**CHỦ ĐỀ 7:** **TÍNH CHẤT CHIA MỘT TỔNG**

**DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2; 3; 5; 9**

**A/ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.**

**1. Phép chia hết.**

a,b là số TN b khác 0 . tanói a chia hết b nếu tồn tại số TN qsao cho a = b.q

**2. Tính chất chung**

a ⋮ b và b ⋮ c thìa a ⋮ c

a ⋮ a với mọi a khác 0

0 ⋮ b với mọi b khác 0

Bất cứ số nào cũng chia hết cho 1

**3. Tính chất chia hết của tổng , hiệu**

\* Nếu a, b cùng chia hết cho **m** thì a + b chia hết cho m và a - b chia hết cho m

\* Tổng của 2 số chia hết cho m và 1 trong 2 số ấy chia hết cho m thì số còn lại cũng chia hết cho m

\* Nếu 1 trong 2 số a, b chia hết cho m số kia không chia hết cho m thì tổng , hiệu của chúng không chia hết cho m

**4. Tính chất chia hết của 1 tích**

\* Nếu một thừa số của tích chia hết cho m thì tích chia hết cho m

\* Nếu a chia hết cho m, b chia hết cho n thì a.b chia hết cho m.n

\* Nếu a chia hết cho b thì an ⋮ bn

**5.** **DẤU HIỆU CHIA HẾT.**

*a. Dấu hiệu chia hết cho 2:*

Một số chia hết cho 2 khi và chỉ khi chữ số tận cùng của số đó là số chẵn.

*b. Dấu hiệu chia hết cho 3 (hoặc 9):*

Một số chia hết cho 3 (hoặc 9) khi và chỉ khi tổng các chữ số của số đó chia hết cho 3(hoặc 9).

Chú ý: Một số chia hết cho 3 (hoặc 9) dư bao nhiêu thì tổng các chữ số của nó chia cho 3 (hoặc 9) cũng dư bấy nhiêu và ngược lại.

*c. Dấu hiệu chia hết cho 5:*

Một số chia hết cho 5 chữ số của số đó có tận cùng bằng 0 hoặc bằng 5.

*d. Dấu hiệu chia hết cho 4 (hoặc 25):*

Một số chia hết cho 4 (hoặc 25) khi và chỉ khi hai chữ số tận cùng của số đó chia hết cho 4(hoặc 25).

*e. Dấu hiệu chia hết cho 8 (hoặc 125):*

Một số chia hết cho 8(hoặc 125) khi và chỉ khi ba chữ số tận cùng của số đó chia hết cho 8(hoặc 125).

*f. Dấu hiệu chia hết cho 11:*

Một số chia hết cho 11 khi và chỉ khi hiệu giữa tổng các chữ số hàng lẻ và tổng các chữ số hàng chẵn(từ trái sang phải) chia hết cho 11.

**II/ CÁC DẠNG BÀI TẬP.**

**DẠNG 1: XÉT TÍNH CHIA HẾT HAY KHÔNG CHIA HẾT.**

*Vận dụng tính chất chia hết của một tổng (hiệu) và các dấu hiệu chia hết cho 2; 3; 5; 9 để xét.*

**Bài 1:** Không làm tính , xét xem tổng sau có chia hết cho 12 không ? Vì sao ?

1. 120 + 36
2. 120a + 36b ( với a ; b ***N*** )

**Hướng dẫn:**

a) 120 và 36 cùng chia hết cho 12 nên tổng 120 + 36 chia hết cho 12

b) 120 ⋮ 12 và 36 ⋮ 12 => 120a ⋮ 12 và 36a ⋮ 12 => tổng 120a + 36a chia hết cho 12

**Bài 2**: Cho A = 2.4.6.8.10.12  40 . Hỏi A có chia hết cho 6 ; cho 8 ; cho 20 không ? Vì sao?

**Hướng dẫn:**

+ Ta có tích 2.4.6.8.10.12 ⋮ 6 nhưng 40 không chia hết cho 6 => A không chia hết cho 6

+ Ta có tích 2.4.6.8.10.12 ⋮ 6 và 40 ⋮ 8 => số A chia hết cho 8

+ Ta có tích 2.4.6.8.10.12 ⋮ 2 và 10 => Tích 2.4.6.8.10.12 ⋮ 20 và 40 ⋮ 20 => số A chia hết cho 20

**Bài 3**: Khi chia số tự nhiên a cho 36 ta được số dư 12 . Hỏi a có chia hết cho 4 ; cho 9 không vì sao ?

**Hướng dẫn:**

a : 36 được thương là k và dư 12 => a = 36.k + 12

+ Ta có 36.k ⋮ 4 và 12⋮ 4 => Số a chia hết cho 4

+ Ta có 36.k ⋮ 4 và 12 không chia hết cho 4 => Số a không chia hết cho 4

**Bài 4**: Điền dấu X và ô thích hợp :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đ** | **S** |
| Nếu a  4 và b  2 thì a + b  4 |  |  |
| Nếu a  4 và b  2 thì a + b  2 |  |  |
| Nếu tổng của hai số chia hết cho 9 và một trong hai số chia hết cho 3 thì số còn lại chia hết cho 3 |  |  |
| Nếu hiệu của hai số chia hết cho 6 và số thứ nhất chia hết cho 6 thì số thứ hai chia hết cho 3 |  |  |
| Nếu a  5 ; b  5 ; c không chia hết cho 5 thì abc không chia hết cho 5 |  |  |
| Nếu a  18 ; b  9 ; c không chia hết cho 6 thì a + b + c không chia hết cho 3 |  |  |
| 125.7 – 50 chia hết cho 25 |  |  |
| 1001a + 28b – 22 không chia hết cho 7 |  |  |
| Nếu cả hai số hạng của một tổng không chia hết cho 5 thì tổng không chia hết cho 5 |  |  |
| Để tổng n + 12  6 thì n  3 |  |  |

**Bài 4**: Khi chia một số cho 255 ta được số dư là 170. Hỏi số đó có chia hết cho 85 không? Vì sao?

**Hướng dẫn:**

Gọi số đó là a (a là số tự nhiên).

Vì a chia cho 255 có số dư là 170 nên a = 255.k + 170 (k là số tự nhiên).

Ta có: 255 chia hết cho 85 nên 255.k chia hết cho 85; 170 chia hết cho 85.

 (255.k + 170) chia hết cho 85 (Tính chất chia hết của một tổng).

Do vậy a chia hết cho 85.

**DẠNG 2: CHỨNG MINH CHIA HẾT CHO MỘT SỐ.**

*Để chứng minh số A chia hết cho một số*

*+ Nếu số A là một số cụ thể ta vận dụng dấu hiệu chia hết 2 ; 3; 4; 8; 9; 11; ... để chứng minh.*

*+ Nếu số A có tổng hoặc hiệu các số, ta cần phân tích số A để đưa số A về hoặc hiệu hoặc tích của các số có dấu hiệu chia hết rồi áp dụng tính chất chia hết của tổng (hiệu) haowcj tích để chứng minh.*

*+* Để chứng minh A chia hết cho p, ta xét mọi trường hợp về số dư khi chia A cho p.

+ Ngoài ra ta cũng có thể dùng cách tìm chữ số tận cùng của A để chứng minh A chia hết cho một số.

**Bài 1**: Chứng minh rằng tổng của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3.

**Hướng dẫn:**

Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là: a, a + 1, a + 2.

Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là

a + a + 1 + a + 2 = (a + a + a) + (1 + 2)

= (3a + 3) chia hết cho 3 (Tính chất chia hết của một tổng).

**Vậy** Có phải tổng của n số tự nhiên liên tiếp luôn luôn chia hết cho n hay không?

**Bài 2:** Tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp có chia hết cho 4 hay không ?

**Giải:** Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp là a, a + 1, a + 2, a + 3.

Tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp là:

a + a + 1 + a + 2 + a + 3 = (a + a + a + a) + (1 + 2 + 3) = (4a + 6).

Do 4 chia hết cho 4 nên 4a chia hết cho 4 mà 6 không chia hết cho 4 nên

(4a + 6) không chia hết cho 4.

 Tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 4.

**Kết luận: Vậy không phải lúc nào tổng n số tự nhiên liên tiếp cũng chia hết cho n**

**Bài 3:** Chứng minh (495a + 1035b) chia hết cho 45 với mọi a , b là số tự nhiên.

**Hướng dẫn:**

Vì 495 chia hết cho 9 nên 1980.a chia hết cho 9 với mọi a.

Vì 1035 chia hết cho 9 nên 1035.b chia hết cho 9 với mọi b.

Nên: (495a + 1035b) chia hết cho 9.

Chứng minh tương tự ta có: (1980a + 1995b) chia hết cho 5 với mọi a, b.

Mà (9, 5) = 1.

 (495a + 1035b) chia hết cho 45.

**Bài 4:** Chứng minh rằng tích của hai số chẵn liên tiếp luôn chia hết cho 8.

**Hướng dẫn:**

Gọi hai số chẵn liên tiếp là 2n, 2n + 2.

Tích của hai số chẵn liên tiếp là: 2n.(2n + 2) = 4n.(n + 1).

Vì n, n + 1 không cùng tính chẵn lẻ nên n.(n + 1) chia hết cho 2.

Mà 4 chia hết cho 4 nên 4n.(n + 1) chia hết cho (4.2)

 4n.(n + 1) chia hết cho 8.

 2n.(2n + 2) chia hết cho 8.

**Bài 5:** Chứng minh rằng:

a. Tích của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3.

b. Tích của bốn số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 4.

**Hướng dẫn:**

a. Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là n, n +1, n + 2.

Tích của ba số tự nhiên liên tiếp là: n.(n + 1).(n + 2).

Một số tự nhiên khi chia cho 3 có thể nhận một trong các số dư 0; 1; 2.

- Nếu r = 0 thì n chia hết cho 3  n.(n +1).(n +2) chia hết cho 3.

- Nếu r = 1 thì n = 3k + 1 (k là số tự nhiên).

 n + 2 = 3k + 1 + 2 = (3k + 3) chia hết cho 3.

 n.(n + 1).(n + 2) chia hết cho 3.

- Nếu r = 2 thì n = 3k + 2 (k là số tự nhiên).

 n + 1 = 3k + 2 + 1 = (3k +3) chia hết cho 3.

 n.(n +1).(n +2) chia hết cho 3.

***Tóm lại:*** n.(n +1).(n +2) chia hết cho 3 với mọi n là số tự nhiên.

b. Chứng minh tương tự ta có n.(n +1).(n +2).(n +3) chia hết cho 4 với mọi n là số tự nhiên.

**Kết luận:** Tích của n số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho n.

**Bài 6:** C**hứng minh rằng**

a) chia hết cho 11

b) chia hết cho 9 với a > b

**Hướng dẫn**:

a) ,chia hết cho 11.

b) , chia hết cho 9.

**Bài 7: Chứng minh** nếu thì 

**Hướng dẫn:** 



**Bài 8:** chứng minh 

**Hướng dẫn:**

 =>  => 

=>  => 

Vì  nên 

**Bài 9:** Cho các chữ số 0, a, b. Hãy viết tất cả các số có ba chữ số tạo bởi ba số trên. Chứng minh rằng tổng tất cả các số đó chia hết cho 211.

**Hướng dẫn:**

Tất cả các số có ba chữ số tạo bởi ba chữ 0, a, b là: .

Tổng của các số đó là:

 = 100a + b + 100a + 10b + 100b + 10a + 100b + a

= 211a + 211b = 211(a + b) chia hết cho 211.

**Bài 10**: Tìm số tự nhiên n để (3n + 14) chia hết cho (n + 2).

**Hướng dẫn:**

Ta có 5n + 14 = 5.(n + 2) + 4.

Mà 5.(n +2) chia hết cho (n +2).

Do đó (5n + 14) chia hết cho (n +2) 4 chia hết cho (n + 2) (n + 2) là ước của 4.

(n +2) ∈  n ∈.

Vậy với n ∈{0; 2} thì (5n + 14) chia hết cho (n +2).

**Bài 11:** Chứng minh 21132000 – 20112000 chia hết cho cả 2 và 5

**Hướng dẫn:**

Để số vừa chia hết cho cả 2 và 5 thì số phải có chữ số tận cùng là 0

=> Cần chứng minh số bị trừ và số trừ đều có chữ số tận cùng là 1

**Chú ý:** Số tự nhiên a có chữ số tận cùng là 1 thì an cũng có chữ số tận cùng là 1

21132000 = (21134)500 = 500 => 21132000 có chữ số tận cùng là 1

20112000 luôn có chữ số tận cùng là 1

=> 21132000 – 20112000 có chữ số tận cùng là 0 => 21132000 – 20112000 chia hết cho cả 2 và 5

**Bài 12.**

**a) Chứng minh rằng** nếu viết thêm vào đằng sau một số TN có 2 chữ số gồm chính 2 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 11

**b**) cũng chứng minh như trên đối với số TN có 3 chữ số

**Hướng dẫn**

a) Gọi số TN có 3 chữ số là  khi viết thêm ta được số 

Ta có  =100000a+10000b+1000c+100c+10b+a

=100001.a+10010.b+1100c chia hết cho 11

(Phần b chữ số làm tương tự )

**Bài 13:** Chứng minh nếu  thì 

**Hướng dẫn**



Vì 201 ⋮ 67 => 

**Bài 14:** Chứng minh rằng

a) chia hết cho 7, 11, và 13

b)chia hết cho 23 và 29, biết rằng 

**Bài 15:** Chứng minh rằng  chia hết cho 11 thì  chia hết cho ➉

**Bài 16**: Chứng minh rằng tổng của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3, tổng của 5 số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 5.

**Bài 17**: Chứng minh rằng :

a) Tổng của ba số chẵn liên tiếp thì chia hết cho 6,

b) Tổng ba số lẻ liên tiếp không chia hết cho 6

c) Nếu a chia hết cho b và b chia hết cho c thì a chia hết cho c

d) 

e) Nếu a và b chia cho 7 có cùng số dư thì hiệu a – b chia hết cho 7

**Bài 18**: Cho hai số tự nhiên  và  đều chia 11 dư 5. Chứng minh rằng số 

**Bài 19**: Cho biết số Chứng minh rằng: 

**Bài 20**: Cho . Chứng minh rằng: 

**Bài 21**: Cho số  trong đó a, b là các chữ số chẵn. Chứng minh rằng:

a)  b) 

**Bài 22**: Biết  Chứng minh rằng: 

**DẠNG 3: TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ CHIA HẾT.**

*Vận dụng tính chất chia hết của một tổng (hiệu) và các dấu hiệu chia hết cho 2; 3; 5; 9 để xét.*

**\* Với bài toán điền chữ số vào \* để thỏa mãn chia hết:**

***+*** *Thì ta phân tích số đó theo tổng các chữ số để lập luận chia hết cho 3 và 9*

*+ Dùng chữ số tận cùng để lập luận chia hết cho 2 và 5*

**Bài 1:** Cho 1số có 4 chữ số: . Điền các chữ số thích hợp vào dấu (\*) để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho tất cả 4 số : 2; 3 ; 5 ; 9.

**Hướng dẫn:**

Số đó đảm bảo chia hết cho 2 nên số đó là số chẳn.

Số đó chia hết cho 5 nên số đó phải có chữ số tận cùng là số 0 hoặc 5.

Số đó vừa chia hết cho 3 và 9 nên số đó phải có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Vậy: Chữ số tận cùng của số đó là 0 . Chữ số đầu là số 1

Do đó số đã cho là 1260

**Bài 2:** Thay (\*) bằng các số thích hợp để:

a) 510\* ; 61\*16 chia hết cho 3. ;

b) 261\* chia hết cho 2 và chia 3 dư 1

**Hướng dẫn**

a) Để 510\* ; 61\*16 chia hết cho 3 thì:

5 + 1 + 0 + \* chia hết cho 3; từ đó tìm được \* = 0; 3; 6; 9

b) Để 261\* chia hết cho 2 và chia 3 dư 1 thì:

\* chẵn và 2 + 6 + 1 + \* chia 3 dư 1; từ đó tìm được \* = 4

**Bài 3:** Tìm các chữ số a,b, sao cho

a) a – b = 4 và

b) a – b = 6 và 

**Hướng dẫn:**

a) số  nên 7+a+5+b 3

13+a+b 3 nên a+b chia cho 3 dư 2 (1)

Ta có a-b =4 nên 

Suy ra  (2)

Mặt khác a-b là số chẵn nên a+b là số chẵn (3)

Từ 1,2,3 suy ra a+b = 8 hoặc 14

Với a+b=8, a-b=4 ta được a=6,b=2

Với a+b=14,a-b=4 tađược a=9,b=5

b)  nên 512 +10(a+b) 9

504 +8+9(a+b)+a+b 9 nên a+b chia 9 dư 1

=6 nên a+b=10

Từ đó ta tìm được a = 8, b = 2

**Bài 4:** Tìm tất cả các số x, y để có số  chia hết cho 36.

**Hướng dẫn**

Vì (4, 9) = 1 nên  chia hết cho 36  chia hết cho 9 và  chia hết cho 4.

Ta có:  chia hết cho 4 5y chia hết cho 4 y ∈  .

 chia hết cho 9 (3 + 4 + x + 5 + y) chia hết cho 9.

(9 + 13 + x + y) chia hết cho 9. ⇔ (3 + x + y) chia hết cho 9

Vì x, y ∈ N và 0 ≤ x; y ≤ 9 Nên x + y thuộc 

Nếu y = 2 thì x = 4 hoặc x = 13 ( > 9 - Loại ).

Nếu y = 6 thì x = 0 hoặc x = 9.

Vậy các số phải tìm là: 34452; 34056; 34956.

**Bài 5**: Tìm số tự nhiên n để (3n + 14) chia hết cho (n + 2).

**Hướng dẫn**

Ta có 5n + 14 = 5.(n + 2) + 4.

Mà 5.(n +2) chia hết cho (n +2).

Do đó (5n + 14) chia hết cho (n +2) 4 chia hết cho (n + 2) (n + 2) là ước của 4.

(n +2) ∈

 n ∈.

Vậy với n ∈{0; 2} thì (5n + 14) chia hết cho (n +2).

**Bài 6:** Tìm số tự nhiên n để  là số tự nhiên .

**Hướng dẫn**

Để  là số tự nhiên thì (n + 15) chia hết cho (n + 3).

 [(n + 15) - (n + 3)] chia hết cho (n + 3).

12 chia hết cho (n +3) .

(n + 3) là Ư(12) = {1; 2; 3; 4; 6; 12}.

n ∈ {0; 1; 3; 9}.

Vậy với n ∈ {0; 1; 3; 9}thì  là số tự nhiên.

**Bài 7:** Phải viết thêm vào bên phải số 579 ba chữ số nào để được số chia hết cho 5; 7; 9.

**Hướng dẫn**

Giả sử ba số viết thêm là .

Ta có: chia hết cho 5.7.9 = 315.

Mặt khác:  = 579000 +  = (315.1838 + 30 + ) chia hết cho 315.

Mà 315.1838 chia hết cho 315 (30 + ) chia hết cho 315 ⇒ 30 +  ∈ (315).

Do 100 ≤  ≤ 999 ⇒ 130 ≤ 30 +  ≤ 1029

⇒ 30 +  ∈ {315; 630; 945}.

 .

Vậy ba số có thể viết thêm vào là 285; 600; 915.

**LUYỆN TẬP.**

**1)** Tìm tất cả các số B = 62xy427, biết rằng số B chia hết cho 99

**2)** Tìm các chữ số x ,y sao cho: C =  chia hết cho 55

**3)** Cho số 2539x với x là chữ số hàng đơn vị. Tìm x để 2539x chia hết cho cả 2 và 3.

**4)** Tìm các cặp số (a,b) sao cho :  

**5)** Tìm số tự nhiên sao cho 4n - 5 chia hết cho 2n - 1

**HƯỚNG DẪN**

**1)**

\* B chia hết cho 9 => ( 6+2+4+2+7+x+y) chia hết cho 9

=> (x+y+3) chia hết cho 9=> x+y=6 hoặc x+y =15

\* B chia hết cho 11=> (7+4+x+6-2-2-y) chia hết cho11=> (13+x-y)chia hết cho 11

x – y = 9 (loại) hoặc y – x = 2

+ Với y – x = 2 và x+y=6 => y=4; x=2

+ Với y – x = 2 và x+y=15 (loại)

vậy B=6224427

**2)**

Ta có 55 =5.11 mà (5 ;1) = 1

Do đó C = 55 <=> 

(1) => y = 0 hoặc y = 5

+) y = 0 => x+ 9+5 – ( 1+9 +0) 11 => x = 7

+) y = 5 = > x+9 +5 – (1+9+5 )  11 => x = 1

**3)**

Ta có: x =0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

- Vì 2539x chia hết cho 2 nên x = 0 ; 2 ; 4; 6 ; 8.

.

- Vì 2539x chia hết cho 3 nên (2 + 5 + 3 + 9 + x) : 3

.

Hay (19 + x) : 3

Suy ra: x = 2 ; 5 ; 8

Do đó để 2539x chia hết cho cả 2 và 3 thì x = 2 hoặc x = 8

**4)**

b = 0 => 9+a  9 => a = 0 hoặc a = 9

b = 5 => 14+a 9 => a = 4

**5)**

Ta có 4n-5 = 2( 2n-1) - 3

Để 4n-5 chia hết cho 2n-1 thì 3 chia hết cho2n-1

Với 2n-1=1 => n=1

Với 2n-1=3 => n=2

vậy n=1;2