 và m_2 có một lò xo đang nén. Nếu giữ nguyên một quả cầu (quả có khối lượng m_2) và thả tự do quả kia thì nó sẽ bay đi với vận tốc v_0 . Tìm vận tốc của quả cầu khối lượng m_1 nếu thả đồng thời hai quả cầu? Sự biến dạng của lò xo trong hai trường hợp là như nhau.

1.137. Vật khối lượng M nối với một lò xo đang dao động với biên độ A_0 trên mặt bàn nằm ngang nhẵn. Tại thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng thì nó có một miếng chất dẻo khối lượng m rơi thẳng từ trên xuống và dính vào vật. Biên độ dao động của hệ thay đổi như thế nào?

1.138. Hai quả cầu có cùng khối lượng m , nối với nhau bằng lò xo không khối lượng có chiều dài l và độ cứng k đang nằm yên trên mặt bàn nằm ngang nhẵn. Một quả cầu thứ ba khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0



Hình 1. 59.

theo phương nối tâm hai quả cầu, va chạm đàn hồi với quả cầu bên phải (Hình 1.59). Xác định khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất giữa các quả cầu nối nhau bởi lò xo, biết rằng tại các thời điểm đó, các quả cầu có cùng vận tốc.

LỜI GIẢI

Bài 1.116

- Gọi l là quãng đường thùng xe đi được, v_1 là vận tốc của người so với đường ray, v_2 là vận tốc của thùng xe so với đường ray thì $v_1 = v_{12} - v_2$.
- Định luật bảo toàn động lượng: $m_1 v_1 = m_2 v_2 \rightarrow m_1 (v_{12} - v_2) = m_2 v_2$

$$m_1 \left(\frac{L}{t} - \frac{l}{t} \right) = m_2 \frac{l}{t} \rightarrow l(m_1 + m_2) = m_1 L \rightarrow l = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L$$

Thay số: $l = 0,82(\text{m})$

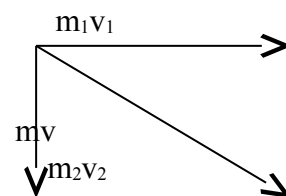
Bài 1.117

- Định luật bảo toàn động lượng cho hệ người – ván:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = mv \text{ với } m = m_1 + m_2$$

- Từ hình vẽ ta có $(mv)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 \rightarrow$

$$v = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_1 + m_2}$$



Bài 1.118

- Gọi x là khoảng cách từ trọng tâm mới của hệ đến trọng tâm G của tég nước. Theo quy tắc hợp lực song song ta có:

$$\begin{cases} P' = (m_o + M + m)g \\ \frac{x}{l+x} = \frac{m_o g}{(m+M)g} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P' = (m_o + M + m)g \\ x = \frac{m_o l}{m+M+m_o} \end{cases}$$

$\rightarrow$ Trọng tâm của hệ đã dịch chuyển một đoạn: $x = \frac{m_o l}{(m+M+m_o)}$

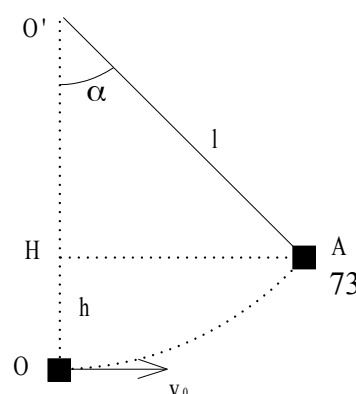
- Vậy là có sự dịch chuyển tương đối của trọng tâm đối với bình. Vì vậy, để giữ nguyên vị trí của trọng tâm thì bình phải dịch chuyển sang phía thả vật

m_o một khoảng đúng bằng $x = \frac{m_o l}{(m+M+m_o)}$

- Cơ chế hiện tượng: Vật rơi xuống bể tạo sóng nước gây nên lực tác dụng theo phương ngang làm cho toa xe dao động, thiết lập lại vị trí cân bằng mới cho xe khi dao động của nước tắt hẳn.

Bài 1.119

- Định luật bảo toàn động lượng cho hệ theo phương ngang tại vị trí cao nhất: $mv = -\frac{m}{2}v + \frac{m}{2}v' \rightarrow v' = 3v$.



- Vì không có lực tác dụng theo phương ngang nên theo phương ngang các mảnh chuyển động thẳng đều với thời gian bằng thời gian viên đạn bay lên tới vị trí cao nhất: $t = a/v$

Quãng đường mảnh 2 bay được $x = v't = 3v \cdot a/v = 3a$.

khoảng cách từ súng đến điểm rơi của mảnh đạn thứ hai: $L = x + a = 4a$.

Bài 1.120

- Định luật bảo toàn động lượng cho hệ đạn + khối gỗ theo phương ngang tại điểm O: $mv = (m+M)v'$

$$\rightarrow v' = \frac{m}{m+M} v \quad (1)$$

- Định luật bảo toàn cơ năng cho hệ tại O và A (điểm cao nhất):

$$\frac{1}{2}(m+M)v'^2 = (m+M)gh = (m+M)gl(1 - \cos \alpha) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \cos \alpha = 1 - \frac{m^2 v^2}{(M+m)^2 \cdot 2gl}$$

Bài 1.121

- $mv_0 = mv + MV \rightarrow V = mv_0/(2M)$
- $MV^2/2 \geq kMgl \rightarrow k \leq \frac{MV^2}{2Mgl} = \frac{mv_0^2}{8M^2 gl}$

Bài 1.222

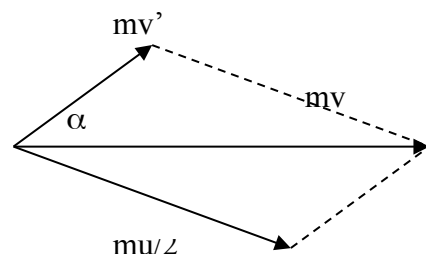
- Gọi v là vận tốc vật m trước va chạm $\rightarrow p = mv$.
 - $p_2 = 2mv_2 = p/2 = mv/2 \rightarrow v_2 = v/4$
 - Sau khi va chạm:
 - $p_1' = p_2 \rightarrow mv' = 2mv/4 \rightarrow v_1' = v/2$
 - $p_2' = p_1 \rightarrow 2mv_2' = mv \rightarrow v_2' = v/2$
 - Động năng trước và sau va chạm:
 - $W_{dt} = mv^2/2 + mv^2/16 = 9mv^2/16$
 - $W_{ds} = mv^2/2 + mv^2/4 = 3mv^2/8$
- $\rightarrow$ Cơ năng mất: $\Delta W_d = 3mv^2/16$

Bài 1.123:

- Công thức liên hệ động năng và động lượng: $p^2 = 2mK$
- Theo đầu bài: $p_2^2 = p_1^2 + \frac{p_1^2}{4} \rightarrow m_2 K_2 = \frac{5}{4} m_1 K_1 \quad (1)$
- Bảo toàn cơ năng:

$$K_1 = K_2 + K_1/4 \rightarrow K_2 = 3K_1/4 \quad (2)$$
- Từ (1) và (2) $\rightarrow m_2 = 5m_1/3$.

Bài 1.124:



- Bảo toàn động lượng: $m\vec{v} = m\vec{v}' + \frac{m}{2}\vec{u}$

- Từ hình vẽ suy ra:

$$(mv)^2 + (mv')^2 - 2m^2vv'\cos 30^\circ = \left(\frac{mu}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{u^2}{4} = v^2 + v'^2 - 2vv'\cos 30^\circ = v^2 + v'^2 - \sqrt{3}vv' \quad (1)$$

- Bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{2}u^2 \Leftrightarrow \frac{u^2}{2} = v^2 - v'^2 \quad (2)$$

- Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{u^2}{4} = v^2 + v'^2 - \sqrt{3}vv' \\ \frac{u^2}{2} = v^2 - v'^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v' = \frac{v}{\sqrt{3}} \\ u = \frac{2v}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Bài 1.125:

- Vận tốc của vật m_1 ngay trước va chạm:

$$m_1gl_1(1 - \cos\alpha) = \frac{m_1v_1^2}{2} \Rightarrow v_1^2 = 2gl_1(1 - \cos\alpha) \\ \Rightarrow v_1 = \sqrt{gl_1}$$

- Vận tốc các quả cầu ngay sau va chạm:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 + m_2)\sqrt{gl_1}}{(m_1 + m_2)}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1\sqrt{gl_1}}{(m_1 + m_2)}$$

- Bảo toàn cơ năng cho các quả cầu sau va chạm:

$$\frac{1}{2}m_1v_1'^2 = m_1gl_1(1 - \cos\alpha_1) \Leftrightarrow \frac{(m_1 - m_2)^2 gl_1}{2(m_1 + m_2)^2} = gl_1(1 - \cos\alpha_1) \\ \Leftrightarrow \cos\alpha_1 = \frac{2(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{2(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{2} + \frac{2m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{89}{98} \approx 0,91$$

$$\frac{1}{2}m_2v_2'^2 = m_2gl_2(1 - \cos\alpha_2) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{4m_1^2 gl_1}{(m_1 + m_2)^2} = gl_2(1 - \cos\alpha_2) \\ \Leftrightarrow \cos\alpha_2 = 1 - \frac{2m_1^2 l_1}{l_2(m_1 + m_2)^2} = \frac{107}{147} \approx 0,727$$

Bài 1.126:

- Xét va chạm quả cầu 1 và 2: sau va chạm quả cầu 1 có vận tốc $v/3$, quả cầu 2 có vận tốc v_2

- Bảo toàn động lượng: $m_1v = m_1v/3 + m_2v_2(1)$
- Bảo toàn cơ năng: $m_1v^2 = m_1v^2/9 + m_2v_2^2 \quad (2)$
- $v_2 = 4v/3; m_2 = m_1/2$
- Xét va chạm quả cầu 2 và 3: sau va chạm quả cầu 2 có vận tốc $v_2/2$, quả cầu 3 có vận tốc v_3 .
 - Bảo toàn động lượng: $m_2v_2 = m_2v_2/2 + m_3v_3 \quad (3)$
 - Bảo toàn cơ năng: $m_2v_2^2 = m_2v_2^2/4 + m_3v_3^2 \quad (2)$
 - $v_3 = 1,5v_2; m_3 = m_2/3 = m_1/6$
- Dễ dàng tính được $H_1 = H/9; H_2 = 4H/9; H_3 = 4H$

Bài 1.127:

- Gọi v_0 và v là vận tốc bi chì ngay trước và sau va chạm thì $v_0^2 = 2gH$ và $v^2 = 2gh$.
- Bảo toàn động lượng: $mv_0/4 = mv/4 + mv'$ (v' là vận tốc bi sắt ngay sau va chạm).
- $v' = (v_0 - v)/4$

Cơ năng trước va chạm: $W = mgh/4$

Cơ năng sau va chạm: $W' = mgh/4 + mv'^2/2 = mgh/4 + mg(H - \sqrt{hH} + h)/16$

- Phần động năng chuyển thành nhiệt: $Q = W - W'$

$$\rightarrow Q = \frac{1}{16}mg(3H - 5h + 2\sqrt{Hh})$$

Bài 1.128:

- Giữ quả cầu m_2 : $\frac{m_1v_0^2}{2} = \frac{kx^2}{2} \quad (1)$
- Thả đồng thời 2 quả: $\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{kx^2}{2} \quad (2)$
- Mặt khác: $m_1v_1 = m_2v_2 \rightarrow v_2 = m_1v_1/m_2 \quad (3)$

$$\text{Thay (1) và (3) vào (2) ta được } v_1 = v_0 \sqrt{\frac{m_2}{m_1 + m_2}}; \quad v_2 = v_0 \sqrt{\frac{m_1^2}{m_2(m_1 + m_2)}}$$

Bài 1.129:

- Chưa rơi vật xuống: $W = \frac{Mv_0^2}{2} = \frac{kA_0^2}{2} \rightarrow A_0^2 = \frac{Mv_0^2}{k} \quad (1).$
- Vật rơi xuống: $W' = \frac{(M+m)v^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \rightarrow A^2 = \frac{(M+m)v^2}{k} \quad (2).$

$$\text{Mặt khác: } (M+m)v = Mv_0 \rightarrow v = \frac{M}{M+m}v_0 \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3): } \rightarrow A = A_0 \sqrt{\frac{M}{M+m}}$$

Bài 1.130:

- Xét va chạm giữa m_3 và m_2 :

$$m_3 v_0 = m_2 v + m_3 v' \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m_3 v_0^2 = \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} m_3 v'^2 \quad (2)$$

Giải (1) và (2) ta có $v = v_0$ và $v' = 0$ (quả cầu 3 trao đổi vận tốc với quả cầu 2).

- Bảo toàn động lượng cho 2 quả cầu 1 và 2: $mv_0 = mv_1 + mv_2 \rightarrow v_0 = v_1 + v_2 = \text{const}$
- Khối tâm G của hệ 2 quả cầu 1 và 2 nằm ở trung điểm của lò xo và chuyển động với vận tốc $v_G = v_0/2$. Nếu xét trong hệ quy chiếu gắn với G thì G đứng yên, 2 quả cầu dao động quanh G với vận tốc cực đại $v_0/2$. Khi đó có thể coi như mỗi quả cầu gắn với một lò xo có chiều dài $l/2$, độ cứng $2k$.
- Khi hai quả cầu có cùng vận tốc thì $v_1 = v_2 = v_0/2 \rightarrow$ trong hệ quy chiếu khối tâm khi này hai quả cầu đứng yên (chỉ có thế năng, không có động năng). Độ biến dạng các lò xo khi này được tính theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{v_0}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} (2k) A^2 \rightarrow A = v_0 \sqrt{\frac{m}{8k}}$$

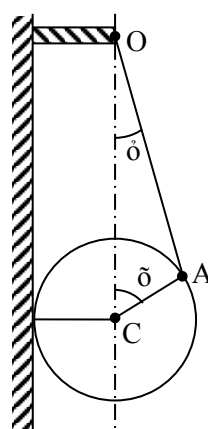
$$\text{Lò xo ngắn nhất khi bị nén } 2A: l_{\min} = l - 2A = l - v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$\text{Lò xo dài nhất khi giãn } 2A: l_{\max} = l + 2A = l + v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

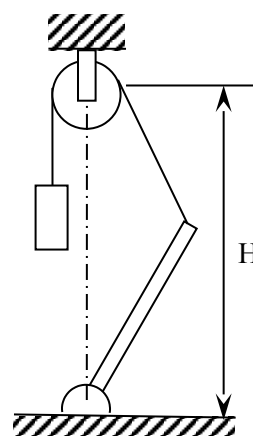
Chuyên đề 4: TÍNH HỌC

Trường THPT Chuyên tỉnh Bắc Giang

- 1.139. Một hình cầu được buộc vào một sợi dây và tựa vào tường như hình vẽ 1.9. Tâm hình cầu C nằm trên cùng đường thẳng đứng đi qua điểm treo O ; góc giữa dây và phương thẳng đứng là α , giữa bán kính đi qua điểm nối với dây A và phương thẳng đứng là β . Tìm điều kiện của hệ số ma sát giữa quả cầu và tường để hệ có thể cân bằng? Biết: $\alpha + \beta = \pi/2$.



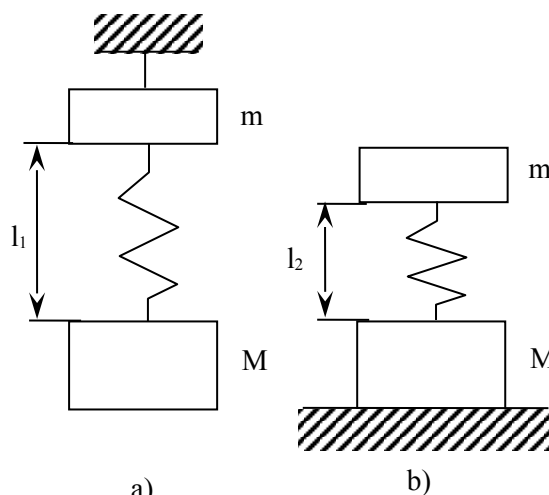
Hình 1.9.



Hình 1.10.

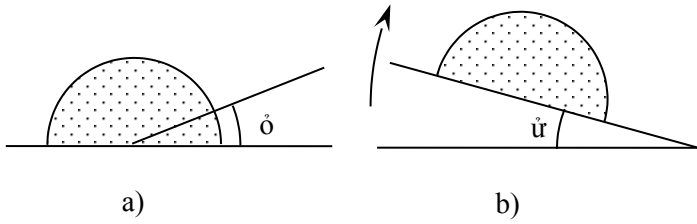
- 1.140. Một chiếc thang có khối lượng $m = 15\text{kg}$ và chiều dài $l = 3\text{m}$ được đặt tựa đầu trên (đã được mài tròn) vào tường, đầu dưới đặt trên sàn nhà. Góc nghiêng của thang so với phương nằm ngang là $\alpha = 60^\circ$. Trên thang có một người khối lượng $M = 60\text{ kg}$ đứng tại vị trí cách đầu trên của thang một khoảng $a = 1\text{m}$. Tìm độ lớn và phương của lực mà sàn tác dụng lên thang khi cân bằng?
- 1.141. Một thanh có khối lượng m và chiều dài l được gắn đầu dưới vào một bản lề (Hình 1.10). Treo một ròng rọc nằm trên trục thẳng đứng đi qua bản lề và cách bản lề một đoạn là H . Buộc đầu trên của thanh vào một sợi dây và vắt qua ròng rọc. Tìm khối lượng nhỏ nhất cần buộc vào đầu kia của dây để cho thanh nằm cân bằng bền trong mặt phẳng thẳng đứng?

- 1.142. Hai vật có khối lượng là m và M được nối với nhau bằng một lò xo. Khi hệ được treo như Hình 1.11a, độ dài của lò xo là l_1 . Khi hệ được đặt trên giá đỡ như Hình 1.11, b, độ dài của lò xo là l_2 . Tìm độ dài tự nhiên của lò xo?

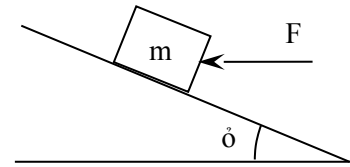


Hình 1.11.

- 1.143. Ta phải kéo sợi dây thừng nhẹ dưới góc α như thế nào để kéo vật nặng chuyển động không gia tốc trên mặt phẳng nằm ngang (Hình 1.12, a)? Biết rằng vật bắt đầu tự trượt khi đặt trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng φ (Hình 1.12, b).

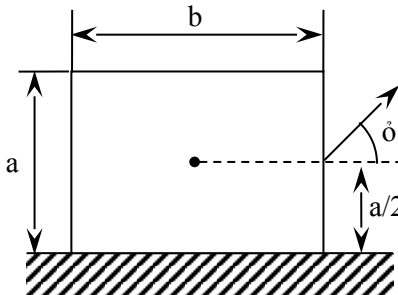


Hình 1.12.

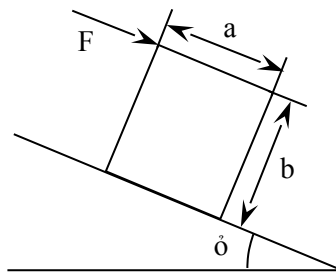


Hình 1.13.

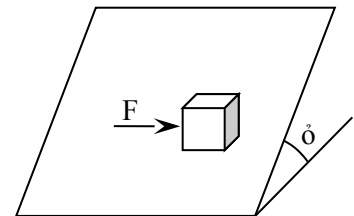
- 1.144. Tìm lực nhỏ nhất F tác dụng theo phương nằm ngang vào vật có khối lượng $m = 1\text{kg}$, đang nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ để cho nó đứng yên (Hình 1.13)? Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $k = 0,2$.
- 1.145. Tìm lực nhỏ nhất F tác dụng theo phương nằm ngang vào vật có khối lượng $m = 2\text{kg}$, đang nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ để cho nó chuyển động đều lên trên mặt phẳng nghiêng (Hình 1.13)? Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng là $k = 0,3$.
- 1.146. Một khối hình hộp chữ nhật có tiết diện thẳng $a \times b$ (Hình 1.14) được kéo trượt đều trên mặt phẳng ngang bằng một chiếc dây thừng với góc kéo α có thể thay đổi được. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là k . Tìm góc α khi vật bắt đầu bị nhấc lên?



Hình 1.14.



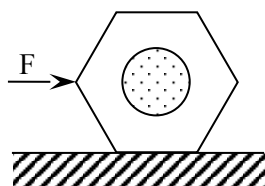
Hình 1.15.



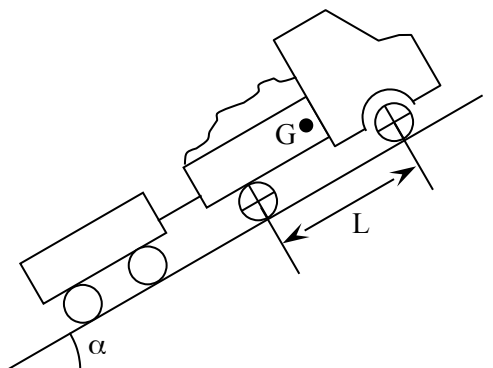
Hình 1.16.

- 1.147. Vật khối lượng m có kích thước $a \times b$ (Hình 1.15) nằm trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α . Bắt đầu tác dụng lực F song song với mặt phẳng nghiêng. Với lực F như thế nào thì vật bị lật đổ? Biết rằng khi đó vật không bị trượt xuống mặt phẳng nghiêng.
- 1.148. Một khối lập phương nhỏ khối lượng $m = 100\text{g}$ đặt trên mặt phẳng nhám nghiêng với phương nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$ (Hình 1.16). Hệ số ma sát giữa khối lập phương và mặt nhám là $k = 0,8$. Tìm lực nhỏ nhất F tác dụng vào khối lập phương theo phương ngang để cho nó bắt đầu chuyển động? Lực nằm trên mặt phẳng nghiêng.
- 1.149. Một chiếc bút chì có tiết diện hình lục giác bị đẩy dọc theo mặt phẳng ngang (Hình 1.17). Tìm hệ số ma sát giữa bút chì và mặt phẳng ngang để nó trượt trên mặt phẳng ngang mà không quay?

- 1.150. Một chiếc ô tô khối lượng $M = 1$ tấn chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 12^\circ$. Tìm hiệu các áp lực của bánh trước và bánh sau của xe xuống mặt đường? Biết rằng, khoảng cách giữa các trục là $L = 2,5\text{m}$, khối tâm của xe ở cách đều các trục và nằm ở độ cao $H = 0,75\text{m}$ so với mặt đường.

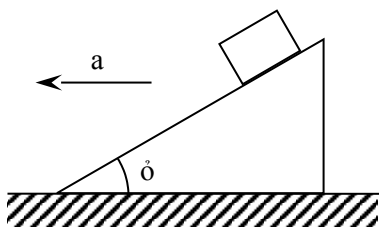


Hình 1.17.

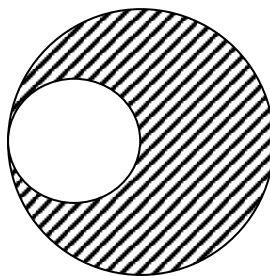


Hình 1.18.

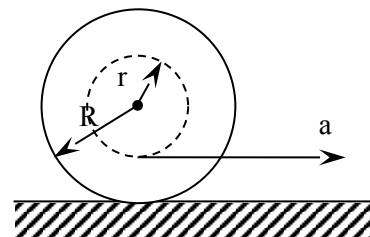
- 1.151. Xe tải có khối lượng $M = 8$ tấn đang vượt dốc (Hình 1.18). Xe tải kéo theo một móc có khối lượng $m = 4$ tấn. Dây nối nằm ở độ cao $h = 1\text{m}$. Khối tâm G của xe tải nằm ở độ cao $H = 2\text{m}$; khoảng cách giữa các trục bánh xe là $L = 4\text{m}$. Khi đi trên đường nằm ngang thì các bánh sau ép lên mặt đường một lực bằng $3/4$ toàn bộ trọng lượng của xe. Với góc nghiêng của dốc như thế nào thì xe bị đổ về sau? Thực tế có nguy hiểm hay không, nếu công suất của động cơ chỉ đủ để vượt dốc có góc nghiêng không vượt quá 10° ?
- 1.152. Tìm sự thay đổi áp lực lên bánh trước của một ô tô khối lượng $m = 1500\text{ kg}$ đang chuyển động trên mặt đường nằm ngang (có hệ số ma sát $k = 0,4$), khi hãm bánh sau một cách tối đa mà không làm xảy ra sự trượt? Khối tâm ô tô nằm cách đều các trục xe và nằm ở độ cao là $h = 60\text{ cm}$ so với mặt đất; khoảng cách giữa trục trước và trục sau của xe là $d = 3,5\text{ m}$.



Hình 1.19.



Hình 1.20.



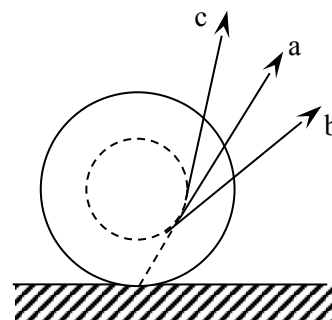
Hình 1.21.

- 1.153. Một chiếc nêm có góc nghiêng α chuyển động với gia tốc a trên mặt bàn nằm ngang phẳng (Hình 1.19). Với gia tốc a như thế nào thì vật nằm trên mặt nêm bắt đầu trượt lên trên? Hệ số ma sát giữa vật và nêm là k .

1.154. Một đĩa tròn mỏng đồng nhất bán kính R , bị cắt mất một miếng hình tròn có bán kính nhỏ hơn 2 lần và tiếp xúc với vành đĩa (Hình 1.20). Khối tâm của phần còn lại nằm ở đâu?

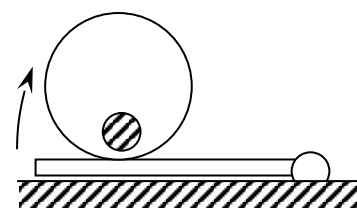
1.155. Kéo sợi chỉ buộc quanh cuộn chỉ đặt trên mặt bàn như trong Hình 1.21, sao cho gia tốc của cuộn chỉ giữ không đổi và bằng a . Hệ số ma sát giữa bàn và vành cuộn chỉ phải như thế nào để cuộn chỉ trượt mà không quay? Bán kính vành và lõi cuộn chỉ lần lượt là R và r .

1.156. Cuộn chỉ sẽ lăn về phía nào, nếu ta kéo sợi chỉ dưới các góc nghiêng khác nhau (Hình 1.22)? Xét các trường hợp sau: a) phương dây đi qua điểm O (điểm tiếp xúc giữa vành cuộn chỉ và mặt bàn); b) góc kéo dây nhỏ hơn trong trường hợp a; c) góc kéo dây lớn hơn trong trường hợp a. Trong cả ba trường hợp cuộn chỉ không trượt.



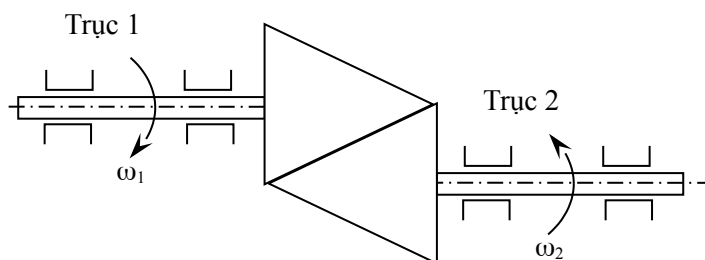
Hình 1.22.

1.157. Trên một hình trụ bán kính R , tại vị trí cách trục một khoảng $2R/3$, người ta khoan một lỗ hình trụ có bán kính $R/4$, trục của lỗ và của hình trụ song song với nhau (Hình 1.23). Đổ vào trong lỗ đó một chất có khối lượng riêng lớn gấp 11 lần khối lượng riêng của chất làm hình trụ. Hình trụ được đặt nằm trên một tấm ván nhẹ. Nhấc chậm một đầu của tấm ván lên. Tìm góc nghiêng α cực đại của tấm ván với phương ngang để cho hình trụ còn nằm cân bằng? Hệ số ma sát giữa tấm ván và hình trụ là $k = 0,3$.



Hình 1.23.

1.158. Trục quay 1 truyền chuyển động quay cho trục 2 nhờ ma sát giữa hai hình nón giống nhau, ép đều lên nhau dọc theo đường sinh của chúng (Hình 1.24). Tìm vận tốc góc ω_2 của trục 2 không tải, nếu vận tốc góc của trục 1 là ω_1 .



Hình 1.24.

LỜI GIẢI

Bài 1.18

- Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

- Phân tích lực: $\vec{P}$; $\vec{N}$; $\vec{T}$; $\vec{F}_{ms}$.

* Điều kiện cân bằng: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = 0$

- Chiếu lên Oxy:

$$N = T \sin \alpha \quad (1)$$

$$F_{ms} = P - T \cos \alpha \leq k \cdot N \quad (2)$$

* Điều kiện cân bằng mômen với trục quay B:

$$T \cdot R(1 + \cos \alpha) = P \cdot R$$

$$\text{Suy ra: } T = \frac{P}{1 + \cos \alpha} \Rightarrow N = \frac{P \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad (3)$$

$$\text{Thay (3) vào (2) rút ra: } k \geq \frac{1}{\sin \alpha}$$

Bài 1.19

- Các lực tác dụng vào thang được phân tích như hình vẽ.

* Điều kiện cân bằng mômen với trục quay A:

$$N_2 \cdot l \sin \alpha = P_1 \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha + P_2(l - a) \cos \alpha$$

trong đó $a = l/3$; $P_1 = mg$; $P_2 = Mg$.

$$\text{suy ra: } N_2 = \left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right) g \cdot c \tan \alpha \quad (1)$$

* Điều kiện cân bằng lực:

$$N_1 = (M + m)g \quad (2)$$

$$N_2 = F_{ms} \quad (3)$$

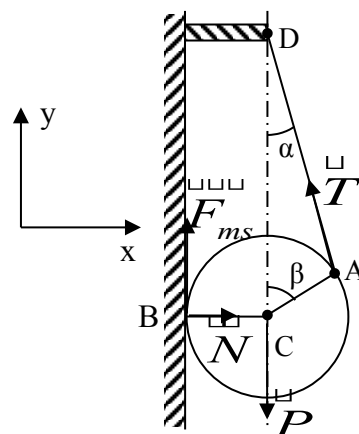
$$\text{Từ (1), (3): } F_{ms} = \left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right) g \cdot c \tan \alpha \quad (4)$$

Vậy lực mà sàn tác dụng lên thang là:

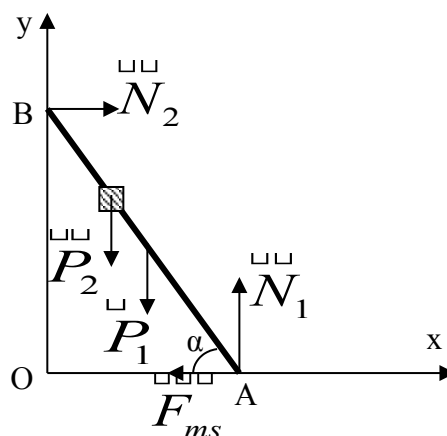
$$F = \sqrt{N_1^2 + F_{ms}^2} = g \sqrt{\left(\frac{m}{2} + \frac{2M}{3} \right)^2 c^2 \tan^2 \alpha + (M + m)^2} = 800(N)$$

$$\text{Góc hợp bởi } \vec{F} \text{ so với phương thẳng đứng: } \tan \beta = \frac{F_{ms}}{N_1} = \frac{3m + 4M}{6(M + m)} \cdot c \tan \alpha$$

$$\beta = \arctg \left(\frac{3m + 4M}{6M + 6m} c \tan \alpha \right) \approx 20^\circ$$



Hình 1.9.



Bài 1.20.

Chọn mốc thế năng tại bản lề.

- Thế năng của hệ : $U = mg \cdot \frac{l}{2} \sin \alpha + Mg(H - a_2)$

Trong đó a_2 là chiều dài đoạn dây ở bên trái ròng rọc

Chiều dài đoạn dây ở bên phải ròng rọc bằng :

$$a_1 = \sqrt{H^2 + l^2 - 2Hl \sin \alpha} \quad (\text{bỏ qua kích thước ròng rọc})$$

Gọi $a = a_1 + a_2$ là chiều dài dây thì

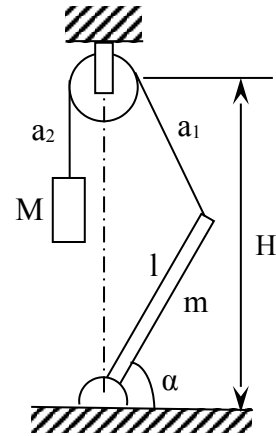
$$U = \frac{1}{2} mgl \sin \alpha + Mg(H - a + \sqrt{H^2 + l^2 - 2Hl \sin \alpha})$$

Vì tại vị trí cân bằng bền nên đạo hàm U theo $\sin \alpha$ phải bằng 0, ta có :

$$\frac{dU}{d(\sin \alpha)} = \frac{mgl}{2} - Mg \cdot \frac{Hl}{\sqrt{H^2 + l^2 - 2Hl \sin \alpha}} = 0$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{H^2 + l^2 - \left(\frac{2MH}{m}\right)^2}{2HL} \leq 1$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{H - l}{2H} \cdot m$$



Hình 1.10.

Bài 1.21

+ Xét hình 1.11 a: lực tác dụng lên vật M gồm hai lực

- Trọng lực P , lực đàn hồi F_{dh}

- M ở trạng thái cân bằng: $P + F_{dh} = 0 \Rightarrow P = -F_{dh}$

- Trọng lực hướng xuống $\Rightarrow$ lò xo bị dãn

$$\Rightarrow P = F_{dh} \Leftrightarrow Mg = k(l_1 - l_0) \quad (1)$$

+ Xét hình 21.a: lực tác dụng lên vật m gồm hai lực

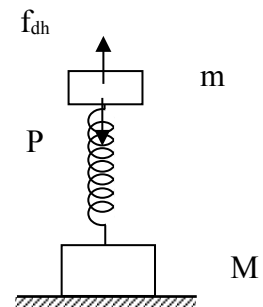
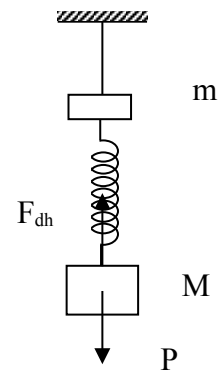
- Trọng lực p , lực đàn hồi f_{dh}

- m ở trạng thái cân bằng: $p + f_{dh} = 0 \Rightarrow p = -f_{dh}$

- Trọng lực hướng xuống $\Rightarrow$ lò xo bị nén

$$\Rightarrow p = f_{dh} \Leftrightarrow mg = k(l_0 - l_2) \quad (2)$$

$$+ \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{Mg}{mg} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_0 - l_2)} \Rightarrow l_0 = \frac{ml_1 + Ml_2}{M + m}$$



Bài 1.22:

+ Xét hình 1.12 a lực tác dụng lên vật nặng gồm

- Trọng lực P , lực kéo F , phản lực

N và lực ma sát F_{ms} .

- Vì vật chuyển động không gia tốc nên ta có phương trình sau:

$$P + F + N + F_{ms} = 0 \quad (1)$$

Chọn hệ trục oxy như hình vẽ.

+ Chiếu phương trình (1) lên hai

trục ox và oy ta được:

$$+ \text{Trục ox: } F \cos \alpha - F_{ms} = 0 \quad (2)$$

$$+ \text{Trục oy: } F \sin \alpha + N - P = 0 \quad (3)$$

$\Rightarrow N = P - F \sin \alpha$ thay vào phương trình (2) ta được:

$$\Rightarrow F \cos \alpha - \mu (P - F \sin \alpha) = 0 \Leftrightarrow F = \frac{\mu mg}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} \quad (4)$$

+ Biết rằng vật bắt đầu trượt khi đặt vật trên mặt phẳng nghiêng có nghiêng φ nên Ta có: $\tan \varphi = \mu$ thay vào phương trình (4)

$$\Rightarrow F = \frac{mg \cdot \tan \varphi}{\cos \alpha + \tan \varphi \cdot \sin \alpha} \text{ do } mg \cdot \tan \varphi = \text{cost nên đặt } f_{(\alpha)} = \cos \alpha + \tan \varphi \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow f'_{(\alpha)} = -\sin \alpha + \tan \varphi \cdot \cos \alpha \text{ vậy } f_{(\alpha)} \text{ đạt giá trị cực trị khi}$$

$$f'_{(\alpha)} = 0 \Leftrightarrow -\sin \alpha + \tan \varphi \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow \tan \alpha = \tan \varphi \Leftrightarrow \alpha = \varphi$$

Vậy ta phải kéo vật dưới góc $\alpha = \varphi$ thì vật trượt không gia tốc.

Bài 1.23:

+ Vật tác dụng lên m gồm có: Trọng lực P , phản lực N , lực ma sát F_{ms} và lực F . Vật đứng cân bằng lên lực ma sát ở đây là lực ma sát nghỉ.

+ Xét trường hợp thứ nhất: vật có xu hướng đi xuống Phương chiều các lực tác dụng lên m như hình vẽ:

$$\text{Ta có phương trình: } P + N + F + F_{ms} = 0 \quad (1)$$

chiếu lên các trục toạ độ ox và oy ta được:

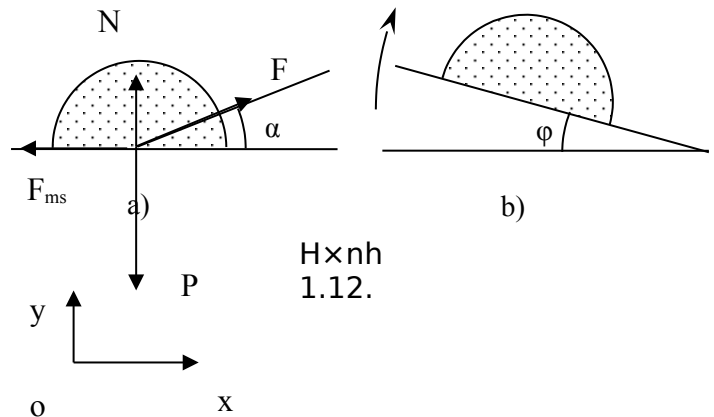
$$+ \text{Trục ox: } P \sin \alpha - F \cos \alpha - F_{ms} = 0 \quad (2)$$

$$+ \text{Trục oy: } N - P \cos \alpha - F \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

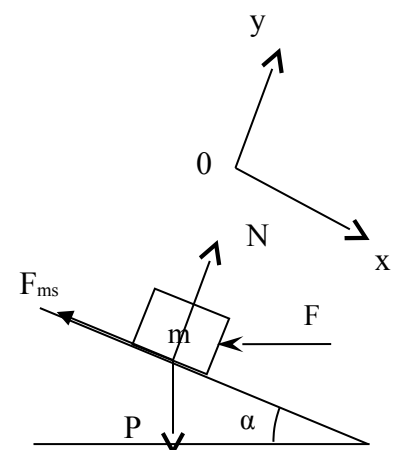
$$\Rightarrow N = P \cos \alpha + F \sin \alpha$$

Thay vào phương trình (2)

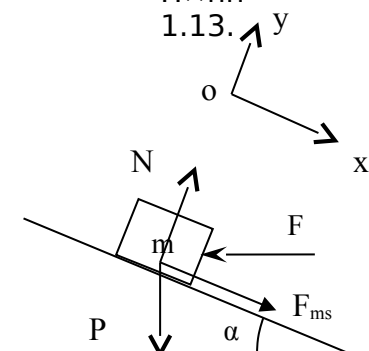
$$\Rightarrow P \sin \alpha - F \cos \alpha - k(P \cos \alpha + F \sin \alpha) = 0$$



Hxnh
1.12.



Hxnh
1.13.



Hxnh
1.13.

$$\Leftrightarrow F = \frac{mg(\sin \alpha - k \cos \alpha)}{\cos \alpha + k \sin \alpha} = \frac{mg(\tan \alpha - k)}{1 + k \cdot \tan \alpha} = 3,3 \text{ (N)}.$$

+ Xét trường hợp thứ nhất: vật có xu hướng đi lên
Phương chiều các lực tác dụng lên m như hình vẽ:

$$\text{Ta có phương trình: } P + N + F + F_{ms} = 0 \quad (4)$$

chiếu lên các trục toạ độ ox và oy ta được

chiếu lên các trục toạ độ ox và oy ta được:

$$+ \text{Trục ox: } P \sin \alpha - F \cos \alpha + F_{ms} = 0 \quad (5)$$

$$+ \text{Trục oy: } N - P \cos \alpha - F \sin \alpha = 0 \quad (6) \Rightarrow N = P \cos \alpha + F \sin \alpha$$

Thay vào phương trình (5)

$$\Rightarrow P \sin \alpha - F \cos \alpha + k(P \cos \alpha + F \sin \alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{mg(\sin \alpha + k \cos \alpha)}{\cos \alpha - k \sin \alpha} = \frac{mg(\tan \alpha + k)}{1 - k \cdot \tan \alpha} = 8,8 > 3,3$$

Vậy lực nhỏ nhất tác dụng vào vật m để nó đứng yên là: $F = \frac{mg(\tan \alpha - k)}{1 + k \cdot \tan \alpha} = 3,3 \text{ (N)}.$

Bài 1.24.

+ Các lực tác dụng lên vật gồm có: P, N, F và F_{ms} .

+ Sử dụng định luật II Newton ta có:

$$ma = P + N + F_{ms} + F$$

$$+ ma = F \cos \varphi - P \sin \varphi - F_{ms} = F \cos \varphi - P \sin \varphi - kN = 0$$

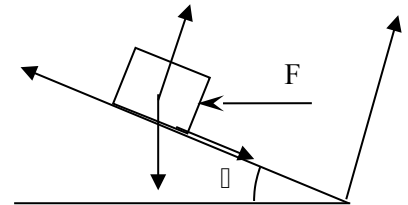
(Vì chuyển động thẳng đều)

$$+ 0 = - P \cos \varphi - F \sin \varphi + N \text{ suy ra } N = P \cos \varphi + F \sin \varphi:$$

Thay vào phương trình trên ta thu được:

$$F \cos \varphi - P \sin \varphi - k(P \cos \varphi + F \sin \varphi) = 0 \text{ rút ra:}$$

$$F = \frac{\tan \alpha + k}{1 - k \cdot \tan \alpha} mg = 21,4 \text{ (N)}$$



Bài 1.25.

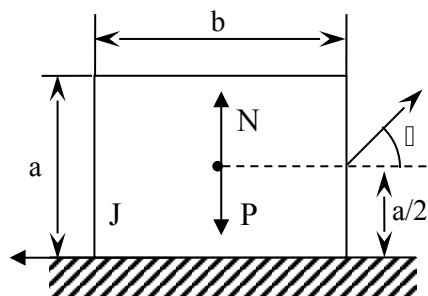
+ Để dầm có được điều kiện để vật chuyển động thẳng đều là: $F \cos \varphi = k(P - F \sin \varphi)$

$$\Rightarrow F = \frac{kP}{\cos \alpha + k \sin \alpha} \quad (1)$$

+ Điều kiện để vật bị nâng lên: Momen của F đối với trục quay qua J phải lớn hơn hoặc bằng momen của P

$$\text{Ta có: } P \cdot \frac{b}{2} = F(b \sin \alpha - \frac{a}{2} \cdot \cos \alpha) \quad (2)$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta có: } b \cdot \cos \varphi + kb \cdot \sin \varphi = 2kb \cdot \sin \varphi - k \cdot a \cdot \cos \varphi$$



Biến đổi ta thu được kết quả : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} + \frac{1}{k}$ (3)

Vậy để nâng được vật lên ta cần tác dụng vào vật một lực F với góc tối thiểu là α thỏa mãn (3)

Bài 1.26.

Để có thể lật được khối hộp thì momen tối thiểu của lực F phải lớn hơn momen cản lại của P .

$$F \cdot b \geq P \cdot \cos \alpha \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2} \cdot \tan \alpha \right) \text{ hay}$$

$$F \geq \frac{mg}{2} \left(\frac{a}{b} \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \right)$$

Bài 1.27

- Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.

- Phân tích lực: $\vec{P}; \vec{N}; \vec{F}; \vec{F}_{ms}$.

- Khi vật bắt đầu chuyển động trên sàn thì lực ma sát tác dụng lên vật là lực ma sát trượt, ta có:

$$F_{mst} = k \cdot N \quad (1)$$

- Khi tác dụng lực nhỏ nhất vào vật để làm vật bắt đầu chuyển động, thì vật chuyển động đều, ta có:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{ms} = 0 \quad (2)$$

Chiếu (2) lên các trục tọa độ ta được:

$$+ \text{Trên Ox: } F_{msx} = P_x = mg \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

$$+ \text{Trên Oy: } N = P_y = mg \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

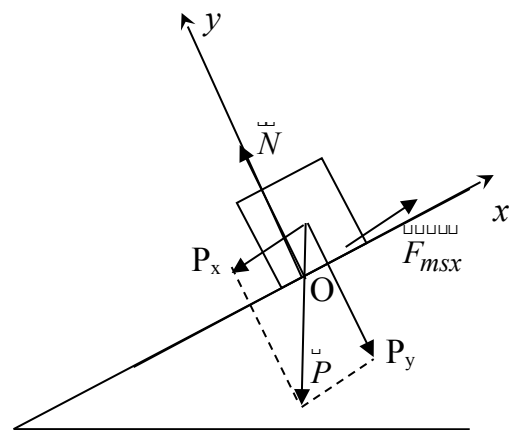
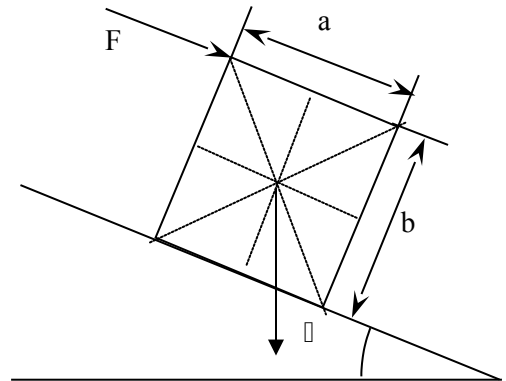
$$+ \text{Trên Oz: } F_{\min} = F_{msz} = \sqrt{F_{ms}^2 - F_{msx}^2} \quad (5)$$

Thay (1, 3, 4) vào (5) ta được:

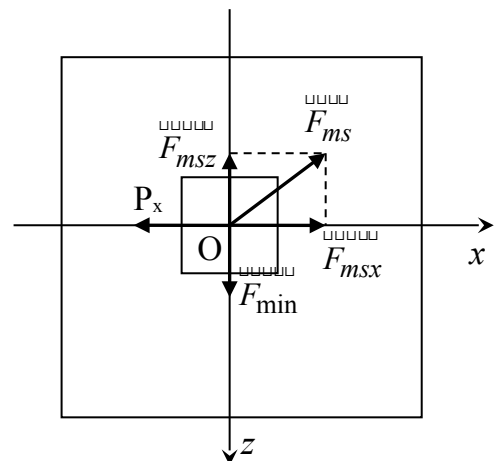
$$F_{\min} = mg \cdot \sqrt{(k \cdot \cos \alpha)^2 - \sin^2 \alpha} \quad (6)$$

Thay số: $m = 100g = 0,1kg$; $g = 9,8m/s^2$; $k = 0,8$;

$\alpha = 30^\circ$ vào (6) ta được: $F_{\min} = 0,47 \text{ (N)}$



Hình chiếu trên (Oxy)



Hình chiếu trên (Oxz)

Bài 1.28

- Phân tích lực: $\vec{P}; \vec{N}; \vec{F}; \vec{F}_{ms}$

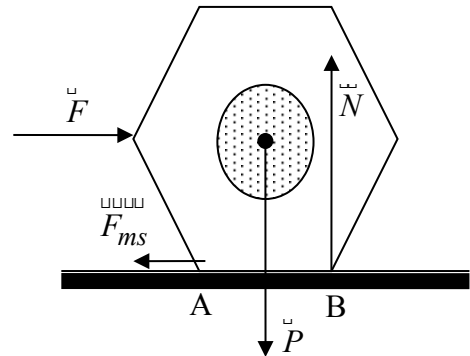
(trong đó: giá của phản lực $\vec{N}$ có phương thẳng đứng cắt mặt chân đế của chiếc bút chì)

- Khi chiếc bút chì bắt đầu bị quay thì phản lực $\vec{N}$ có giá đi qua điểm tựa B, khi đó:

$$M_{\vec{N}/B} = 0; M_{\vec{F}_{ms}/B} = 0, \text{ ta có:}$$

$$M_{\vec{F}/B} = M_{\vec{P}/B}$$

$$\Rightarrow F \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = mg \cdot \frac{a}{2} \Rightarrow F = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$



Để chiếc bút chì không bị quay quanh điểm B thì: $F \leq \frac{mg}{\sqrt{3}}$ (1)

- Để chiếc bút chì bị trượt thì theo phương ngang:

$$F \geq (F_{msn})_{max} \Rightarrow F \geq k \cdot N = k \cdot mg \quad (2)$$

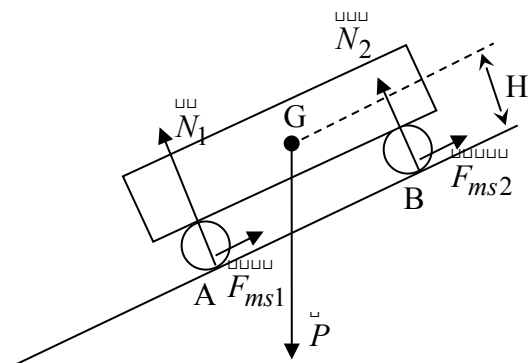
- Từ (1, 2) ta có: $k \cdot mg \leq \frac{mg}{\sqrt{3}} \Rightarrow k \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,58$

Bài 1.29

- Phân tích lực: $\vec{P}; \vec{N}_1; \vec{N}_2; \vec{F}_{msn1}; \vec{F}_{msn2}$

(Xe chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng nên các lực ma sát tác dụng lên các bánh xe là ma sát nghỉ, đóng vai trò lực phát động trong chuyển động của xe)

- Vì xe chuyển động lên trên mặt phẳng nghiêng (không bị lật), áp dụng quy tắc mômen:



+ Đối với trục quay qua A:

$$M_{\vec{N}_1/A} = 0; M_{\vec{F}_{msn1}/A} = 0; M_{\vec{F}_{msn2}/A} = 0, \text{ ta có:}$$

$$M_{\vec{P}/A} = M_{\vec{N}_2/A}$$

$$\Rightarrow Mg \cdot \cos \alpha \cdot \frac{L}{2} - Mg \cdot \sin \alpha \cdot H = N_2 \cdot L$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{1}{2} Mg \cdot \cos \alpha - Mg \cdot \frac{H}{L} \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

+ Đối với trục quay qua B: $M_{\vec{N}_2/B} = 0; M_{\vec{F}_{msn2}/B} = 0; M_{\vec{F}_{msn1}/B} = 0, \text{ ta có:}$

$$M_{P/B}^{\vec{}} = M_{N_1/B}^{\vec{}}$$

$$\Rightarrow Mg.\cos\alpha.\frac{L}{2} + Mg.\sin\alpha.H = N_1.L$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{1}{2}Mg.\cos\alpha + Mg.\frac{H}{L}.\sin\alpha \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1, 2) ta có: } \Delta N = N_1 - N_2 = 2Mg.\frac{H}{L}.\sin\alpha$$

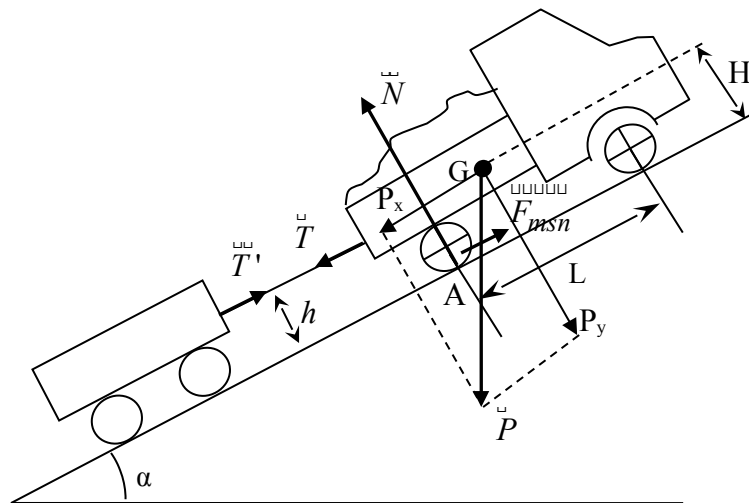
Thay số: $M = 1 \text{ tấn} = 1000\text{kg}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$; $H = 0,75\text{m}$; $L = 2,5\text{m}$; $\alpha = 12^\circ$ ta có:
 $\Delta N = 1,2.10^3 \text{ (N)}$

Bài 1.30

- Phân tích lực như hình vẽ:

+ Xe tải: $\vec{P}$; $\vec{T}$; $\vec{N}$; $\vec{F}_{ms}$ (phản lực của xe có thể phân bố trên cả bánh trước và bánh sau)

+ Xe mooc: $\vec{P}'$; $\vec{T}'$; $\vec{N}'$; $\vec{F}'_{ms}$



- Khi xe bắt đầu bị đổ về phía sau thì:

+ toàn bộ trọng lực của xe dồn hết cho bánh sau, khi đó phản lực $\vec{N}$ có giá đi qua A, nghĩa là: $M_{N/A}^{\vec{}} = 0$;

+ Đối với trục quay qua A, ta có: $M_{T/A}^{\vec{}} \geq M_{P/A}^{\vec{}}$ (1)

- Xe mooc đang được kéo lên dốc, nên: $T \geq mg.\sin\alpha$

$$\Rightarrow M_{T/A}^{\vec{}} \geq mg.\sin\alpha.h \quad (2)$$

- Đối với xe tải khi đi trên mặt đường nằm ngang, 3/4 trọng lượng của xe ép lên các bánh sau nên trọng tâm G của xe bị lệch về phía bánh sau và cách trục bánh sau theo phương song song với mặt dốc một đoạn $L/4$, ta có:

$$M_{P/A}^{\vec{}} = M_{P_y/A}^{\vec{}} - M_{P_x/A}^{\vec{}}$$

$$\Rightarrow M_{P/A}^{\vec{}} = Mg.\cos\alpha.\frac{L}{4} - Mg.\sin\alpha.H \quad (3)$$

- Thay (2, 3) vào (1) ta có:

$$mg.\sin\alpha.h \geq Mg.\cos\alpha.\frac{L}{4} - Mg.\sin\alpha.H$$

$$\Rightarrow (m.h + M.H).\sin\alpha \geq \frac{M.L}{4}.\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \tan\alpha \geq \frac{ML/4}{m.h+M.H} \quad (4)$$

Thay số: $M = 8$ tấn, $m = 4$ tấn, $L = 4$ m, $H = 2$ m, $h = 1$ m, ta có: $\tan\alpha \geq 0,4$.

Công suất của động cơ chỉ ảnh hưởng đến sự chuyển động tịnh tiến của xe tải, do đó không gây nguy hiểm gì khi xe tải lên dốc.

Bài 1.31.

Khi chưa phanh áp lực tác dụng lên bánh trước là $N_{20} = \frac{mg}{2}$

Khi phanh bánh sau, bánh sau chịu tác dụng lực ma sát $F_{ms} = kN_1$, ta có phương trình cân bằng momen quanh khối tâm của xe:

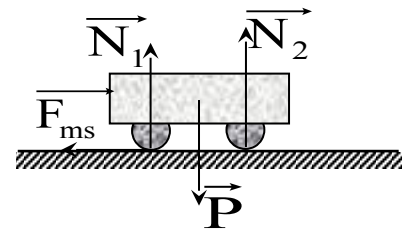
$$N_2 \frac{d}{2} = N_1 \frac{d}{2} + F_{ms} h \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } N_1 + N_2 - mg = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra: } N_2 = \frac{mg}{2} \frac{d + 2kh}{d + kh}$$

Độ biến thiên áp lực lên bánh xe trước:

$$\Delta N = N_2 - N_{20} = \frac{mg}{2} \frac{kh}{d + kh} = 480 \text{ (N)}$$



Bài 1.32.

Phương trình chuyển động của vật m : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

$$\rightarrow \begin{cases} mg - N \cos\alpha - F_{ms} \sin\alpha = 0 \\ N \sin\alpha - F_{ms} \cos\alpha = ma \end{cases}$$

Suy ra:

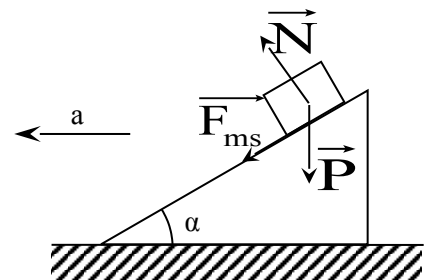
$$\begin{cases} N = m(g \cos\alpha + a \sin\alpha) \\ F_{ms} = m(g \sin\alpha - a \cos\alpha) \end{cases}$$

Biết: $F_{ms} \leq kN$

Nên: $|g \sin\alpha - a \cos\alpha| \leq k(g \cos\alpha + a \sin\alpha)$

Vật bắt đầu trượt lên trên khi: $a = g \cdot \frac{k + \tan\alpha}{1 - k \tan\alpha}$, với

điều kiện $k \tan\alpha < 1$.



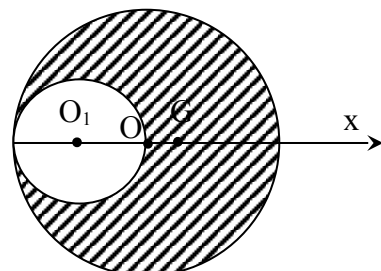
Bài 1.33.

Chọn tâm O làm gốc tọa độ, ta có:

$$x_0 = 0, x_1 = -\frac{R}{2}$$

Khối tâm G ở trên trục Ox:

$$x_G = \frac{mx_0 - m_1 x_1}{m - m_1} = \frac{m_1}{m - m_1} \cdot \frac{R}{2} \quad (1)$$



$$\text{Mặt khác} \quad \frac{m_1}{m} = \frac{S_1}{S} = \frac{r_1^2}{R^2} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra: } x_G = \frac{R}{6}$$

Vậy, khối tâm G ở ngoài OO_1 về phía O, cách O một khoảng $\frac{R}{6}$.

Bài 1.34.

(Hình 1.21G)

Vì cuộn chỉ không quay ta có phương trình cân bằng momen quanh trục đi qua tâm cuộn chỉ:

$$F_{ms} \cdot R = F \cdot r \quad (1)$$

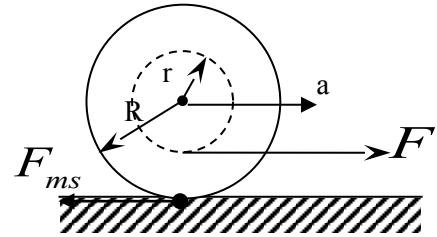
Cuộn chỉ trượt với gia tốc a ta có phương trình chuyển động tịnh tiến:

$$F - F_{ms} = ma \quad (2)$$

Từ phương trình (2) suy ra $F = ma + F_{ms}$ thay vào phương trình (1):

$$F_{ms} \cdot R = (ma + F_{ms}) \cdot r \quad \text{với } F_{ms} = kmg$$

$$\text{Suy ra } k = \frac{ra}{(R - r)g}$$



Hình 1.21G

Bài 1.35.

(Hình 1.22G)

Phương trình chuyển động tịnh tiến:

$$F \cos \alpha - F_{msn} = ma \quad (1)$$

Phương trình chuyển động quay quanh trục O:

$$F_{msn} \cdot R - F \cdot r = I_0 \gamma \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } \gamma = \frac{a}{R}; \quad I_0 = \beta m R^2$$

với $\beta > 0$ là hệ số

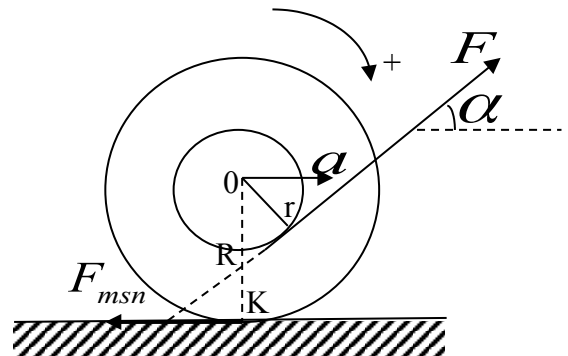
Từ phương trình (1) và (2), suy ra:

$$a = \frac{F(R \cos \alpha - r)}{mR(1 + \beta)} \quad (3)$$

$$F_{msn} = \frac{F(\beta R \cos \alpha + r)}{R(1 + \beta)} > 0 \quad (4)$$

Theo (4) thì lực ma sát luôn hướng về bên trái.

Theo (3) thì:



Hình 1.22G.

a, Khi $\cos \alpha = \frac{r}{R} \Rightarrow a = 0$ Lực F có giá đi qua điểm tiếp xúc K. Do đó không gây ra momen đối với K, $\gamma = 0$. Cuộn chỉ đứng cân bằng.

b, Khi $\cos \alpha > \frac{r}{R} \Rightarrow a > 0$ cuộn chỉ chuyển động sang phải

c, Khi $\cos \alpha < \frac{r}{R} \Rightarrow a < 0$ cuộn chỉ chuyển động sang trái.

Bài 1.36.

(Hình 1.23G)

* Gọi: m là khối lượng của hình trụ đồng chất không bị khoét, m_1 là khối lượng dư của vật đem đặt vào lỗ trống.

$$\text{Ta có: } m_1 = \frac{\pi \left(\frac{R}{4} \right)^2 \cdot h}{\pi R^2 \cdot h} \cdot 10m = \frac{5m}{8}$$

* Khi góc α tăng thì hình trụ có thể trượt hoặc lăn.

- Gọi α_1 là góc mà kể từ đó hình trụ bắt đầu

trượt, ta có phương trình chuyển động tịnh tiến của hình trụ:

$$(m + m_1)g \sin \alpha_1 = k(m + m_1)g \cos \alpha_1$$

$$\Rightarrow \tan \alpha_1 = k = 0,3$$

- Gọi α_2 là góc mà kể từ đó hình trụ bắt đầu lăn không trượt:

Muốn vậy:

+ Vì hình trụ không trượt do đó mà lực ma sát phải nhỏ hơn giá trị lớn nhất của nó và bằng $(m + m_1)g \sin \alpha_2$.

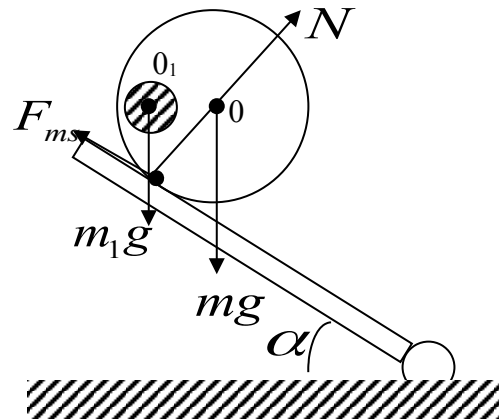
+ Để hình trụ không quay thì momen của lực ma sát đối với trục quay đi qua 0 không vượt quá giá trị lớn nhất có thể của momen trọng lực $m_1 g$, tương ứng với trường hợp đường thẳng 00_1 song song với phương ngang.

Vì vậy với $\alpha = \alpha_2$ ta có phương trình cân bằng momen đối với trục quay đi qua 0:

$$R(m + m_1)g \sin \alpha_2 = \frac{2R}{3} m_1 g$$

$$\text{Thay } m_1 = \frac{5m}{8} \text{ vào phương trình trên ta tìm được } \sin \alpha_2 = \frac{10}{39}$$

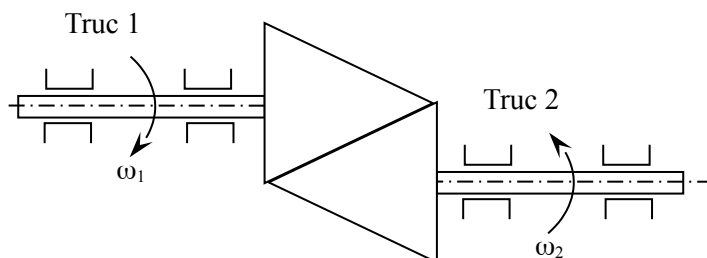
* Ta thấy $\tan \alpha_2 = 0,26 < \tan \alpha_1$ vì vậy khi ta tăng góc α thì sự cân bằng momen quay bị phá vỡ trước sự cân bằng trượt.



Hình 1.23G.

Vậy góc nghiêng α cực đại của tấm ván với phương ngang để cho hình trụ vẫn nằm cân bằng là $\sin \alpha = \frac{10}{39}$.

Bài 1.37.



Hình 1.24.

(Hình 1.24G)

Các hình nón chuyển động tương đối với nhau kèm theo sự trượt trừ một điểm tại đó các vận tốc dài của hai hình nón bằng nhau. Ký hiệu toạ độ của điểm đó tính từ đỉnh của nón thứ 2 là x_0 . Tại điểm đó lực ma sát trượt tác động lên nón thứ 2 đổi dấu (hình 1.24a). Bởi vì trước điểm đó thì nón thứ nhất có vận tốc lớn hơn nón thứ 2, còn sau điểm đó thì nhỏ hơn.

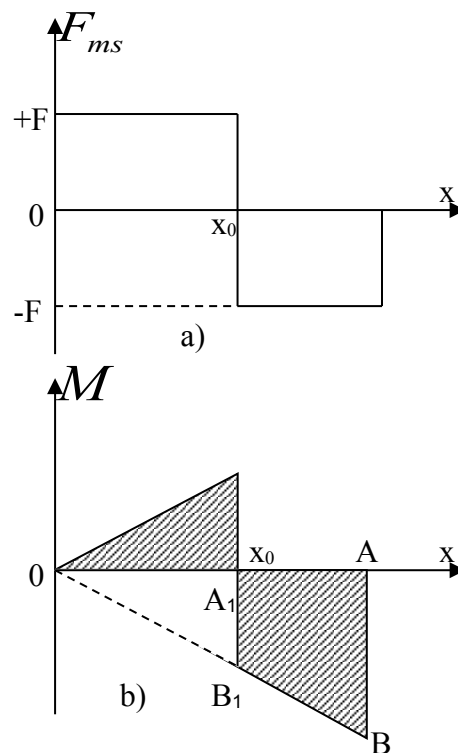
Hình nón thứ 2 sẽ quay với vận tốc góc không đổi nếu tổng momen của các lực ma sát tác động lên nó bằng không. Vì lực ma sát tác dụng lên đơn vị độ dài của nón là không đổi nên momen của nó tăng theo hàm bậc nhất tính từ đỉnh nón đến đáy nón (Vì cánh tay đòn tăng). Tại điểm x_0 momen cũng như lực ma sát sẽ đổi dấu (hình 1.24b).

Gọi H là chiều cao, R là bán kính đáy của nón, r_0 là bán kính tại điểm x_0 . Tổng momen của lực ma sát bằng không có nghĩa là diện tích của tam giác và diện tích hình thang được gạch chéo trên hình 1.24b bằng nhau.

$$\text{Ta có: } \frac{x_0 r_0}{2} = \frac{HR}{4} \quad (1)$$

Tam giác OAB đồng dạng với tam giác OA_1B_1 ta có:

$$\frac{x_0}{r_0} = \frac{H}{R} \quad (2)$$



Hình 1.24

Từ (1) và (2) suy ra $r_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$

Các vận tốc dài của 2 nón bằng nhau tại điểm x_0 nên ta có: $\omega_1(R - r_0) = \omega_2 r_0$ với

$r_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ ta được:

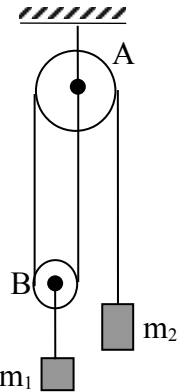
$$\omega_2 = (\sqrt{2} - 1)\omega_1 \approx 0,41\omega_1$$

Phần 3: ĐỀ THI DO CÁC TRƯỜNG ĐỀ NGHỊ

Đề 1: TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH HÀ GIANG

Bài 1. Một ô tô của địch đang leo thẳng lên một quả đồi với vận tốc không đổi là $2,5\text{m/s}$. Đồi có sườn dốc là một mặt phẳng nghiêng hợp với phương ngang một góc bằng 30° . Trong mặt phẳng thẳng đứng có chứa ô tô, người ta bắn quả đạn pháo từ chân đồi với góc bắn 60° so với phương ngang. Lúc bắn thì ô tô cách pháo 500m . Muốn đạn bắn trúng ô tô thì vận tốc của đạn phải là bao nhiêu? Cho $g = 10\text{ m/s}^2$.

Bài 2. Cho hệ thống như hình vẽ, có một ròng rọc cố định A, một ròng rọc động B và hai vật có khối lượng m_1 và m_2 . Bỏ qua khối lượng của dây và ma sát.



1) Khối lượng của cả hai ròng rọc không đáng kể. Thả cho hệ thống chuyển động từ trạng thái nghỉ. Tính gia tốc a_2 của vật m_2 và lực Q tác dụng lên trục của ròng rọc A. So sánh Q với trọng lực Q' của hệ.

Áp dụng bằng số: $m_1 = 0,2\text{ kg}$; $m_2 = 0,5\text{kg}$; $g = 10\text{m/s}^2$. Tính a_2 và Q ?

2) Khối lượng ròng rọc B không đáng kể nhưng ròng rọc A có khối lượng đáng kể; bán kính của A là r . Thả cho hệ thống chuyển động từ trạng thái nghỉ, người ta thấy m_2 có gia tốc $a = g/n$, g là gia tốc rơi tự do, n là một số dương hoặc âm (lấy chiều dương đi xuống). Tính khối lượng của ròng rọc A theo m_1 , m_2 và n .

Áp dụng số: $r = 0,1\text{m}$.

a) $m_1 = 0,2\text{ kg}$; $m_2 = 0,5\text{kg}$; $g = 10\text{m/s}^2$; $n = 5$. Tính m , mômen quán tính và lực Q tác dụng lên trục của ròng rọc A? So sánh Q và Q' do trọng lực của hệ tác dụng.

b) $m_1 = 1\text{kg}$; m có giá trị vừa tìm được ở trên. Tính m_2 để có $n = -5$ (m_2 đi lên).

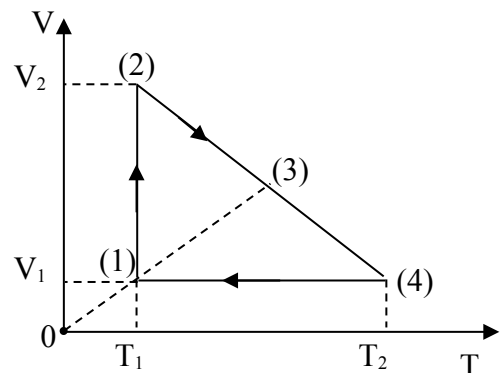
Bài 3. Con ếch khối lượng m_1 ngồi trên đầu một tấm ván khối lượng m_2 , chiều dài ℓ ; tấm ván nổi trên mặt hồ. Ếch nhảy lên theo phương hợp với phương ngang một góc α dọc theo tấm ván. Tìm vận tốc ban đầu v_0 của con ếch để nó nhảy trúng đầu kia của tấm ván. Bỏ qua mọi ma sát.

Bài 4. Một lượng khí biến đổi theo chu trình được biểu diễn trên đồ thị hình bên. Biết :

$$p_1 = p_3; V_1 = 1\text{m}^3, V_2 = 4\text{m}^3;$$

$$T_1 = 100\text{K} \text{ và } T_4 = 300\text{K}.$$

Tính $V_3 = ?$



ĐÁP ÁN

Câu 1

Chọn hệ trục tọa độ: gốc O trùng với nơi đặt pháo, Oy theo phương thẳng đứng hướng lên, Ox theo phương nằm ngang. Gốc thời gian là $t = 0$ là lúc viên đạn được bắn ra với vận tốc v .

Phương trình chuyển động của đạn theo các trục tọa độ là:

$$x_1 = (v \cos 60^\circ) \cdot t = 0,5vt \quad (1)$$

$$\text{và } y_1 = (v \sin 60^\circ) \cdot t - 5t^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot v \cdot t - 5t^2 \quad (2)$$

Phương trình chuyển động của ô tô theo các trục tọa độ là:

$$x_2 = 500 \cos 30^\circ + (2,5 \cdot \cos 30^\circ) \cdot t = 250\sqrt{3} + 1,25\sqrt{3} \cdot t \quad (3)$$

$$y_2 = 500 \cdot \sin 30^\circ + (2,5 \sin 30^\circ) \cdot t = 250 + 1,25 \cdot t \quad (4)$$

Khi đạn bắn trúng ô tô thì: $x_1 = x_2$ và $y_1 = y_2$.

$$\text{Suy ra: } 5t^2 - 2,5t - 500 = 0 \quad (5)$$

Giải phương trình (5) ta được: $t_1 = 10,25312451$

$$\text{hoặc } t_2 = -9,753124512 < 0 \text{ loại}$$

Vậy vận tốc của đạn pháo là: từ $x_1 = x_2$

$$\text{Suy ra: } 0,5vt_1 = 250\sqrt{3} + 1,25\sqrt{3} \cdot t_1 \text{ ta được } v = 88,9747 \text{ m/s.}$$

Câu 2

1) Khối lượng của hai ròng rọc không đáng kể thì lực căng dây có giá trị T suốt dọc dây. Ta có các phương trình chuyển động của m_1 và m_2 (chiều dương đi xuống).

$$\begin{cases} -T + m_2 g = m_2 \cdot a_2 \\ -2T + m_1 g = m_1 a_1 = -m_1 \frac{1}{2} a_2 \end{cases}$$

$$\text{Giải ra ta được: } a_2 = -2a_1 = g \frac{4m_2 - 2m_1}{4m_2 + m_1}$$

$$\text{Và } T = m_2(g - a_2) = g \frac{3m_2 m_1}{4m_2 + m_1}$$

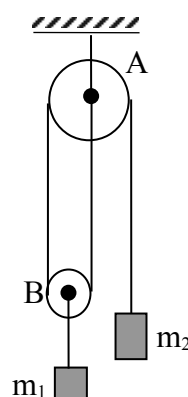
$$Q = 3T = g \frac{9m_2 m_1}{4m_2 + m_1}; Q' = (m_1 + m_2)g$$

$$Q' - Q = g \frac{(m_1 - 2m_2)^2}{4m_2 + m_1} > 0. \text{ Vậy } Q' > Q$$

Áp dụng số: $a_2 = 7,27 \text{ m/s}^2$, $Q = 4,1 \text{ N} < Q' = 7 \text{ N}$.

2) Ròng rọc A có khối lượng đáng kể thì các lực căng T bên m_2 và T' bên m_1 khác nhau. Ta có phương trình:

$$-T + m_2 g = m_2 \cdot a_2$$



$$-2T' + m_1 g = m_1 a_1 = -m_1 \frac{1}{2} a_2$$

$$(T - T')r = I\gamma = \frac{1}{2} m r a_2$$

Giải hệ phương trình trên ta được:

$$a_2 = g \frac{4m_2 - 2m_1}{4m_2 + m_1 + 2m} \quad (1)$$

$$T = m_2 (g - a_2)$$

$$T' = \frac{1}{2} m_1 \left(g + \frac{1}{2} a_2 \right)$$

Theo đầu bài $a_2 = g/n$, ta tìm được:

$$m = 2m_2(n - 1) - m_1 \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

Áp dụng số:

a) $m = 2,9 \text{ kg}$; $I = 0,0145 \text{ kgm}^2$;

$$Q = 35,2 \text{ N}; \quad Q' = 36 \text{ N}.$$

b) $a_2 = -2 \text{ m/s}^2$; $m_2 = 0,133 \text{ kg}$; $T = 1,6 \text{ N}$, $T' = 4,5 \text{ N}$;

$$Q = mg + T + 2T' = 39,6 \text{ N} < Q' = (m_1 + m_2 + m)g = 40,3 \text{ N}$$

Câu 3

- Bỏ qua mọi ma sát, theo phương ngang động lượng của hệ ếch và ván được bảo toàn.
 $m_1 v_0 \cos \alpha + m_2 v_v = 0$. (với v_v là vận tốc của tấm ván.), suy ra độ lớn vận tốc của ván:

$$v_v = \frac{m_1}{m_2} v_0 \cos \alpha.$$

- Gọi quãng đường ếch nhảy tới là s_1 ; quãng đường tấm ván chuyển động lùi là s_2 .

- Thời gian ếch nhảy quãng đường s_1 , cũng là thời gian tấm ván di chuyển quãng đường s_2 bằng hai lần thời gian ếch lên cao cực đại. Thời gian đó là:

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Đề ếch nhảy trúng ván thì ta có: $s_1 + s_2 = \ell$

Với $s_1 = v_0 \cos \alpha \cdot t$ và $s_2 = v_v \cdot t$

$$\Rightarrow v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{m_1}{m_2} v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \ell$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{\ell \cdot g}{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \sin 2\alpha}}$$

Câu 4

Vì $p_1 = p_3$ nên ta có:

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1} \Rightarrow T_3 = 100V_3 \quad (1)$$

Đoạn 2- 4 có dạng một đoạn thẳng nên có dạng:

$V = a.T + b$ với a, b là các hằng số

+ Khi $V = V_2$, $T = 100$ thì

$$V_2 = a.100 + b \quad (2)$$

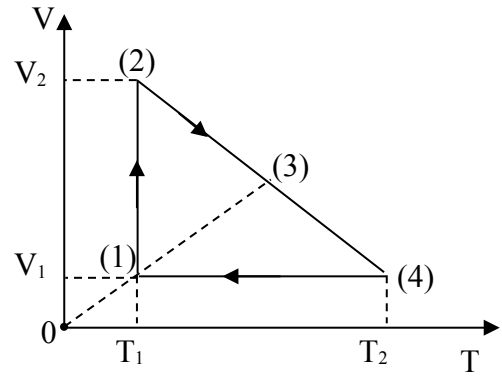
+ Khi $V = V_4$, $T = 300$ thì : $V_4 = a.300 + b \quad (3)$

+ Từ (2) và (3) ta có: $a = - 3/200$ và $b = 5,5$

+ Khi $T = T_3$; $V = V_3$ thì $V_3 =$

$$- \frac{3}{200}.100.V_3 + 5,5$$

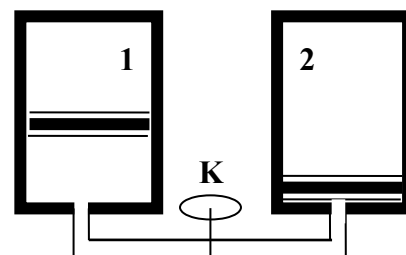
$$\text{Vậy } V_3 = 2,2\text{m}^3$$



ĐỀ 2: TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH LẠNG SƠN

Câu 1. Hai xi lanh cách nhiệt giống hệt nhau được nối với nhau bằng một ống cách nhiệt có kích thước nhỏ, trên ống nối có lắp một van K.

Lúc đầu K đóng. Trong xi lanh 1, dưới pit-tông khối lượng M , chứa một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử có khối lượng mol μ , nhiệt độ T_0 . Trong xi lanh 2 có pit-tông khối lượng $m = M/2$ và không chứa khí. Phần trên của pit-tông trong hai xi lanh là chân không. Sau đó van K được mở để khí từ xi lanh 1 tràn qua xi lanh 2. Xác định nhiệt độ của khí sau khi khí đã cân bằng, biết rằng khi đó phần trên của pit-tông trong xi lanh 2 vẫn còn khoảng trống. Cho $v\mu/M = 0,1$, với v là số mol khí; ma sát giữa pit-tông và xi lanh là rất nhỏ.



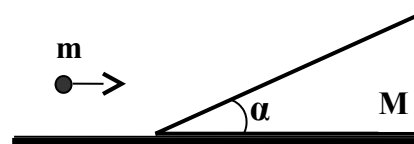
Hình 1

Câu 2. Một xi lanh cách nhiệt nằm ngang được chia thành hai phần nhờ một pit-tông mỏng dẫn nhiệt. Pit-tông được nối với một thành ở đầu xi lanh bằng một lò xo nhẹ. Ở hai bên của pit-tông đều có v mol khí lý tưởng đơn nguyên tử. Xi lanh có chiều dài 2ℓ , chiều dài của lò xo lúc chưa dẫn là $\ell/2$. Ở trạng thái ban đầu lò xo bị dẫn một đoạn là X và nhiệt độ của khí trong hai phần của xi lanh là T . Sau đó, người ta đục một lỗ nhỏ qua thành của pit-tông. Xác định độ biến thiên nhiệt độ của khí trong xi lanh ΔT sau khi khí trong xi lanh đã cân bằng. Bỏ qua nhiệt lượng hấp thụ bởi xi lanh, pit-tông, lò xo và ma sát giữa pit-tông và xi lanh.



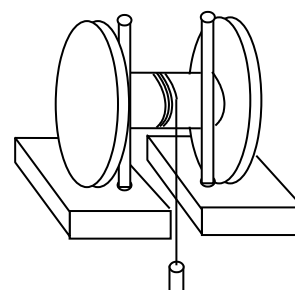
Hình 2

Câu 3. Một chiếc nêm khối lượng M , mặt nêm nhẵn nằm trên mặt phẳng nhẵn, nằm ngang. Góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang của nêm là α (Hình 3). Một viên bi khối lượng m bay với vận tốc v_0 theo phương ngang đến va chạm đàn hồi với nêm. Xác định tỉ số m/M , biết rằng sau va chạm một thời gian nào đó viên bi rơi trở lại nêm đúng vào điểm mà nó đã va chạm với nêm trước đó.



Hình 3

Câu 4: Một ống chỉ khối lượng M được đặt nằm ngang trên một chiếc bàn và dựa vào 2 chiếc đinh cắm thẳng đứng trên bàn. Sợi chỉ dài, mảnh, một đầu quấn vào ống chỉ, còn đầu kia được luồn qua một khe ở mặt bàn và nối với một vật nặng khối lượng m (Hình 4). Với giá trị nào của m thì hệ cân bằng? Biết ống chỉ (phần quấn chỉ) có bán kính r , phần gỗ ở hai đầu ống chỉ có bán kính R , hệ số ma sát giữa ống chỉ và đinh là μ_1 và giữa ống chỉ với mặt bàn là μ_2 .



Hình 4

ĐÁP ÁN

Câu 1.

Khi K mở, toàn bộ lượng khí chuyển qua xi lanh 2.

Kí hiệu: H_0 – độ cao cột khí trong bình 1 khi K chưa mở;

H và T – độ cao và nhiệt độ cột khí trong xi lanh 2 khi K mở và khí đã cân bằng.

Áp dụng nguyên lí thứ nhất nhiệt động lực học có:

$$\frac{3}{2}\nu R(T - T_0) = MgH_0 - mgH + \frac{\nu\mu g}{2}(H_0 - H)$$

Trước khi K mở, ở xi lanh 1:

$$P_0 = \frac{Mg}{S}; V_0 = H_0 S \rightarrow MgH_0 = \nu RT_0 \rightarrow gH_0 = \frac{\nu}{M} RT_0$$

Sau khi K mở và khí đã cân bằng, ở xi lanh 2: $gH = \frac{\nu}{m} RT$

$$\text{Vậy: } \frac{3}{2}\nu R(T - T_0) = \nu R(T_0 - T) + \frac{\nu\mu}{2}\left(\frac{\nu}{M} RT_0 - \frac{\nu}{m} RT\right)$$

$$\text{Hay: } T = T_0 \frac{1 + \frac{\nu\mu}{5M}}{1 + \frac{2\nu\mu}{5M}} = 0,98T_0$$

Câu 2.

Ở trạng thái đầu, lực đàn hồi của lò xo cân bằng với lực tác động lên pit-tông gây ra bởi độ chênh lệch về áp suất ở hai bên của pit-tông.

$$\frac{\nu RT}{\left(\frac{3l}{2} - x\right)} - \frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} + x\right)} = -kx \Rightarrow k = \frac{\nu RT}{x} \left(\frac{1}{\frac{l}{2} + x} - \frac{1}{\frac{3l}{2} - x} \right)$$

Sau khi pit-tông thủng, áp suất hai bên pit-tông cân bằng, độ giãn của lò xo bằng không. Toàn bộ năng lượng từ thế năng đàn hồi dự trữ trong lò xo biến thành nội năng của khí, nên:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

$$\text{Vậy: } \Delta T = \frac{kx^2}{6\nu R} = \frac{x}{6} \left(\frac{1}{\frac{l}{2} + x} - \frac{1}{\frac{3l}{2} - x} \right) T = \frac{2x}{3} \frac{l - 2x}{(l + 2x)(3l - 2x)} T$$

Câu 3.

Gọi v_x và v_y là thành phần nằm ngang và thành phần thẳng đứng của vận tốc của bi sau va chạm. Xét hệ bi – nêm, do ngoại lực triệt tiêu theo phương ngang nên động lượng của hệ bảo toàn theo phương này. Mặt khác, vì sau va chạm, bi rơi trở lại vị trí nó đã va chạm với nêm trước đó nên:

$$m v_0 = (m + M) v_x \quad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng có:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{m+M}{2} v_x^2 + \frac{m}{2} v_y^2 \quad (2)$$

Gọi F là lực tương tác giữa bi và nêm khi va chạm lần thứ nhất và thời gian va chạm là Δt . Vì không có ma sát nên lực này có phương vuông góc với mặt nêm.

Áp dụng định luật 2 Niu ton có:

$$m v_y = F \Delta t \cos \alpha$$

$$M v_x = F \Delta t \sin \alpha$$

$$\text{Hay: } \frac{mv_y}{Mv_x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) có:

$$m^2 v_0^2 = \frac{m^2 \sin^2 \alpha + mM \sin^2 \alpha + M^2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} v_x^2 \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (4) có } \frac{m}{M} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \cot^2 \alpha - 1$$

Câu 4.

Giả sử tìm được giá trị m_0 , với $m > m_0$ thì ống chỉ bắt đầu quay. Khi $m = m_0$, hệ cân bằng:

$$F_{ms1} = \mu_1 N_1; F_{ms2} = \mu_2 N_2 \quad (1)$$

Áp dụng định luật 2 Niu ton cho các trục Ox , Oy có:

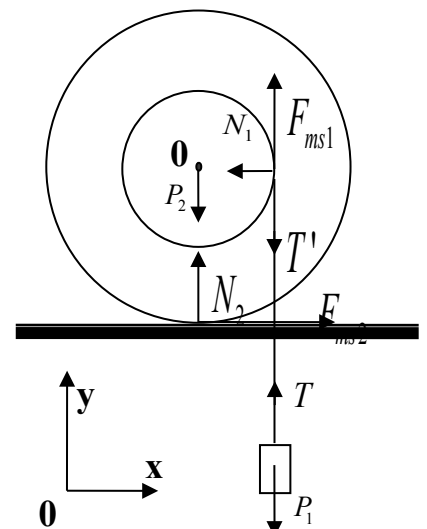
$$F_{ms2} - N_1 = 0 \quad (2)$$

$$F_{ms1} + N_2 - P_2 - T' = 0 \quad (3)$$

$$T' = T = m_0 g; P_2 = Mg \quad (4)$$

Xét trục quay tạm thời qua O, có:

$$T' \cdot r - F_{ms1} \cdot r - F_{ms2} \cdot R = 0 \quad (5)$$



Hình 5

$$\text{Giải hệ 5 phương trình trên ta được nghiệm: } m_0 = M \frac{\mu_2(1 + \frac{r}{R}\mu_1)}{\frac{r}{R} - \mu_2}$$

- Với $\mu_2 < \frac{r}{R}$, hệ cân bằng với $m < m_0$. Khi $m > m_0$ ống chỉ quay.

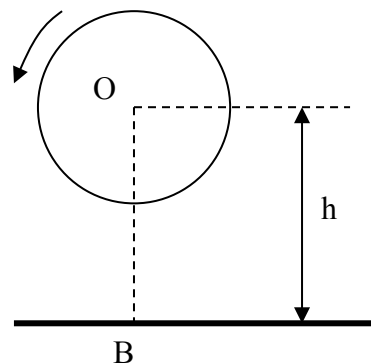
- Nếu μ_2 có giá trị tiến gần đến r/R , thì m_0 có giá trị rất lớn. Khi $\mu_2 = r/R$ thì hệ cân bằng với mọi giá trị của m .

- Còn nếu $\mu_2 > \frac{r}{R}$ thì cân bằng không thể bị phá vỡ với mọi giá trị của m .

ĐỀ 3: TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH SƠN LA

Câu 1:

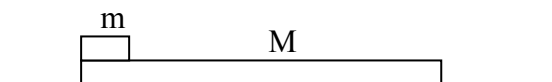
Một bánh xe có bán kính R , đặt cách mặt đất một đoạn h , quay đều với vận tốc góc ω . Từ điểm A trên bánh xe bắn ra một giọt nước và nó rơi chạm đất tại điểm B , ngay dưới tâm của bánh xe. Xác định vị trí điểm A và thời gian rơi của giọt nước.



Câu 2:

Một người khối lượng m đứng ở đầu xe trượt có khối lượng M chiều dài L . Người đó phải nhảy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo hướng nào để đến đầu kia của xe trượt nếu:

- Xe trượt được giữ chặt
- Xe trượt được thả tự do trên mặt băng

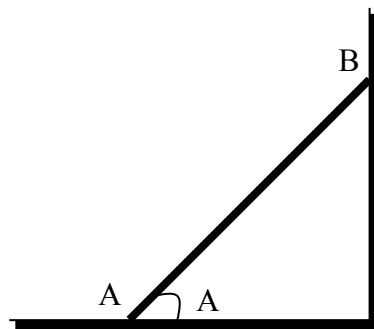


Câu 3:

Một thanh AB đồng chất khối lượng $m = 20\text{kg}$ dựa vào tường trơn nhẵn dưới góc nghiêng α . Hệ số ma sát giữa thang và sàn là $\mu = 0,6$

- Thang đứng yên cân bằng, tìm các lực tác dụng lên thanh khi $\alpha = 45^\circ$
- Tìm các giá trị α để thang đứng yên không trượt trên sàn

c) Một người có khối lượng $m = 40\text{kg}$ leo lên thang khi $\alpha = 45^\circ$. Hỏi người này leo tới vị trí M nào trên thang thì thang sẽ bị trượt. Biết rằng thang dài $l = 2\text{m}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

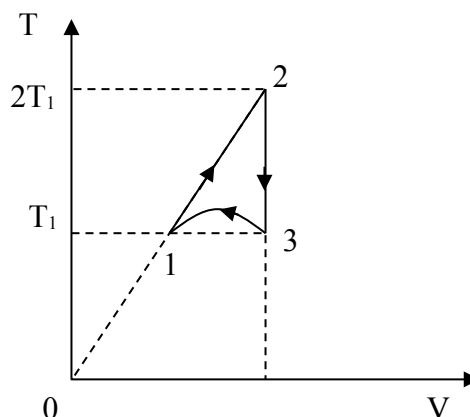


Câu 4:

Một bình hình trụ kín đặt thẳng đứng, có một pittông nặng cách nhiệt chia bình thành hai phần. Phần trên chứa 1mol và phần dưới chứa 2mol của cùng một chất khí. Khi nhiệt độ hai phần là $T_0 = 300\text{K}$ thì áp suất của khí ở phần dưới bằng ba lần áp suất khí ở phần trên. Tìm nhiệt độ T của khí ở phần dưới để pittông nằm ngay chính giữa bình khi nhiệt độ phần trên không đổi

Câu 5:

Cho n mol khí lí tưởng biến đổi trạng thái được biểu diễn như hình vẽ. Các quá trình $1 \rightarrow 2$ và $2 \rightarrow 3$ biểu thị bằng các đoạn thẳng. Quá trình $3 \rightarrow 1$ biểu thị bằng công thức:



$$T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV.$$

Trong đó $T_1 = 77^\circ\text{C}$, b là hằng số chưa biết.

Tìm công của khối khí thực hiện trong một chu trình.

ĐÁP ÁN:

Câu 1:

Để giọt nước rơi chạm đất tại B thì nó phải bắn ra từ điểm A thuộc nửa dưới và bên trái của bánh xe

Gọi $\alpha = \angle AOB$, chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, ta có phương trình tọa độ của giọt nước:

$$x = v \cdot \cos \alpha \cdot t \quad (v = \omega R)$$

$$y = v \cdot \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$$

Khi giọt nước chạm đất tại B ta có:

$$x = R \sin \alpha; y = h - R \cos \alpha$$

$$(1) \Rightarrow t = \frac{R \sin \alpha}{\omega R \cos \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\omega} \quad (3)$$

$$(2), (3) \Rightarrow \omega R \sin \alpha \frac{\tan \alpha}{\omega} + \frac{1}{2} g \left(\frac{\tan \alpha}{\omega} \right)^2 = h - R \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow (g + 2\omega^2 h) \cos^2 \alpha - 2\omega^2 R \cos \alpha - g = 0$$

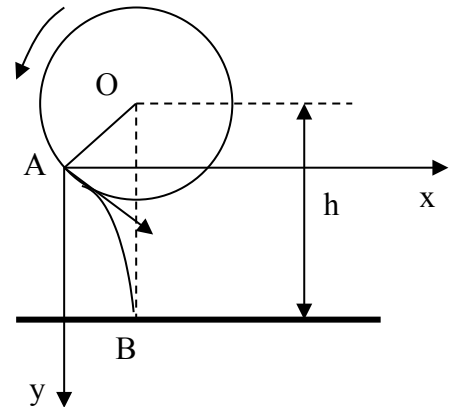
$$\Delta' = \omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2 > 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\omega^2 R + \sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2}}{g + 2\omega^2 h}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega^2 R + \sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2}}{g + 2\omega^2 h} \right)^2} \\ &= \frac{\omega \sqrt{2(2\omega^2 h^2 + gh - \omega^2 R^2 - R\sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2})}}{g + 2\omega^2 h} \end{aligned}$$

Thời gian rơi:

$$t = \frac{\tan \alpha}{\omega} = \frac{\sqrt{2(2\omega^2 h^2 + gh - \omega^2 R^2 - R\sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2})}}{\omega^2 R + \sqrt{\omega^4 R^2 + 2\omega^2 gh + g^2}}$$



Câu 2:

a) Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ tại vị trí ban đầu của người nhảy
Phương trình chuyển động của người theo các trục tọa độ là:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t; \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{Khi } y = 0 \Rightarrow t_1 = 0; t_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Để người đó nhảy đến cuối xe trượt thì:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t_2 = L \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}$$

$$\text{Hay: } v_0 = v_{\min} = \sqrt{gL} \Leftrightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Vậy người đó phải nhảy với vận tốc nhỏ nhất là $\sqrt{gL}$ và với góc nhảy hợp với xe trượt góc $\alpha = 45^\circ$

$$v_{0x} = v_{\min} \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{gL}{2}} \quad (1)$$

$$v_{0y} = v_{\min} \sin 45^\circ = \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

b) Động lượng của hệ theo phương ngang được bảo toàn khi xe trượt được thả tự do, vì vậy vận tốc theo phương ngang của người là v_1 , của xe v_2 phải thỏa mãn:

$$mv_1 + Mv_2 = 0 \Leftrightarrow v_2 = -\frac{m}{M}v_1$$

Trong hệ quy chiếu gắn với xe, vận tốc của người theo phương ngang của người là:

$$v_x = v_1 - v_2 \text{ hay } v_x = \frac{m+M}{M}v_1 \quad (2)$$

Trong hệ quy chiếu này, các hình chiếu vận tốc của người thỏa mãn điều kiện (1) như câu a.

$$\text{Thay (1) vào (2): } v_1 = \frac{M}{M+m} \sqrt{\frac{gL}{2}}$$

Vậy vận tốc cực tiểu của người đối với hệ quy chiếu gắn với đất:

$$v_{\min} = \sqrt{v_1^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{gL}{2}} \sqrt{\frac{M^2}{(M+m)^2} + 1}$$

$$\text{Góc nhảy } \alpha \text{ của người thỏa mãn: } \tan \alpha = \frac{v_y}{v_1} = \frac{m+M}{M}$$

Câu 3:

a) Thang cân bằng: $\vec{P} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{msn} = 0$

Chiều lên Ox, Oy (hình vẽ): $\begin{cases} F_{msn} = N_2 \\ N_1 = P = 200N \end{cases}$

Mặt khác:

$$M_{P/A}^{\vec{}} = M_{N_2/A}^{\vec{}}$$

$$\Leftrightarrow mg \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha = N_2 \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow N_2 = 100N = F_{msn}$$

b) Tính α để thang không trượt trên sàn:

Ta có: $P \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha = N_2 \cdot AB \cdot \sin \alpha \Rightarrow N_2 = \frac{P}{2 \tan \alpha}$

Vì $N_2 = F_{msn} \Rightarrow F_{msn} = \frac{P}{2 \tan \alpha}$

Mặt khác: $F_{msn} \leq \mu N_1 = \mu P$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{P}{2P \tan \alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu} = \frac{1}{1,2}$$

$$\Rightarrow \alpha \geq 40^\circ$$

c) Đặt AM = x

Ta có: $\vec{P} + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{msn} = 0$

Chiều lên Ox, Oy (hình vẽ): $\begin{cases} F_{msn} = N_2 \\ N_1 = P + P_1 \end{cases}$

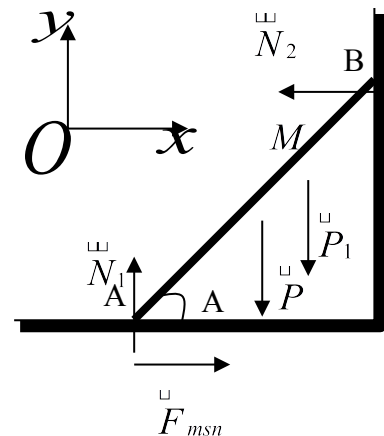
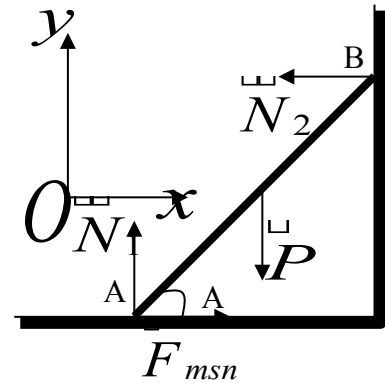
Mặt khác: $M_{P/A}^{\vec{}} + M_{P_1/A}^{\vec{}} = M_{N_2/A}^{\vec{}}$

$$\Leftrightarrow mg \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos \alpha + P_1 x \cos \alpha = N_2 \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{P}{2} + \frac{P_1 x}{AB} = F_{msn} \quad (1)$$

Thang bắt đầu trượt khi: $F_{msn} = \mu N_1 = \mu(P_1 + P) \quad (2)$

Từ (1) và (2): $x = 1,3m$



Câu 4:

Gọi p_1, V_1 và p_2, V_2 ; p'_1, V'_1 và p'_2, V'_2 tương ứng là thể tích và áp suất của phần trên và phần dưới trước và sau khi thay đổi nhiệt độ

Khi chưa thay đổi nhiệt độ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1 V_1}{\nu_1} = \frac{p_2 V_2}{\nu_2} = RT_0 \\ p_2 = 3p_1; \nu_2 = 2\nu_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3}V_1 \Rightarrow V = V_2 + V_1 = \frac{5}{3}V_1$$

Mặt khác: $p_1 + \frac{P}{S} = p_2 = 3p_1 \Rightarrow \frac{P}{S} = 2p_1$ (P, S : trọng lượng và tiết diện của pittông)

Sau khi thay đổi nhiệt độ phần dưới, pittông ở chính giữa:

$$V'_1 = V'_2 = \frac{V}{2} = \frac{5}{6}V_1$$

+ Phần trên nhiệt độ không đổi:

$$p_1 V_1 = p'_1 V'_1 \Rightarrow p'_1 = \frac{p_1 V}{V'_1} = \frac{6}{5}p_1$$

+ Phần dưới nhiệt độ thay đổi từ T_0 đến T :

$$\frac{p_2 V_2}{T_0} = \frac{p'_2 V'_2}{T} \Rightarrow p'_2 = \frac{p_2 V_2}{V'_2} \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{12}{15} p_2 \cdot \frac{T}{T_0} = \frac{12}{5} p_1 \frac{T}{T_0}$$

$$\text{Ta vẫn có: } p'_1 + \frac{P}{S} = p'_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{5}p_1 + 2p_1 = \frac{12}{5}p_1 \frac{T}{T_0}$$

$$\Rightarrow T = \frac{16}{12}T_0 = 400K$$

Câu 5:

Từ phương trình :

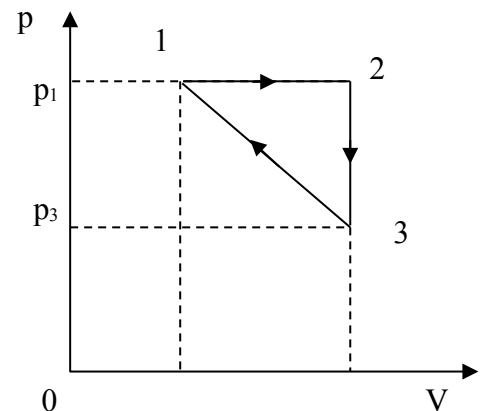
$$\left. \begin{aligned} T = \frac{T_1}{2}(3 - bV)bV \\ pV = \nu RT \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{T_1}{2}(3 - bV)b\nu R$$

$$\text{Hay } p = \frac{3}{2}T_1 b\nu R - \frac{T_1}{2}b^2\nu R V$$

Ta thấy P là hàm bậc nhất của V với hệ số $a < 0$.

Đồ thị của nó được biểu diễn trong hệ trục (P, V) có dạng đoạn thẳng $3 \rightarrow 1$ (hình vẽ)

Từ phương trình trạng thái ứng với các đẳng quá



trình ta xác định được:

$$T_2 = 2T_1, V_2 = 2V_1, p_1 = p_2$$

$$T_3 = T_1, V_3 = V_2 = 2V_1, p_2 = 3p_3$$

Chuyển sang hệ toạ độ (P,V) như hình vẽ

$$A_{12} = p_1 \Delta V = p_1 (V_1 - V_2) = \nu R (T_1 - T_2) = -\nu R T_1 < 0 : \text{Khí sinh công}$$

$$A_{23} = 0$$

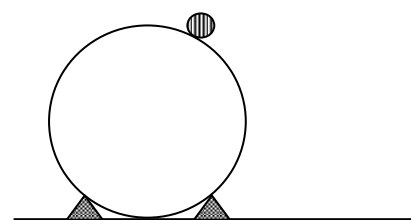
$$A_{31} = \frac{1}{2}(p_1 + p_3)(V_2 - V_1) = \frac{3}{4}\nu R T_1 > 0 : \text{Khí nhận công}$$

Vậy công do khí thực hiện được trong một chu trình:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = -\nu R T_1 + \frac{3}{4}\nu R T_1 = -\frac{1}{4}\nu R T_1$$

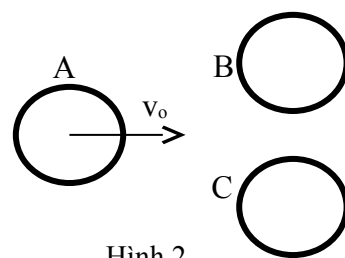
ĐỀ 4: TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH VĨNH PHÚC

Câu 1: Một vật nhỏ trượt không vận tốc đầu và không ma sát từ điểm cao nhất của một quả cầu có bán kính R bị giữ chặt trên bề mặt nằm ngang của một cái bàn (Hình 1). Khi vật rơi đến bàn thì hướng rơi tạo với bề mặt bàn một góc bằng bao nhiêu?



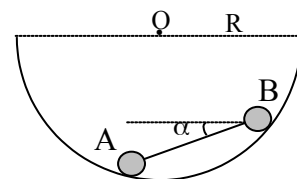
Hình 1

Câu 2: Ba vòng đệm nhỏ giống nhau A, B, C nằm yên trên một mặt phẳng ngang, nhẵn. Người ta truyền cho vòng A vận tốc v_0 và nó đến va chạm đồng thời với cả hai vòng B, C (Hình 2). Khoảng cách giữa hai tâm của các vòng B, C trước khi va chạm bằng N lần đường kính mỗi vòng. Các va chạm được coi là hoàn toàn đàn hồi. Xác định vận tốc của vòng A sau va chạm. Biện luận theo N để vòng A: bật ngược lại, dừng lại, tiếp tục tiến lên.



Hình 2

Câu 3: Một thanh nhẹ được gắn hai vật nhỏ A và B ở hai đầu có khối lượng là $m_A = 1\text{kg}$ và m_B . Thanh được đặt trong lòng máng tròn có bán kính R (Hình 3), biết $AB = R\sqrt{2}$. Hệ cân bằng khi thanh AB tạo với phương ngang một góc $\alpha = 15^\circ$, bỏ qua ma sát, lấy $g = 10\text{m/s}^2$.



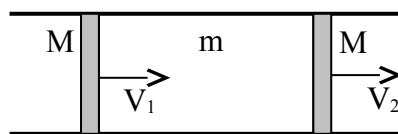
Hình 3

a) Xác định khối lượng m_B ?

b) Tìm áp lực mà các vật A và B tác dụng lên máng khi thanh cân bằng.

Câu 4: Cho hai miếng gỗ khối lượng m_1 và m_2 đặt chồng lên nhau trượt trên mặt phẳng nghiêng góc α . Hệ số ma sát giữa chúng là k , giữa m_1 và mặt phẳng nghiêng là k_1 . Hỏi trong quá trình trượt, miếng gỗ này có thể trượt nhanh hơn miếng gỗ kia không? Tìm điều kiện để hai vật trượt như một vật trượt.

Câu 5: Trong một xilanh cách nhiệt khá dài nằm ngang có nhốt 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử có khối lượng m nhờ hai pittông cách nhiệt có khối lượng bằng nhau và bằng M có thể chuyển động



Hình 4

không ma sát trong xilanh (Hình 4). Lúc đầu hai pittông đứng yên, nhiệt độ của khí trong xilanh là T_0 . Truyền cho hai pittông các vận tốc v_1, v_2 cùng chiều ($v_1 = 3v_0, v_2 = v_0$). Tìm nhiệt độ cực đại mà khí trong xilanh đạt được, biết bên ngoài là chân không.

Câu 6: Trình bày phương án thí nghiệm xác định hệ số ma sát giữa một mẫu gỗ với mặt phẳng nghiêng, biết rằng độ nghiêng của mặt phẳng là không đổi và không đủ lớn để cho mẫu gỗ tự trượt xuống. Dụng cụ cho: Lực kế, mẫu gỗ, mặt phẳng nghiêng, sợi chỉ đủ dài.

ĐÁP ÁN

Câu 1

- Trước khi rời khỏi quả cầu thì chuyển động của vật là chuyển động tròn không đều, trước hết ta tìm góc α và vận tốc v của vật ở thời điểm nó rời quả cầu.

- Phương trình động lực học cho phương xuyên tâm:

$$mg \cos \alpha - N = ma_n = mv^2/R$$

ở thời điểm vật rời quả cầu thì $N = 0$ nên:

$$v^2 = gR \cos \alpha \quad (1)$$

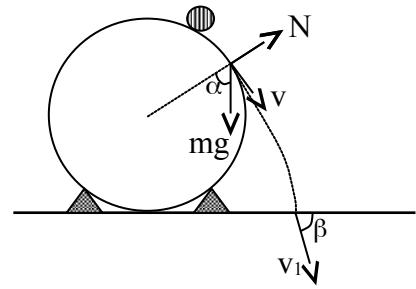
- Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta có: $mv^2/2 = mgR(1 - \cos \alpha)$ (2)

- Từ (1) và (2) ta có: $\cos \alpha = 2/3$, $v = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$.

- Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có, vận tốc của vật khi chạm bàn là v_1 thỏa mãn:

$$\frac{mv_1^2}{2} = 2mgR \rightarrow v_1 = 2\sqrt{gR}.$$

- Sau khi rời quả cầu, vật tham gia chuyển động ném xiên xuống nên thành phần vận tốc theo phương ngang là không đổi. Do đó: $v \cos \alpha = v_1 \cos \beta \rightarrow \cos \beta = \frac{\sqrt{6}}{9} \rightarrow \beta = 74^\circ$.



Câu 2

- Vì hệ có tính đối xứng nên A chỉ chuyển động trên đường thẳng cố định, B và C có quỹ đạo đối xứng nhau qua quỹ đạo của A. Gọi v' và v_o là vận tốc của A và B (C) sau va chạm (B và C có cùng độ lớn vận tốc là v_o)

- Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có: $mv = mv' + 2mv_o \cos \alpha$ (1)

(Với α là góc giữa phương chuyển động của A với phương chuyển động của B (C))

- Do hệ có tính đối xứng nên ta có: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{(2R)^2 - (NR)^2}}{2R} = \frac{\sqrt{4 - N^2}}{2}$ (2)

- Thay (2) vào (1) ta có: $v = v' + v_o \sqrt{4 - N^2}$ (3)

- Do va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên ta có: $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + 2\frac{mv_o^2}{2}$ (4)

- Từ (3) và (4) ta có: $v' = v$ hoặc $v' = \frac{N^2 - 2}{6 - N^2} v$

- Nếu $v' = v$ thì $v_o = 0 \rightarrow$ loại.

* Để A bật ngược lại thì $v' < 0 \rightarrow N < \sqrt{2}$ (do để A va chạm đồng thời vào B, C thì $N < 2$ nên $6 - N^2 > 0$).

* Để A đứng yên thì $v' = 0 \rightarrow N = \sqrt{2}$.

* Để A tiếp tục tiến lên thì $v' > 0 \rightarrow \sqrt{2} < N < 2$.

Câu 3

a) Gọi G là khối tâm của hệ hai vật, theo điều kiện cân bằng thì các lực N_A , N_B , P phải đồng quy tại O nên G nằm trên đường thẳng đứng OH

- Tam giác AOB vuông cân nên góc $OAB = \text{góc } OBA = 45^\circ$,
góc $AOH = 90 - (45 + 15) = 30^\circ$.

$$\rightarrow AH = R/2, AG = AH/\cos 15^\circ = 0,52R$$

$$\rightarrow BG = (1,41 - 0,52)R = 0,89R.$$

- Vì G là khối tâm nên $AG.m_A = BG.m_B \rightarrow m_B = 0,58\text{kg}$.

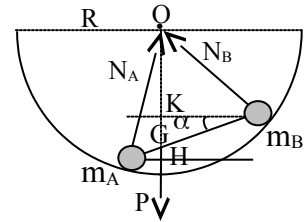
b) Xét điều kiện cân bằng đối với trục quay đi qua A:

$$M_{P/A} = M_{N_B/A}$$

$$\leftrightarrow (m_A + m_B)g.AH = N_B R \rightarrow N_B = (m_A + m_B)g/2 = 7,9\text{N}$$

Xét điều kiện cân bằng đối với trục quay qua B ta có: $M_{P/B} = M_{N_A/B}$

$$\leftrightarrow (m_A + m_B)g.BK = N_A R, \text{ với } BK = GB.\cos 15^\circ = 0,86R \rightarrow N_A = 13,6\text{N}.$$



Câu 4

- Gọi a_1 , a_2 là gia tốc của các vật 1 và 2

* Giả sử vật 1 trượt nhanh hơn vật 2, các lực tác dụng lên các vật có chiều như hình vẽ.

- Phương trình chuyển động của hai vật là:

$$\text{- Vật 1: } \vec{P}_1 + \vec{N} + \vec{N}_1 + \vec{F}'_{ms} + \vec{F}_{ms1} = m_1 \vec{a}_1$$

$$\text{- Vật 2: } \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms} = m_2 \vec{a}_2$$

- Chiều hai phương trình trên xuống mặt phẳng nghiêng ta có:

$$P_1 \sin \alpha - F'_{ms} - F_{ms1} = m_1 a_1 \rightarrow a_1 = g \sin \alpha - \frac{F_{ms1} + F'_{ms}}{m_1}$$

$$P_2 \sin \alpha + F_{ms} = m_2 a_2 \rightarrow a_2 = g \sin \alpha + \frac{F_{ms}}{m_2}$$

- Ta thấy $a_2 > a_1$, vậy miếng gỗ dưới không thể trượt nhanh hơn miếng gỗ trên.

* Giả sử vật 2 trượt nhanh hơn vật 1, các lực F_{ms} và F'_{ms} có chiều ngược lại. Tương tự

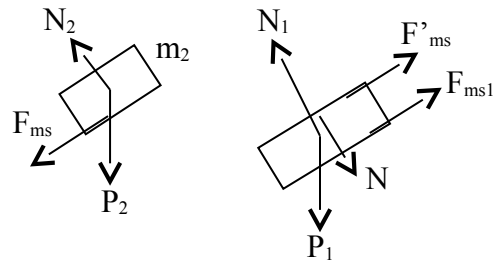
$$\text{trên ta có: } a_1 = g \sin \alpha - \frac{F_{ms1} - F'_{ms}}{m_1}, a_2 = g \sin \alpha - \frac{F_{ms}}{m_2}$$

Để $a_2 > a_1$ thì $k_1 > k$. (Chú ý: $F_{ms1} = k_1(m_1 + m_2)g \cos \alpha$, $F_{ms} = k m_2 g \cos \alpha$)

Tóm lại: Nếu $k_1 > k$ thì vật 2 trượt nhanh hơn vật 1. Nếu $k_1 \leq k$ thì hai vật cùng trượt như một vật.

Câu 5

- Đối với pittông (1): lực tác dụng vào pittông theo phương ngang là lực đẩy F_1 ngược chiều v_1 nên pittông (1) chuyển động chậm dần đều.



- Đối với pittông (2): tương tự, lực đẩy F_2 cùng chiều v_2 nên pittông (2) chuyển động nhanh dần đều.

- Trong quá trình hai pittông chuyển động, khối khí nhốt trong xi lanh chuyển động theo.

- Chọn hệ quy chiếu gắn với pittông (2), vận tốc của pittông (1) đối với pittông (2) là:

$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \rightarrow$ pittông (1) chuyển động về phía

pittông (2) chậm dần rồi dừng lại lúc t_0 , sau đó $t > t_0$ thì pittông (1) chuyển động xa dần với pittông (2) và khí lại giãn nở.

- Gọi G là khối tâm của khối khí trong xi lanh lúc $t < t_0$: khí bị nén, G chuyển động về phía pittông (2).

- Lúc $t > t_0$: khí bị giãn, G chuyển động ra xa dần pittông (2). Vậy ở nhiệt độ t_0 thì $v_G = 0 \rightarrow$ cả hai pittông cùng khối khí chuyển động cùng vận tốc v .

- Định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$M3v_0 + Mv_0 = (2M + m)v \rightarrow v = 4Mv_0 / (2M + m).$$

- Động năng của hệ lúc đầu: $W_{d1} = \frac{1}{2} M(v_1^2 + v_2^2) = 5Mv_0^2$.

- Động năng của hệ lúc ở t_0 là: $W_{d2} = \frac{1}{2} (2M + m)v^2$.

$\rightarrow$ Độ biến thiên động năng: $\Delta W = W_{d2} - W_{d1} = \frac{Mv_0^2(2M + 5m)}{2M + m}$.

- Nội năng của khí: $U = \frac{i}{2} nRT = \frac{3}{2} nRT \rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2} nR(T_{\max} - T_0)$.

- Vì $\Delta U = \Delta W$ nên $T_{\max} = T_0 + \frac{2}{3R} \frac{Mv_0^2(2M + 5m)}{2M + m}$ (do $n=1$)

Câu 6

- Móc lực kéo vào mẫu gỗ và kéo nó trượt đều đi lên mặt phẳng nghiêng, khi đó ta có: $F_1 = kP \cos \alpha + P \sin \alpha$ (1), (F_1 là số chỉ của lực kế khi đó).

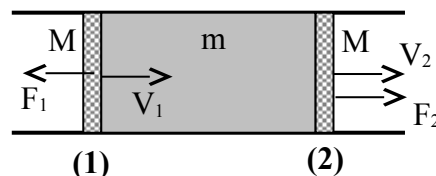
- Tương tự, kéo vật chuyển động đều đi xuống ta có: $F_2 = kP \cos \alpha - P \sin \alpha$ (2).

- Trừ vế với vế của (1) cho (2) ta có: $F_1 - F_2 = 2P \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{F_1 - F_2}{2P}$ (3).

- Cộng vế với vế phương trình (1) và (2) ta có: $\cos \alpha = \frac{F_1 + F_2}{2P}$ (4).

- Do $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ nên ta có: $1 = \left(\frac{F_1 - F_2}{2P}\right)^2 + \left(\frac{F_1 + F_2}{2kP}\right)^2 \rightarrow k = \frac{F_1 + F_2}{\sqrt{4P^2 - (F_1 - F_2)^2}}$

- Các lực đều được đo bằng lực kế, nên k hoàn toàn đo được.



ĐỀ 5: TRƯỜNG THPT CHUYÊN TỈNH CAO BẰNG

Câu 1:

Thang dựa vào tường hợp với sàn góc α . Biết hệ số ma sát giữa thang với tường là: $k_1 = 0,3$, với sàn là $k_2 = 0,4$. Khối tâm ở giữa thang. Tìm giá trị nhỏ nhất của α mà thang không trượt.

Câu 2:

Hai quả cầu giống nhau, treo cạnh nhau bằng hai dây song song bằng nhau. Kéo hai quả cầu khỏi phương thẳng đứng về hai phía với cùng góc α rồi thả ra cùng lúc. Coi va chạm giữa hai quả cầu là hoàn toàn đàn hồi. Tính lực tác dụng lên giá treo.

- Tại lúc bắt đầu thả các quả cầu.
- Tại các thời điểm đầu, cuối của quá trình va chạm giữa các quả cầu.
- Tại các thời điểm các quả cầu bị biến dạng nhiều nhất.

Câu 3:

Một vật khối lượng m được ném xiên từ một mặt phẳng ngang. Nó đạt độ cao cực đại là H và tầm xa là S . Tính công của lực ném.

Câu 4:

Một viên đạn có khối lượng $100g$ đang bay ngang với vận tốc $500,4 \text{ m/s}$ thì xuyên qua một quả cầu có khối lượng $2kg$ đặt yên trên giá đỡ ở độ cao $5,1m$ so với mặt đất. Quả cầu chuyển động và rơi xuống đất tại điểm cách giá đỡ một khoảng $20m$ tính theo phương nằm ngang.

Hãy xác định điểm chạm đất của đạn và tỉ lệ % cơ năng đã chuyển hoá thành nhiệt năng trong quá trình đạn xuyên qua quả cầu. Cho $g = 10m/s^2$.

Câu 5:

Một bình chứa khí O_2 nén ở áp suất $P_1 = 1,5 \times 10^7 \text{ Pa}$ và nhiệt độ $t_1 = 37^\circ C$ có khối lượng (bình và khí) $M_1 = 50kg$. Dùng khí một thời gian, áp kế chỉ

$P_2 = 5 \times 10^6 \text{ Pa}$ ở nhiệt độ $t_2 = 7^\circ C$. Khối lượng của bình và khí:

$M_2 = 49kg$.

Hỏi còn bao nhiêu kg khí trong bình? Tính thể tích của bình?

(Cho $O = 16$, $R = 8,31J/mol.K$)

ĐÁP ÁN

Câu 1

* Vẽ hình, đầy đủ các lực tác dụng vào thang

* Nêu điều kiện cân bằng của thang là tổng các lực bằng không

$$P + N_A + N_B + F_{ms1} + F_{ms2} = 0$$

* Chọn hệ trục tọa độ 0x; 0y và xác định các lực theo hệ trục $F_{ms1} = N_A$;

$$F_{ms2} = P - N_B$$

$$* F_{ms1} = K_1 N_A; F_{ms2} = K_2 N_B$$

$$* N_B = \frac{P}{1 + K_1 K_2}$$

* Xét trục quay đi qua đầu A của thang: $M_p + F_{ms2} = M_{N_p}$

$$* \text{Xác định độ lớn mômen của các lực kết quả: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 - K_1 K_2}{2 K_2}$$

* $\operatorname{tg} \alpha = 1,1$ giá trị nhỏ nhất của $\alpha = 47,4^\circ$

Câu 2

* vẽ hình, nêu đầy đủ các lực tác dụng lên vật, lên giá treo

$$* F = T_1 + T_2 \Rightarrow F = T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha \text{ với } T_1 = T_2$$

a. Tại thời điểm bắt đầu thả 2 quả cầu các lực tác dụng vào quả cầu và giá treo được xác định theo phương của dây treo

$$p_2 \cos \alpha = p_1 \cos \alpha = p \cos \alpha \text{ với } P = mg$$

$$\text{Kết quả: } F = 2mg \cos^2 \alpha$$

b. Tại thời điểm trước lúc va chạm xác định lúc vật qua vị trí cân bằng

$$v_1 = v_2 = v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$$

$$\text{Lực căng tác dụng vào dây treo: } T = mg(3 - 2\cos \alpha)$$

$$* \text{Vây, lực tác dụng lên giá treo: } F = T_1 + T_2 = 2mg(3 - 2\cos \alpha)$$

c. Tại thời điểm các quả cầu bị biến dạng nhiều nhất

$$T_1 + T_2 = mg \text{ vậy lực đàn hồi tác dụng lên giá treo là: } F = T_1 + T_2 = 2mg$$

Câu 3

* Vật ném xiên - vật tham gia đồng thời vào 2 chuyển động

Chuyển động đều theo phương 0x với $x = v_{ox}t$

$$\text{Chuyển động biến đổi đều theo phương 0y với } y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{oy}t$$

* Tại vị trí H vật có độ cao cực đại $v_y = 0$

$$* \text{Áp dụng 2 biểu thức: } v_{oy} - gt = 0 \Rightarrow v_{oy}^2 = 2gh$$

$$* t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ là thời gian từ lúc ném tới độ cao cực đại}$$

* $t' = 2t$ là thời gian từ lúc ném tới lúc vật chạm đất $\Rightarrow t' = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$

* Theo phương 0x : $s = v_{0x}t' \Rightarrow v_{0x} = \frac{s}{t'} \Rightarrow v_{0x} = \frac{s}{2}\sqrt{\frac{g}{2h}}$

* Vận tốc ném của vật $v_o^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 \Rightarrow v_o^2 = \frac{s^2 + 16h^2}{8h}g$

* Công của lực ném: $A = \frac{mv_o^2}{2} = \frac{s^2 + 16h^2}{16h}mg$

Câu 4

* Áp dụng định luật bảo toàn động lượng : $mv_0 = mv + MV$

* Sau tương tác quả cầu và đạn là chuyển động ném ngang. Thời gian rơi là :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1,01s$$

* Theo phương ngang vật chuyển động đều : $v = \frac{s}{t} = 19,8m/s$

* Vận tốc của đạn sau tương tác : $v = \frac{mv_0 - MV}{m} = 104,3m/s$

* Tầm xa của đạn : $S = vt = 104,3.1,01 = 105m$

* Động năng của đạn trước tương tác $K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$

động năng của đạn sau tương tác : $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$.

Động năng của quả cầu sau va chạm : $K_2 = \frac{1}{2}MV^2$

* Phần động năng của đạn chuyển hóa thành nhiệt năng :

$$\Delta K = K_0 - (K_1 + K_2) = 11587,17J$$

* Tỷ lệ phần trăm động năng của đạn chuyển hoá thành nhiệt năng :

$$H = \frac{\Delta K}{K_0} = 93\%$$

Câu 5

* Gọi m là khối lượng bình rỗng thì khối lượng không khí trong bình trước và sau là :

$$m_1 = M_1 - m; m_2 = M_2 - m$$

* Áp dụng phương trình trạng thái : $\frac{PV}{T} = \frac{m}{\mu}R$. Ta có : $\frac{P_1}{T_1 m_1} = \frac{P_2}{T_2 m_2} = \frac{R}{\mu V}$

* Biến đổi toán học từ các biểu thức trên. Kết quả là :

$$m_2 = \frac{P_2 T_1 (M_1 - M_2)}{P_1 T_2 - P_2 T_1} \text{ thay số } m_2 = 0,585kg$$

* Khối lượng không khí trước khi dùng : $m_1 = m_2 + (M_1 - M_2) = 0,585 + 1 = 1,585kg$

* Thể tích của bình : $V = \frac{RT_1 m_1}{P_1 \mu} = \frac{RT_2 m_2}{P_2 \mu}$

* Thay số : $V = \frac{8,31 \times 310 \times 1,585}{1,5 \times 10^7 \times 0,032} = 0,0085 m^3$

Phần 4: ĐỀ OLYMPIAD TRẠI HÈ HÙNG VƯƠNG – PHÚ THỌ 2009

MÔN VẬT LÝ

(Thời gian làm bài 180 phút)

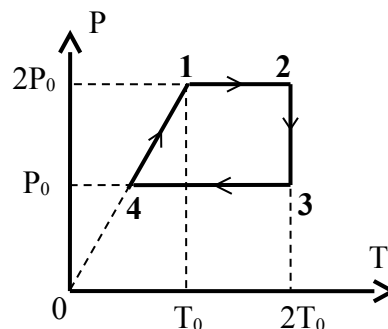
(Đề gồm 02 trang)

Câu 1:

Có 1 g khí Heli (coi là khí lý tưởng đơn nguyên tử) thực hiện một chu trình 1 – 2 – 3 – 4 – 1 được biểu diễn trên giản đồ P-T như hình

1. Cho $P_0 = 10^5 \text{Pa}$; $T_0 = 300\text{K}$.

- 1) Tìm thể tích của khí ở trạng thái 4.
- 2) Hãy nói rõ chu trình này gồm các đẳng quá trình nào. Vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V và trên giản đồ V-T (cần ghi rõ giá trị bằng số và chiều biến đổi của chu trình).
- 3) Tính công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn của chu trình.

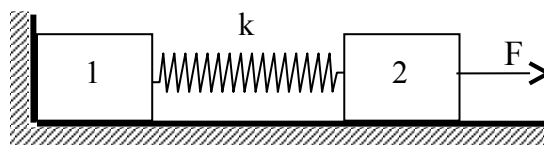


Hình 1

Câu 2:

Hai vật có cùng khối lượng m nối nhau bởi một lò xo đặt trên mặt bàn nằm ngang. Hệ số ma sát giữa các vật với mặt bàn là μ . Ban đầu lò xo không biến dạng. Vật 1 nằm sát tường.

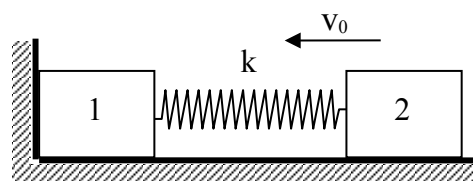
1) Tác dụng một lực không đổi F hướng theo phương ngang đặt vào vật 2 và hướng dọc theo trục lò xo ra xa tường (hình 2a). Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng, tìm điều kiện về độ lớn của lực F để vật 1 di chuyển được?



Hình 2a

2) Không tác dụng lực như trên mà truyền cho vật 2 vận tốc v_0 hướng về phía tường (hình 2b). Độ cứng của lò xo là k .

- a) Tìm độ nén cực đại x_1 của lò xo.
- b) Sau khi đạt độ nén cực đại, vật 2 chuyển động ngược lại làm lò xo bị giãn ra. Biết rằng vật 1 không chuyển động. Tính độ giãn cực đại x_2 của lò xo.
- c) Hỏi phải truyền cho vật 2 vận tốc v_0 tối thiểu là bao nhiêu để vật 1 bị lò xo kéo ra khỏi tường?



Hình 2b

Câu 3:

Một thanh đồng chất có khối lượng m có thể quay tự do xung quanh một trục nằm ngang đi qua một đầu của thanh. Nâng thanh để nó có phương thẳng đứng rồi thả

nhẹ thì thanh đổ xuống và quay quanh trục. Cho momen quán tính của thanh đồng chất có khối lượng m , chiều dài L đối với một trục đi qua một đầu của thanh và vuông góc với thanh là $I = mL^2/3$. Tại thời điểm khi thanh có phương ngang, hãy tìm:

- 1) Tốc độ góc và gia tốc góc của thanh.
- 2) Các thành phần lực theo phương ngang và theo phương thẳng đứng mà trục quay tác dụng lên thanh.

Câu 4:

Một xy lanh đặt thẳng đứng, bít kín hai đầu, được chia làm hai phần bởi một pittông nặng cách nhiệt. Cả hai bên pittông đều chứa cùng một lượng khí lý tưởng. Ban đầu khi nhiệt độ khí của hai phần như nhau thì thể tích phần khí ở trên pittông gấp $n = 2$ lần thể tích khí ở phần dưới pittông. Hỏi nếu nhiệt độ của khí ở phần trên pittông được giữ không đổi thì cần phải tăng nhiệt độ khí ở phần dưới pittông lên bao nhiêu lần để thể tích khí ở phần dưới pittông sẽ gấp $n = 2$ lần thể tích khí ở phần trên pittông? Bỏ qua ma sát giữa pittông và xy lanh.

HẾT

ĐÁP ÁN

Câu 1:

- a) Quá trình 1 – 4 có P tỷ lệ thuận với T nên là quá trình đẳng tích, vậy thể tích ở trạng thái 1 và 4 là bằng nhau: $V_1 = V_4$. Sử dụng phương trình C-M ở trạng thái 1 ta có:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1, \text{ suy ra: } V_1 = \frac{m R T_1}{\mu P_1}$$

Thay số: $m = 1\text{g}$; $\mu = 4\text{g/mol}$; $R = 8,31\text{ J/(mol.K)}$; $T_1 = 300\text{K}$ và $P_1 = 2 \cdot 10^5\text{ Pa}$ ta được:

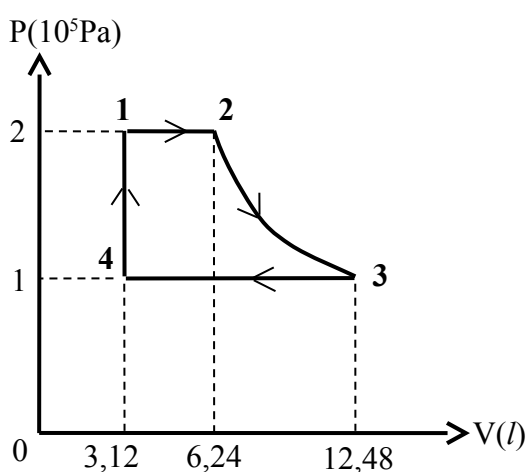
$$V_1 = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 300}{4 \cdot 2 \cdot 10^5} = 3,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

- b) Từ hình vẽ ta xác định được chu trình này gồm các đẳng quá trình sau:

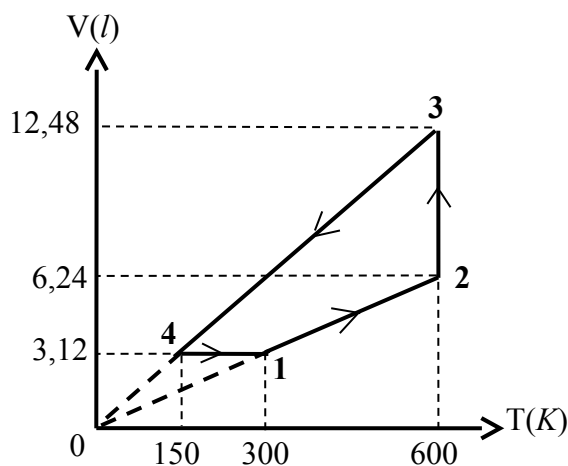
1 – 2 là đẳng áp; 2 – 3 là đẳng nhiệt;

3 – 4 là đẳng áp; 4 – 1 là đẳng tích.

Vì thế có thể vẽ lại chu trình này trên giản đồ P-V (hình a) và trên giản đồ V-T (hình b) như sau:



Hình a



Hình b

- c) Để tính công, trước hết sử dụng phương trình trạng thái ta tính được các thể tích: $V_2 = 2V_1 = 6,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$; $V_3 = 2V_2 = 12,48 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

Công mà khí thực hiện trong từng giai đoạn:

$$A_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = 2 \cdot 10^5 (6,24 \cdot 10^{-3} - 3,12 \cdot 10^{-3}) = 6,24 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$A_{23} = p_2 V_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = 2 \cdot 10^5 \cdot 6,24 \cdot 10^{-3} \ln 2 = 8,65 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$$A_{34} = p_3 (V_4 - V_3) = 10^5 (3,12 \cdot 10^{-3} - 12,48 \cdot 10^{-3}) = -9,36 \cdot 10^2 \text{ J}$$

$A_{41} = 0$ vì đây là quá trình đẳng áp.

Câu 2:

1. Để vật 1 dịch chuyển thì lò xo cần giãn ra một đoạn là: $x = \frac{\mu mg}{k}$.

Lực F nhỏ nhất cần tìm ứng với trường hợp khi lò xo giãn ra một đoạn là x thì vận tốc vật 2 giảm về 0. Công của lực F trong quá trình này có thể viết bằng tổng công mất đi do ma sát và thế năng của lò xo: $F \cdot x = \frac{kx^2}{2} + \mu mgx$

Vậy: $F = \frac{3}{2} \mu mg$.

2. Truyền cho vật 2 vận tốc v_0 về phía tường.

a, Bảo toàn cơ năng:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \mu mgx_1$$

$$\leftrightarrow x_1^2 + \frac{2\mu mg}{k}x_1 - \frac{m}{k}v_0^2 = 0$$

Nghiệm dương của phương trình này là: $x_1 = -\frac{\mu mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{\mu mg}{k}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{k}}$

b, Gọi x_2 là độ giãn cực đại của lò xo:

$$\frac{kx_1^2}{2} = \mu mg(x_1 + x_2) + \frac{kx_2^2}{2}$$

$$x_2 = x_1 - \frac{2\mu mg}{k} = \sqrt{\left(\frac{\mu mg}{k}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{k}} - \frac{3\mu mg}{k}$$

c, Để vật 1 bị kéo khỏi tường thì lò xo phải giãn ra 1 đoạn x_3 sao cho:

$$kx_3 = \mu mg \quad (1)$$

Vận tốc v_0 nhỏ nhất là ứng với trường hợp khi lò xo bị giãn x_3 như trên thì vật 2 dừng lại. Phương trình bảo toàn năng lượng:

- Cho quá trình lò xo bị nén x_1 :

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \mu mgx_1 \quad (2)$$

- Cho quá trình lò xo chuyển từ nén x_1 sang giãn x_3 :

$$\frac{kx_1^2}{2} = \mu mg(x_1 + x_3) + \frac{kx_3^2}{2} \quad (3)$$

Từ (3) $\rightarrow x_1 - x_3 = \frac{2\mu mg}{k}$

Kết hợp với (1), ta được: $x_1 = \frac{3\mu mg}{k}$. Thay vào (2), ta được: $v_0 = \mu g \sqrt{\frac{15m}{k}}$.

Câu 3:

1) Theo định luật bảo toàn cơ năng:

$$mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I \omega^2. \text{ Thay } I = \frac{1}{3} mL^2 \text{ ta thu được tốc độ góc của thanh: } \omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}.$$

Các lực tác dụng lên thanh gồm trọng lực P và lực N mà lực mà trục quay tác dụng lên thanh. Mômen của lực N đối với trục quay bằng 0 nên định luật II Niuton cho chuyển động quay của thanh quanh trục O có dạng:

$$M_P = I\gamma. \text{ Thay } I = \frac{1}{3} mL^2 \text{ và } M_P = mg \frac{L}{2} \text{ ta được gia}$$

$$\text{tốc góc của thanh: } \gamma = \frac{3g}{2L}.$$

2) Theo định II Niuton cho chuyển động tịnh tiến:

$$P + N = ma \quad (1)$$

Chiếu phương trình (1) lên phương ngang:

$$N_x = ma_x = ma_n = m\omega^2 \frac{L}{2}$$

Thay giá trị tốc độ góc tìm được ở phần 1 vào ta tìm được thành phần nằm ngang của lực mà trục quay tác dụng lên thanh:

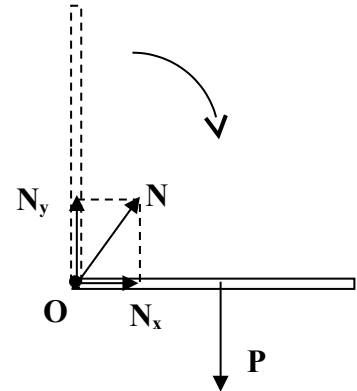
$$N_x = 3mg/2.$$

Chiếu phương trình (1) lên phương thẳng đứng:

$$P - N_y = ma_y = ma_t = m\gamma \frac{L}{2}$$

Thay giá trị gia tốc góc tìm được ở phần 1 vào ta tìm được thành phần thẳng đứng của lực mà trục quay tác dụng lên thanh:

$$N_y = mg/4.$$



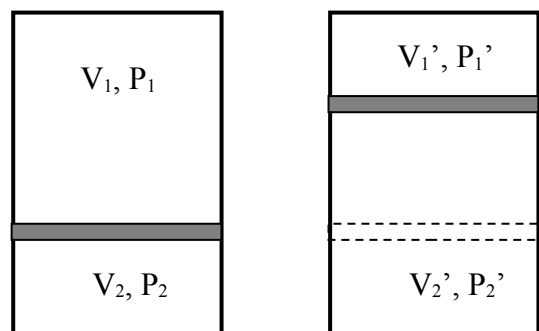
Câu 4:

Lượng khí ở 2 phần xylanh là như nhau nên:

$$\frac{m}{\mu} R = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_1} = \frac{P_1' V_1'}{T_1} = \frac{P_2' V_2'}{T_2}$$

$$\text{Vì } V_1 = nV_2 \text{ nên } P_2 = nP_1$$

Theo giả thiết: $V_1' = V_2' / n$, suy ra:



$$\frac{T_2}{T_1} = n \frac{P_2'}{P_1'} \quad (1)$$

Để tính $\frac{P_2'}{P_1'}$ ta dựa vào các nhận xét sau:

1. Hiệu áp lực hai phần khí lên pittông bằng trọng lượng Mg của pittông:

$$\begin{aligned} (P_2' - P_1')S &= Mg = (P_2 - P_1)S \\ P_2' - P_1' &= P_2 - P_1 = (n-1)P_1 \\ P_2' &= P_1' + (n-1)P_1 \end{aligned} \quad (2)$$

2. Từ phương trình trạng thái của khí lí tưởng ở phần trên của pittông:

$$P_1 V_1 = P_1' V_1' \rightarrow P_1 = P_1' \cdot \frac{V_1'}{V_1}$$

Thay vào (2), ta suy ra:

$$\frac{P_2'}{P_1'} = 1 + (n-1) \frac{V_1'}{V_1} \quad (3)$$

3. Để tìm $\frac{V_1'}{V_1}$ ta chú ý là tổng thể tích 2 phần khí là không đổi:

$$\begin{aligned} V_1 + V_2 &= V_1' + V_2' \\ V_1 + \frac{V_1}{n} &= V_1' + nV_1' \Rightarrow \frac{V_1'}{V_1} = \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Thay vào (3) ta được: $\frac{P_2'}{P_1'} = 1 + (n-1) \frac{1}{n} = \frac{2n-1}{n}$

Thay vào (1) ta có kết quả: $\frac{T_2}{T_1} = n \frac{P_2'}{P_1'} = 2n-1 = 3.$

HẾT